Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional

"UNA VENTANA MARAVILLOSA": GAMIFICACIÓN Y APRENDIZAJE COOPERATIVO

"A BEAUTIFUL WINDOW": GAMIFICATION AND COOPERATIVE LEARNING

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autora: Claudia López López

Tutores: Pedro Alonso Velázquez, Laura Muñiz Rodríguez

JUNIO 2020

Índice

1. Resumen 1

2. Introducción 2

3. Reflexión personal sobre la formación recibida y las prácticas profesionales 3

3.1 Análisis de las asignaturas 3

3.1.1 Asignaturas comunes 3

3.1.2 Asignaturas específicas de la especialidad de Matemáticas 7

3.1.3 Asignaturas optativas 9

3.2 Reflexión sobre el prácticum 10

4. Programación Docente para la asignatura de Matemáticas de 2º de la ESO 13

4.1 Contribución de la materia al logro de las competencias clave establecidas para la etapa 14

4.2 Objetivos generales 17

4.3 Metodología 20

4.4 Procedimientos, instrumentos y criterios de calificación del aprendizaje del alumnado 23

4.5 Recursos 25

4.6 Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad del alumnado 26

4.7 Propuestas de actividades complementarias y extraescolares relacionadas con la asignatura 28

4.8 Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la aplicación y el desarrollo de la programación docente 29

4.9 Cronograma de las Unidades Didácticas 29

4.10 Programa de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promocione con evaluación negativa en la asignatura 52

4.11 Unidad didáctica desarrollada: Ecuaciones de primer y segundo grado. 53

4.11.1 Contextualización 53

4.11.2 Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores y estándares de aprendizaje evaluables 53
4.11.3 Contribución de la unidad didáctica a las competencias clave 54
4.11.4 Metodología 55
4.11.5 Actividades 56
Refrescando la memoria con *Kahoot* 56
Dibujo por puntos "Las ecuaciones me ponen como una hidra" 56
Sesión práctica "La vida te da problemas, problemas te da la vida" 57
Actividad de gamificación "Una ventana maravillosa" 58
Trabajo individual: "*Sudoku* de ecuaciones" 58
4.11.6 Temporización 59
4.11.7 Recursos y materiales 61
4.11.8 Evaluación 61
5. Propuesta de innovación educativa "Una ventana maravillosa" 62
5.1 Marco teórico 62
5.2 Contextualización 66
5.3 Justificación 66
5.4 Descripción de la innovación 69
5.4.1 Objetivos 69
5.4.2 Diseño de la actividad 70
5.4.3 Desarrollo de la actividad 72
5.4.4 Agentes implicados 73
5.5 Diseño de un instrumento de evaluación de la innovación 74
5.6 Evaluación del desarrollo de la innovación 76
5.6.1 Análisis de resultados 77
5.6.2 Reflexión personal sobre el desarrollo de la innovación 79

5.7 Conclusiones 80

6. Conclusiones..... 83

7. Referencias y bibliografía 85

Anexo I. Concreciones de las competencias para evaluar las actividades lúdicas, de gamificación y de resolución de problemas 89

Anexo II. Recursos para facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. 91

Anexo III. Instrumentos de evaluación de la programación docente. 93

Anexo IV. Material de la actividad con *Kahoot* 96

Anexo V. Material de la actividad “las ecuaciones me ponen como una hidra”..... 98

Anexo VI. Trabajo individual “Sudoku de ecuaciones” 99

Anexo VII. Pruebas de evaluación para la unidad didáctica 101

1. Resumen

El Trabajo Fin de Máster (TFM) pone el broche final a la formación recibida en el Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. El objetivo de este trabajo es demostrar la capacidad de diseñar un plan de actuación en la especialidad de Matemáticas de forma innovadora y creativa.

El trabajo está estructurado en tres partes diferenciadas. En la primera parte se hace una valoración y reflexión personal tanto de la formación teórica recibida, como de la tarea desempeñada durante el período de prácticas. En la segunda parte se hace una propuesta de programación docente para la asignatura de Matemáticas de segundo de Educación Secundaria Obligatoria (ESO), apostando por metodologías activas y una evaluación por competencias. En la tercera y última parte se describe una actividad de gamificación y aprendizaje cooperativo como proyecto de innovación, que forma parte de las actividades diseñadas en la programación docente.

Summary

The Master's Thesis put the finishing touch to the education received at the Master Degree in Teacher Training in Secondary Education, Baccalaureate and Vocational Training. The objective of this thesis is to demonstrate the ability to desing an action plan in math specialty in a innovate and creative way.

The thesis is estructurated in three different but consistent parts. In the first part, an assessment and personal reflection of the theoretical knowledge receveid and the task performed during the practical training period is made. In the second part a Teaching Programme's proposal for the subject of Mathematics on the second grade of secondary Education is made, choosing active methodologies and an evaluation of competences. In the third and the last part a gamification and cooperative learning activity is described, which is part of the Teaching Proframe's designed activities.

2. Introducción

Este trabajo se estructura en tres bloques. En el primero de ellos se hace una valoración personal sobre la formación recibida. De cada una de las asignaturas cursadas encontramos un pequeño resumen y una reflexión sobre la misma. Además, se incluye un análisis crítico sobre el período de prácticas, abordando tanto el trabajo personal realizado como la formación recibida durante las mismas, y su conexión con las asignaturas teóricas cursadas.

En el segundo bloque del trabajo, el más extenso de los tres, encontramos una propuesta de programación docente para la asignatura de Matemáticas de segundo de ESO, basada en las características del centro en el que se cursaron las prácticas. En esta programación se hace una apuesta por metodologías activas, la gamificación y el aprendizaje cooperativo, como estrategia para despertar la motivación de los alumnos y poder diseñar actividades que permitan una evaluación por competencias clave. Se recogen además las medidas de atención a la diversidad, la secuenciación de las unidades didácticas planteadas, así como una colección de materiales y recursos que pueden ser útiles para los docentes. Este bloque finaliza con el desarrollo de una de las unidades didácticas para ilustrar como se concreta la programación docente en el aula, describiendo de forma detallada las actividades.

En el último bloque se propone un proyecto de innovación cuyo objetivo principal es despertar la motivación de los alumnos del aula y aumentar la participación en las clases de Matemáticas. Con este fin, y siguiendo lo establecido en la programación, se diseña una actividad de gamificación y aprendizaje cooperativo, aprovechando los espacios y los elementos que se pueden encontrar en las clases. En concreto, se utilizan las ventanas del aula como pizarras en las que los alumnos trabajan diferentes procesos matemáticos.

Este TFM refleja la formación teórica recibida durante el Máster, su puesta en práctica durante el período de prácticas, así como el contacto establecido con diferentes profesionales docentes. Además, este trabajo permite ampliar los conocimientos adquiridos para fundamentar debidamente las propuestas que aquí se describen.

3. Reflexión personal sobre la formación recibida y las prácticas profesionales

En esta sección se analiza la formación recibida en las diferentes materias cursadas en el Máster haciendo una valoración personal sobre las mismas. Después se hace una reflexión sobre el prácticum, la labor desempeñada durante esas semanas, y la relación que encontramos entre este periodo de prácticas y la formación teórica recibida.

3.1 Análisis de las asignaturas

3.1.1 Asignaturas comunes

Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad

El objetivo de esta asignatura es proporcionar las nociones necesarias sobre las diferentes teorías del aprendizaje y la psicología del desarrollo para su aplicación a la educación. Estos contenidos son agrupados en dos bloques diferenciados. En un primer bloque se engloban los contenidos relativos al aprendizaje, abarcando las teorías conductistas, cognitivistas y constructivistas, en los que se enmarcan las diferentes estrategias de los docentes, y se analizan las metodologías más adecuadas en función de los objetivos del aprendizaje. En este bloque se trabaja, entre otros aspectos, el aprendizaje significativo, la inteligencia, el rendimiento, la motivación y las dificultades en el aprendizaje. El segundo bloque trabaja el desarrollo cognitivo y socioafectivo del individuo, con especial interés en la etapa de la adolescencia. Se profundiza en temas como la personalidad, el autoconcepto y la autoestima, trastornos de la conducta alimentaria o el acoso.

Personalmente considero que la asignatura tiene un enfoque muy interesante, ya que cada contenido teórico presentado iba acompañado de una aplicación a nuestra futura profesión como docentes. En las clases de teoría analizábamos las diferentes estrategias para modificar la conducta de los alumnos y por qué estas funcionaban según las teorías psicológicas de aprendizaje. Como parte del trabajo personal de la asignatura hicimos un trabajo sobre las dificultades del aprendizaje, en mi caso enfocadas al aprendizaje de las matemáticas. Con este trabajo aprendí por qué, cuándo y cómo suelen aparecer estos problemas, descubrí recursos y estrategias para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes que encuentran estas dificultades y, sobre todo, entendí la

importancia de diseñar la práctica docente teniendo en cuenta las características del alumnado.

Diseño y Desarrollo del Currículum

La asignatura de Diseño y Desarrollo del Currículum enmarca el currículo de Educación Secundaria dentro del sistema educativo, analizando su origen y evolución, contrastando la normativa nacional con el contexto internacional. Define sus elementos e ilustra el proceso de diseño de la programación docente, a través de la cual se concreta el currículo a la realidad del centro educativo. Se trabaja en cómo definir y relacionar los objetivos, los contenidos y las actividades, haciendo un análisis de las diferentes metodologías y sus características. Por último, se aborda los diferentes tipos y métodos de evaluación.

En esta asignatura se ha dedicado una especial atención a las competencias clave y la necesidad de enfocar el proceso de enseñanza y aprendizaje en torno a ellas. Las clases y los trabajos de esta asignatura nos ha permitido familiarizarnos con el currículo y la terminología característica del ámbito de la comunidad educativa, pero este acercamiento ha sido, desde mi punto de vista, demasiado teórico. Los estudiantes pudimos despertar nuestra creatividad diseñando tanto actividades, como esquemas de unidades didácticas, trabajando de forma individual o con compañeros de otras especialidades, pero este trabajo se quedaba siempre en una simple propuesta teórica. No tuvimos acceso a ejemplos de la experiencia de otros docentes que nos permitiera analizar cómo se desarrollan luego estas actividades en el aula, algo que, personalmente, entiendo que hubiese permitido completar la formación relativa a esta materia. Afortunadamente, el docente encargado de impartir la asignatura es orientador en un centro educativo, por lo que nos ha podido transmitir su visión personal sobre su día a día en el aula, acercándonos un poco más a la realidad de los centros a través de anécdotas.

Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa

En esta asignatura se acerca a los estudiantes la noción de innovación y de investigación educativa. Durante las clases de esta asignatura se aborda, en un primer bloque, los aspectos formales de innovación educativa, los diferentes enfoques de la misma y la necesidad de que el profesorado innove en su práctica docente. Trabajamos,

a través de diferentes actividades prácticas, el diseño de una innovación educativa, los recursos necesarios para su puesta en marcha y su evaluación. Durante la última parte de la asignatura se estudia el proceso de la investigación de la práctica docente, recopilando diferentes estrategias y técnicas de análisis.

Las diferentes actividades y tareas que hemos realizado nos han permitido explotar nuestra creatividad abordando problemáticas importantes tales como el acoso, la violencia de género o la educación para la paz, trabajando junto con diferentes especialidades. Sin embargo, desde mi perspectiva, la mayoría de las horas de clase se dedicaban a la exposición del docente de los contenidos teóricos resultando, en muchas ocasiones, demasiado repetitivo. Esta teoría se reducía a generalidades sobre la importancia de la innovación, sin embargo, no trabajamos las pautas formales sobre cómo describir y desarrollar una propuesta de innovación, a pesar de que la tarea final consistía precisamente en esto.

Los trabajos de la asignatura están pensados y diseñados para que se puedan implementar durante el periodo de prácticas y el desarrollo del TFM, pero no recibimos retroalimentación sobre cómo habíamos hecho esas tareas, lo que nos hubiera permitido corregir errores y mejorar en propuestas posteriores.

Procesos y Contextos Educativos

Esta asignatura se divide en cuatro bloques: Características organizativas de las etapas y centros de secundaria; Interacción, comunicación y convivencia en el aula; Tutoría y orientación educativa; y Atención a la diversidad. En el primer bloque se hace un breve recorrido histórico de la legislación educativa, profundizando en la normativa vigente y estudiando el marco de la estructura formal y organizativa de los centros educativos. En el segundo bloque se estudia la convivencia, la comunicación y la gestión de conflictos dentro del aula. En el tercer bloque se introducen las funciones y los ámbitos de la Acción Tutorial y la Orientación Educativa, proporcionando recursos y mostrando los procedimientos habituales en este ámbito. En el último bloque se trata la diversidad del alumnado, proporcionando información sobre nociones básicas de las medidas de atención a la diversidad recogidas en la legislación, y cómo éstas se ponen en funcionamiento en los centros educativos.

Los conocimientos adquiridos en esta asignatura nos han permitido, por un lado, familiarizarnos con la normativa del ámbito educativo y contextualizar la estructura organizativa de los centros, y por otro, acercarnos a cuestiones que determinarán el día a día de nuestro futuro profesional, como es la convivencia en el aula, la tutoría y la atención a la diversidad. Entre los diferentes trabajos realizados, hicimos un análisis teórico del clima de un aula, una simulación de una clase donde podíamos aplicar esta teoría, y diseñamos y representamos una entrevista a la familia de un alumno. En estas tareas, las docentes nos indicaron los puntos fuertes y débiles del trabajo realizado, lo que nos permite adquirir estos conocimientos de forma significativa. Bajo mi punto de vista, lo aprendido en esta asignatura es tan útil como necesario para nuestra profesión.

Por último, analizamos el Programa de Acción Tutorial (PAT) y el Programa de Atención a la Diversidad (PAD) de un centro educativo, tarea que nos acerca más al trabajo que se hace en los centros. Sin embargo, como ha ocurrido en muchas asignaturas, no hemos obtenido una retroalimentación sobre este trabajo, las tareas son calificadas con una nota, pero no sabemos qué hemos hecho bien y qué debemos mejorar.

Sociedad, Familia y Educación

La asignatura de Sociedad, Familia y Educación se estructura en dos bloques, uno primero en el que se estudian los estereotipos de género y etnia, la vulneración de los Derechos Humanos y cómo trabajar estos temas desde nuestras asignaturas, y un segundo bloque dedicado a las diferentes tipologías de familia y la evolución de este concepto en el tiempo dentro de las diferentes culturas.

En esta asignatura hemos aprendido la importancia que tiene un docente en el desarrollo personal de los estudiantes dentro de la sociedad, y cómo se forman los estereotipos a través de los modelos que los niños y las niñas siguen. Considero que es muy importante que los docentes transmitan valores de igualdad, respeto y solidaridad a través de su ejemplo en el aula. La asignatura ha ido más allá, y nos ha permitido desarrollar actividades que, enfocadas desde nuestra especialidad, trabajan de forma transversal temáticas como la vulneración de Derechos Humanos y la desigualdad por la condición sexual, de género o de etnia. Respecto al segundo bloque analizamos cómo se relacionan los centros con las familias de los estudiantes, y la importancia que tiene esta

en el aprendizaje de los estudiantes. Se nos proporcionaron ejemplos y recursos para fomentar y estrechar esta relación.

De nuevo, la docente encargada de esta asignatura trabaja en un colegio, y nos ha podido transmitir a través de ejemplos su experiencia personal. Entre otras cosas, nos ha contado cómo ha ido observando la formación de estereotipos en el alumnado y la difícil tarea que es el trabajo con las familias.

Tecnologías de la Información y la Comunicación

En un mundo en el que la tecnología es parte de nuestra vida diaria y en el que las nuevas tecnologías y las redes sociales están presentes en contextos muy diferentes, la asignatura pretende formar a los futuros docentes para que puedan incorporar recursos TIC a su práctica pedagógica. En esta materia se hace una reflexión sobre la Sociedad de la información, analizando cómo las nuevas tecnologías y las redes sociales forman parte del cambio metodológico en la educación.

En esta asignatura hemos aprendido que lo importante no es introducir las TIC siguiendo métodos tradicionales, sino utilizar las nuevas tecnologías para hacer un cambio metodológico que se adapte a la realidad de los estudiantes, contribuyendo a la competencia del tratamiento de la información y la competencia digital, fomentando el uso responsable de las tecnologías de la comunicación. Los trabajos de la asignatura nos han permitido recopilar recursos TIC para nuestra asignatura y utilizar las redes sociales dentro de nuestra materia.

3.1.2 Asignaturas específicas de la especialidad de Matemáticas

Aprendizaje y Enseñanza

La asignatura aborda el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas atendiendo a tres bloques de contenidos: la programación docente, el proceso de evaluación y la metodología. En esta asignatura, impartida durante el periodo de prácticas, tomamos el primer contacto real con la programación docente, estudiando todos los elementos de esta y analizando cómo diseñar la secuenciación de contenidos recogidos en el currículo de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y Bachillerato. En el segundo bloque se profundizó en la evaluación, ahondando en el diseño de las pruebas escritas,

diferenciando los puntos fuertes y débiles de las pruebas abiertas y las pruebas objetivas. Por último, el bloque de metodología se inicia con unas breves nociones sobre las teorías pedagógicas del aprendizaje que fundamentarán las características de las diferentes metodologías. Se estudia el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje por descubrimiento guiado, la enseñanza expositiva y se aborda la problemática sobre cómo explicar procesos algorítmicos.

Esta asignatura nos ofrece conocimientos teóricos sobre cuestiones importantes como puede ser el diseño de una prueba escrita basándonos en los objetivos de aprendizaje y los criterios de evaluación establecidos, el pilotaje de la prueba para la posterior corrección, etc. Estos contenidos son muy útiles durante el trabajo en el prácticum, pero en muchas ocasiones, como cursamos la asignatura a la vez que realizamos las prácticas en el centro, esta formación llega a posteriori. Respecto a este punto tengo opiniones encontradas pues, aunque recibir esta formación de forma previa a las prácticas aliviaría la carga de trabajo durante estos meses, estando además más preparados para aplicarlo en el centro, es cierto que al cursar esta asignatura a la vez que el prácticum nos permite estar en contacto con compañeros en otros centros educativos y comparar las diferentes opiniones y experiencias.

En las clases de esta asignatura el trabajo del profesor en los centros educativos permitía complementar la formación teórica con su propia experiencia, enriqueciendo así los debates y nuestro aprendizaje. Sin embargo, bajo mi punto de vista, hace falta una actualización de los contenidos incorporando, por ejemplo, formación sobre nuevas metodologías o evaluación por competencias, más allá de la prueba escrita.

Complementos a la Formación Disciplinar

La asignatura de Complementos a la Formación Disciplinar hace una revisión de los contenidos en las asignaturas de matemáticas que aparecen en el currículo de la ESO y Bachillerato, englobados en cuatro bloques: Estadística y Probabilidad, Números y Álgebra, Análisis, y Geometría. Se repasan los contenidos matemáticos necesarios para llevarlos al aula de secundaria, los aspectos en los que el alumnado suelen tener dificultades y posibles errores por parte del profesorado a la hora de transmitir sus conocimientos. Todo esto se lleva a cabo analizando los elementos del currículo, las

diferentes estrategias para motivar al alumnado y abriendo distintos debates sobre la visión de las matemáticas en la sociedad.

En el curso 2019-2020, todos los alumnos del Máster que cursamos la especialidad de matemáticas habíamos estudiado previamente el grado de matemáticas, por lo que el profesorado de la asignatura se ha adaptado a esta circunstancia. Así, más que incidir en los contenidos formales, en las clases se ha abordado el problema de cómo transmitir estos conocimientos. Nos han ofrecido recursos como revistas y publicaciones sobre investigación e innovación educativa en el ámbito de las matemáticas, sitios webs con herramientas TIC que nos permite introducir conceptos de probabilidad, estadística o geometría de una forma diferente, más visual e interactiva, o plataformas para diseñar nuestras propias clases online. Analizamos cómo se diseñan las pruebas PISA, y las pruebas de matemáticas de la Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU).

En los bloques de Álgebra y Análisis únicamente trabajamos los contenidos de la asignatura de Matemáticas II, de 2º de Bachillerato, sin haber tocado apenas recursos y estrategias para introducir estas nociones en los cursos de ESO. Estos bloques quedan descompensados, pero, bajo mi punto de vista, la formación recibida en esta asignatura es muy necesaria para poder dar clase de matemáticas en los institutos.

Además, este año tuvimos la oportunidad de asistir a un curso para el profesorado de Matemáticas en el Centro del Profesorado y de Recursos (CPR) de Gijón, organizado por los profesores de la asignatura, y se organizó una charla para informarnos sobre las diferentes salidas tras el Máster, no únicamente el trabajo como docente, sino la posibilidad de investigar y trabajar en el Área de Didáctica de la Matemática.

3.1.3 Asignaturas optativas

El Cine y la Literatura en el Aula de Ciencias

En esta optativa se ilustra, a través de diferentes ejemplos y propuestas, el uso de fragmentos del cine, la televisión y la literatura, como recurso didáctico para contextualizar y motivar el aprendizaje dentro del aula de ciencias. Se inicia la formación con una reflexión sobre el papel del cine y la literatura en el aula de ciencias, profundizando después en tres ámbitos concretos: las matemáticas, la biología y la física.

Esta asignatura nos ha proporcionado recursos que considero muy útiles para nuestro trabajo en los centros. Además, es muy acertado el enfoque de la asignatura, haciendo un barrido de los diferentes recursos que los docentes han diseñado o encontrado, mostrándonos su propia visión. En alguna clase se ha puesto en práctica actividades basadas en pequeñas escenas de cine, tal y como se haría en el aula de secundaria. A pesar de que, a mi juicio, la carga de trabajo es elevada (ya que de nuevo esta asignatura se cursa a la vez que las prácticas), las propuestas diseñadas en los trabajos encajan perfectamente en las clases que pueda impartir en el futuro. Es más, tuve la oportunidad de implementar alguna de las actividades diseñadas en la asignatura durante las prácticas en el centro educativo.

3.2 Reflexión sobre el prácticum

Las prácticas se han desarrollado en un Instituto de Educación Secundaria situado en un barrio obrero de la ciudad de Gijón, con más de 50 años de historia, donde se oferta el primer y segundo ciclo de Educación Secundaria Obligatoria y los cursos de Bachillerato de las modalidades de Humanidades y Ciencias Sociales, y de Ciencias (en horario diurno y nocturno). En la actualidad, el centro cuenta con 730 alumnos y 93 profesionales docentes.

Durante el periodo de prácticas pude compartir experiencias, ideas y estrategias con los diferentes profesionales del centro, especialmente entre los profesores del Departamento de Matemáticas, pero también con profesores y profesoras de asignaturas como Lengua, Geografía e Historia, Música, etc., con el Departamento de Orientación y el Equipo Directivo, que nos acogió con los brazos abiertos desde el primer día.

Con mi tutor de prácticas pude asistir a las clases que imparte de Matemáticas en primero y segundo de ESO, y a las de segundo de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. En estas sesiones pude conocer de cerca a una parte del alumnado del centro y aprender de la práctica docente del tutor. Puse a prueba los conocimientos teóricos de las asignaturas cursadas: analizando la estructura organizativa del centro, el clima y la convivencia en los diferentes grupos, observando de cerca las dificultades que los alumnos se encontraban y tratando de ayudarles a superarlas. Poco a poco fui tomando una mayor responsabilidad en las aulas, participando en la exposición de contenidos, controlando las dinámicas de las sesiones y tomando decisiones para, finalmente, impartir

la unidad didáctica de Ecuaciones de primer y segundo grado en segundo de ESO, y la de Probabilidad en Matemáticas II CCSS en segundo de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales.

Para llevar a cabo esta tarea, analicé la documentación del centro, pudiendo además disponer del material que tiene preparado el tutor para sus sesiones, abordando el desarrollo de las unidades didácticas con total libertad, modificando, cuando lo estimaba necesario, tanto las metodologías docentes como el plan de trabajo. Las semanas previas estuve en contacto con los alumnos de los grupos, y recogí información sobre sus intereses, actitudes y rendimiento a través de la observación, lo que me facilitó el diseño de las sesiones. Ha sido realmente ilustrativo poder participar en el trabajo que se lleva a cabo en dos grupos de etapas distintas, ya que la edad y el perfil del alumnado es significativamente diferente. Todo el trabajo realizado, sin la formación previa que recibimos en el Máster, sería imposible.

Algunos profesores del Departamento de Matemáticas nos invitaron a participar en sus clases en otros grupos y cursos, como tercero de ESO o el grupo del Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR), para que pudiéramos ver otro estilo de docencia y un perfil de alumnos diferente. Del mismo modo, compañeros docentes de otros departamentos nos acogieron en sus clases durante actividades con metodologías activas para que pudiéramos participar en ellas.

En las semanas que trabajamos en el centro, estuvimos en contacto con el Equipo Directivo y con el Departamento de Orientación. En alguna ocasión nos reunimos con la orientadora para obtener información sobre la situación personal y familiar de algún estudiante con el objetivo de mejorar nuestro trabajo con ellos y poder adaptarnos a sus necesidades, aconsejándonos algunas pautas que pudiesen mejorar su aprendizaje. Conocimos a las profesoras de Pedagogía Terapéutica y su trabajo en las sesiones de pequeños grupos con estudiantes que presentan Necesidades Educativas Especiales y, además, pudimos participar en charlas y talleres de diferentes programas y proyectos que se estaban llevando a cabo en el centro, como por ejemplo para prevenir la violencia de género. De este modo pudimos acercarnos a la Acción Tutorial y la Atención a la Diversidad en el centro, complementando la formación del Máster.

Con la crisis del coronavirus se paralizó la actividad docente, por lo que finalizaron las prácticas antes de tiempo. Por este motivo algunas actividades y tareas no pudieron ser llevadas a cabo, como asistir al bachillerato nocturno, a los laboratorios y participar

en programas de refuerzo y apoyo. Pero, ante esta nueva situación nos adaptamos a las condiciones de la docencia desde casa, pudiendo trabajar con los profesores y los estudiantes de forma online, lo que ha sido toda una experiencia inesperada de la que también pudimos aprender mucho.

Las prácticas me han permitido complementar la formación teórica recibida en las diferentes asignaturas del Máster pudiendo aplicar y poner en práctica los conocimientos adquiridos. Estar en contacto con los docentes que están trabajando a diario con la realidad de los estudiantes hace que pueda contrastar las ideas y opiniones que he ido formando a lo largo del Máster con su experiencia personal, analizando los puntos fuertes y débiles de lo que he podido observar con ellos. Además, he recibido muchos consejos, sugerencias y recursos por parte de estos profesionales, los cuales pude poner en práctica durante las sesiones en las que participaba.

Este trabajo me ha servido para entender que la formación teórica es muy importante, pero también es necesaria la experiencia en el aula, que irá perfilando nuestro estilo docente y mejorando con el tiempo. El trabajo de docente necesita, en cualquier caso, formación continua, ya que debe estar en constante revisión y adaptándose a la sociedad actual.

En definitiva, las prácticas es un contacto con la realidad de los centros, en el que día a día conviven estudiantes, profesores y familiares, y los diferentes contextos y situaciones con las que trabajamos dejan de ser supuestos teóricos. Es el momento en el que se revisa todo lo aprendido, se complementa y se profundiza, a la vez que se comparte y se recibe formación de los profesionales y los propios alumnos que nos acompañan.

Personalmente, el trabajo ha sido duro y agotador, ya que también se tenía que complementar con las horas lectivas de la facultad y todo el trabajo que debíamos hacer en casa, pero también ha sido satisfactorio y realizador, confirmando definitivamente mi vocación docente.

4. Programación Docente para la asignatura de Matemáticas de 2º de la ESO

La enseñanza de las matemáticas está contemplada como obligatoria y forma parte de la formación básica en los dos primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria, según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

Las matemáticas forman parte de la vida diaria, aparecen de forma directa e indirecta en más sitios de los que podamos imaginar, y han acompañado el desarrollo social y cultural de las diferentes sociedades a lo largo de la historia hasta el momento actual.

El pensamiento matemático nos invita a ser creativos, a la vez que nos proporciona métodos para estructurar los conocimientos adquiridos y desarrollar el razonamiento lógico. Nos ofrece herramientas para argumentar, tomar decisiones y definir estrategias con las que abordar los problemas del mundo real. A través de los conocimientos matemáticos podemos desarrollar una visión crítica en la Sociedad de la Información, analizando y entendiendo los gráficos y las estadísticas que aparecen en los medios de comunicación, así como haciendo predicciones sobre los mismos. Las matemáticas, además, son esenciales para adquirir conocimientos característicos del ámbito científico, nos enseñan a formular y abordar problemas, animándonos a investigar en diferentes contextos.

La programación docente que aquí se presenta está diseñada para impartir la asignatura de Matemáticas en segundo de ESO en los 5 grupos de un centro educativo del barrio de La Calzada de Gijón, en los que encontramos una gran diversidad en el alumnado, tanto en procedencia, como en actitud, intereses y rendimiento académico. Una de las preocupaciones del Equipo Directivo del centro es el rendimiento en la asignatura de Matemáticas, ya que los alumnos llegan al instituto con muchas carencias, en general debidas a la formación recibida durante la educación primaria y acentuadas en algunos casos por la falta de recursos de la familia, que impide ofrecer el apoyo necesario a sus hijos. Numerosas familias del centro se han visto afectadas por la crisis económica, y el centro trabaja por compensar las desigualdades de oportunidades de los alumnos a través de diferentes programas y proyectos.

Para diseñar la programación docente se sigue la estructura recogida el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias, 2015).

4.1 Contribución de la materia al logro de las competencias clave establecidas para la etapa

La Recomendación 2006/962/EC, del Parlamento Europeo y del Consejo de la Unión Europea, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente, define las competencias clave como "una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto", siendo "aquéllas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personales, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo".

La Orden ECD/65/2015, de 21 de enero por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte), basada en la Recomendación 2006/962/EC, insiste en la importancia de enfocar la enseñanza en el desarrollo competencial para lograr un aprendizaje integral de las personas. Todas las áreas y materias deben contribuir al desarrollo de las siete competencias clave que contempla la legislación española. Éstas son:

1. Comunicación lingüística (CL).
2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT).
3. Competencia digital (CD).
4. Aprender a aprender (AA).
5. Competencias sociales y cívicas (CSC).
6. Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE).
7. Conciencia y expresiones culturales (CEC).

La competencia de **comunicación lingüística** se desarrolla a través de la comunicación dentro de prácticas sociales en determinados contextos en una o varias lenguas. El uso del lenguaje matemático contribuye a la adquisición de esta competencia, ya que es necesario traducir del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa.

Los conocimientos matemáticos nos permiten resolver problemas reales a través de su análisis y el uso de la lógica para aplicar correctamente estas herramientas. Durante el análisis y el razonamiento lógico, así como en la discusión de los resultados finales, se hace necesario en todo momento comunicar adecuadamente, de forma oral y escrita, las ideas y la línea de razonamiento seguida. La comunicación lingüística es un instrumento fundamental de socialización. La asignatura de matemáticas permite la adquisición del vocabulario característico de las matemáticas, necesaria para poder hacer una lectura crítica de la información recibida a través de los medios de comunicación o discutir mediante argumentos lógicos en diferentes contextos cotidianos.

La naturaleza de la asignatura de Matemáticas evidencia su contribución a la **competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología**. Esta competencia implica la comprensión de nociones como cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones o la incertidumbre y los datos. Precisamente estas nociones constituyen los bloques temáticos en los que se estructura los contenidos de la asignatura de Matemáticas dentro del currículo. Las matemáticas muestran la necesidad de utilizar el razonamiento lógico, las herramientas y el lenguaje matemático para describir el entorno que nos rodea, interpretar y predecir fenómenos adecuadamente. Contribuye, además, a reconocer el papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad y permite, a través de todos los elementos anteriores, emitir juicios y tomar decisiones en diferentes contextos de forma argumentada, desarrollando el pensamiento científico.

La **competencia digital** implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para ser competente en el entorno digital. El uso de herramientas informáticas como recursos didácticos ayuda a la comprensión de diferentes contenidos matemáticos, y contribuye a la adquisición de esta competencia. Además, la asignatura de matemáticas nos enseña a analizar la información que obtenemos a través de diferentes medios, a formular preguntas y a organizar y valorar la información, lo que contribuye al desarrollo de una actitud crítica y realista hacia las tecnologías y los medios de comunicación.

La adquisición de conocimientos matemáticos debe partir de una reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje. Analizar los procesos de razonamiento, identificar estrategias que resulten eficaces en diferentes contextos, la sistematización de procesos matemáticos o el análisis de los resultados obtenidos son elementos imprescindibles en el aprendizaje de las matemáticas, inherentes a la toma de conciencia sobre los procesos

mentales implicados en el aprendizaje, contribuyendo de este modo a la **competencia aprender a aprender**. Para desarrollar esta competencia es necesario aprender a motivar el propio aprendizaje, por lo que cobra importancia entender el papel de las matemáticas dentro de la sociedad y las diferentes aplicaciones de su estudio. La resolución de problemas trabaja la comprensión, la planificación de estrategias, la ejecución y la validación de resultados, siendo necesario desarrollar herramientas de supervisión y autorregulación que permiten profundizar en el propio aprendizaje.

La asignatura de Matemáticas contribuye a la adquisición de las **competencias sociales y cívicas** proporcionando conocimientos y herramientas que permiten analizar la información y emitir juicios en diferentes contextos, impulsando el desarrollo personal necesario para ejercer la ciudadanía. La resolución de problemas y el análisis de errores, de forma individual o grupal, permite desarrollar actitudes de comprensión, diálogo, colaboración y respeto. Estudiar las diferentes contribuciones a las matemáticas a lo largo de la historia nos acerca a diferentes culturas y momentos históricos. Además, los conocimientos matemáticos deben contextualizarse en la vida cotidiana, lo que permite abordar problemas sociales en diferentes culturas y grupos sociales a través de los conocimientos propios de la materia, adquiriendo la percepción de una sociedad cada vez más plural, cambiante y compleja.

El **sentido de iniciativa y espíritu emprendedor** se trabajan en la asignatura, de nuevo, a través de la resolución de problemas. Los conocimientos y procedimientos matemáticos desarrollan la capacidad de análisis de la situación, la organización la información, la definición de estrategias y métodos de acción para alcanzar los objetivos establecidos. Se debe asumir el reto y la responsabilidad ante los problemas, tomando la iniciativa y el liderazgo en algunas ocasiones, y delegando en otras. A través de la discusión de los diferentes contextos en los que funciona o no lo hace un mismo procedimiento, se adquiere la capacidad de adaptación a situaciones nuevas, la autoevaluación del trabajo realizado, la creatividad y la imaginación.

La asignatura de Matemáticas contribuye a la **competencia en conciencia y expresiones culturales** a través del conocimiento de su historia y su herencia. Han sido diferentes civilizaciones y culturas, a lo largo del tiempo, las que han ido construyendo los conocimientos matemáticos que hoy se imparten en la asignatura. Las formas geométricas y la simetría es un recurso frecuente en diferentes expresiones artísticas como la pintura, la música o la fotografía y el cine. Su estudio permite analizar cómo aparecen

estos contenidos en la obra de los artistas consagrados, así como incluirlos en las expresiones artísticas y culturales propias.

4.2 Objetivos generales

En el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2014), se definen los objetivos como "referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin". En el artículo 11 se establecen los **objetivos** de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria que se concretan en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias), siendo estos, los siguientes:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a las demás personas, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos y ellas. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con las demás personas, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su persona, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de otras personas, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de otras personas, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

m) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

Además, se definen las **capacidades** que los alumnos deben desarrollar en la asignatura de Matemáticas y las que el docente debe tener en cuenta a la hora de definir sus estrategias de enseñanza. Estas capacidades son:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos y otros) presentes en los medios de comunicación, internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

5. Reconocer las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y sensibilizarse a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

6. Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores y otros) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

7. Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

La asignatura de Matemáticas, junto con las demás asignaturas de ESO, debe trabajar por el logro de los objetivos establecidos y, particularmente, por el desarrollo de las capacidades mencionadas.

4.3 Metodología

La asignatura de Matemáticas debe contribuir a la adquisición de las competencias clave y el logro de los objetivos generales de la ESO, por lo que la metodología escogida deberá estar enfocada al desarrollo de estas competencias y objetivos, así como a conseguir un aprendizaje significativo.

La teoría constructivista de Ausubel (1983) afirma que un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados, de modo no arbitrario y sustancial, con lo que el alumno ya sabe. Los siguientes principios pedagógicos propuestos por Díaz y Hernández (1999) están basados en la teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel:

- Presentar los contenidos organizados siguiendo una secuencia lógica-psicológica apropiada.
- Determinar las relaciones que guardan los diferentes núcleos de contenidos.
- Activación de conocimientos y experiencias previas de los alumnos.
- Estimular la motivación y la participación activa del sujeto.

Por tanto, teniendo en cuenta estos principios, se seguirá una **metodología expositiva**, en la que se presentarán los diferentes contenidos de forma ordenada y estableciendo las relaciones con lo ya aprendido. Se hace necesario partir desde lo que

los alumnos saben, por lo que se debe recabar información acerca de estas cuestiones de forma previa al diseño de las sesiones.

Por otro lado, las metodologías que centran el proceso de enseñanza y aprendizaje en el papel activo del alumno generan aprendizajes más profundos, significativos y duraderos, facilitando la transferencia de conocimientos a contextos más heterogéneos (Fernández, 2006). Por este motivo, combinaremos las sesiones expositivas con **actividades lúdicas**, **actividades de gamificación** y **aprendizaje cooperativo**, con el objetivo de despertar y mantener la motivación y el interés de los alumnos, como nos indica Ausubel, a la vez que generamos compromiso e implicación en el alumnado.

Se utilizará la metodología de **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)**, que permite a los estudiantes encontrar sentido a los contenidos en una situación cotidiana, promoviendo la investigación y el trabajo colaborativo (Hidalgo, Mera, López y Patiño, 2015). En la asignatura de Matemáticas, los problemas no únicamente contextualizan los contenidos, también permite a los alumnos desarrollar las herramientas, el pensamiento lógico y las estrategias propias de las matemáticas. Esta metodología pretende enfocar el aprendizaje de estos conocimientos a través del trabajo en pequeños grupos, de forma que los estudiantes puedan compartir con sus compañeros sus propias estrategias y recursos.

En el aprendizaje de las matemáticas es muy importante trabajar sobre los errores y los fallos cometidos, lo que permite analizar el propio proceso de aprendizaje y desarrollar estrategias efectivas. Por esta razón, en todas las sesiones el docente deberá proporcionar la **retroalimentación** necesaria para que los alumnos mejoren en su aprendizaje.

Díaz y Hernández (1999) agrupan los contenidos de la enseñanza en tres áreas básicas: contenidos declarativos, procedimentales y actitudinales. Para la enseñanza de contenidos declarativos recomiendan que los materiales de aprendizaje se organicen y estructuren de forma adecuada en función de los conocimientos previos de los alumnos; para la enseñanza de contenidos procedimentales proponen utilizar el modelamiento y las instrucciones, y supervisar la puesta en marcha de los alumnos ofreciendo retroalimentación; por último, para la enseñanza de contenidos actitudinales recomiendan técnicas participativas, involucrar a los alumnos en la toma de decisiones y representar en el docente un modelo a seguir.

Por tanto, trabajaremos con la metodología expositiva los contenidos declarativos, sesiones en las que será importante el uso del cuaderno personal del estudiante, donde se debe ir recopilando toda la información y las actividades realizadas para su posterior uso o estudio. A través de las metodologías activas se pondrá en marcha el trabajo sobre contenidos procedimentales, partiendo de las instrucciones y la información teórica recogida en el cuaderno, teniendo en todo momento la supervisión del docente y su retroalimentación. Por último, trabajaremos los contenidos actitudinales con la participación en pequeños grupos y fomentando la responsabilidad de los alumnos durante las reglas de los juegos o las actividades de gamificación.

Con todo esto, la estructura general que seguirá cada una de las unidades didácticas será la siguiente:

- Introducción al tema: se presenta alguna anécdota, hecho histórico o aplicación relacionada con el contenido. Además, se realiza una pequeña actividad que permita refrescar los contenidos necesarios para abordar el nuevo tema.
- A continuación, el docente proporciona un índice o esquema del tema que, tras copiarlo en el cuaderno, permita a los alumnos seguir las sesiones.
- Las sesiones serán generalmente expositivas, presentando los contenidos de forma organizada y enfatizando las relaciones entre ellos. Se introducirán, en la medida de lo posible, anécdotas o pequeños retos y acertijos durante las sesiones, para despertar el interés del alumnado, así como información o noticias que permitan contextualizar los contenidos.
- Se realizarán actividades lúdicas o de gamificación para practicar procesos matemáticos que hayan sido explicados en las sesiones expositivas. En estas sesiones, es importante la observación de la participación del alumnado, así como de sus estrategias de aprendizaje.
- Una vez abordadas las explicaciones teóricas y las actividades de gamificación oportunas, se trabajará la resolución de problemas a través de la metodología ABP en pequeños grupos.
- Antes de finalizar la unidad didáctica, se propone a los alumnos que realicen un mapa conceptual de los contenidos de la unidad, para que organicen la información que tienen y les ayude a relacionar las ideas.

4.4 Procedimientos, instrumentos y criterios de calificación del aprendizaje del alumnado

Para evaluar la asignatura se diseña un sistema de **evaluación por competencias**, que nos permita conocer el grado del logro alcanzado por los alumnos en cada una de ellas. Con este objetivo, es necesario diseñar una serie de actividades de evaluación que pongan de manifiesto la aplicación práctica de capacidades y de competencias en un determinado contexto-problema (Castillo y Cabrerizo, 2010).

Las actividades se contextualizarán en las diferentes unidades didácticas abordando los contenidos específicos de la asignatura. Basándonos en el trabajo de Zabala y Arnau (2008), se establecen **competencias específicas o concreciones** de cada competencia clave (ver Anexo I) y, a su vez, **indicadores de logro** de cada uno de estos criterios, que nos permitirán diseñar rúbricas como instrumentos de evaluación. Cada actividad tendrá asociada unos criterios de acuerdo con los contenidos que se aborden, la metodología, y las competencias puestas en práctica, por lo que es necesario diseñarlas de forma que, en conjunto, aborden todas las competencias clave.

Se evaluará las actividades siguientes:

- **Pruebas escritas (60%):** Cada unidad didáctica contará con dos pruebas escritas, una prueba corta a mitad de la unidad aproximadamente, y otra más extensa que evalúe los contenidos de toda la unidad. Aquellos alumnos que hayan realizado correctamente la primera prueba y estén satisfechos con su nota podrán realizar en la segunda únicamente los problemas relativos a los contenidos no evaluados. Las pruebas se diseñarán en base a los criterios de evaluación, que permitirán, a través de los estándares de aprendizaje evaluables, evaluar el logro alcanzado de cada uno de ellos. En el cronograma de unidades encontramos los criterios de evaluación de estas unidades (ver apartado 4.9), y se asocia a cada uno de ellos las competencias relacionadas. En general, a través de las pruebas escritas estamos evaluando las competencias **CMCT, CL, AA** y, en algunas ocasiones, la competencia **CD**.

- **Participación en las actividades lúdicas, de gamificación y la resolución de problemas (20 %):** En todas las unidades habrá, como mínimo, una actividad lúdica o de gamificación, y otra de resolución de problemas mediante el aprendizaje cooperativo. En estas sesiones se evaluará la competencia **CMCT** y los contenidos de la unidad, pero no se calificarán, será una evaluación meramente informativa para los alumnos que les

permita mejorar. Con estas actividades se evaluarán y calificarán las competencias **CD, AA, CSC y CSIEE**. Para valorar el grado de logro alcanzado, se desarrollan concreciones de cada una de ellas y se diseñarán rúbricas, similares a las que encontramos en la evaluación de la innovación, con las que evaluará mediante la observación.

- **Trabajo individual (10%):** Se realizará un trabajo personal que constará, por un lado, de ejercicios para practicar los contenidos matemáticos, y por otro, una pequeña reseña sobre la historia o aportaciones de algún matemático relacionado con el tema. Se valorará la adecuación, la presentación y el contenido, por lo que estaremos evaluando las competencias **CMCT, CD, AA, CEC.**

- **Cuaderno personal (10%):** Se evaluará el cuaderno personal del estudiante, valorando el orden, la adecuación, que esté recogida toda la información de clase y los trabajos de casa y de las actividades lúdicas. De este modo, se valora, sobre todo, el esfuerzo y el trabajo personal a través de la competencia **AA**.

Tabla 1: *Cuadro resumen sobre las competencias evaluadas en cada actividad y el peso correspondiente en la calificación final.*

Actividad	Peso	Competencias
Pruebas escritas	60 %	CMCT CL CD AA
Actividades lúdicas, de gamificación o resolución de problemas en grupo	20%	CD AA CSC CSIEE
Trabajo individual	10%	CMCT CD AA CEC
Cuaderno personal	10%	AA

Cada unidad didáctica, por tanto, tendrá una calificación final de acuerdo con la Tabla 1. Para obtener la calificación de la evaluación se ponderará estas notas con el peso de cada unidad dentro de la evaluación en función del número de sesiones de cada una de ellas.

Aquellos estudiantes que no consigan el aprobado podrán presentarse a pruebas extraordinarias para recuperar la nota de las pruebas escritas, así como realizar un trabajo

final para mejorar la nota del trabajo individual. Del mismo modo, los alumnos que deseen mejorar alguna de sus calificaciones podrán presentarse a estas pruebas y se les tendrá en cuenta la nota más alta. En las pruebas escritas los alumnos pueden examinarse únicamente de aquellas unidades que han suspendido o quieran subir nota.

4.5 Recursos

Se utilizarán diferentes recursos para elaborar los materiales y diseñar las actividades, así como para recoger y organizar los contenidos. El profesorado, en general, expondrá los contenidos a través de sus propios apuntes que habrán sido elaborados de forma previa, introduciendo esquemas, guías y actividades. Se contará con libros de texto que los alumnos puedan consultar durante las actividades o los problemas, junto con su cuaderno personal y los medios tecnológicos disponibles en el aula. Además, se dispondrá de aplicaciones digitales que permitirán trabajar y reforzar algunos contenidos en clase. Contamos con los siguientes recursos y materiales:

- Libro de texto: Matemáticas 2º ESO (Arias y Maza).
- Recursos digitales para trabajar en el aula:
  - *Geogebra*: Software libre con aplicaciones para visualizar gráficas, conceptos geométricos, etc.
  - Apps de probabilidad: *Random*. Simulaciones de dados, monedas, y de probabilidades frecuenciales (Siegrist, 2019).
- Recursos para elaborar mapas conceptuales, tanto para el docente como para los alumnos:
  - Herramienta *Mind meister*, de MeisterLabs (2020). A través de la aplicación móvil o la versión web, el paquete gratuito permite construir hasta tres mapas mentales.
  - *Wise Mapping* (Luna y Veiga, 2020), herramienta online con la que se puede crear mapas mentales también de forma gratuita.
- Recursos para diseñar actividades basadas en los textos o videos de diferentes profesionales, investigadores y docentes o complementos a las explicaciones del aula:

- “Mati y sus Matiaventuras”, blog en Naukas de Grima y García, (2014). Colección de cuentos para niños y mayores explicando y contextualizando numerosos contenidos y curiosidades de matemáticas.
- Libro “Resolviendo problemas, cine y matemáticas” de Soriano (2016), en el que encontramos numerosas referencias de matemáticas en las películas.
- Video “El teorema de Thales ilustrado” de Les Luthiers (The Orchard Music, 2007).
- Blog Dimates (Grupo de divulgación matemático de la Universidad de Alicante, 2020), donde encontramos numerosos problemas y acertijos para diferentes niveles.

- Recursos con actividades lúdicas o de gamificación:
  - Blog: Matemáticas con sabor a juego (Muñiz, s. f.).
  - Blog: Juegos y matemáticas (García, 2019).
  - Juegos de Geometría (Contreras, 2004).
- Recursos para crear presentaciones interactivas o quizzes
  - *Mentimeter*: Presentación online en la que los alumnos pueden interactuar con sus dispositivos móviles. Se generan de forma instantánea gráficos, nubes de palabras, etc. La versión gratuita permite diseñar presentaciones de hasta dos diapositivas.
  - *Kahoot:* Quiz online con el que se puede interactuar con los alumnos de forma instantánea. Con las respuestas de los alumnos y la velocidad de respuesta se genera una clasificación.

4.6 Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad del alumnado

La legislación vigente establece la atención a la diversidad como uno de los principios de la educación, que lucha por compensar la desigualdad de oportunidades. En el artículo 16 del Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias, 2015, p. 8) se define la atención a la diversidad como “el conjunto de actuaciones educativas dirigidas

a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones e intereses, situaciones sociales, culturales, lingüísticas y de salud del alumnado". Por tanto, la atención a la diversidad va dirigida a todo el alumnado, y no solo a los alumnos con necesidades educativas especiales (Fernández et al., 2020).

En el mismo artículo, se establecen los principios por los que se debe regir: principios de calidad, equidad e igualdad de oportunidades, normalización, integración e inclusión escolar, igualdad entre mujeres y hombres, no discriminación, flexibilidad, accesibilidad y diseño universal y cooperación de la comunidad educativa.

La **metodología** escogida para la asignatura de Matemáticas constituye una primera medida para atender la diversidad del alumnado en las aulas. El aprendizaje cooperativo favorece la integración de los estudiantes, les permite formar lazos, y compartir estrategias, mientras que la gamificación favorece la metacognición, creando un clima en el que no se penaliza el error y permitiendo que desarrollen al máximo sus capacidades.

Por otro lado, los **esquemas** del docente y las **listas** de pasos para seguir en la ejecución de un proceso matemático pueden resultar útiles a los alumnos con mayor dificultad en la asignatura.

Las dificultades de las matemáticas en los cursos de ESO aparecen generalmente en la resolución de problemas, y se pueden dar en una o varias de las cuatro fases de su resolución (Polya, 1945): comprensión del problema, planificación, ejecución del plan y verificación. Es importante, en primer lugar, identificar dónde aparecen las dificultades, y en segundo lugar proporcionar recursos para trabajar sobre ellas. Algunos ejemplos de **material de apoyo** de forma individual para estos alumnos, o para el conjunto de la clase, se encuentran en el Anexo II.

Los alumnos que encuentren dificultades en el aprendizaje de las matemáticas podrán contar con diferentes medidas adicionales. En algunos grupos se contará con profesorado de **apoyo dentro del aula**, proporcionado por los docentes del Departamento de Matemáticas. Además, se diseña un **grupo flexible** al que se pueden incorporar y una hora semanal de refuerzo educativo para aquellos que lo necesiten.

En el centro trabajan tres profesoras de **Pedagogía Terapéutica** con los que trabajarán, los alumnos con necesidades educativas específicas y los que tengan un gran desfase en su nivel de competencia curricular, durante las horas de la asignatura, en un aula propia.

Por último, se les propondrá a aquellos con mayor capacidad participar en las **actividades complementarias y extraescolares** (ver apartado 4.7), así como trabajar de forma voluntaria ejercicios complementarios dentro de la asignatura (acertijos, problemas, lecturas, pequeñas demostraciones, etc.).

4.7 Propuestas de actividades complementarias y extraescolares relacionadas con la asignatura

La formación matemática ofrecida por la asignatura se puede complementar a través de las siguientes actividades de carácter voluntario:

- Participación en la **Olimpiada matemática asturiana** organizada por la Sociedad Matemática de Educación Matemática (SADEM), para la cual se establecerán programas de preparación en horario extraescolar. Con ayuda del profesorado encargado, los alumnos interesados pueden desarrollar su creatividad, potenciando su imaginación a la vez que profundizan en las matemáticas.

- Excursión a la Laboral para asistir al **taller Mathslab,** en el que se trabajarán de forma activa y manipulativa la historia de las matemáticas y se profundizará en la asignatura.

- Participación en el **aula de juegos** durante la hora del recreo. El centro dispone de un aula en la que, mediante la dirección y el acompañamiento de los profesores, los estudiantes pueden jugar a diferentes juegos de lógica, ingenio y estrategias, lo que contribuye a desarrollar habilidades, estrategias y razonamiento matemático.

- Participación en el **concurso** del centro “Ellas también hicieron ciencia” que se celebrará en febrero con motivo del Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia. El concurso consiste en la exposición de posters en los espacios del centro elaborados por el alumnado, de forma individual o por parejas, en las que muestran la vida y obra de una científica de su elección.

- Elaboración de un **blog matemático** de forma colaborativa entre todos los alumnos interesados de segundo de ESO. El blog pretende ser similar al blog de Dimates, desarrollado por el grupo de divulgación de la Universidad de Alicante (2020). Se organizarán grupos de trabajo que desarrollarán durante la primera evaluación una colección de curiosidades y datos históricos de matemáticas, en la segunda evaluación se

abrirá una lista de acertijos matemáticos en las que los estudiantes pueden tratar de resolverlos y dejar su solución en los comentarios del blog, y en la tercera se recomendarán películas, series y libros de su interés relacionados con las matemáticas.

4.8 Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la aplicación y el desarrollo de la programación docente

Para evaluar la aplicación, el desarrollo y la adecuación de la programación docente se elaborar una serie de indicadores que permitan recoger suficiente información para su mejora. Los indicadores se agrupan en los siguientes ámbitos: número de sesiones asignadas a cada unidad, secuenciación de los temas, metodología, recursos disponibles, medidas de apoyo y refuerzo, actividades complementarias y evaluación.

A partir de los indicadores de logro se diseñan cuestionarios (ver Anexo III) que permiten a los docentes hacer un seguimiento del desarrollo de la programación docente. Encontramos preguntas que se deben responder, con una escala de tipo Likert, el grado de conformidad con el indicador establecido, y en algunos casos encontramos preguntas de respuesta abierta que complementen esta información. De este modo, los docentes que imparten docencia en segundo de ESO recogerán la información necesaria para evaluar desde el Departamento de Matemáticas la aplicación y el desarrollo de la programación.

Además, la evaluación diseñada para la actividad de gamificación propuesta como innovación para la asignatura (ver apartado 5.5) contribuye a la evaluación de la programación docente, que apuesta por implementar durante el curso actividades como esta.

4.9 Cronograma de las Unidades Didácticas

Para secuenciar los diferentes contenidos de la asignatura, agrupados en unidades didácticas, se han tenido en cuenta diferentes criterios. En primer lugar, la propia naturaleza de las matemáticas establece una jerarquía que no se puede romper. Por ejemplo, es necesario estudiar las fracciones para poder entender la proporcionalidad, del mismo modo que es necesario estudiar operaciones entre polinomios para poder resolver ecuaciones algebraicas.

En segundo lugar, en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias (Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias, 2015), se recogen los contenidos de la asignatura en cinco bloques:

- Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Bloque 2: Números y Álgebra.
- Bloque 3: Geometría.
- Bloque 4: Funciones.
- Bloque 5: Estadística y Probabilidad.

El bloque 1 se trabaja de forma transversal en los demás bloques, por lo que no añadiremos estos contenidos en todas las unidades para economizar su lectura.

Se ha seguido la secuencia marcada por el currículo, salvo una pequeña modificación. Tras estudiar el lenguaje algebraico, los polinomios y la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, se introduce la unidad didáctica correspondiente al bloque 4 de funciones, antes de acabar el bloque 2 con la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales.

El cambio propuesto pretende, por un lado, trabajar el concepto de gráfica y de función lineal a continuación de haber estudiado los polinomios y las resoluciones de ecuaciones de primer grado, lo que nos permite introducir de manera directa la resolución de estas por el método gráfico.

Por otro lado, una vez finalizada esta unidad se procede a resolver sistemas de ecuaciones lineales, pudiendo reconocer de forma natural que el sistema representa dos rectas en el plano y tenemos los conocimientos previos para trabajar sobre su gráfico. De este modo, saltamos el bloque 3 de geometría que se encontraba entre el lenguaje algebraico, la resolución de ecuaciones y la representación de funciones.

El calendario escolar del curso 2019-2020 contempla un total de 174 días lectivos. La asignatura de Matemáticas de segundo de ESO tiene 5 horas semanales, es decir, 174 horas en total. Descontando una primera sesión al inicio de curso que será meramente presentativa, otras dos al finalizar el curso escolar, y dos sesiones al final de cada evaluación para realizar pruebas de recuperación (cuatro en la última para ajustar tiempos), en total tenemos 63 sesiones lectivas en la primera evaluación, que acabaría en

diciembre; 55 en la segunda, finalizando ésta con el inicio de las vacaciones de semana santa; y 41 sesiones en la última. Se han escogido estas fechas para que las vacaciones de invierno y las de primavera no partan las unidades didácticas.

Se recoge en la Tabla 2 el cronograma de las unidades impartidas en cada evaluación:

Tabla 2: Secuencia de unidades didácticas y número de sesiones previstas para cada una de ellas.

Primera evaluación		
Unidad didáctica	Bloque	Número de sesiones
1: Números enteros	2	10
2: Fracciones y porcentajes	2	20
3: Proporcionalidad	2	10
4: Potencias	2	13
5: Raíces	2	10
Segunda evaluación		
Unidad didáctica	Bloque	Número de sesiones
6: Introducción al Álgebra. Polinomios	2	15
7: Ecuaciones de primer y segundo grado	2	16
8: Gráficas y funciones	4	12
9: Sistemas de ecuaciones lineales	2	12
Tercera evaluación		
Unidad didáctica	Bloque	Número de sesiones
10: Figuras en el plano. Semejanza.	3	12
11: Poliedros y cuerpos de revolución	3	16
12: Probabilidad	5	15

A continuación, se presenta la secuencia de unidades didácticas (Tablas 3-14) desglosando los objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave recogidos en el currículo de segundo de ESO para la asignatura.

Tabla 2: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 1: Números enteros.

Unidad Didáctica 1: Números enteros			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	10
Objetivos		**Contenidos**	

-Conocer los números enteros. -Representar los números enteros. -Operar con números enteros.		- Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica. -Operaciones con números enteros. Operaciones utilizando la calculadora.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Utilizar números naturales, enteros, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.	- Resolver problemas cotidianos en los que aparezcan números enteros y operaciones.	Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa.	-CMCT -CL
		- Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros mediante las operaciones elementales aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	-CMCT -CD
Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.	-Reconocer nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales.	Reconoce nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales.	-CMCT -CL -AA
		-Calcula e interpreta adecuadamente el opuesto y el valor absoluto de un número entero comprendiendo su significado y contextualizándolo en problemas de la vida real.	-CMCT -CL -AA

Tabla 4: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 2: Fracciones y porcentajes.

Unidad Didáctica 2: Fracciones y porcentajes			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	20
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer las fracciones. -Representar, comparar y ordenar fracciones. -Operar con fracciones. -Entender la relación entre fracciones y números decimales. -Entender el concepto de porcentaje. -Calcular porcentajes. -Realizar conversiones de fracciones a números decimales y porcentajes. -Redondear y calcular el error cometido. -Resolver problemas de aumentos y disminuciones porcentuales.		- Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. -Representación, ordenación y operaciones con fracciones - Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. -Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y	- Resolver problemas cotidianos en los que aparezcan los diferentes tipos de números y de operaciones presentando los resultados obtenidos de la forma más adecuada.	- Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa.	-CMCT -CL -AA -CD

propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.		Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente natural aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.	-CMCT
		Emplea adecuadamente los distintos tipos de números y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos.	-CMCT -CL -AA -CD
Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.	-Aproximar números decimales por redondeo o truncamiento controlando el error cometido en casos concretos. -Ordenar y representar en la recta numérica fracciones sencillas. -Relacionar fracciones, números decimales y porcentajes con el mismo valor, utilizando la expresión más adecuada para realizar operaciones.	Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica problemas contextualizados.	-CMCT -CL -AA
		Realiza operaciones de redondeo y truncamiento de números decimales conociendo el grado de aproximación y lo aplica a casos concretos	-CMCT
		Realiza operaciones de conversión entre números decimales y fraccionarios, halla fracciones equivalentes y simplifica fracciones, para aplicarlo en la resolución de problemas.	-CMCT -CL -AA

Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.	- Realizar con eficacia operaciones combinadas con los distintos tipos de números, respetando la jerarquía de las operaciones y eligiendo la notación y el método de cálculo más adecuado a cada situación.	Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.	-CMCT -AA -CD

Tabla 5: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 3: Proporcionalidad.

Unidad Didáctica 3: Proporcionalidad			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	10
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer el concepto de proporción. -Identificar magnitudes directa e inversamente proporcionales. -Calcular la constante de proporcionalidad entre dos magnitudes. -Resolver problemas en los que intervengan la proporcionalidad entre dos magnitudes.		- Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad. - Resolución de problemas en los que intervengan la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**

Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales.	- Identificar la existencia de proporcionalidad directa o inversa entre dos magnitudes. - Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se utilicen los porcentajes o las relaciones de proporcionalidad directa o inversa. - Analizar situaciones cotidianas en las que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales.	Identifica y discrimina relaciones de proporcionalidad numérica (como el factor de conversión o cálculo de porcentajes) y las emplea para resolver problemas en situaciones cotidianas.	-CMCT -CL -AA
		Analiza situaciones sencillas y reconoce que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales.	-CMCT -CL

Tabla 6: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 4: Potencias.

Unidad Didáctica 4: Potencias			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	13
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer el concepto de potencia. -Calcular potencias de números enteros con exponente natural y entero mentalmente y con calculadora. -Operar de forma adecuada con las potencias, respetando la jerarquía de las operaciones. -Calcular potencias de fracciones. -Comprender la notación científica y su utilidad		- Potencias de números enteros con exponente natural y entero. -Operaciones con potencias. - Potencias de base 10. Utilización de la notación científica para representar números grandes y pequeños.	

-Utilizar la notación científica en problemas reales.			
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.	- Utilizar las propiedades de las operaciones con potencias cuya base es un número natural, entero o fracción y el exponente un número entero. - Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños y operar con ellos.	Realiza cálculos en los que intervienen potencias de exponente natural y aplica las reglas básicas de las operaciones con potencias.	-CMCT
		Utiliza la notación científica, valora su uso para simplificar cálculos y representar números muy grandes.	-CMCT -AL -CD -CEC
Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.	- Realizar con eficacia operaciones combinadas, incluidas las potencias, con los distintos tipos de números, respetando la jerarquía de las operaciones y eligiendo la notación y el método de cálculo más adecuado a cada situación.	Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.	-CMCT -CD

Tabla 7: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 5: Raíces.

<table>
<tr><th colspan="4">Unidad Didáctica 5: Raíces</th></tr>
<tr><td>Bloque:</td><td colspan="2">2: Números y Álgebra.</td><td>Número de sesiones: 10</td></tr>
<tr><th colspan="2">Objetivos</th><th colspan="2">Contenidos</th></tr>
<tr><td colspan="2">-Conocer y utilizar la definición de raíz cuadrada.
-Calcular raíces cuadradas exactas.
-Operar con raíces cuadradas. Calcular raíces de fracciones.
-Resolver problemas en los que intervengan raíces cuadradas.</td><td colspan="2">-Potencias de números enteros con exponente fraccionario.
- Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas.
-Operaciones con raíces.
-Estimación y obtención de raíces aproximadas.
-Raíces de fracciones.</td></tr>
<tr><th>Criterios de evaluación</th><th>Indicadores</th><th>Estándares de aprendizaje evaluables</th><th>Competencias</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Conocer y utilizar los cuadrados perfectos, y las propiedades de las raíces cuadradas para operar con ellas y estimar el valor de raíces aproximadas.</td><td rowspan="2">-Conocer la definición de raíz cuadrada y obtener los valores de raíces cuadradas exactas.
-Realizar con eficacia operaciones básicas con raíces como extraer o introducir factores de forma adecuada trabajando con potencias.
-Aproximar el valor de una raíz cuadrada a partir de los cuadrados perfectos de forma adecuada.</td><td>-Conoce la definición de raíz cuadrada, obtiene los valores de raíces cuadradas exactas trabajando con potencias y opera de forma eficaz con raíces.</td><td>-CMCT</td></tr>
<tr><td>-Aproxima adecuadamente el valor de una raíz cuadrada.</td><td>-CMCT</td></tr>
</table>

Tabla 3: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 6: Introducción al Álgebra. Polinomios.

Unidad Didáctica 6: Introducción al Álgebra. Polinomios			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	15
Objetivos		**Contenidos**	
-Utilizar el lenguaje algebraico para describir problemas cotidianos. -Obtener el valor numérico de una expresión algebraica. -Conocer el concepto de monomio y polinomio. -Operar con monomios. -Operar con polinomios.		- Iniciación al lenguaje algebraico. - Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano que representen situaciones reales al algebraico y viceversa. - El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basados en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. - Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. -Polinomios y operaciones con polinomios en casos sencillos.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las	- Utilizar el lenguaje algebraico para representar propiedades y relaciones entre conjuntos numéricos. - Calcular el valor numérico de expresiones algebraicas con varias variables. - Sumar, restar y multiplicar polinomios con coeficientes racionales. - Desarrollar y simplificar	Describe situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables o desconocidas y secuencias lógicas o regularidades, mediante expresiones algebraicas, y opera con ellas.	-CMCT -CL
		Identifica propiedades y leyes generales a partir del estudio de procesos numéricos recurrentes o cambiantes, las expresa mediante el lenguaje algebraico y las utiliza para hacer predicciones.	-CMCT -CL

variables, y operar con expresiones algebraicas.	expresiones sencillas en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia.	Utiliza las identidades algebraicas notables y las propiedades de las operaciones para transformar expresiones algebraicas.	-CMCT

Tabla 9: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 7: Ecuaciones de primer y segundo grado.

Unidad Didáctica 7: Ecuaciones de primer y segundo grado			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	16
Objetivos		**Contenidos**	
Identificar ecuaciones de primer y segundo grado. -Obtener ecuaciones equivalentes. -Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis y fracciones. -Resolver ecuaciones de segundo grado completas e incompletas. -Identificar el número de soluciones de una ecuación de segundo grado en función del discriminante. -Resolver problemas que involucren ecuaciones de primer y segundo grado.		- Ecuaciones de primer grado con una incógnita Resolución (método algebraico). Interpretación de las soluciones. -Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico). Interpretación de las soluciones. -Ecuaciones sin solución. -Resolución de problemas.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento	- Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores por el método algebraico. - Resolver una ecuación de segundo grado por el método algebraico	Comprueba, dada una ecuación, si un número es solución de la misma.	-CMCT

de ecuaciones de primer y segundo grado, aplicando para su resolución métodos algebraicos y contrastando los resultados obtenidos.	interpretando las soluciones obtenidas. - Plantear ecuaciones de primer y segundo grado para resolver problemas de su entorno cercano. - Interpretar y valorar la coherencia de los resultados obtenidos.	Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.	-CMCT -CL -AA

Tabla 10: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 8: Gráficas y funciones.

Unidad Didáctica 8: Gráficas y funciones			
Bloque:	**4: Funciones.**	**Número de sesiones:**	12
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer el concepto de grafica de una función. -Identificar gráficas que corresponden a una función. -Conocer la expresión algebraica de las funciones lineales. -Identificar e interpretar la pendiente de una recta a partir de su ecuación y su gráfica. -Utilizar calculadoras gráficas para representar gráficas de funciones. -Dibujar la gráfica de una función lineal a partir de su expresión algebraica y viceversa.		- Gráficas que corresponden a funciones y gráficas que no. - Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta. - Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas y para apreciar la importancia de la selección de ejes, unidades y escalas.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las	- Reconocer si una gráfica dada se corresponde o no con una función.	Reconoce si una gráfica representa o no una función.	-CMCT

gráficas funcionales.			
Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto.	- Encontrar la expresión algebraica que describe la relación funcional entre dos variables cuando su gráfica es una recta.	Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.	-CMCT
Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas.	- Encontrar la expresión algebraica de la recta a partir de su gráfica o la tabla de valores correspondiente. - Encontrar la ecuación que expresa la relación lineal de dependencia de dos magnitudes. - Resolver problemas sencillos que planteen dependencia entre dos magnitudes, utilizando tablas, gráficas o expresiones algebraicas, según convenga al contexto del problema.	Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.	-CMCT
		Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.	-CMCT
		Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.	-CMCT

	- Utilizar calculadoras y aplicaciones informáticas que permitan representar datos o expresiones algebraicas sencillas para obtener distintos tipos de gráficas y observar los cambios que se producen al modificar la escala.	Considera situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.	-CMCT -AL -CD

Tabla 11: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 9: Sistemas de ecuaciones lineales.

Unidad Didáctica 9: Sistemas de ecuaciones lineales			
Bloque:	**2: Números y Álgebra.**	**Número de sesiones:**	12
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer el concepto de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. -Identificar si un par de valores es solución de un sistema. -Clasificar un sistema de ecuaciones lineales en función del número de soluciones. -Resolver sistemas de ecuaciones mediante sustitución, reducción, igualación y utilizando el método gráfico. -Resolver problemas que involucren un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.		-Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. -Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. -Resolución de problemas.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**

Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos.	- Resolver sistemas de ecuaciones lineales sencillos con dos incógnitas. - Plantear sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas de su entorno cercano. - Interpretar y valorar la coherencia de los resultados obtenidos.	Comprueba, dada un sistema, si dos números son solución del mismo.	-CMCT
		Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, los resuelve e interpreta el resultado obtenido.	-CMCT -CL -AA

Tabla 12: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 10: Figuras en el plano. Semejanza.

Unidad Didáctica 10: Figuras en el plano. Semejanza			
Bloque:	**3: Geometría.**	**Número de sesiones:**	14
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer las características de un triángulo rectángulo. -Enunciar y comprender el Teorema de Pitágoras. -Reconocer figuras semejantes. -Hallar la razón de semejanza de dos figuras semejantes. -Construir figuras semejantes. -Conocer el concepto de escala. -Enunciar y comprender el teorema de Tales.		- Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones. - Proporcionalidad de segmentos. Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala. - Utilización de los teoremas de Tales y Pitágoras para resolver problemas y obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras.	

-Resolver problemas que involucren el teorema de Pitágoras, el uso de escalas o el teorema de Tales.			
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Reconocer el significado aritmético del teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.	- Conocer el enunciado del teorema de Pitágoras. - Identificar ternas pitagóricas y construir triángulos rectángulos cuyos lados sean ternas pitagóricas, reconociendo la hipotenusa y los catetos. - Construir, utilizando programas informáticos sencillos, puzles geométricos que permitan comprobar la veracidad del teorema de Pitágoras. - Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas de cálculo de longitudes y de áreas en polígonos regulares. - Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas geométricos en contextos reales. - Utilizar las unidades y la precisión adecuadas al contexto del problema planteado.	Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.	-CMCT -AL -CEC
		Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.	-CMCT -CL -AA

Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	- Reconocer, entre un conjunto de figuras, las que son semejantes. - Enunciar las condiciones para que dos figuras sean semejantes. - Dar las condiciones para que dos triángulos rectángulos sean semejantes. - Determinar, dadas dos figuras semejantes, la razón de semejanza. - Calcular la longitud de los lados de una figura que es semejante a una dada, conocida la razón de semejanza. - Construir una figura semejante a una dada, conocida la razón de semejanza. - Resolver problemas del cálculo de la altura de un objeto conocida su sombra.	Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza de figuras semejantes.	-CMCT
		Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza.	-CMCT -CL -AA

Tabla 13: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 11: Poliedros y cuerpos redondos.

Unidad Didáctica 11: Poliedros y cuerpos de revolución			
Bloque:	**3: Geometría.**	**Número de sesiones:**	18
Objetivos		**Contenidos**	
-Conocer la definición de poliedro e identificar los más comunes. -Conocer la definición de cuerpo de revolución e identificar los más comunes. -Identificar las características de los poliedros y los cuerpos de revolución, y conocer sus desarrollos planos.		- Poliedros y cuerpos de revolución. Desarrollos planos y elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes. - Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros y cuerpos redondos. Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico.	

-Calcular el área y el volumen de un poliedro o un cuerpo de revolución. -Utilizar el concepto de razón entre dos figuras semejantes para calcular áreas y volúmenes de poliedros o cuerpos de revolución semejantes. -Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros, áreas o volúmenes de poliedros o cuerpos de revolución.		- Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	
Criterios de evaluación	**Indicadores**	**Estándares de aprendizaje evaluables**	**Competencias**
Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y expresando el procedimiento seguido en la resolución.	- Conocer los desarrollos planos de los poliedros y los cuerpos de revolución. - Calcular áreas de los desarrollos planos de los poliedros y los cuerpos de revolución, mediante fórmulas y herramientas tecnológicas sencillas. - Calcular longitudes en los poliedros y los cuerpos de revolución. - Utilizar las unidades y la precisión adecuadas al contexto del problema planteado.	Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.	-CMCT -CL -AA -CD
		Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.	-CMCT -CL -AA
Analizar distintos cuerpos geométricos (cubos, ortoedros,	- Reconocer, describir, clasificar y representar los cuerpos geométricos presentes en el entorno.	Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado.	-CMCT -CL

prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) e identificar sus elementos característicos (vértices, aristas, caras, desarrollos planos, secciones al cortar con planos, cuerpos obtenidos mediante secciones, simetrías, etc.).	- Identificar los principales elementos de los poliedros: vértices, aristas, altura, caras, etc. - Identificar los elementos básicos del cilindro, el cono y la esfera: centro, radio, altura, generatriz, etc. - Representar, dado un cuerpo geométrico, su desarrollo plano. - Construir, a partir de su desarrollo plano, el cuerpo geométrico correspondiente. - Visualizar las secciones obtenidas al cortar los cuerpos geométricos por planos, utilizando materiales manipulativos o herramientas informáticas sencillas.	Construye secciones sencillas de los cuerpos geométricos, a partir de cortes con planos, mentalmente y utilizando los medios tecnológicos adecuados.	-CMCT -CD
		Identifica los cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos planos y recíprocamente.	-CMCT
Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	- Calcular la razón entre las superficies de dos figuras semejantes. - Calcular la razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes.	Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.	-CMCT
Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes	- Comprender y diferenciar los conceptos de longitud, superficie y volumen, así como las unidades asociadas a cada una de las magnitudes.	Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.	-CMCT -CL -AA

del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.	- Realizar estimaciones sobre el tamaño de los objetos y las medidas pedidas de los mismos, utilizando las unidades adecuadas. - Determinar qué datos son necesarios para resolver un problema geométrico. - Calcular volúmenes de poliedros y cuerpos de revolución mediante fórmulas o medidas indirectas. - Resolver problemas cercanos a su entorno en el que aparezcan los elementos estudiados. - Resolver problemas que requieran la estimación o el cálculo de valores de magnitudes referentes a cuerpos en el espacio (poliedros, cuerpos de revolución) o medidas indirectas en las que haya que utilizar la semejanza de figuras geométricas. - Explicar el proceso seguido para resolver problemas geométricos.		

Tabla 14: Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje y competencias clave que se trabajan en la unidad didáctica 12: Probabilidad.

Unidad Didáctica 12: Probabilidad			
Bloque:	**5: Estadística y Probabilidad.**	**Número de sesiones:**	15
Objetivos		**Contenidos**	

-Identificar fenómenos deterministas y aleatorios. -Formular predicciones sobre fenómenos aleatorios. -Diseñar y realizar experimentos sencillos de fenómenos aleatorios. -Conocer los conceptos de frecuencia relativa y probabilidad, entendiendo la conexión entre ambos. -Conocer los conceptos de espacio muestral, sucesos elementales y definirlos en experimentos sencillos. -Construir tablas y diagramas de árbol de experimentos sencillos. -Calcular la probabilidad de experimentos sencillos con la regla de Laplace.	- Fenómenos deterministas y aleatorios. - Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Lanzamiento de monedas y dados, extracción de cartas de una baraja. - Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. - Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. - Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. - Sucesos asociados a distintos fenómenos aleatorios. - Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.

Criterios de evaluación	Indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables	Competencias
Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, valorando la posibilidad que ofrecen las matemáticas para analizar y hacer predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia	- Identificar y proponer ejemplos de experimentos aleatorios y experimentos deterministas. - Identificar sucesos simples asociados al espacio muestral de un experimento aleatorio. - Calcular la frecuencia relativa de un suceso mediante experimentación. - Predecir resultados asociados a un fenómeno aleatorio a partir de la experimentación.	Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.	-CMCT -CL
		Calcula la frecuencia relativa de un suceso mediante la experimentación.	-CMCT
		Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de la	-CMCT -CL -AA

aleatoria, o el cálculo de su probabilidad.	- Predecir resultados asociados a un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de la probabilidad.	misma mediante la experimentación	
Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación.	- Describir experimentos aleatorios sencillos como lanzamiento de dados y monedas o extracción de cartas de una baraja. - Representar el espacio muestral asociado a distintos experimentos aleatorios sencillos utilizando distintas técnicas como tablas, recuentos o diagramas de árbol. - Diferenciar sucesos elementales equiprobables y no equiprobables y proponer ejemplos de ambos tipos de sucesos. - Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades de sucesos asociados a experimentos sencillos. - Expresar el resultado del cálculo de probabilidades como fracción y como porcentaje.	Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos o diagramas en árbol sencillos.	-CMCT -CL -AA
		Distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.	-CMCT
		Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace, y la expresa en forma de fracción y como porcentaje.	-CMCT

4.10 Programa de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promocione con evaluación negativa en la asignatura

El alumnado que promocione al siguiente curso con una evaluación negativa deberá presentarse a tres **pruebas escritas** (una por cada evaluación) que abarcarán los contenidos asociados a cada una de ellas. Se establecerá una fecha para cada prueba separada de los exámenes de evaluación de la asignatura de Matemáticas que esté cursando, de manera que no suponga un sobreesfuerzo para los alumnos. La media de estos exámenes será el 80% de la calificación final. Además, los estudiantes prepararán un pequeño **trabajo de investigación** sobre algún tema de su interés pactado con el docente de la asignatura, que se entregará el día de realización de la segunda prueba, que contará un 20% de la nota.

Se deberá obtener una calificación mayor o igual al 5 de media, siempre que en cada una de las pruebas escritas se obtenga un 3,5 o más. Se diseñará una **prueba extraordinaria** antes de finalizar la tercera evaluación para aquellos que no hayan conseguido superar la asignatura.

Para preparar estas pruebas, en el momento en que el profesorado determine la evaluación negativa de la asignatura, deberá analizar los puntos débiles del alumno y diseñar una serie de actividades y problemas que permitan trabajar los contenidos y las capacidades de la asignatura. Se realizará un seguimiento continuo del avance de los alumnos, estableciendo fechas para entregar este trabajo y que el docente pueda corregir y proporcionar retroalimentación sobre el desempeño de los alumnos en la materia.

Si aprueban la asignatura del siguiente curso y no superan las pruebas escritas de esta asignatura según lo establecido, se aprobará la asignatura siempre que se haya presentado a todas las pruebas, obtenga como mínimo un 3.5 en la media de las tres y haya realizado todas las entregas establecidas en los tiempos acordados.

4.11 Unidad didáctica desarrollada: Ecuaciones de primer y segundo grado.

En este apartado desarrollamos con profundidad la unidad didáctica 7 “Ecuaciones de primer y segundo grado”. Ilustraremos como se concreta la metodología recogida en la programación docente a través de las actividades diseñadas para esta unidad, el material utilizado, así como la evaluación de las mismas.

4.11.1 Contextualización

Esta unidad didáctica se imparte en un grupo de segundo de ESO, formado por 21 estudiantes (9 chicas y 12 chicos) de un instituto de un barrio obrero de la ciudad de Gijón que presentan perfiles muy diversos. Algunos alumnos tienen un rendimiento académico muy bueno en matemáticas, trabajan, muestran interés en la asignatura y obtienen buenos resultados. Pero, en general, el grupo es poco participativo y no tiene motivación ni interés por la asignatura. Encontramos un grupo de estudiantes a los que, en mayor o menor grado, les cuesta trabajar en clase y tienen una actitud de rechazo a la asignatura, siete de los cuales son repetidores. Uno de ellos está teniendo problemas de conducta en el centro. Por el contrario, hay también estudiantes que trabajan mucho, pero tienen dificultades en esta asignatura. Una de ellas tiene problemas de socialización, es muy tímida y le cuesta relacionarse, algo por lo que a veces se meten con ella algunos compañeros.

Teniendo en consideración el contexto descrito, debemos, por un lado, tratar de motivar al alumnado para despertar su interés y, por el otro, trabajar la disciplina en el aula para que todos los compañeros puedan desarrollar al máximo sus capacidades, atendiendo a los que presentan mayor dificultad.

4.11.2 Objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores y estándares de aprendizaje evaluables

La unidad didáctica, enmarcada en el bloque de Números y Álgebra, se centra en la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, utilizando correctamente el lenguaje algebraico, y su aplicación a la resolución de problemas.

Los objetivos, contenidos, criterios de evaluación, indicadores, así como los estándares de aprendizaje evaluables y las competencias asociadas se encuentran en la Tabla 9 de la unidad número 7: Ecuaciones de primer y segundo grado.

Estos contenidos son divididos en dos bloques principales: los relativos a ecuaciones de primer grado, y los correspondientes a ecuaciones de segundo grado. Los alumnos ya han trabajado ecuaciones de primer grado en el curso anterior, pero se hace necesario repasarlo desde el principio. Las ecuaciones de segundo grado son contenidos totalmente nuevos para los alumnos, por lo que es necesario introducirlas y contextualizarlas de forma adecuada.

4.11.3 Contribución de la unidad didáctica a las competencias clave

De forma específica, la unidad contribuye a la **competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología** como eje central de las sesiones, en las que se trabajan directamente contenidos y herramientas matemáticas con las que deberán realizar cálculos, analizar diferentes procesos matemáticos y describir problemas del mundo real. Además, se trabaja la interpretación de los resultados y de los datos observados de forma justificada y coherente con los conocimientos matemáticos, estimulando la necesidad de una argumentación lógica.

La **competencia en comunicación lingüística** se trabaja en la comprensión de los enunciados de los ejercicios y problemas, su traducción al lenguaje algebraico, pero también en el propio razonamiento de los estudiantes. Pretende que adquieran el vocabulario adecuado para expresar sus ideas en estos temas (concepto de solución, número de soluciones, algoritmo, etc.) y que lo integren tanto en su discurso escrito como en el oral. Además, las sesiones de trabajo en grupo hacen necesario que establezcan una comunicación eficiente entre los diferentes miembros del aula.

Con el trabajo individual se desarrolla la **competencia digital**, ya que los alumnos deben buscar información a través de las herramientas digitales de las que dispongan, seleccionando de los diferentes medios de comunicación aquella que sea más adecuada para lo que se les pide.

La unidad didáctica contribuye también a la competencia clave de **aprender a aprender** a través de la reflexión sobre los procedimientos empleados para la resolución de problemas, la comprensión de procesos equivalentes y la sistematización de procedimientos efectivos. Para ello, es necesario analizar el contexto en el que estas herramientas tienen éxito y estudiar las situaciones en las que se pueden emplear, haciendo necesaria una reflexión sobre el proceso de aprendizaje propio. En las sesiones

de trabajo grupal, los estudiantes pueden aprender de los mecanismos y herramientas de aprendizaje que emplean sus compañeros y adquirir aquellos que sean efectivos.

Las **competencias sociales y cívicas** se desarrollan en las actividades de grupo, en las que es imprescindible saber comunicarse de forma constructiva y escuchar a los compañeros para atender a diferentes planteamientos. Las propuestas lúdicas de la unidad establecen una serie de reglas del juego que los estudiantes deben acatar para participar en la actividad, trabajando así el sentido de la responsabilidad del alumnado.

En las actividades y sesiones de aprendizaje cooperativo, los estudiantes, con sus compañeros, deben iniciar la resolución de los problemas planteados por sí mismos. Para ello deben analizar la situación, los conocimientos adquiridos, reconocer el contexto o adaptar lo aprendido a un nuevo escenario. Es necesario que desarrollen su habilidad para trabajar, comunicar sus ideas y su capacidad de autoevaluación, ya que es necesario que detecten que algo no funciona para pedir ayuda al docente. Todo esto contribuye de forma significativa a la competencia de **sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor**.

Por último, se trabaja la **competencia de conciencia y expresiones culturales** introduciendo aspectos culturales en el contexto de trabajo en el aula, como puede ser la realización de un dibujo de forma colectiva o aprender sobre mitología clásica, así como los enunciados de algunos problemas. Además, el trabajo escrito nos permite acerarnos a la vida de un matemático importante, como es Galois.

4.11.4 Metodología

La unidad didáctica combinará las diferentes metodologías que se recogen en el apartado 4.3 de la programación. Se emplearán sesiones expositivas para enseñar los contenidos, estableciendo relaciones entre ellos y recordando las nociones necesarias de la unidad anterior (lenguaje algebraico, operaciones con polinomios, etc). Entre estas sesiones se intercalan actividades de gamificación para practicar el proceso matemático de resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. Por último, se complementa lo aprendido con la resolución de problemas a través del aprendizaje cooperativo.

4.11.5 Actividades

De forma coherente con la evaluación por competencias y la metodología escogida, se diseñan actividades que permitan valorar cómo se están desarrollando las competencias, que les permita, a la vez, poner en práctica los conocimientos de la unidad.

Refrescando la memoria con *Kahoot*

En esta actividad se realiza un quiz por equipos con la herramienta *Kahoot*® (ver Anexo IV*)*, con el objetivo de refrescar contenidos de fracciones, lenguaje algebraico y operaciones con polinomios necesarios para iniciar el tema.

A través de esta actividad el docente puede recoger información sobre el nivel de competencia de los alumnos en este ámbito, como punto de partida para diseñar las sesiones de la unidad. Se trabaja la competencia matemática a través de la resolución de las cuestiones y problemas planteados, así como la competencia social y cívica durante el trabajo en equipos y la competencia sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

Dibujo por puntos "Las ecuaciones me ponen como una hidra"

En esta actividad se proyecta sobre la pizarra blanca un dibujo por puntos incompleto (véase Anexo V), sobre una cuadrícula realizada con ayuda de GeoGebra. El objetivo es calcular todos los puntos que faltan y completar el dibujo entre todos los alumnos de la clase para ver qué figura se encuentra detrás.

Los alumnos se agrupan por parejas, siguiendo la disposición en la que están sentados. Cada pareja recibe una ficha asociada a un punto del dibujo con dos ecuaciones de primer grado de una incógnita, una relativa al eje X y la otra al eje Y (consultar Anexo V). Deberán resolver ambas ecuaciones y la solución que obtienen son las coordenadas (x,y) del punto. Una vez realizado esto en su libreta, muestran el resultado al docente y, si es correcto, salen a la pizarra a situar el punto en el plano cartesiano. El dibujo se va completando según se van colocando los nuevos puntos (ver Figura 1).

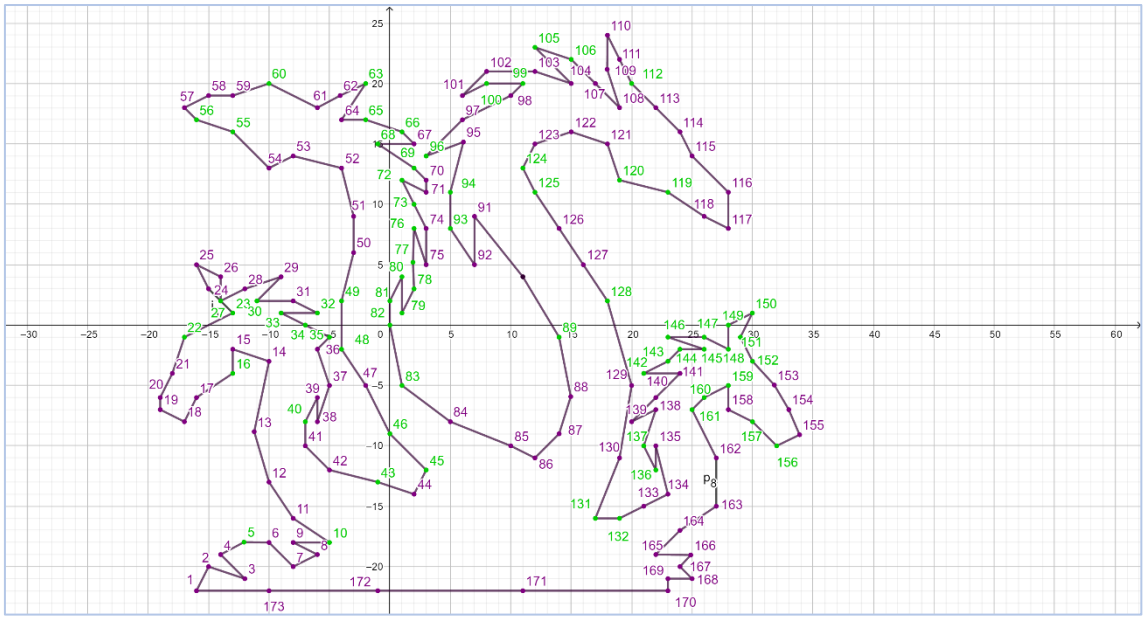


Figura 1: Resultado final de la hidra. Los puntos verdes se corresponden con las soluciones de los alumnos. Fuente: Elaboración propia.

Mediante esta actividad se trabaja la competencia matemática en la resolución de ecuaciones y con el uso del plano cartesiano, las competencias sociales y cívicas al participar de forma colaborativa con sus parejas y perseguir un logro que se alcanzará con el trabajo de todos los miembros de la clase, y la de aprender a aprender. Una vez finalizado el dibujo y descubrir la hidra, el profesor pone en contexto el animal mitológico, de modo que se trabaja la competencia de conciencia y expresiones culturales.

Sesión práctica "La vida te da problemas, problemas te da la vida"

Esta actividad se divide en diferentes sesiones, dos al finalizar el bloque de ecuaciones de primer grado y otras tres al final del bloque de ecuaciones de segundo grado. El objetivo es aplicar los conocimientos adquiridos a través de la metodología de aprendizaje basado en problemas.

Los alumnos, en grupos de cuatro y sentados en una disposición que les permita trabajar en grupo, reciben una colección de problemas a los que deben enfrentarse. Deberán resolverlos de forma grupal analizando las diferentes etapas. El docente guía el camino de los estudiantes, respetando un tiempo inicial de trabajo exclusivo del alumnado, y acompañando después su avance con la retroalimentación necesaria, resolviendo las dudas que se les plantee. Una vez todos los alumnos del grupo han entendido y realizado el problema correspondiente en su libreta, pueden pasar a trabajar

con el siguiente problema, de modo que, si algún estudiante encuentra alguna dificultad, sus compañeros tratan de ayudarle para poder avanzar todos juntos.

Trabajamos de este modo la competencia de comunicación lingüística y la matemática, la competencia de aprender a aprender en el proceso de resolución de problemas donde ponen a prueba sus conocimientos y su capacidad de abstracción, pero también se contribuye al sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor al enfrentarse ellos solos al problema, y la competencia social y cívica al trabar en grupos.

Actividad de gamificación "Una ventana maravillosa"

Esta actividad es sobre la que se argumenta la propuesta de innovación presentada en este TFM, la cual es explicada y fundamentada en el apartado 6 de este mismo trabajo. Durante dos sesiones, los alumnos resuelven por equipos ecuaciones de segundo grado en las ventanas del aula, utilizando los rotuladores y el borrador de la pizarra.

Se utilizan algunos elementos de la gamificación, como mecánicas, dinámicas o estéticas, que permiten motivar al alumnado. La actividad consiste en una carrera de relevos en la que los grupos deberán resolver ecuaciones de segundo grado agrupadas en niveles de diferente dificultad. Así, cada equipo establece un orden en sus miembros y, cuando un compañero resuelve la ecuación correspondiente al nivel en el que están, se hace el relevo y el siguiente compañero sale a superar el próximo nivel. Los demás compañeros están en las mesas del aula (orientadas hacia las ventanas) desde donde lo apoyan y transcriben el procedimiento seguido.

Esta actividad trabaja la competencia matemática en la resolución de las ecuaciones, la competencia de aprender a aprender, ya que los propios alumnos en la ventana tienen que rectificar errores que hayan cometido, o validar correctamente su solución, la competencia sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor, al enfrentarse al reto, así como las competencias sociales y cívicas al respetar las reglas del juego y cooperar con sus compañeros para avanzar.

Trabajo individual: "*Sudoku* de ecuaciones"

En esta actividad, basada en el trabajo de García (2020), se les propone completar un *sudoku* en blanco, en el que deben rellenar primero los números iniciales resolviendo ecuaciones para, luego, completar el *sudoku* de la forma habitual (véase Anexo VI). Se

debe realizar en casa para practicar los contenidos antes de la prueba escrita y se entrega el día de la misma. Se les propone con antelación para que vayan trabajando en casa y puedan resolver sus dudas en clase antes de la entrega final. Además, para profundizar en la historia de las matemáticas, deben buscar información sobre la vida de Evariste Galois.

Trabajamos a través de esta actividad la competencia matemática, y la de aprender a aprender, ya que para poder resolver el sudoku final deben comprobar las soluciones obtenidas y buscar y solucionar sus propios fallos. Además, con la pequeña reseña de Galois se trabaja la competencia lingüística, la digital y la de conciencia y expresiones culturales.

4.11.6 Temporización

La unidad tiene una duración de 16 sesiones entre las que se repartirán las clases expositivas, las actividades anteriores, y la realización de pruebas escritas. En la Tabla 15 se recoge la temporización.

Tabla 15: Temporización de la unidad didáctica "Ecuaciones de primer y segundo grado" de la asignatura de Matemáticas de segundo de ESO.

Sesión	Contenido
N.º 1	-Juego mental: acertar un número con ecuaciones. Introducción al tema. -*Kahoot* sobre álgebra para refrescar los contenidos previos. -Esquema general del tema -Definición de ecuación de primer grado con una incógnita. Ejemplos. -Igualdades, identidades y ecuaciones. Definiciones y ejemplos.
N.º 2	-Repaso del día anterior -Transformaciones que mantienen una ecuación equivalente. -Ejercicios teóricos (distinguir dada una expresión entre ecuación, identidad o igualdad; transformar ecuaciones).
N.º 3	-Número de soluciones de una ecuación. -Clasificación de una ecuación en función de sus soluciones.
N.º 4	-Pasos para resolver una ecuación de 1º grado con una incógnita de forma general. -Ejercicios y ejemplos (resolver ecuaciones sencillas).

N.º 5	-Puesta en práctica: actividad lúdica “Las ecuaciones me ponen como una hidra”.
N.º 6	-Actividad “La vida te da problemas, problemas te da la vida”.
N.º 7	-Segunda sesión de la actividad “La vida te da problemas, problemas te da la vida” grupos.
N.º 8	-Repaso para la prueba corta de ecuaciones de primer grado. -Acertijo para adivinar la edad.
N.º 9	- Prueba escrita de ecuaciones de primer grado con una incógnita y problemas. Revisión del cuaderno personal. -Introducción a las ecuaciones de 2º grado. Definición y ejemplos. -Identificar los parámetros *a*, *b*, y *c* de una ecuación de 2º grado. Ejemplos. -Clasificación de los tipos de ecuaciones (completas e incompletas). Ejemplos.
N.º 10	-Resolución de ecuaciones de 2º grado incompletas a través de la factorización y las raíces. Ejemplos. -Resolución de ecuaciones de 2º grado completas con la fórmula. Ejemplos. -Resolver ecuaciones de 2º grado incompletas con la fórmula. -Entregar los resultados de la prueba escrita. -Se entrega y se explica el trabajo de casa.
N.º 11	-Breve repaso de la resolución de ecuaciones de 2º grado. -Puesta en práctica: actividad de gamificación “una ventana maravillosa”.
N.º 12	-Segunda sesión de actividad de gamificación.
N.º 13	-Discusión del número de soluciones en función del discriminante. -Se propone elaborar un mapa mental del tema. -Sesión de problemas por grupos.
N. º 14	-Sesión de problemas por grupos. -Entrega del mapa mental
N. º 15	-Sesión de problemas por grupos. -Se devuelve la corrección del mapa mental. -Repaso para la prueba escrita.

N. º 16	-Prueba escrita final. Diseñada en dos partes en función de los dos bloques. -Entrega del trabajo individual.

4.11.7 Recursos y materiales

- Libro de texto de Matemáticas (Cabezas y Maza, 2016).
- Pizarra blanca y rotuladores de colores.
- Proyector, ordenador y equipo informático necesario para su funcionamiento.
- Materiales de los Anexos II, III, IV, V, VI y VII.

4.11.8 Evaluación

Se evaluará de acuerdo con lo establecido en el aparatado 4.4 de la programación docente, utilizando los siguientes instrumentos:

- Pruebas escritas (Anexo VII).
- Rúbricas basadas en concreciones de las competencias para evaluar las actividades lúdicas, de gamificación y de resolución de problemas (Anexo I).
- Trabajo individual (ver Anexo VI).
- Rúbrica para evaluar el cuaderno personal.

Para obtener la calificación final, se seguirá lo establecido en la programación docente, como se recoge en la Tabla 16:

Tabla 16: Resumen de las actividades de evaluación y su peso en la calificación final.

Pruebas Escritas	60%
Participación en actividades	20 %
Trabajo en casa	10%
Cuaderno personal	10%

5. Propuesta de innovación educativa “Una ventana maravillosa”

La Guía Docente del Trabajo Fin de Máster establece que este debe incluir un “Proyecto de innovación educativa vinculada a la propuesta de programación docente presentada”. Teniendo esto en consideración, a continuación, se presenta como proyecto de innovación una actividad de gamificación para la asignatura de Matemáticas de segundo de ESO.

5.1 Marco teórico

La **innovación educativa** persigue mejorar la eficacia de la enseñanza que ofrece el profesor y del aprendizaje de los alumnos, transmitiéndoles conocimientos, pero también herramientas que les permita relacionar, ampliar y profundizar estos conocimientos (Haro, 2009).

En el contexto educativo la innovación comporta un cambio en la práctica docente. Este cambio puede aparecer en diferentes ámbitos del sistema educativo y del proceso de enseñanza y aprendizaje. Así, una innovación puede consistir, por ejemplo, en un cambio de material, contenidos, metodología o un cambio en la organización académica, siempre que conlleve una mejora con respecto a un objetivo previamente establecido (Ortega, 2007). La innovación educativa ocurre en algún espacio educativo, y el contexto en el que se desarrolla es determinante en el éxito de la propuesta de cambio.

El proceso de enseñanza y aprendizaje debe partir de una planificación rigurosa por parte del docente. La metodología es un plan de trabajo basado en las metas y los objetivos de aprendizaje que el docente establece de forma previa, teniendo en cuenta variables como el número y las características de los alumnos, la materia, el profesor, así como complementos circunstanciales del proceso de enseñanza y aprendizaje y las variables sociales y culturales que definen el contexto, “es un procedimiento reglado, fundamentado teóricamente y contrastado” (Fernández, 2006, p. 41).

Santaolalla (2009, p. 58) afirma que “es imprescindible utilizar una gran variedad de estrategias de enseñanza para atender los distintos estilos de aprendizaje de nuestros alumnos”. Cada método tiene ventajas y desventajas, por lo que la combinación de diferentes metodologías es esencial en el diseño del proceso de enseñanza, tal y como recomienda la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones

entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015). En esta misma orden se define uno de los elementos clave en la enseñanza por competencias: despertar y mantener la motivación del alumnado. Se hace necesario, por tanto, utilizar **metodologías activas** en las que el proceso de enseñanza y aprendizaje depende de la participación y la implicación de los estudiantes, generando aprendizajes más significativos y duraderos (Fernández, 2006).

Esto mismo sucede en la enseñanza de las matemáticas. Brown, Brown y Bibby (2008) concluyen en su estudio que las razones por las que los alumnos no continúan sus estudios en matemáticas son, principalmente, las dificultades que encuentran en esta materia, la percepción propia sobre sus capacidades en la asignatura y la concepción de las matemáticas como un ámbito aburrido. En un entorno en el que la metodología tradicional expositiva es la más utilizada, una apuesta por nuevas metodologías, que despierten el interés de los estudiantes por las matemáticas y motive su estudio, implica una innovación dentro del aula.

El **aprendizaje cooperativo** "es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás" (Johnson, Johnson y Holubec, 1999, p. 5). El análisis de diferentes experiencias de aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las Matemáticas concluye que "es una metodología adecuada para la enseñanza de las Matemáticas, ya que favorece la adquisición de competencias y mejora el rendimiento académico de los estudiantes, independientemente de la etapa educativa y de la materia en cuestión" (Herrada y Baños, 2008, p. 99). El trabajo en pequeños grupos permite a estudiantes con actitudes y dificultades diferentes compartir sus estrategias de aprendizaje, siendo una metodología clave a la hora de atender la diversidad de las aulas (Pujolàs, 2012).

Por otro lado, McGonigal (2011), una relevante diseñadora de videojuegos, nos explica que a través del juego las personas llevan a cabo un esfuerzo físico, mental y creativo significativamente superior al que se hace de forma rutinaria en la escuela o en el trabajo, debido a la **motivación** que el juego proporciona. Las dinámicas y los elementos del juego permiten, además, aprender y corregir fallos más rápido, ser más precisos en la tarea para poder superar el reto planteado, y todo ello mientras disfrutamos de la actividad. Todo esto lleva a la autora a plantear los beneficios de reproducir estas experiencias en el mundo real, fuera de un contexto lúdico.

Utilizar la motivación que proporciona el juego en el aprendizaje de las matemáticas no es algo nuevo. El **Aprendizaje Basado en Juegos** (ABJ) utiliza juegos con objetivos educativos para ofrecer procesos de aprendizaje significativos (Macías, 2017).

Muñiz-Rodríguez, Alonso, y Rodríguez-Muñiz (2014) confirman, a través de una experiencia llevada a cabo con alumnado de primero de ESO, que el uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas aumenta la motivación y el interés de los estudiantes, lo que favorece la adquisición de conocimientos.

Según García (2019), introducir el juego en el aula nos permite, entre otras cosas:

- Reforzar destrezas y automatismos.
- Introducir nuevos conceptos.
- Utilizar estrategias ligadas a la resolución de problemas como escoger alternativas, tomar decisiones, anticipar resultados, memorizar situaciones, etc.

La autora hace hincapié en el aspecto social del juego en el proceso de aprendizaje. Para ella, jugar en clase cambia los roles de cada uno, permitiendo a los alumnos que no participan de manera habitual implicarse, ya que los errores no se penalizan verdaderamente, sino que se corrigen rápidamente para mejorar en el juego. De este modo, se aleja a aquellos que tienen dificultades de una sensación de fracaso. El deseo de los estudiantes por ganar el juego hace que no quieran repetir sus errores y traten de aprender con ayuda de su equipo o del profesor.

Por su parte, la **gamificación** es la aplicación de recursos de los juegos en contextos no lúdicos que nos permite modificar comportamientos de los individuos actuando sobre su motivación (Teixes, 2015). En nuestro caso, la aplicación de estos recursos se hará en un contexto educativo en el que, a través de la motivación que les proporciona la gamificación, pretendemos que los alumnos participen de forma activa en su aprendizaje.

El uso y el estudio de sistemas gamificados ha experimentado un considerable incremento en los últimos años. Numerosos docentes han implementado esta metodología en sus aulas, compartiendo la opinión de que la gamificación permite mejorar el aprendizaje si se diseña y se utiliza correctamente (Dicheva, Dichev, Agre y Angelova, 2015).

Debemos matizar la diferencia entre gamificación y ABJ, ya que se suelen confundir. Mientras que la gamificación utiliza elementos del juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el ABJ utiliza juegos completos de forma educativa, introduciendo en estos objetivos de aprendizaje (Macías, 2017). Estas dos metodologías nos permiten trabajar de forma activa con los estudiantes a través de estructuras cooperativas.

Para diseñar una actividad de gamificación debemos tener claros los objetivos que perseguimos y establecer el marco teórico a seguir, que define los diferentes elementos del juego y cómo se relacionan. Entre otros, el marco **MDA (Mechanics, Dynamics, and Aesthetics)** de Hunicke, LeBlanc y Zubek (2004) distingue tres tipos de componentes: mecánicas, dinámicas y estéticas.

Teixes (2015) profundiza en este marco y describe estos elementos de la siguiente forma: las **mecánicas** permiten visualizar el progreso en el juego como pueden ser los puntos, las medallas o los niveles; las **dinámicas** son los patrones o las pautas presentes en los juegos, permiten controlar los tiempos del juego y las condiciones o momentos en las que se obtienen los puntos o medallas; y las **estéticas** engloban las respuestas emocionales de los participantes durante el juego. La definición de estos elementos determinará la experiencia en el aula. Otro elemento importante, que nos recuerda Teixes (2015), son los **bucles de actividad**, que permiten mantener la implicación de los jugadores de forma no lineal.

El **espacio** en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje es un elemento didáctico más que condiciona cómo aprenden nuestros alumnos. Por tanto, debemos aprovecharlo y estructurarlo de forma que estimule al alumnado y les permita desarrollar sus capacidades al máximo (Laorden y Pérez, 2002). Según Martín (2000), este debe estar pensado para los niños, debe ser estimulante, accesible, flexible y funcional, a la vez que estético y agradable.

La innovación que se describe a continuación consiste en una actividad de gamificación para la asignatura de Matemáticas de segundo de ESO que propone utilizar las ventanas del aula de una forma novedosa para el alumnado. El objetivo principal es despertar su motivación y hacer más atractivas las matemáticas.

5.2 Contextualización

La innovación que aquí se presenta está diseñada para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, en la asignatura de Matemáticas, del alumnado de un grupo de segundo de ESO en un Instituto de Educación Secundaria de Gijón.

El centro educativo está situado en La Calzada, un barrio obrero de la ciudad de Gijón que ha sido duramente castigado por la crisis económica de estos últimos años. La economía de las familias, empleadas en su mayoría en las fábricas y empresas locales, se ha visto muy afectada y la tasa de paro del barrio, y en especial la tasa de paro juvenil, supera la media de la tasa de paro de la ciudad.

El centro acoge a un número importante de estudiantes con dificultades de aprendizaje, dificultades económicas y/o familiares, así como alumnado inmigrante, generalmente procedente del África Subsahariana. Para tratar de compensar las desigualdades de oportunidades de sus estudiantes, el centro pone en marcha un gran número de proyectos educativos y de innovación propios, a la vez que está en estrecho contacto con las familias y las entidades del barrio.

El grupo en el que se desarrolló la innovación está formado por 21 estudiantes de segundo de ESO con diferente actitud, intereses y rendimiento académico. En el aula, la actitud general del grupo es mejorable: muchos no prestan atención o no abren ni la libreta, no participan en la clase y no muestran nada de interés. De los estudiantes del grupo, 7 han repetido algún curso, y muestran poca preocupación por la asignatura y por su futuro académico. Encontramos también estudiantes trabajadores, entre los cuales, algunos presentan muy buenos resultados, mientras que otros tienen serias dificultades en la asignatura que, unidas al clima tan negativo del aula, hace que no tengan tan buenos resultados como se podría esperar.

5.3 Justificación

Durante las primeras semanas de prácticas pude asistir a las **aulas** donde, más adelante, desarrollaría la unidad didáctica correspondiente. En estas primeras clases tuve mi primer contacto con los alumnos, atendiendo a las dudas que surgían durante la exposición del tutor. De este modo, pude recoger información previa a mi intervención: observando cómo realizaban ejercicios en la pizarra, escuchando las dudas que

planteaban, analizando la frecuencia con la que preguntaban y la frecuencia con la que participaban en las actividades, así como la relación entre ellos.

Además, estos días también tuve la oportunidad de asistir a **reuniones** con los familiares, por lo que pude recoger información sobre su trabajo en casa, los medios de los que disponían y la perspectiva de sus padres, madres, abuelos y abuelas.

Por último, parte de mi labor fue la corrección de los **exámenes** de los temas anteriores, por lo que pude recopilar información sobre los errores y fallos más comunes que tiene el alumnado durante las pruebas escritas.

Esta información sobre la actitud, el interés, el nivel de trabajo y el rendimiento en matemáticas de los alumnos define las líneas de trabajo que se proponen en la innovación.

Teniendo en cuenta lo ya comentado, y con el objeto de definir con claridad las características de los individuos a los que va dirigida la propuesta, se ha llevado a cabo un proceso de recogida de información mediante la observación en el aula y distintas reuniones con el alumnado. Esta observación ha sido no sistemática, longitudinal y espontánea, ya que no disponíamos de un conocimiento previo de los alumnos sobre el que estructurar y organizar el análisis que se llevaría a cabo. Además, durante las sesiones a veces atendíamos a dudas, otras veces explicábamos algún concepto o revisábamos algún documento que nos pedía el tutor, por lo que no se pudo planificar con demasiado detalle esta intervención.

Para registrar la información recogida se han utilizado registros narrativos, como **anecdotarios** y **diarios**, anotando las observaciones en un cuaderno personal durante las clases o tras las sesiones, que se analizó más adelante.

Tras estudiar los registros de la observación llevada a cabo durante las clases, podemos afirmar que una gran parte de la clase **ni trabaja ni participa** en el aula, algunos alumnos ni siquiera abren la libreta durante alguna sesión y, aquellos que trabajan se distraen con facilidad a causa del comportamiento de sus compañeros. Las expectativas que algunos tienen sobre su rendimiento en la asignatura y sus resultados son realmente bajas, y muchas veces se escudan en ello para no atender, no participar y no trabajar.

Una vez los alumnos se acostumbraron a nuestra presencia en el aula, empezaron a trabajar un poco más, ya que eran conscientes de que podían contar con nuestra ayuda. Empezamos a detectar así las primeras dificultades con los contenidos de la materia. Entre otras, destaca que no practican lo suficiente algunos **procesos matemáticos**, como el

cálculo de porcentajes o el desarrollo de productos notables, por lo que no llegan a sistematizarlos. En la mayoría de estos casos, no se ha prestado atención durante la explicación en el aula y no entienden por qué se hace así. Un cierto grupo de estudiantes, ante estas dificultades, dejan de trabajar y pierden el interés.

Otra dificultad importante es la **comprensión** de los problemas y su planteamiento. En general, en las clases se explica primero el concepto o procedimiento matemático fuera de un contexto cotidiano, para que luego, una vez interiorizado, se aplique a los problemas. Tal vez, presentar el procedimiento matemático fuera de un problema que debamos resolver sea lo que dificulte la comprensión de los problemas. Algunos nos comentaban que, como no habían entendido los ejercicios anteriores, no sabrían hacer los problemas, por lo que ni lo intentaban. Entre los que sí lo intentaban, hay alumnos con dificultades para seguir el ritmo de la clase, ya que les costaba, en primer lugar, concentrarse; en segundo lugar, plantear el ejercicio; y luego, ejecutar el procedimiento de forma adecuada. Una parte importante de los estudiantes dejaban casi todos sus problemas a medio hacer.

Con la corrección de los exámenes se confirma estas observaciones iniciales. Determinados estudiantes, ante un ejercicio en el que se les pide ejecutar un mismo procedimiento matemático con diferentes valores, afrontan cada caso de forma diferente y errónea. Por ejemplo, a la hora de calcular el 30% de 50, y el 73% de 60, aplicaban diferentes procedimientos erróneos. Esto sugiere que no han entendido el concepto y no han conseguido **sistematizar** correctamente el proceso, por lo que no tienen herramientas para plantear los problemas. Por el contrario, otro grupo de estudiantes aplica de forma sistemática un proceso matemático que no es correcto. Estos estudiantes han llegado a sistematizar este procedimiento, pero no de forma correcta.

De este análisis podemos concluir que la falta de motivación e interés del alumnado condiciona significativamente su proceso de aprendizaje. La poca predisposición para atender en las clases y la creencia de que “las matemáticas se me dan mal” acentúa todavía más las dificultades que se encuentran en la asignatura.

Se hace necesario, por tanto, mejorar su actitud en el aula generando **motivación** para que trabajen la asignatura. A su vez, es igual de importante que reciban la **retroalimentación** necesaria durante este trabajo, para que localicen sus errores y puedan observar pequeños progresos en su aprendizaje. Enfatizar los pequeños logros alcanzados

puede mejorar su actitud hacia la asignatura y su seguridad ante los problemas, promoviendo que el aprendizaje se mantenga en el tiempo (Canabal y Margalef, 2017).

5.4 Descripción de la innovación

Basada en la película de "Una mente maravillosa", que narra la vida del genial matemático John Forbes Nash (Figura 2), la innovación consiste en una actividad de gamificación en la que el alumnado utilizará las ventanas a modo de pizarra para ejecutar el proceso matemático que queremos reforzar.

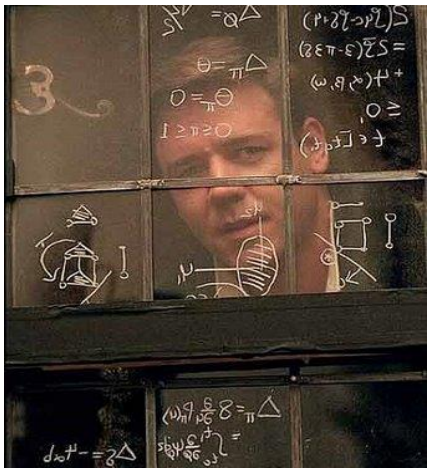


Figura 2: Fotograma de la película "Una mente maravillosa".

Se propone implementar esta actividad de gamificación en algunas unidades didácticas de la asignatura de Matemáticas, que nos permita practicar algunos procesos matemáticos, como la resolución de ecuaciones de segundo grado, pero de una forma lúdica y más entretenida para los estudiantes. De este modo, se pretende que los alumnos asimilen estos contenidos antes de pasar a la resolución de problemas.

El uso de las ventanas del aula como una pizarra diferente nos proporciona un **elemento didáctico** nuevo que incrementa la motivación de los estudiantes durante la actividad, pero que también nos permite organizar el espacio en el aula.

A continuación, describiremos la propuesta de gamificación que se ha llevado a cabo dentro de la unidad didáctica de "Ecuaciones de primer y segundo grado", la cual se ha hecho efectiva en los contenidos relativos a las ecuaciones de segundo grado.

5.4.1 Objetivos

Basándonos en las necesidades detectadas en el grupo clase, el **objetivo** de la innovación es aumentar la motivación del alumnado en la asignatura de Matemáticas

utilizando los espacios del aula, en particular, las ventanas. Para conseguirlo, se establecen los siguientes **objetivos específicos**:

- Fomentar la participación en el aula.
- Practicar los contenidos a través de actividades de gamificación utilizando las ventanas del aula.
- Promover el aprendizaje cooperativo a través de actividades en grupo, en las que todo el equipo ayuda al compañero que trabaja en la ventana.
- Mejorar la atención de los alumnos en las clases expositivas utilizando como incentivo las actividades de gamificación.

Los **objetivos de aprendizaje** de la unidad didáctica "Ecuaciones de primer y segundo grado" que se han abordado durante la innovación, son:

- Resolver ecuaciones de segundo grado completas.
- Resolver ecuaciones de segundo grado incompletas.

5.4.2 Diseño de la actividad

La innovación que aquí se describe se desarrolló en el periodo de prácticas en un centro educativo de Gijón, en febrero del curso académico 2019-2020. La actividad tuvo una **duración** de dos sesiones, y se llevó a cabo una vez explicados los contenidos de la unidad didáctica necesarios para su puesta en práctica.

La formación de grupos heterogéneos de alumnos, el diseño minucioso de la actividad de gamificación, y la configuración y gestión de los espacios del aula son los tres aspectos clave de la innovación.

Los grupos que formaron los equipos fueron de 4 o 5 personas, tantos grupos como ventanas disponibles en el aula. Fueron diseñados por la docente, de forma que fuesen heterogéneos en actitudes, intereses y rendimiento en la asignatura. De este modo, se favorece el aprendizaje entre iguales y el trabajo en grupo.

La gamificación se diseña en base a las componentes del marco MDA (Hunicke et al., 2004). Como mecánica, elegimos un sistema de **niveles**, que determinan el grado de progreso dentro de la actividad. Estos niveles presentan una dificultad gradual, de modo

que sea motivador para el alumno superar los primeros con una cierta facilidad, y trabaje para superar los siguientes. Como dinámica, recurrimos a los **logros**, que son alcanzables tras superar los diferentes niveles. Estos logros son el reconocimiento de que se ha superado dicho nivel de dificultad, ofreciendo así retroalimentación positiva al jugador que lo consiga, lo que motivará más su trabajo. Por último, la estética de la actividad será el **reto**: una carrera de obstáculos a superar.

Como bucle de actividad recurrimos al **bucle de implicación**. Este bucle se mantiene a través de tres estadios: motivación para hacer algo, la acción que desencadena la motivación, y la retroalimentación recibida en función del resultado de la acción. Esta retroalimentación proporciona una motivación adicional que desencadena una nueva acción, manteniendo el bucle (Teixe, 2015).

Para finalizar el diseño, es importante distribuir de forma óptima los **espacios** del aula. Así, se asocia cada grupo o equipo a una ventana del aula, lugar donde se desarrolla la actividad. Las mesas de los estudiantes se deben colocar orientadas hacia estas ventanas, de modo que los integrantes de cada equipo puedan visualizar correctamente el trabajo de sus compañeros, tal y como se muestra en la Figura 3. Las **ventanas** del aula deben ser lo suficientemente grandes y estar situadas a una altura adecuada para que se puedan emplear a modo de pizarra.

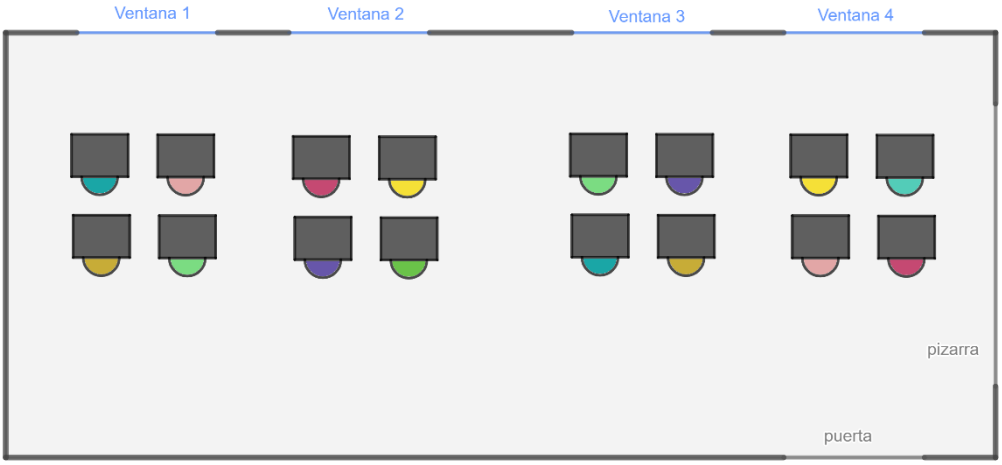


Figura 3: Distribución del aula. Fuente: Elaboración propia.

.

Los **materiales** necesarios son la lista de ecuaciones de la Tabla 17, y rotuladores y borrador de pizarra blanca, que funcionan del mismo modo sobre las ventanas.

5.4.3 Desarrollo de la actividad

Se divide la clase en tantos grupos como ventanas disponibles y se procede como en una **carrera de relevos**, en la que el objetivo final es resolver una lista de ecuaciones de segundo grado. Cada grupo establece un orden en sus componentes y el primero se sitúa en la ventana de su equipo. Los demás compañeros se sientan en sus mesas que se habrán colocado orientadas a su ventana (ver Figura 3).

El docente escribe una ecuación de la lista (ver Tabla 17) en cada ventana, correspondiente al primer nivel de dificultad. El primer estudiante de cada equipo la resuelve con la ayuda de sus compañeros, que le indicarán desde sus asientos a la vez que transcriben a papel el desarrollo que está siguiendo el jugador principal. Una vez finalizado el proceso, el docente verifica el resultado y sale el siguiente miembro del equipo, que coge el relevo, y resuelve la próxima ecuación.

Identifiquemos brevemente los elementos de gamificación presentes en la actividad. El proceso que pretendemos practicar en esta actividad es la resolución de ecuaciones de segundo grado a través de una lista preparada por el docente, en la que se agrupan por niveles de dificultad (ver Tabla 17). Estos diferentes niveles constituyen la mecánica de la gamificación. La dinámica del juego está regida por el logro que se obtiene al resolver correctamente una ecuación, superando así el nivel correspondiente. La estética es, como habíamos comentado, un reto: la carrera de relevos. Todo esto, bien ejecutado, desencadena un bucle de implicación en cada uno de los relevos.

Tabla 17: Lista de ecuaciones de segundo grado agrupadas por niveles de diferente dificultad.

	Equipo 1	**Equipo 2**	**Equipo 3**	**Equipo 4**
Nivel 1	$x^2 - 7x + 10 = 0$	$2x^2 - 5x + 2 = 0$	$2x^2 - 11x + 5 = 0$	$x^2 + 13x + 40 = 0$
Nivel 2	$4x^2 + 11x - 3 = 0$	$-3x^2 + 5x + 2 = 0$	$x^2 - 6x + 8 = 0$	$-x^2 + 4x - 3 = 0$
Nivel 3	$(x-1)(x+1) = 0$	$(x-5)(x+1) = 0$	$(x+2)(x-3) = 0$	$(x+2)(x-5) = 0$
Nivel 4	$x^2 + 11x = 0$	$2x^2 - x = 0$	$x^2 + 3x = 0$	$4x^2 + x = 0$
Nivel 5	$16x(x-5) = 0$	$1 - x(x-3) = 4x$	$4x(x-1) + 10 = 0$	$1 - x(x-3) = 4x$

El hecho de poder escribir en las ventanas es un elemento que motiva al alumnado, ya que es algo nuevo, generalmente prohibido y, por tanto, todos quieren salir a escribir en la ventana. Si lo que tienen que hacer para ello es resolver una ecuación, se espera que lo hagan con gusto. La cooperación aparece cuando los estudiantes de las mesas apoyan y guían al compañero que está escribiendo en la ventana. No solamente lo ayudan porque el trabajo es en equipo y quieren superar el nivel en el que están, sino que, como quieren salir a la ventana a escribir, es necesario que el compañero acabe su nivel y puedan hacer el relevo.

Las ventanas no son únicamente un elemento estético que motiva al alumnado, sino que nos permiten distribuir los grupos y ampliar el espacio de trabajo, un efecto que no se conseguiría con la pizarra de clase.

5.4.4 Agentes implicados

La innovación se ha diseñado y aplicado a las clases de Matemáticas de segundo de ESO, si bien puede ser aplicada en diferentes asignaturas y cursos.

De este modo, los agentes implicados pueden ser tantos como docentes quieran participar. Considero que es importante una coordinación dentro del departamento en el que se vaya a implementar, para realizarla en todos los grupos de un mismo curso. Aunque dentro del aula un único docente es capaz de guiar la actividad, es recomendable contar con más de un profesor que ayude a los diferentes grupos durante las primeras sesiones si así lo necesitan.

Por otro lado, antes de llevar a cabo la innovación me reuní con la jefa de estudios del centro con el propósito de explicarle en qué consistía la actividad, cómo se utilizarían las ventanas del aula y contar con su consentimiento.

Por último, conté con la ayuda de las limpiadoras del centro. Juntas comprobamos que la tinta de los rotuladores se eliminaba por completo de las ventanas utilizando el mismo borrador que hacía lo propio en la pizarra, por lo que la iniciativa no iba a suponer un problema para su trabajo.

5.5 Diseño de un instrumento de evaluación de la innovación

En la evaluación de la innovación contaremos tanto con la valoración del docente, como con la valoración de los estudiantes, para analizar en qué medida se han logrado los objetivos de la innovación y de aprendizaje.

El profesor debe analizar mediante la **observación participante** (Aguiar, 2015) la actitud y el grado de participación de todos los estudiantes, poniendo especial interés en aquellos que, en el análisis previo de necesidades, no trabajaban o tenían una actitud negativa en el aula. Además, se recoge información sobre cómo han trabajado en equipo. Toda esta información se registra durante la sesión de gamificación, o después de la misma, utilizando **escalas numéricas de estimación**, que se comparan con la información previa a la actividad.

Establecemos la equivalencia entre la frecuencia de una conducta y su valor numérico como 1: Nunca; 2: A veces; 3: A menudo; 4: Casi siempre; 5: Siempre, y se utiliza la ficha de registro que se muestra en la Tabla 18.

Tabla 18: Registro para valorar la participación del alumnado durante la actividad de gamificación.

Alumno/a: **Actividad:**					
Conducta	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Participa en la actividad					
Muestra una actitud positiva					
Encuentra dificultades					
Pide ayuda si encuentra dificultades					
Colabora con sus compañeros					
Escucha a sus compañeros					
Se enfrenta a sus errores					

Por otro lado, se pide a los estudiantes que participaron en la actividad que respondan a una encuesta utilizando una escala Likert con el objetivo de valorar el grado de **motivación** hacia la actividad, la visión personal que tienen sobre su **aprendizaje**

durante la misma, y el grado de **cooperación** durante la actividad. Escalamos las respuestas en 5 grados de acuerdo definidos como 1: Nada de acuerdo; 2: Poco; 3: Algo; 4: Bastante; 5: Muy de acuerdo. Se utiliza la ficha de registro que se muestra en la Tabla 19, que deberán rellenar de forma anónima. Además, se les pregunta si encuentran algún punto débil en la actividad y sus propuestas de mejora.

Tabla 19: Encuesta anónima de valoración por parte de los estudiantes.

Pregunta	1	2	3	4	5
Me ha resultado divertida la actividad					
Me resulta más interesante este tipo de actividades que las clases de Matemáticas habituales					
Me gustaría dedicar más clases a actividades como esta					
Me gustaría realizar esta actividad en otras asignaturas					
La actividad me ha permitido aprender los contenidos que trabajamos					
Con esta actividad he mejorado mi capacidad para resolver ecuaciones de 2º grado					
He encontrado dificultades durante la actividad					
He podido superar estas dificultades durante la clase					
La profesora ha podido solucionar las dificultades que tenía durante la actividad					
Los compañeros me han ayudado a solucionar las dificultades que tenía durante la actividad					

Por último, recordemos que la actividad pretende mejorar la motivación y la participación en el aula a través de la gamificación debido, entre otras razones ya comentadas, a la observación de la poca seguridad que tienen muchos estudiantes del grupo ante los ejercicios y los problemas que se les plantean. Es conveniente que el docente evalúe también este aspecto tras la innovación para analizar si se ha producido un cambio positivo. Se propone un nuevo registro categórico, durante las sesiones

dedicadas a problemas o ejercicios que involucren el proceso matemático practicado, a través de **listas de control** como la que se observa en la Tabla 20.

Tabla 20: Registro para valorar la seguridad de los/las alumnos/as y las dificultades que encuentran al trabajar los problemas tras la sesión de gamificación.

Alumno/a: **Fecha:**			
Conducta	**Sí**	**No**	**A veces**
Trabaja durante la sesión			
Se enfrenta de forma segura a los problemas			
Encuentra dificultades durante la actividad			
Trata de solucionar sus dificultades con sus propios medios			
Pide ayuda para solucionar estas dificultades			
Ejecuta bien el proceso matemático practicado en la resolución de los problemas			
Muestra frustración ante las dificultades			

5.6 Evaluación del desarrollo de la innovación

Esta innovación está diseñada para llevarla a cabo durante todo el curso escolar, introduciendo la actividad de gamificación descrita en aquellas sesiones que el docente considere más conveniente. Por tanto, como todo proceso de cambio, esta mejora no se conseguirá a corto plazo. La evaluación de esta innovación se debe hacer, antes, durante y después de cada sesión en las que se implemente, buscando mejoras también entre las diferentes sesiones.

5.6.1 Análisis de resultados

Durante el periodo de prácticas tuve la suerte y la oportunidad de desarrollar esta innovación dentro de la unidad didáctica “Ecuaciones de primer y segundo grado”, tal y como se ha descrito con anterioridad en este trabajo. No se ha podido hacer una evaluación formal debido a la suspensión de la docencia presencial en los centros educativos por la crisis sanitaria provocada por la COVID-19, pero se ha podido administrar el cuestionario dirigido a los alumnos a través de la plataforma Google Forms®, obteniendo una tasa de respuesta del 95,2% con un total de 20 respuestas.

Tal y como observamos en la Figura 4, el grado de satisfacción con la actividad es alto, los alumnos están de acuerdo en que prefieren este tipo de actividades a las clases tradicionales que se les venían impartiendo y, además, todos coinciden en que les gustaría dedicar más clases a actividades como esta.

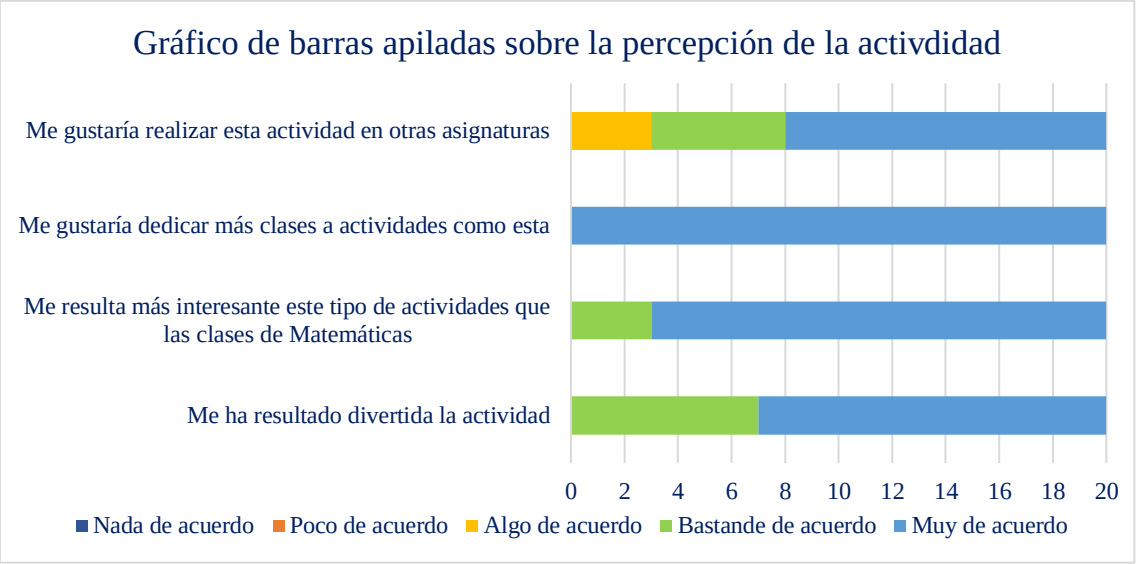


Figura 4: Diagrama de barras apiladas sobre los resultados de las afirmaciones relacionadas con la percepción de la actividad. Los alumnos indican el grado de conformidad con cada enunciado.

Por otro lado, si analizamos las respuestas a las preguntas sobre si consideran que han aprendido durante la actividad (ver Figura 5), en general los alumnos creen que han aprendido los contenidos trabajados en mayor o menor grado.

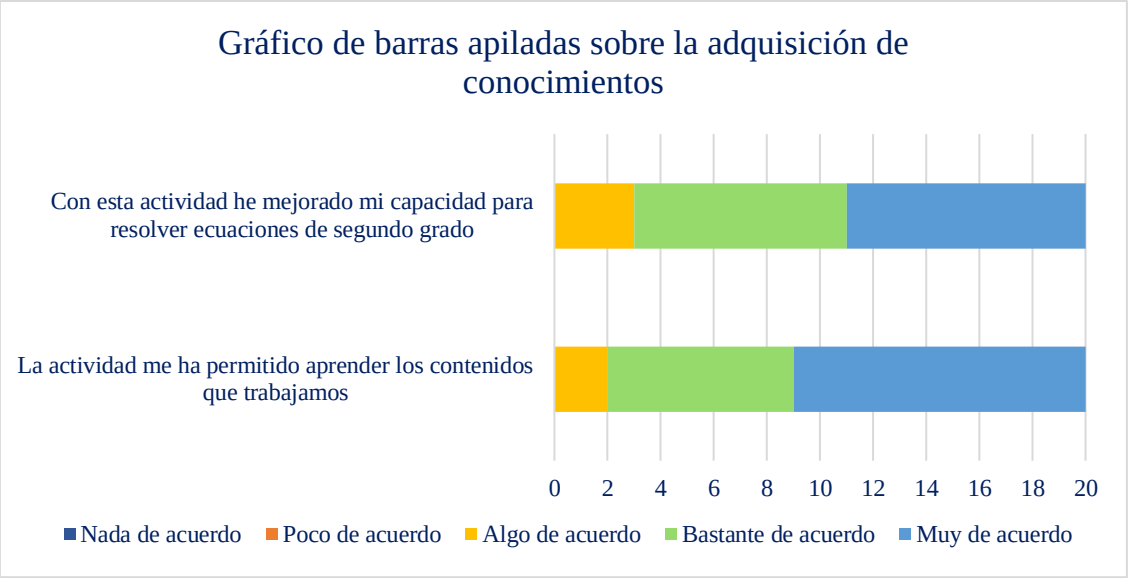


Figura 5: Diagrama de barras apiladas sobre las preguntas relacionadas con la adquisición de conocimientos durante la actividad. Los alumnos indican el grado de conformidad con cada enunciado.

En general, el alumnado considera que ha aprendido durante la actividad, pero ha encontrado dificultades durante esta, aunque no hay un acuerdo generalizado sobre el grado de las mismas (Ver Figura 6). En el aula había mucha diversidad, lo que puede explicar que en general los alumnos encuentren dificultades de forma moderada, pero que a su vez haya alumnos que no tengan dificultades en la asignatura, y otros que encuentren la actividad más difícil.

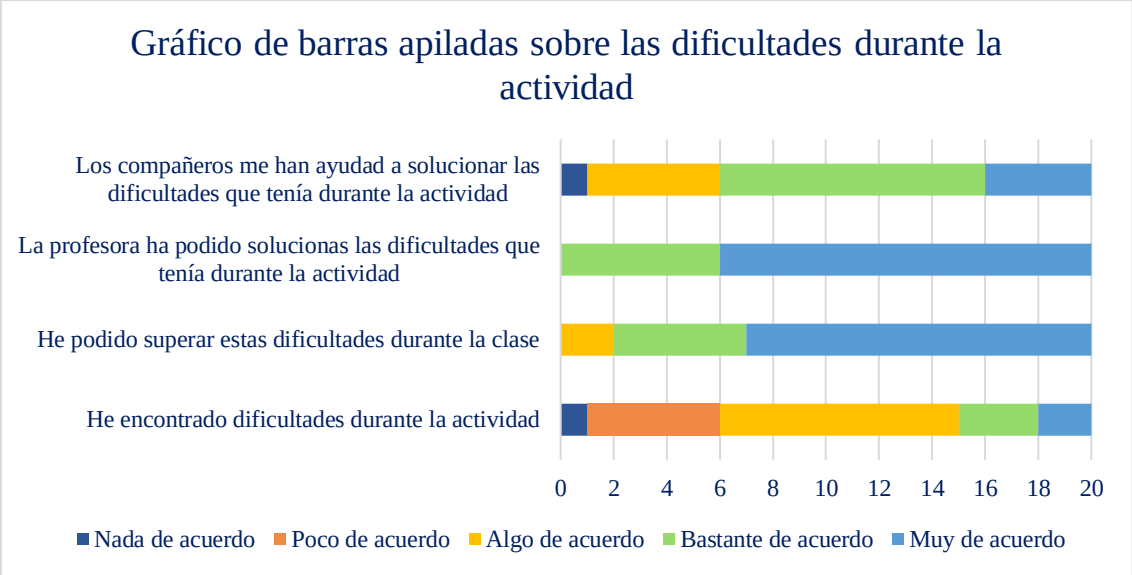


Figura 6: Gráfico de barras apiladas sobre las dificultades durante la actividad. Los alumnos indican el grado de conformidad con cada enunciado.

En cualquier caso, los alumnos consideran que estas dificultades han sido, en general, resueltas durante la actividad. La mayoría afirma que, como docentes, hemos podido ayudarles con estas dificultades. Por el contrario, no todos están igual de satisfechos con la ayuda recibida de sus compañeros.

Por último, si revisamos los comentarios sobre propuestas de mejora, tres de los alumnos comentan que había demasiado alboroto y ruido durante la actividad, proponiendo que tuviéramos más control en el aula:

- *"Se podría mejorar la estancia durante la actividad, ya que había mucho jaleo"*
- *"Que no seas tan buena con los que se portan mal. Jaja ;)"*
- *"Durante la actividad había un poco de lío y a la hora de entenderlo también."*

Otros dos alumnos nos dejan comentarios sobre lo satisfechos que están con la actividad y las clases en general:

- *"Eres muy maja y se me hacía muy fácil estudiar contigo y ojalá te tengamos de profe fija alguna vez."*
- *"No, me ha encantado estar en la clase con la profesora y espero que nos siga dando clase."*

5.6.2 Reflexión personal sobre el desarrollo de la innovación

En las dos sesiones que dedicamos a esta actividad pude comprobar cómo la mayoría de los estudiantes que no trabajaban en las clases previas ahora estaban participando junto con sus compañeros. Si bien es cierto que un par de alumnos mostraban su rechazo a participar, la autonomía de la mayoría de los grupos me permitió atenderlos de forma más individual de lo que podía hacerlo en las otras sesiones.

El compromiso de los alumnos con la actividad fue muy alto. La disposición del aula nos obligaba a mover todas las mesas antes y después de la sesión, pero los estudiantes se organizaron rápidamente para poder empezar la actividad cuanto antes. Ocurrió lo mismo al finalizar las dos sesiones, limpiando ellos mismos las ventanas y dejando el aula tal como la habíamos encontrado al principio.

Por otro lado, algunos estudiantes que sentían cierta timidez para salir a la pizarra a hacer ejercicios tuvieron menos problemas con esta actividad, ya que al estar en grupos más reducidos se sentían menos expuestos y recibían el apoyo de sus compañeros.

La motivación de los chicos que conseguían resolver una ecuación en la ventana se hacía evidente. Como en la mayoría de las metodologías activas, el alumnado se siente libre de hablar, participar, argumentar y saltar de alegría cuando han conseguido superar el nivel y pueden hacer el relevo.

En los siguientes días a la actividad dedicamos las clases a la resolución de problemas, y debían aplicar lo aprendido a un contexto real. La comprensión de los problemas les resultaba difícil a la mayoría, pero una vez conseguían dar este paso o algún compañero lo explicaba, no tenían, en general, tanta inseguridad a la hora de aplicar el proceso matemático que habían aprendido como en las unidades didácticas anteriores.

Las ventanas y su disposición dentro del aula fueron elementos cruciales para el desarrollo de la actividad, de modo que, si el aula no contase con estas características no se podría realizar la actividad tal cual está descrita. En caso de que el aula no cumpla con estas condiciones, tal y como pasaba con otras aulas de este centro, sería necesario desarrollar la actividad en otro espacio, por ejemplo, en otra aula que contase con estas características, para lo cual sería fundamental la coordinación entre el profesorado.

Debido al diseño del periodo de prácticas, una vez finalizada esta unidad didáctica, ya no estaban a nuestro cargo las clases, por lo que estas volvieron a ser expositivas, basadas únicamente en metodologías tradicionales. Por tanto, estas pequeñas mejoras que detectamos no se trabajaron a lo largo todo el curso y la valoración que puedo hacer de la innovación no puede estar todo lo fundamentada que me gustaría.

5.7 Conclusiones

A tenor de los datos obtenidos con las encuestas, la observación durante la innovación y las clases posteriores podemos concluir que:

- La actividad ha resultado estimulante para los alumnos aumentando su participación en las sesiones que destinamos a ella, prefiriendo actividades de este tipo frente a las clases habituales.

- Los alumnos consideran que han aprendido los contenidos que se trabajaron. Si bien encontraron dificultades, estas fueron resueltas generalmente durante la actividad, bien con ayuda de los docentes o de sus compañeros.
- En este tipo de sesiones hay más "ruido" del habitual, pero es necesario establecer un clima de aula que permita trabajar a todo el alumnado durante la sesión, y fomentar más el trabajo en equipo.

Para mejorar la propuesta se podría, atendiendo a las sugerencias y las respuestas de los alumnos, extender la duración de la actividad, dedicando más sesiones a trabajar estos procesos matemáticos. Además, se podría diseñar algún material o método que permita visualizar a los equipos los niveles superados y su avance en la carrera de relevos, similar a una barra de progreso.

Por otro lado, las ecuaciones de segundo grado se agruparon en niveles de dificultad según la visión del docente, pero resultaría interesante contrastarlo con la percepción de los alumnos. Se podría entregar a cada grupo una **diana de evaluación**, como la de la Figura 7, para que valoren durante la actividad el grado de dificultad de los diferentes niveles de ecuaciones, y analizarlas al finalizar la actividad.

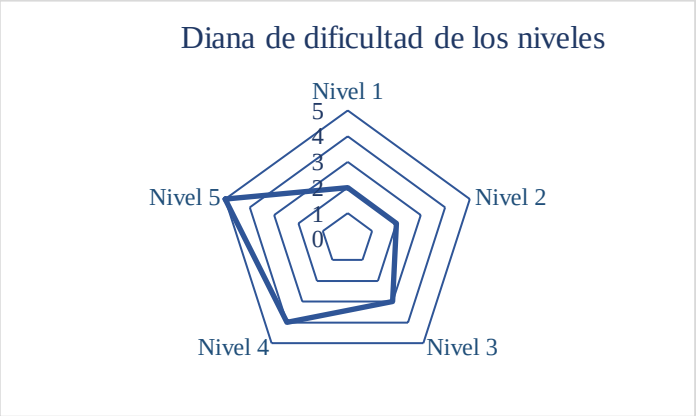


Figura 7: Diana de valoración sobre la dificultad de cada nivel, con la percepción del profesor.

Para mejorar el clima en el aula durante la actividad, se podría elaborar algún sistema de puntuación o de medallas, explotando más elementos de la gamificación, que permita premiar o penalizar el comportamiento de los estudiantes. Se trataría de fomentar el respeto y el trabajo en grupos que fueron, tal vez, lo puntos más débiles de la actividad.

Como futuras líneas de trabajo se podría discutir si la innovación no depende del contenido que se trabaje, analizando si se obtienen los mismos resultados en otras unidades didácticas, en otros cursos, incluso en otras asignaturas.

6. Conclusiones

El objetivo del TFM es diseñar una programación docente para la asignatura de Matemáticas en segundo de ESO, de una forma creativa, que permita enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para ello, decidimos apostar por metodologías activas, centradas en la participación del alumno, y diseñar un sistema de evaluación por competencias.

Teniendo esto en cuenta, el primer paso fue realizar una revisión bibliográfica para ampliar los conocimientos recibidos durante el Máster. Encontré numerosas publicaciones que, a través de diferentes estudios, apoyaban la eficacia de emplear metodologías activas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como la gamificación, actividades lúdicas, el aprendizaje cooperativo, el trabajo por proyectos, etc. Analicé diferentes propuestas que se llevaron a cabo en las aulas, así como su evaluación y las conclusiones de los autores. Del mismo modo, realicé una pequeña investigación sobre la evaluación por competencias, desde propuestas teóricas hasta casos prácticos en los que se ha implementado. Si las publicaciones que encontré sobre nuevas metodologías fueron abundantes, en la búsqueda relacionada con la evaluación basada en competencias encontré más bien pocas referencias que abordaran de forma concreta este tema.

Fruto de esta revisión puedo concluir que el empleo de nuevas metodologías no sólo es necesario para motivar a los alumnos, sino que es el camino que debemos seguir si deseamos evaluar por competencias. Los beneficios son múltiples, pero si en una cosa están todos los autores de acuerdo es que, para implementar actividades con metodologías activas de forma eficaz, se requiere de formación, planificación, tiempo y un sistema de evaluación adecuada. Se llega así a la conclusión de que el proceso de enseñanza se debe planificar tomando como punto de partida el desarrollo cognitivo de los alumnos, sus intereses, actitudes y dificultades, fijando unos objetivos de aprendizaje y desarrollando actividades que permitan evaluar el grado en el que estos se alcanzan.

A partir de la información recogida y analizada, se diseñó la programación docente en base a estos principios, acentuando la metodología escogida, la evaluación, así como la colección de recursos disponibles, y describiendo cómo estos diferentes aspectos de la práctica docente son coherentes unos con otros.

La propuesta de innovación del TFM no es más que una actividad de gamificación que aprovecha los espacios del aula para motivar al alumnado y aumentar su

participación. Esta actividad es una concreción de la metodología y la evaluación establecida, que se integra perfectamente dentro de diferentes unidades didácticas de la programación diseñada. El periodo de prácticas me permitió implementar la actividad en uno de los grupos del centro y, por tanto, pude recoger información para evaluarla y mejorarla. La acogida por parte de los alumnos fue realmente buena y conseguimos aumentar su participación y motivación.

En resumen, el TFM me ha permitido, gracias a la enorme ayuda de los tutores, ampliar los conocimientos adquiridos, enfocados ahora a aquellos aspectos o temas que más me interesaban y que constituyen el punto de partida de mi futuro profesional.

7. Referencias y bibliografía

Aguiar, E. P. (2015). Observación participante: una introducción. *Revista San Gregorio, 1*, 80-89.

Brown, M., Brown, P., y Bibby, T. (2008). "I would rather die": reasons given by 16-year-olds for not continuing their study of mathematics. *Research in Mathematics Education, 10*(1), 3-18.

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF, 1*, 1-10.

Cabezas, J. M. y Maza, I., (2016), Matemáticas 2º ESO, España. Editorial Bruño.

Canabal, C., y Margalef, L. (2017). La retroalimentación: la clave para una evaluación orientada al aprendizaje. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 21*(2), 149-170.

Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Principado de Asturias (2015). Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias, 150*, 1-521.

Contreras, M. (2004). Las matemáticas de ESO y Bachillerato a través de los juegos. *Madrid: Unión, 8*(04), 2013.

Díaz, A. F., y Hernández, R. G. (1999). Constructivismo y aprendizaje significativo. En: *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. (pp. 13-33). México: Mc Graw Hill.

Dicheva, D., Dichev, C., Agre, G. y Angelova, G. (2015). Gamification in Education: A Systematic Mapping Study. *Educational Technology & Society, 18*(3), 75-88.

Fernández, A. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. *Educatio Siglo XXI, 24*, 35-56.

Fernández, S., Pascual, M. A., Pérez, M. H., Rodríguez, A., Miranda, M. y Villaverde, M. J. (2020). *Tema 13: Marco general de la Atención a la Diversidad*. Oviedo: documento inédito.

García, A. (2019). Juegos y Matemáticas [Blog]. Recuperado de: https://anagarciaazcarate.wordpress.com/

García, A. (2019). Matemáticas con juegos: Aprender y disfrutar. *Épsilon.* Recuperado de: https://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/epsilon101_2.pdf

García, A. (2020). Sudomates de ecuaciones [Entrada en un blog]. Juegos y Matemáticas. Recuperado de: https://anagarciaazcarate.wordpress.com/2020/03/17/sudomates-de-ecuaciones/

Gisbert, D. D. (2018). Evidencias sobre la efectividad del aprendizaje cooperativo: síntesis de metaanálisis y relación con educación inclusiva. *Inclusión y mejora educativa* (pp. 122-130). Servicio de Publicaciones.

Grima, C. y García R. (2014). Mati y sus matiaventuras [Blog]. Recuperado de: https://mati.naukas.com/

Grupo de divulgación matemática de la Universidad de Alicante (2019). Algunas aplicaciones de las matemáticas [Blog] Recuperado de: https://blogs.ua.es/dimates/2017/07/31/algunas-aplicaciones-de-las-matematicas/

Haro, J. J. D. (2009). Algunas experiencias de innovación educativa. *Arbor, 185,* 71-92.

Herrada, R. I. y Baños, R. (2018). Experiencias de aprendizaje cooperativo en matemáticas. *Espiral. Cuadernos del Profesorado, 11*(23), 99-108.

Johnson, D. W., Johnson, R. T., y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona, España: Paidós Ibérica.

Laorden, C. y Pérez, C. (2002). Espacio como elemento facilitador del aprendizaje. Una experiencia en la formación inicial del profesorado. *Pulso, 25,* 133-146.

Luna, P. N. y Veiga, P. G. (2020). Wise mapping. Visual thinking evolution. Recuperado de: http://www.wisemapping.com/index.html

MeisterLabs (2020). Mindmeister [aplicación web]. Disponible en: https://www.mindmeister.com/es

Macías, A. V. (2017). *La Gamificación como estrategia para el desarrollo de la competencia matemática: plantear y resolver problemas* (Tesis de maestría). Universidad Casa Grande, Ecuador.

Martín, L. (2000). *Espacio y Juego*. Barcelona, España: Praxis.

McGonigal, J. (2011). *Reality is broken: Why games make us better and how they can change the world*. New York: The Penguin Press.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. *Boletín Oficial del Estado, 25,* 1-18.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado, 3,* 169-546.

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 39,* 19-33.

Muñiz, L. (sin fecha). Matemáticas con sabor a juegos: una forma diferente de aprender [Blog]. Recuperado de: http://matematicasconsaborajuego.blogspot.com/p/presentacion.html

Ortega, P. (2007). Modelo de innovación educativa. Un marco para la formación y el desarrollo de una cultura de la innovación. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*. Recuperado de: http://www.biblioteca.org.ar/libros/142346.pdf

Pifarré, M., y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 19*(2), 297-308.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton (N. J.): Princeton University Press.

Pujolàs, P. (2012). Aulas inclusivas y aprendizaje cooperativo. *Educatio siglo XXI, 30,* 89-112.

Recomendación 2006/962/EC, del Parlamento Europeo y del Consejo de la Unión Europea, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. *Diario oficial de la Unión Europea, Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea,* p. 10-18, (30/12/2006).

Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de Aprendizaje. *Journal of Learning Styles. Revista de Estilos de Aprendizaje, 2*(4), 56-69.

Siegrist, K. (2019). Random. Probability, Mathematical statistics and Stochastic processes [Blog]. Recuperado de: http://www.randomservices.org/random/

Sorando, J. M. (2016). *Resolviendo problemas, cine y matemáticas*. España: Guadalmazán.

Teixes, F. (2015). Gamificación: fundamentos y aplicaciones. Barcelona, España: UOC.

The Orchard Music, (2007). El teorema de Thales ilustrado" de Les Luthiers [Youtube]. Recuperado de: youtube.com/watch?v=Q8F538tA-jI&t=131s

Anexo I. Concreciones de las competencias para evaluar las actividades lúdicas, de gamificación y de resolución de problemas

Para evaluar el logro alcanzado de cada una de las competencias clave se diseñarán rúbricas, adecuadas a la actividad en la que se ponga en práctica estas capacidades, basadas en las concreciones de las competencias clave siguientes. La competencia CMCT se aborda a través de los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables, por lo que no se concreta a continuación.

- Comunicación lingüística (CL)
  - Establecer una conversación fluida con sus compañeros para resolver el problema planteado.
  - Expresar, con el vocabulario adecuado, los pasos a seguir para abordar el problema planteado.
  - Escuchar a los compañeros cuando proponen sus ideas.
- Competencia Digital (CD)
  - Obtener información adecuada a través de diferentes medios de comunicación.
  - Analizar la información de los medios de comunicación de forma crítica.
  - Contrastar la información obtenida de diferentes medios.
  - Transmitir la información a través de diferentes medios digitales.
  - Conocer diferentes programas y aplicaciones para crear contenidos.
  - Buscar ayuda para resolver problema a través de diferentes medios digitales.
- Aprender a aprender (AA)
  - Organizar las diferentes tareas y subtareas para abordar un problema o realizar una actividad.
  - Supervisar de forma consciente la ejecución de las diferentes tareas a realizar.
  - Localizar los errores cometidos.

    - Buscar procesos alternativos para solucionar los errores cometidos.
    - Solicitar ayuda a los compañeros o al docente para solucionar las dificultades que se encuentren.
- Competencias sociales y cívicas (CSC)
    - Comunicarse de forma constructiva con los compañeros y el docente.
    - Mostrar tolerancia y respeto por los demás.
    - Expresar y comprender puntos de vista diferentes.
    - Negociar en la resolución de problemas, conflictos o en la toma de decisiones.
    - Colaborar con los compañeros en el desempeño de la tarea.
    - Aceptar las reglas de la actividad y las normas de clase.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (CSIEE)
    - Analiza el contexto de un problema de forma previa a la resolución.
    - Diseñar un plan para abordar un problema o una tarea.
    - Participar en la ejecución de un plan establecido.
    - Supervisar la ejecución de un plan para identificar posibles errores.
    - Cambiar la estrategia cuando no se obtiene la solución deseada.
    - Liderar la resolución de un problema o la realización de una tarea.
    - Delegar durante la resolución de un problema o la realización de una tarea.
- Conciencia y expresiones culturales (CEC)
    - Desarrollar la creatividad utilizando diferentes materiales y técnicas de diseño.
    - Mostrar interés por las diferentes manifestaciones artísticas.
    - Comunicar y compartir conocimientos a través de diferentes expresiones artísticas.

Anexo II. Recursos para facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos.

1) Entender el problema

Lee el enunciado del problema. Subraya los datos más relevantes: ¿Qué te pide el problema? ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? .....

¿Qué te pide el problema? ¿Qué tienes que encontrar? ¿Dónde tienes que llegar?

.....

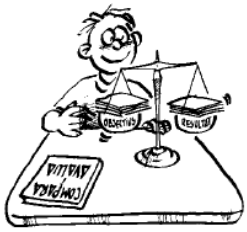
¿Qué datos ya conoces? Anótalos brevemente.

.....

Anota los datos que tienes que encontrar para solucionar el problema.

.....

5) Evaluar el resultado del problema



¿Has conseguido encontrar la solución del problema?

¿Por qué? Justifica tu respuesta explicando los indicadores en que te basas para saber si has conseguido hallar la solución al problema.

.....

Haz un gráfico con los principales datos del problema (datos del enunciado y datos que tú has calculado). ¿Cómo puedes explicar la evolución que siguen los datos en el gráfico?

.....

¿Has encontrado algún error en la representación de los datos? .....

.....

¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de alguna otra manera? .....

¿Cómo? .....

Repasa los cálculos que has realizado. ¿Has encontrado algún error? .....

.....

¿De qué tipo de error se trata? .....

¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error? .....

.....

Figura 8: Pautas para analizar y evaluar el resultado de un problema. Fuente: Pifarré y Sanuy (2001).

Datos del enunciado:

Tengo que calcular:

Solución del problema:

Figura 9: Ficha con cuadros de datos para organizar la información durante la resolución de un problema.

Tabla 24: Ficha para ayudar en la ejecución de un plan durante la resolución de problemas.

Pasos a seguir en la ejecución del problema	Operaciones	Resultados de las operaciones	¿Se necesita este resultado para el siguiente paso?

Anexo III. Instrumentos de evaluación de la programación docente.

Tabla 25: Instrumento para evaluar el número de sesiones de cada unidad didáctica.

Número de sesiones de la unidad didáctica					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
El tiempo establecido ha sido adecuado					
En caso contrario, he necesitado añadir/eliminar	_____ sesiones				

Tabla 25: Instrumento para evaluar la adecuación de la secuencia de unidades didácticas establecida en la programación.

Secuenciación de los temas					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
La secuenciación de los temas ha permitido abordar los contenidos sin dificultades					
En caso contrario, responde las siguientes preguntas:					
He tenido que anticipar algún contenido que se trabajaba en unidades posteriores	Sí	No	Indica cuál/cuales:		
¿Propones algún cambio en la secuencia establecida?	Sí	No	Indica cuál/cuales:		

Tabla 26: Cuestionario para evaluar la metodología de la programación docente.

Metodología					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
La metodología empleada ha sido adecuada					
Las clases expositivas permiten a los estudiantes adquirir conocimientos teóricos					
Los esquemas y las conexiones presentados por el docente permiten a los estudiantes establecer relaciones entre los contenidos					

El alumnado ha sido capaz de trabajar de forma activa y en grupo					
El aprendizaje cooperativo ha sido adecuado para la resolución de problemas					

Tabla 27: Cuestionario para evaluar los recursos contemplados en la programación docente.

Recursos					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Los apuntes del docente han permitido a los alumnos estudiar y aprender los contenidos de la asignatura					
Los libros de texto en clase han sido suficientes en número y contenido para la búsqueda de información durante las actividades					
Se ha podido disponer de las aulas de ordenadores y de la tecnología adecuada para el uso de los recursos TICS					
En caso contrario, indica cuántas sesiones has tenido que modificar por este motivo y las causas exactas (falta de ordenadores para todos los alumnos/ mala conexión/ no funcionaba el programa, etc.):					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Las fuentes de recursos como blogs o libros para motivar, contextualizar y hacer amenas las matemáticas han sido adecuadas y suficientes en todos los bloques					
Si no ha sido así, indica a continuación lo recursos adicionales que has necesitado:					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Los juegos y las actividades de gamificación disponible en los recursos de la programación han sido suficientes para diseñar mis propias actividades.					
Si no ha sido así, indica a continuación lo recursos adicionales que has necesitado:					

Tabla 28: Cuestionario para evaluar la eficacia de las medidas de apoyo.

Medidas de apoyo					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
El trabajo en equipo permite a los estudiantes con dificultades en la asignatura aprender con sus compañeros.					
Los materiales del Anexo I son adecuados para reforzar la resolución de problemas en aquellos estudiantes que tienen dificultades.					

Tabla 30: Cuestionario para evaluar las actividades complementarias y extraescolares

Actividades complementarias y extraexcolares					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Hay una participación alta en las actividades complementarias y extraescolares.					
Los alumnos que participan en alguna actividad complementaria o extraescolar muestran interés y motivación por la asignatura durante las clases.					

Tabla 31: Cuestionario para valorar la evaluación establecida en la programación docente.

Evaluación					
Indicador	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
La evaluación es adecuada a la metodología empleada.					
La evaluación diseñada permite evaluar de forma objetiva el logro de las competencias.					
Los instrumentos de evaluación diseñados (rúbricas, pruebas escritas, etc.) son eficaces para evaluar el aprendizaje de los alumnos.					

Anexo IV. Material de la actividad con *Kahoot*

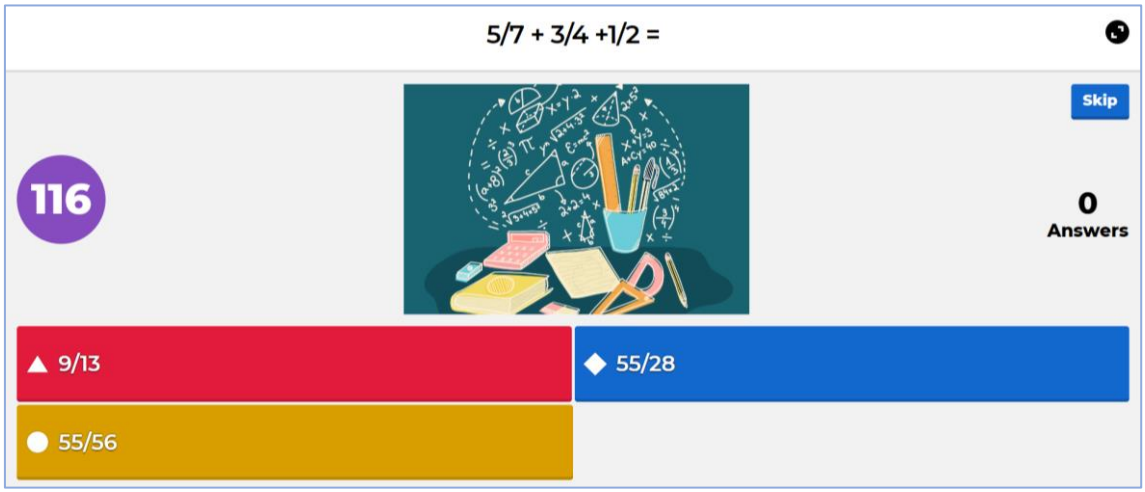


Figura 10: Primera pregunta del quiz para repasar fracciones, lenguaje algebraico y polinomios

Figura 11: Segunda pregunta del quiz para repasar fracciones, lenguaje algebraico y polinomios

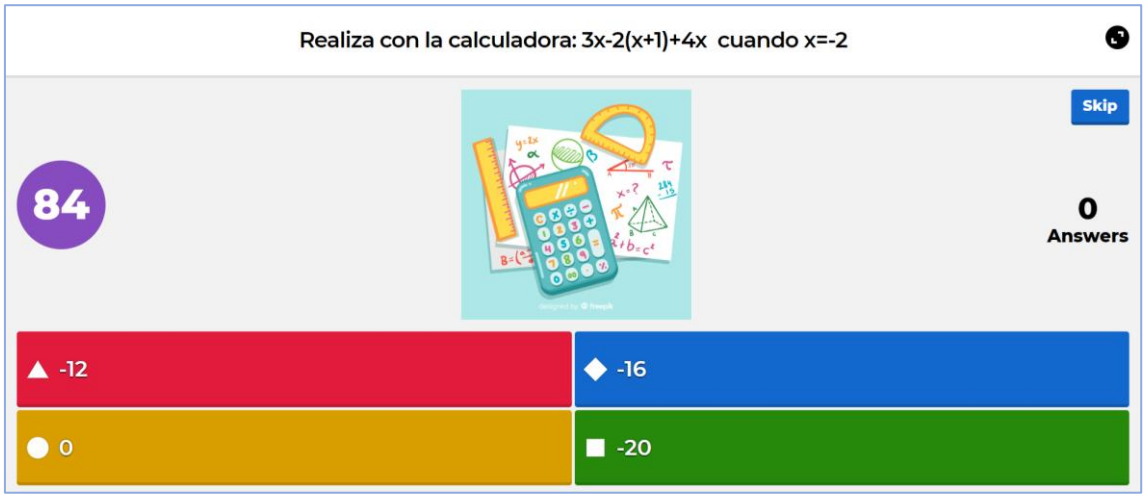


Figura 12: Tercera pregunta del quiz para repasar fracciones, lenguaje algebraico y polinomios

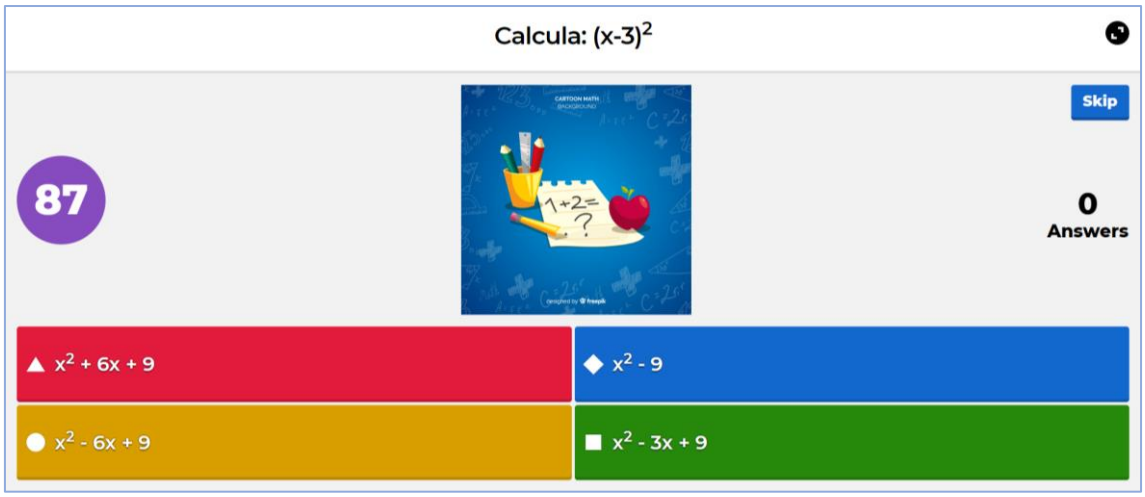


Figura 13: Cuarta pregunta del quiz para repasar fracciones, lenguaje algebraico y polinomios

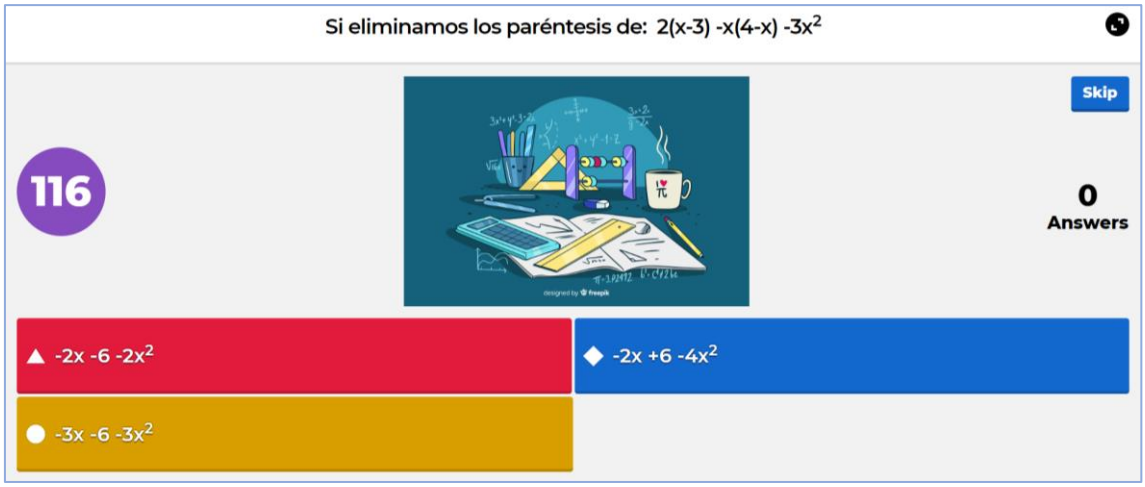


Figura 14: Quinta y última pregunta del quiz para repasar fracciones, lenguaje algebraico y polinomios

Anexo V. Material de la actividad “las ecuaciones me ponen como una hidra”

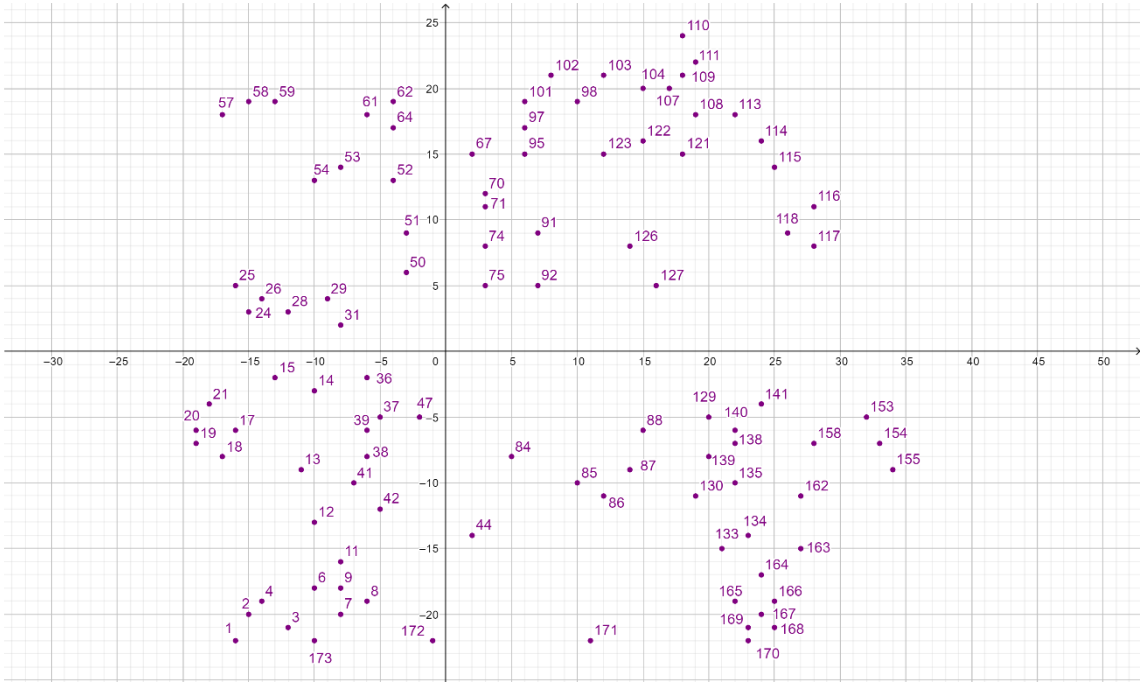


Figura 15: Plantilla para el dibujo por puntos. Se proyectará en la pizarra blanca, de modo que los alumnos deben primero encontrar los puntos que faltan para completar el dibujo final.

Tabla 32: Modelos de tarjetas para los alumnos. En cada tarjeta encontramos dos ecuaciones que se deben resolver correspondientes a la coordenada x y la coordenada y del punto indicado.

Ecuación x	Ecuación y	punto
2-(9-3x)/5=x-(2+x)/2	3/2+x/3=x+1/4	5

Ecuación x	Ecuación y	punto
(x+1)/4=(x-1)/3+2	x-(x+1)/5=(x+3)/2-2	22

Anexo VI. Trabajo individual “Sudoku de ecuaciones”

Trabajo de ecuaciones de 1º y 2º grado. Entrega: Martes 11/02/2020

Nombre: _____

1. Sudoku de ecuaciones de 1º grado

El objetivo es resolver el sudoku que tenemos completamente en blanco. ¿Cómo? Lo primero que debemos hacer es resolver las ecuaciones de la tabla que hay justo debajo del sudoku, y colocar la solución en el cuadrado correspondiente. Cada una de estas ecuaciones tiene soluciones del 1 al 9, por lo que respeta las reglas básicas del sudoku.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
H									
I									

Una vez colocados estos primeros números ya se puede resolver el sudoku como uno normal. ¿Cuáles son las reglas de los sudokus? Debemos rellenar cada fila, columna y cuadrado en negrita con los números del 1 al 9, sin repetir ninguno de ellos.

1

Figura 16: Trabajo de ecuaciones con el sudoku en blanco y las instrucciones del mismo.

posición	ecuación	solución	posición	ecuación	solución
A1	$3x+4=x+18$		A2	$6-3(2p-4)=-18$	
A3	$2x-3(x-4)=x+2$		A6	$\frac{1}{2}x-3x+5=0$	
A9	$4(y+\frac{1}{4})=5$		B6	$1-6(y+3)=-23$	
B7	$-2y-5=-11$		C1	$x-\frac{2x+1}{5}=1$	
D3	$2x=2\frac{(x+16)}{3}$		D5	$5z+2=2z+5$	
D8	$8-u=\frac{u}{7}$		E1	$4x-2x=18$	
E6	$\frac{2}{3}+\frac{3x}{4}=\frac{31}{6}$		E8	$7y-10=y+2$	
E9	$-9=y-14$		F4	$2(a+2)=3(a-1)$	
F7	$\frac{4}{6}=\frac{z}{9}$		F8	$2y+4=6y-32$	
G1	$-4(x+6)=-40$		G3	$\frac{(x-3)}{2}=\frac{x}{3}$	
G4	$-5(x-1)=3(2x-2)$		H4	$2(8+p)=22$	
I2	$3x-(x+4)=-2$		I6	$5c-3=2c+12$	
I8	$\frac{u}{3}+\frac{u+2}{2}=u$				

Tabla 1: Tabla de ecuaciones para resolver el sudoku

2. Ecuaciones de 2º grado

Para resolver las siguientes ecuaciones de 2º grado recuerda que lo primero que tenemos que hacer es identificar qué tipo de ecuación es y obtener los parámetros de ella. Luego aplicamos el procedimiento correspondiente.

1. $5x^2-15x-50=0$
2. $x^2-5x+6=0$
3. $2x^2-7x+3=0$
4. $-x^2+7x-10=0$
5. $x^2+(7-x)^2=25$
6. $2x=3x^2$
7. $16x^2=0$
8. $9x^2-1=0$
9. $25x^2=4$
10. $(x-2)(3+x)=0$

2

Figura 17: Tabla de ecuaciones de primer grado y lista de ecuaciones de segundo grado.

Anexo VII. Pruebas de evaluación para la unidad didáctica

Examen: Ecuaciones de 1º grado con una incógnita. 04/02/2020

Nombre: _____

1. Indica, razonadamente, si las siguientes expresiones son ecuaciones de primer grado con una incógnita. **(1.5 puntos)**

(a) $x - x^2 = 2$

(b) $\frac{3x-1}{4} = 1$

(c) $\frac{8+2x}{3} = 20y + 3$

2. Identifica si las siguientes expresiones son identidades o ecuaciones, y razona tu respuesta. **(1.5 puntos)**

(a) $3x - 1 = 5$

(b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(c) $6(4-x) = \frac{2+x}{2}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de 1° grado con una incógnita siguiendo todos los pasos necesarios. Acuérdate de simplificar el resultado. **(4.5 puntos)**

(a) $3x - 1 = 5$

(b) $9x - 3(5x - 6) = -30$

1

Figura 18: Primera prueba escrita: ecuaciones de primer grado. Fuente: Elaboración propia.

(c) $\frac{x}{6} - 1 = -\frac{x}{3}$

(d) $\frac{x-3}{4} + \frac{x-1}{3} = x - 4$

(e) $x + 1 = \frac{x-3}{5}$

Elige uno de los dos siguientes problemas y trata de resolverlo indicando todos los pasos que sigues.

4. La parte de un iceberg que asoma por encima del agua mide 50 metros de altura. La parte sumergida del iceberg son 8/9 del total. ¿Cuál es la altura total del iceberg? **(2.5 puntos)**

5. Para pagar la suscripción de Netflix de los últimos 4 meses Natalia ha dado 50 euros, y le devolvieron 18. ¿Cuánto paga Natalia por un mes de suscripción? **(2.5 puntos)**

2

Figura 19: Primera prueba escrita: ecuaciones de primer grado. Fuente: Elaboración propia

Examen: Ecuaciones de 2º grado con una incógnita. 11/02/2020

Nombre: _____

1. Identifica el tipo de ecuación de 2º grado y obtén sus parámetros (a, b, c). **(1.5 puntos)**

(a) $5x^2 - 4x + 5 = 0$

(b) $x^2 - x = 0$

(c) $16 = 2x^2$

2. Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones de 2º grado analizando su discriminante. **(1.5 puntos)**

(a) $3x^2 - 5x + 1 = 0$

(c) $3(x - 1) + x^2 = 0$

(b) $3^2 - x + 2 = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de 2º grado con una incógnita siguiendo todos los pasos necesarios. Acuérdate de simplificar el resultado. **(4.5 puntos)**

(a) $x^2 + x - 12 = 0$

(b) $2x^2 - x = 0$

1

Figura 20: Segunda prueba escrita: ecuaciones de segundo grado. Fuente: Elaboración propia.

(c) $x^2 - 7x + 10 = 0$

(d) $(x-5)(x+5) = 0$

(e) $1 - x(x-3) = 4x - 1$

Elige uno de los dos siguientes problemas y trata de resolverlo indicando todos los pasos que sigues.

4. Un rectángulo tiene la base 6 centímetros mayor que su altura. Si el área de dicho rectángulo es igual a 27 cm^2, ¿Cuánto mide la altura del rectángulo? ¿y su base?**(2.5 puntos)**

5. Si al cuadrado de un número positivo le restamos 15 unidades el resultado es igual al doble de ese mismo número. ¿Cuál es el valor del número? **(2.5 puntos)**

2

Figura 21: Segunda prueba escrita: ecuaciones de segundo grado. Fuente: Elaboración propia.