

Estruturando e validando uma ferramenta para avaliação em atividades de modelagem matemática

Structuring and validating an assessment tool to use in mathematical modelling activities

Lourdes Maria Werle de Almeida @ , Gustavo Granado Magalhães @ 

Universidade Estadual de Londrina

Resumo ∞ Este artigo apresenta uma investigação acerca da avaliação em modelagem. O quadro teórico inclui abordagens, perspectivas e propósitos para a modelagem bem como elementos relevantes com relação à avaliação em modelagem e o objetivo consiste em estruturar uma ferramenta para avaliação em atividades dessa natureza. A ferramenta propõe que essa avaliação deve incorporar três dimensões: do fazer modelagem matemática; do uso da matemática; da compreensão da situação da realidade. A estas dimensões são associados aspectos e critérios e uma escala de pontuação que gera uma nota. A flexibilidade da pontuação, viabilizando ao professor avaliar segundo seus propósitos e a perspectiva de modelagem que está usando é um aspecto inovador. A análise da ferramenta por professores inclui: pertinência, adequação e relevância das dimensões, aspectos e critérios; eficiência da escala de pontuação; operacionalidade da ferramenta. Desta análise resulta que a ferramenta é operacional, válida e eficiente para avaliar em atividades de modelagem.

Palavras-chave ∞ Modelagem Matemática; Avaliação; Perspectivas

Abstract ∞ This paper presents an investigation about assessment in mathematical modelling. The theoretical framework includes approaches, perspectives and purposes for modelling as well as relevant elements regarding evaluation in mathematical modeling and the goal of the paper is to structure a tool for assessment in modelling activities. The tool proposes that assessment in modelling activities should incorporate three dimensions: doing mathematical modelling; the use of mathematics; understanding the real situation. These dimensions are associated with aspects and criteria and a scoring scale that generates a grade. The flexibility of the score, allowing the teacher to assess according to their purposes and the modelling perspective they are using, is an innovative aspect in relation to assessment in mathematical modelling. The analysis of the tool by three teachers includes: pertinence, adequacy and relevance of dimensions, aspects and criteria; scoring scale efficiency; tool operability. This analysis results that the tool is operational, valid and efficient to evaluate in modelling activities.

Keywords ∞ Mathematical Modelling; Assessment; Perspectives

Almeida, L. M. W. & Magalhães, G. G. (2022). Estruturando e validando uma ferramenta para avaliação em atividades de modelagem matemática. *AIEM – Avances de investigación en educación matemática*, 22, 71-89. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4144>

1. INTRODUÇÃO

As discussões das últimas décadas relativas à modelagem matemática¹ reconhecem que com a utilização da modelagem, a dinâmica da aula é alterada, de modo que os estudantes tomam iniciativas visando às diferentes ações que as atividades lhes requerem (Almeida, 2018). Essa mudança na dinâmica da aula conduz à necessidade de outra configuração para a avaliação, considerando especificidades e características de aulas que incluem modelagem (Silva e Dalto, 2017).

Entretanto, quando a temática é a avaliação em atividades de modelagem, parece haver uma lacuna relativamente ao o que avaliar e como avaliar, conforme sugerem Veleda e Burak (2020), Biccard e Wessels (2017) e Frejd (2013). As pesquisas de Frejd (2013) e de Veleda e Burak (2016) sinalizam que, embora pouco explorada na pesquisa na área de Modelagem Matemática, a avaliação em atividades de modelagem tem despertado interesse há longa data.

Niss (1993) já abordou o assunto, propondo que a avaliação em modelagem deve considerar a tríade conteúdo×produto×processo. Com esta abordagem, a avaliação engloba, de forma articulada, a avaliação dos **conteúdos** matemáticos que emergem no desenvolvimento da atividade de modelagem, a avaliação do **produto** desta modelagem, associado ao modelo matemático desenvolvido e os resultados dele decorrentes, bem como a avaliação dos **processos** realizados pelos estudantes no decorrer da atividade. Conforme sugere Niss (1993), uma avaliação em modelagem subsidiada por esta tríade, requer olhar para os procedimentos dos estudantes bem como para os interesses do professor. É preciso, sobretudo, dispor de um método ou de uma ferramenta de avaliação capaz de captar o que o estudante sinaliza ter aprendido ao desenvolver atividades de modelagem.

Relativamente a essas ferramentas, uma revisão da literatura realizada por Magalhães e Almeida (2021) concluiu que rubricas² e questões de múltipla escolha vêm sendo usadas. Além disso, abordagens holísticas, considerando a atividade de modelagem como um todo ou abordagens atomísticas, dirigindo-se a aspectos específicos dessas atividades, têm permeado as práticas avaliativas em modelagem.

Conforme propõe Kaiser e Sriraman (2006) e Blum (2015), atividades de modelagem podem ter diferentes perspectivas na sala de aula, de modo que interesses dos estudantes e objetivos do professor podem variar conforme essas perspectivas. Assim, como a avaliação pode ser encaminhada visando atender às especificidades das distintas perspectivas de modelagem? Em consonância com estas perspectivas, como uma ferramenta pode ser eficiente para a avaliação dos estudantes em atividades de modelagem?

Considerando esta problemática, temos como objetivo estruturar uma ferramenta de avaliação em modelagem, em que, diferentemente do que acontece nos instrumentos de avaliação reconhecidos na literatura, o foco da avaliação pode mudar de acordo com os propósitos do uso da modelagem, possibilitando ao professor

¹ No texto, modelagem sempre se refere à modelagem matemática.

² Uma rubrica de avaliação consiste numa ferramenta de pontuação que articula as expectativas de uma tarefa, listando critérios e níveis de qualidade (Tekin-Dede & Bukova-Guzel, 2018),

identificar o que o aluno sabe sobre o **fazer** modelagem, sobre a matemática utilizada bem como sobre a situação da realidade que está sendo estudada. Esta especificidade da ferramenta é incluída mediante a caracterização de dimensões para a avaliação. Além disso, a ferramenta também inclui uma escala de valores, viabilizando gerar uma pontuação final para o estudante.

Para a proposição da ferramenta segue-se um posicionamento interpretativo relativamente ao resultado de pesquisas que envolvem os temas avaliação e perspectivas de modelagem, bem como uma posição construcionista, ao avançar na teorização relativa à avaliação em modelagem, propondo uma ferramenta de avaliação.

Considerando a importância, já apontada por Pellegrino et al. (2001), à respeito da validação de uma ferramenta de avaliação antes de seu uso em larga escala, a ferramenta é submetida à uma avaliação. Para avaliar sua operacionalidade e eficiência, professores que têm experiência com modelagem em sua prática docente avaliaram seus estudantes em atividades de modelagem usando a ferramenta em diferentes níveis de escolaridade.

2. QUADRO TEÓRICO

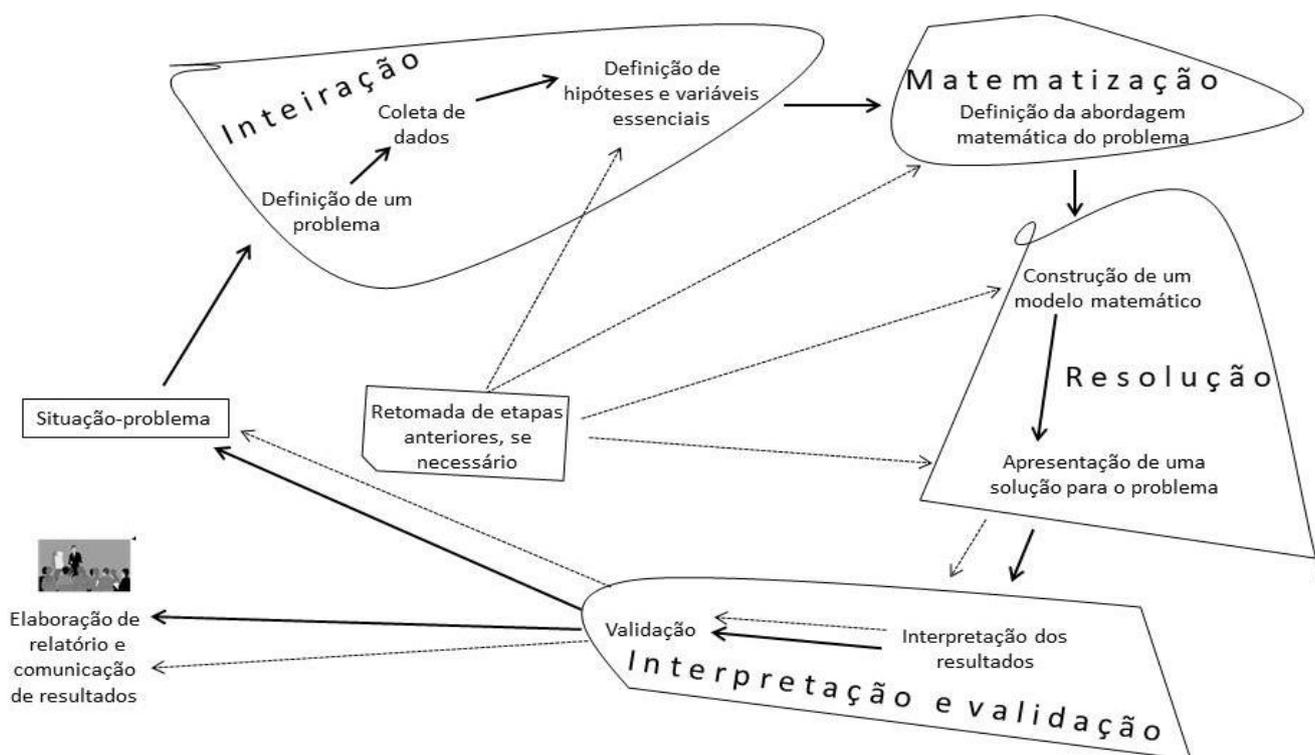
2.1. Abordagens e perspectivas de modelagem matemática

A modelagem matemática se refere à obtenção de uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade e inclui a construção e validação de um modelo matemático (Almeida, 2018; Blum, 2015; Araújo e Lima, 2020). Modelo matemático, conforme sugerem Lesh e Harel (2003), é uma estrutura matemática capaz de revelar como aspectos relevantes da situação em estudo podem ser interpretados à luz da matemática. À busca da solução mediada pelo modelo associa-se um conjunto de procedimentos que em Almeida et al. (2016) são alocados a quatro fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação dos resultados e validação. Na sala de aula, a estas fases acrescenta-se a comunicação dos resultados obtidos e a elaboração de um relatório. Estas fases podem ser representadas usando um ciclo de modelagem (figura 1).

A introdução de atividades de modelagem nas aulas possui uma estrutura voltada para um propósito. Considerando as sutilezas que diferenciam estas estruturas e estes propósitos configuram-se diferentes perspectivas e abordagens para a modelagem.

Kaiser e Sriraman (2006) caracterizaram perspectivas de modelagem de acordo com seu propósito na sala de aula: realística (o foco é a resolução de um problema real); contextual (visa introduzir a modelagem para contextualizar conteúdos matemáticos); educacional (visa integrar situações-problema autênticas nas aulas com o objetivo de desenvolver conteúdos matemáticos curriculares); sócio-crítica (o foco é a análise dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade); epistemológica (situações-problema são estruturadas para gerar o desenvolvimento de conceitos matemáticos).

Figura 1. Ciclo de modelagem matemática



Nota: As linhas pontilhadas indicam os possíveis movimentos que conferem à atividade de modelagem um caráter dinâmico.

Fonte: Almeida, Castro e Silva (2021).

De outra maneira, Julie e Mudaly (2007) e, posteriormente, Galbraith (2012), associam o uso da modelagem matemática com propósitos curriculares. Estes autores partem do entendimento de que duas abordagens genéricas para a modelagem são possíveis na sala de aula: modelagem como **veículo** e modelagem como **conteúdo**. Esta classificação considera diferentes propósitos, perspectivas e finalidades para a modelagem. Quando a modelagem é utilizada como veículo, seu objetivo principal é a aprendizagem da matemática que consta do currículo escolar, ou seja, a modelagem é utilizada como um recurso para necessidades curriculares ou propósitos educacionais. Quando utilizada como conteúdo, a modelagem se associa com dois objetivos: a construção de modelos para investigar fenômenos naturais e sociais sem a prescrição de conteúdos matemáticos; e o desenvolvimento de habilidades de modelagem pelos estudantes a fim de torná-los aptos para acionar seus conhecimentos matemáticos e resolver problemas.

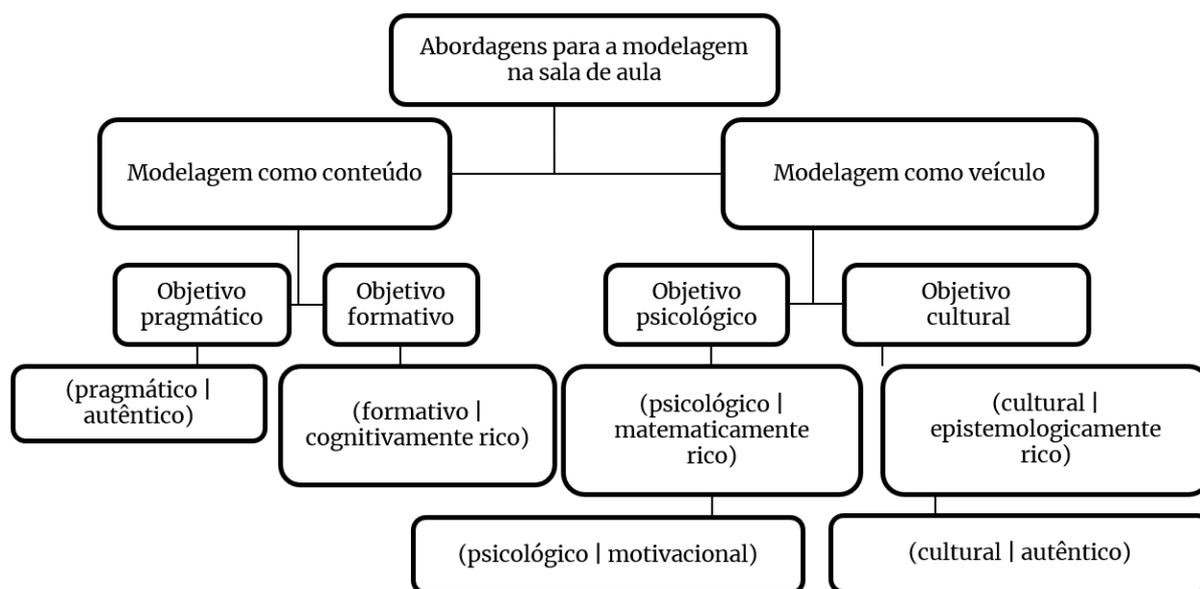
Blum (2015), por sua vez, sugere quatro finalidades para a introdução da modelagem nas aulas: (1) finalidade pragmática: a modelagem visa conhecer situações da realidade cuja investigação não é possível em atividades intra-matemáticas; (2) finalidade formativa: a modelagem desenvolve competências específicas; um exemplo é a competência de argumentação que se desenvolve quando situações da realidade são estudadas mediante conceitos ou métodos da matemática; (3) finalidade cultural: as relações com o mundo extra-matemático, promovidas pelas

atividades de modelagem, são indispensáveis para uma imagem adequada da matemática como ciência em um sentido abrangente; (4) finalidade psicológica: exemplos do mundo real podem contribuir para aumentar o interesse dos estudantes pela matemática, para motivá-los a estruturar o conteúdo matemático, para melhor entendê-lo e retê-lo por mais tempo.

Segundo Blum (2015), existe uma dualidade na caracterização destas finalidades. O autor adverte que a finalidade pragmática lida com a matemática como um auxílio para a compreensão da realidade; nas outras três finalidades, a situação da realidade fomenta o ensino e a aprendizagem da matemática. Pode-se inferir que esta dualidade tem relação com as abordagens consideradas por Galbraith (2012). Entretanto, considerando a abordagem da modelagem como conteúdo que, para além do domínio das situações do mundo real envolve também o desenvolvimento de habilidades de modelagem, pode-se dizer que as finalidades pragmática e formativa se apresentam como versões desta abordagem e, conseqüentemente, as finalidades cultural e psicológica como versões da abordagem da modelagem como veículo.

Ampliando o quadro de perspectivas de modelagem apresentado em Kaiser e Sriraman (2006), Blum (2015) defende que podem se caracterizar perspectivas para a modelagem por meio do par (finalidade (ou objetivo) da modelagem | uso de um exemplo adequado), associando a finalidade da modelagem com as atividades escolhidas para a sala de aula. O autor caracteriza seis pares e os associa às perspectivas de modelagem: (pragmática | autêntico) refere-se à modelagem realística; (formativa | cognitivamente rico) diz respeito à modelagem educacional; (cultural com uma intenção emancipatória | autêntico) associa-se à modelagem sócio-crítica; (cultural em relação à matemática | epistemologicamente rico) refere-se à modelagem epistemológica; (psicológica com intenção de motivar os estudantes | motivacional) caracteriza a perspectiva pedagógica para a modelagem; e (psicológica | uso da matemática) leva o autor a caracterizar a perspectiva conceitual para a modelagem matemática.

A associação entre as classificações de Blum (2015), Galbraith (2012) e Kaiser e Sriraman (2006) indica que uso da modelagem na sala de aula pode seguir o encaminhamento das abordagens de modelagem como veículo e modelagem como conteúdo e que estas envolvem quatro objetivos, a saber: os objetivos pragmático, formativo, cultural e psicológico, configurando, a partir do par (objetivo | atividade adequada), as seis perspectivas de modelagem anteriormente mencionadas, como representado na Figura 2.

Figura 2. Abordagens, objetivos e perspectivas de modelagem matemática.

2.2. Interpretações para a avaliação em modelagem matemática

Reflexões sobre a avaliação em modelagem matemática não são independentes de considerações relativas às práticas avaliativas no âmbito escolar, da conceitualização e das funções da avaliação neste contexto.

Segundo Hadji (1994), a avaliação ocupa um lugar central no conjunto de atividades da sala de aula. Esse autor atribui a ela três finalidades: fazer um inventário dos conhecimentos dos estudantes, fazer um diagnóstico do desempenho do aluno e detectar suas dificuldades, e uma finalidade prognóstica, visando orientar o avaliador sobre as modalidades e procedimentos mais adequados para os aprendizes.

A presente pesquisa está alinhada com a finalidade diagnóstica e considera a avaliação como um processo contínuo de regulação do que o aluno sabe, percebendo a avaliação como formativa. Esta avaliação, conforme sugerem Hadji (1994) e Silva e Dalto (2017), inclui ações de professores e estudantes que visam intervir e contribuir para o delineamento de procedimentos de ensino do professor ao mesmo tempo em que proporcionam ao aluno aprender por meio da própria avaliação.

É preciso considerar que nas estruturas educacionais vigentes cabe ao professor a elaboração de um conceito, uma nota ou pontuação, em determinados instantes do processo formativo dos estudantes. Neste contexto, Hadji (1994, p. 147) indica que qualquer que seja a função da avaliação “devemos, para poder avaliar [...] e usar instrumentos previamente organizados e estruturados para o levantamento das informações relativamente ao que os estudantes pensam e sabem sobre determinado tópico.

No que se refere à modelagem matemática, particularmente, o instrumento de avaliação para a coleta de informações é o próprio desenvolvimento de

atividades de modelagem. A questão que emerge nesse contexto é: como obter uma pontuação (nota) para os estudantes mediante esse desenvolvimento?

Os debates relativos às abordagens, objetivos e perspectivas de modelagem têm proporcionado diferentes encaminhamentos para a avaliação em atividades desse tipo. Considerando a modelagem como veículo, emergiu um debate relativo à regulação e à mensuração de procedimentos específicos dos estudantes nas diferentes fases de um ciclo de modelagem e da matemática associada a estes procedimentos. Por outro lado, ao considerar a abordagem da modelagem como conteúdo, emergiu um debate relativo à regulação e à mensuração da competência do *fazer* modelagem matemática.

No que tange à avaliação da competência do fazer modelagem, diversos autores têm se dedicado à elaboração de estratégias de avaliação desta competência (Biccard e Wessels, 2017; Vos, 2013). Apesar das diversas abordagens para a modelagem bem como procedimentos para a identificação da competência de modelagem, há na literatura indicações de que a avaliação pode seguir dois encaminhamentos: uma abordagem holística, em que os estudantes perpassam todas as fases de um ciclo de modelagem e, logo, todas as ações identificadas em cada fase; uma abordagem atomística, em que os estudantes têm experiência com partes das ações identificadas no ciclo de modelagem e, portanto, fases e ações específicas (Frejd, 2013; Maaß, 2006).

Com a inclusão da modelagem em currículos como uma das competências matemáticas a ser desenvolvida nos estudantes, gerou-se a necessidade de considerar abordagens tanto atomísticas quanto holísticas para a avaliação nessas atividades (Schukajlow et al., 2015; Vos, 2013).

De modo geral, o foco da avaliação em abordagens holísticas é a competência de modelagem e como os estudantes podem progredir nessa competência sem associar uma pontuação ou ter como objetivo produzir uma nota para o estudante. Um método reconhecido e utilizado neste tipo de avaliação é o modelo 3D para o desenvolvimento da competência de modelagem, proposto por Jensen (2007). Para capturar as progressões na competência dos estudantes com esse modelo, deve-se considerar: o grau de cobertura, indicando quais aspectos da competência de modelagem alguém pode ativar e o grau de autonomia com que essa ativação ocorre; o raio de ação, indicando o espectro de contextos e situações em que alguém pode ativar a competência de modelagem; e o nível técnico, indicando o quão conceitualmente e tecnicamente avançada é a matemática que alguém pode usar para ativar a competência de modelagem.

Nas abordagens holísticas, as pesquisas fazem uso de diferentes tipos de ferramentas. Podemos mencionar a elaboração de rubricas de avaliação (Aydin- Güç e Baki, 2019; Leong, 2012), a elaboração de um framework para uma atividade de modelagem (Biccard e Wessels, 2017), a utilização de portfólios e pequenas competições (Dunne e Galbraith, 2003).

Abordagens atomísticas para a avaliação em modelagem visam avaliar separadamente ações e procedimentos dos estudantes aos desenvolverem essas

atividades. Segundo Frejd, (2013), essas abordagens, geralmente, aparecem associadas à utilização de questões de múltipla-escolha com base no instrumento de avaliação desenvolvido por Haines et al. (2001) em que cada questão é direcionada para avaliar separadamente as etapas de modelagem.

Outros encaminhamentos para avaliação atomística levam em consideração questões usadas em avaliações de larga escala, como é o caso do PISA (Programme for International Student Assessment), a fim de estudar sua validade e confiabilidade e utilizá-las de acordo com os propósitos de avaliação, tanto para a mensuração quanto para estudar o desenvolvimento de sub-competências de modelagem.

Levando em consideração a importância de incorporar na avaliação especificidades da modelagem, propomos uma ferramenta de avaliação em que o professor, consciente da abordagem e da perspectiva para o uso da modelagem, consegue avaliar segundo seus objetivos em cada atividade, de acordo com o que disse Blum (2015): “Não apenas o ensino, mas também a avaliação deve refletir de forma adequada os objetivos das aplicações e da modelagem” (p. 85).

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

A investigação constitui uma pesquisa qualitativa. As metodologias nesta modalidade de pesquisa se valem de métodos de investigação que se associam a movimentos analíticos por meio dos quais o investigador procura, para além da articulação entre teoria e informações a respeito de um determinado fenômeno, valorizar critérios interpretativos de análise (Bryman, 2012). No presente artigo, o fenômeno sobre o qual se dirige a investigação é a avaliação em atividades de modelagem matemática.

Os procedimentos da pesquisa incluem duas partes. Primeiramente, considerando elementos de um quadro teórico, estruturamos uma ferramenta para a avaliação em atividades de modelagem. Em seguida, o uso dessa ferramenta é realizado por três professores em diferentes níveis de escolaridade. Estes professores são de cidades diferentes de dois estados brasileiros, Paraná e Rio Grande do Sul, e já têm familiaridade com atividades de modelagem em suas práticas docentes, sendo convidados pelos autores deste artigo, a avaliar seus estudantes mediante o uso da ferramenta. Inicialmente, com cada professor foi realizada uma reunião (usando o *google meet*), apresentando a ferramenta e um convite para que a usasse para avaliar seus estudantes em pelo menos uma atividade de modelagem. Os três professores, identificados como professora E, professor D e professor R, usaram a ferramenta, informando qual perspectiva de modelagem estavam usando nas atividades em que avaliaram os estudantes.

Após o uso da ferramenta, foi realizada uma entrevista com cada professor (pelo *google meet*) que foi transcrita, garantindo o sigilo das informações. A finalidade da entrevista foi obter informações sobre a operacionalidade bem como acerca da validade e confiabilidade proporcionadas pela ferramenta para gerar uma pontuação (nota) para os estudantes. A partir das respostas foram definidos três focos relativamente à validação da ferramenta pelos professores.

A seguir detalhamos a estruturação da ferramenta bem como a sua validação pelos professores.

4. A ESTRUTURAÇÃO DE UMA FERRAMENTA PARA AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

Para estruturar a ferramenta de avaliação em atividades de modelagem, levamos em consideração a assertiva de Hadji (1994, p. 94) de que:

O verdadeiro problema do avaliador não é o de inventar um sistema pertinente de notação, mas o de decidir o que significa e o que "vale" tal ou tal nota [...] Ou seja, a avaliação é uma maneira de afirmar que os indicadores só podem indicar ou significar alguma coisa em referência a critérios.

A base teórica discutida nas seções anteriores, considerando os procedimentos dos estudantes e os diferentes propósitos da introdução de atividades de modelagem nas aulas, nos leva a caracterizar três dimensões para o que pode ser avaliado em atividades de modelagem: (1) Dimensão do *fazer* modelagem matemática; (2) Dimensão do uso da Matemática; e (3) Dimensão da compreensão da situação da realidade. A estruturação da ferramenta segue um encaminhamento em que a avaliação deve levar em consideração estas três dimensões. Trata-se, portanto, de uma abordagem holística para a avaliação em modelagem matemática.

A ferramenta inclui que, independente da abordagem ou da perspectiva de modelagem, desenvolver atividades desse tipo requer um olhar investigativo para a situação que está em estudo e, na construção de um modelo matemático, conhecimentos matemáticos, conhecimentos do *fazer* modelagem matemática e conhecimentos sobre a situação da realidade são intrinsecamente conectados.

Para cada dimensão são caracterizados aspectos considerados relevantes para a avaliação e a cada um deles são associados critérios que indicam o quê deve ser avaliado relativamente a este aspecto. Visando gerar uma pontuação e, em consequência uma nota para os estudantes, permitindo, entretanto, a flexibilidade da ferramenta frente às diferentes abordagens e perspectivas possíveis para a modelagem, é usada a escala de 5-pontos sugerida por Leong (2012). Assim, o desempenho do aluno em relação a cada critério é avaliado mediante uma pontuação que varia de zero a quatro pontos e é assim definida: 0: não há evidências; 1: abaixo do aceitável; 2: aceitável; 3: bom; 4: excelente.

A estruturação da ferramenta está dividida em três partes: primeiro são considerados os aspectos relativos à avaliação da dimensão do *fazer* modelagem matemática, seguido dos aspectos relativos à avaliação da dimensão do uso da matemática e, por fim, dos aspectos relativos à avaliação da dimensão da compreensão da situação da realidade em estudo.

- Dimensão do *fazer* modelagem matemática. Para avaliar os estudantes relativamente a esta dimensão são definidos três aspectos: (i) leitura da situação da realidade; (ii) matematização; (iii) análises realizadas.

Para avaliar o *fazer* modelagem matemática dos estudantes, é preciso direcionar o olhar para suas ações para “ler o mundo”, como sugere Meyer (2020, p. 143),

para sua capacidade de transcender a situação da realidade na qual o problema é formulado, convertendo essa situação em uma estrutura organizada da linguagem matemática e, depois, para a análise dos resultados obtidos. Assim os três aspectos associadas a essa dimensão, visam identificar como o aluno age e quais procedimentos usa relativamente a cada um desses aspectos.

Para o aspecto leitura da situação da realidade os critérios consistem em observar o que aluno fez para conhecer a situação da realidade, para inteirar-se com ela, quais informações buscou para estudar essa situação e como caracterizou um problema relativo à situação.

O segundo aspecto a ser avaliado nesta dimensão é a matematização, em que é preciso transitar da linguagem da situação da realidade para uma linguagem matemática. Avaliar a performance do aluno para a matematização se faz mediante três critérios. O primeiro diz respeito à percepção do aluno para a realização de simplificações adequadas e pertinentes para a situação em estudo. De fato, selecionar apenas os aspectos mais importantes da situação da realidade é fundamental para o êxito da abordagem matemática.

O segundo critério consiste em observar se a ação de formular hipóteses, considerada uma das especificidades de atividades de modelagem matemática (Bean, 2012), é realizada pelos estudantes. Lidar, em atividades de modelagem com informações, especificidades ou características de situações da realidade ainda não conhecidas quando se inicia a abordagem matemática dessa situação e encontrar uma maneira de superá-los pode ser enfrentado mediante uma formulação de hipóteses (Almeida, Sousa e Tortola, 2021).

O terceiro critério visa avaliar se os estudantes estão cientes de que ao fazer modelagem é indispensável, em diferentes momentos, fazer análises das próprias ações. Neste sentido, Ferri (2018, p. 17), por exemplo, pontua que, geralmente, “os estudantes param o processo de modelagem quando chegam aos resultados matemáticos, porque é isso que eles fazem em outras tarefas matemáticas. Mas a modelagem é diferente. Se a realidade do resultado matemático não é questionada, então a modelagem não faz sentido”.

Portanto, realizar uma análise no decorrer das diferentes fases da modelagem e, realizá-la de modo mais intenso quando são obtidos os resultados matemáticos e não matemáticos, é uma ação relevante que precisa ser avaliada também na dimensão do fazer modelagem matemática.

- Dimensão do uso da matemática. Para avaliar os estudantes relativamente a esta dimensão são definidos dois aspectos: (i) a mobilização dos conceitos matemáticos; (ii) o uso de técnicas ou métodos adequados.

Avaliar o estudante relativamente ao uso da matemática em atividades de modelagem implica olhar para como ele estabelece relações entre o problema definido, as hipóteses formuladas, as variáveis selecionadas e os conceitos, técnicas ou métodos da matemática. Assim, no aspecto que se dirige à avaliação da mobilização dos conceitos matemáticos, são definidos dois critérios. O primeiro, diz respeito à adequação frente às hipóteses e informações sobre o problema. O segundo busca

avaliar se os conceitos, métodos e técnicas matemáticas mobilizadas pelos estudantes são adequadamente articulados para construção de um modelo matemático.

Relativamente ao uso de técnicas ou métodos adequados, três critérios são construídos e incluem o uso de técnicas ou métodos adequados pelos estudantes considerando: o nível de escolaridade dos estudantes; a adequação das técnicas ou métodos para os conceitos mobilizados; o uso correto das técnicas e dos métodos selecionados.

- Dimensão da compreensão da situação da realidade. Nesta dimensão visa-se avaliar o estudante em relação à sua percepção do potencial da atividade de modelagem para estudar a situação da realidade e quais ações usa para indicar sua compreensão dessa situação. Para avaliar os estudantes relativamente a esta dimensão são usados dois aspectos: (i) compreensão da situação; (ii) indo para além da situação.

Se na dimensão do *fazer* modelagem matemática é avaliado se o estudante tem consciência de que em atividades de modelagem é requerida uma leitura do mundo, quando se avalia na dimensão da compreensão da situação da realidade busca-se pontuar como ele fez essa leitura e como ela é usada para compreender a situação e, particularmente, para interpretar a resposta obtida para o problema definido.

Portanto, ao aspecto compreensão da situação são associados dois critérios que avaliam a análise dos estudantes frente à adequação da resposta e a indicação de que a modelagem contribuiu para a compreensão da situação. Essa compreensão, entretanto, não é independente de uma análise que deve incorporar uma avaliação crítica das respostas obtidas bem como um processo decisório em relação ao problema inicial definido.

Já em relação ao aspecto indo para além da situação, busca-se avaliar se a modelagem proporcionou uma discussão sobre a situação da realidade em estudo e se os resultados alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula. Assim, a indicação nas ações dos estudantes de que houve uma interlocução com setores da sociedade em que a situação se localiza, é o que vai aumentar a pontuação do aluno nesse critério.

As dimensões, aspectos e critérios considerados na ferramenta de avaliação são sintetizados na Tabela 1. A relevância de cada aspecto nas três dimensões pode ser ponderada pelo professor de acordo com seus propósitos com a atividade de modelagem e considerando a perspectiva de modelagem que está usando. Assim, a esta relevância se associa um peso, para valorar a relevância do aspecto no cômputo da pontuação geral (nota) do aluno na atividade. Além disso, o professor também consegue identificar os aspectos em que os estudantes já apresentam bom desempenho e aqueles em que ainda apresentam fragilidades. Neste sentido, a ferramenta proporciona uma avaliação diagnóstica e pode orientar o planejamento de novas atividades de modelagem matemática.

Tabela 1. Ferramenta para avaliação em modelagem matemática

Dimensão	Aspectos	CrITÉRIOS (o que avaliar)	Pontuação
Do fazer modelagem matemática	Leitura da situação da realidade Peso:	Os estudantes indicam o que conhecem sobre a situação da realidade que pretendem estudar?*	0-4
		Os estudantes apresentam dados e informações adequadas e suficientes para o estudo da situação da realidade?	0-4
		Há a identificação de um problema coerente na situação da realidade a ser estudada mediante uma abordagem matemática?	0-4
	Matematização Peso:	As simplificações realizadas pelos estudantes não descaracterizam a situação da realidade?	0-4
		Os estudantes definem hipóteses coerentes e variáveis adequadas usando as informações que têm sobre a situação da realidade?	0-4
		A definição de um problema matemático decorre da problemática a ser estudada na situação da realidade?	0-4
	Análises dos resultados Peso:	As análises realizadas viabilizam a interpretação dos resultados matemáticos e não matemáticos obtidos?	0-4
		Os estudantes usam adequadamente o modelo construído para a elaboração de uma resposta para o problema?	0-4
		A resposta para o problema é avaliada e validada pelos estudantes?	0-4
Do uso da Matemática	Mobilização dos conceitos matemáticos Peso:	Os estudantes usam conceitos e métodos matemáticos adequados frente às informações e às hipóteses relativas à situação da realidade?	0-4
		Os conceitos, métodos e técnicas matemáticas mobilizadas são adequadamente usados para construir um modelo matemático?	0-4
	Uso de técnicas ou métodos adequados Peso:	Os conceitos matemáticos usados estão em consonância com o nível de escolaridade dos estudantes?	0-4
		As técnicas e métodos matemáticos utilizados pelos estudantes são adequados para os conceitos mobilizados?	0-4
		As técnicas e métodos matemáticos para a construção do modelo foram corretamente utilizados?	0-4
Da compreensão da situação da realidade	Compreensão da situação Peso:	A resposta apresentada para o problema é coerente e adequada?	0-4
		Há indicativos de que a resposta obtida para o problema contribui para o entendimento da situação da realidade?	0-4
	Para além da situação Peso:	A modelagem matemática proporcionou aos estudantes uma discussão sobre a relevância do estudo da situação da realidade?	0-4
		Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula?	0-4

* A forma original desse critério era: Os estudantes reconhecem uma situação de interesse problemática na realidade? A modificação decorre de sugestão do professor E.

5. DISCUTINDO A OPERACIONALIDADE DA FERRAMENTA

Pellegrino et al. (2001) sugerem que antes de proceder o uso de ferramentas de avaliação é essencial fazer uma associação entre as bases teóricas e a operacionalidade, bem como um processo de validação antes que a ferramenta seja usada para avaliação.

A operacionalidade de uma ferramenta de avaliação está diretamente relacionada com sua validade e confiabilidade. Por exemplo, se considerarmos que um professor realiza um processo de avaliação com sua turma utilizando uma nova ferramenta de avaliação e que neste processo: (a) as notas obtidas não condizem com as evidências/informações avaliadas, então a ferramenta possui problemas de estrutura/validade; (b) a avaliação não é consistente para os diferentes trabalhos dos grupos avaliados, então essa ferramenta possui problemas de confiabilidade.

O cenário da pandemia do Covid -19 tornou inviável o acesso a um grande número de estudantes envolvidos com atividades de modelagem e que pudessem ser avaliados usando a ferramenta. Assim, ela foi usada por professores identificados aqui como E, D e R. A partir de um convite inicial os três avaliaram seus estudantes e, em seguida, foi realizada uma entrevista com cada um deles.

A entrevista foi conduzida de maneira semi-estruturada, havendo perguntas prévias que permitiam adaptações necessárias. Cada entrevista teve início com uma *questão de aquecimento*, (Professor, gostaria que você falasse livremente sobre a sua formação, seu contato com modelagem matemática, quando você passou usá-la em sua prática docente e outros aspectos que considerar relevantes) visando conhecer particularidades do entrevistado. A seguir ocorreram as *questões desencadeadoras*, visando que o entrevistado detalhasse o uso da ferramenta: (1) Como foi para você usar essa ferramenta para avaliar em atividades de modelagem? (2) Qual foi o seu objetivo com o desenvolvimento da atividade de modelagem em que você usou a ferramenta? (3) As dimensões, aspectos e critérios são adequados para avaliar os estudantes? (4) Como você realizou a atribuição de pesos para os aspectos considerados na ferramenta?

A professora E tem mais de trinta anos de experiência profissional e há vinte anos inclui atividades de modelagem em suas aulas no Ensino Superior. Ela avaliou estudantes em uma disciplina de um curso de Pós-Graduação em Educação Matemática desenvolvendo uma atividade de modelagem. A professora considera que a abordagem da atividade refere-se à modelagem como conteúdo na classificação de Galbraith (2012) e em sintonia com a perspectiva educacional caracterizada em Kaiser e Sriraman (2006). O professor R tem mais de vinte anos de magistério e há quinze usa atividades de modelagem em suas aulas. Ele avaliou estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolvendo duas atividades de modelagem referindo-se à perspectiva educacional. O professor D, com trinta anos de experiência profissional na Educação Básica, avaliou estudantes do segundo ano do Ensino Médio desenvolvendo uma atividade de modelagem e em que a usava como veículo, conforme define Galbraith (2012).

A análise das respostas obtidas na entrevista (Tabela 2) nos leva a ponderar sobre a operacionalidade, eficiência e validade da ferramenta. Considerando o teor das respostas, definimos os focos de análise: (a) pertinência, adequação e relevância das dimensões, aspectos e critérios incluídos na ferramenta; (b) eficiência da escala de pontuação para avaliar os estudantes; (c) Operacionalidade da ferramenta.

Tabela 2. O uso da ferramenta por três professores

Focos	Professora E	Professor D	Professor R
Pertinência, adequação e relevância das dimensões, aspectos e critérios incluídos na ferramenta.	“Eu acho que estão bem colocados os critérios que vocês elaboraram”.	“Em cada item eu consigo identificar um momento, uma ação dos estudantes”.	“ <i>Eu consegui avaliar bem meus estudantes, mas sugiro a alteração na escrita de dois critérios</i> ”. (o primeiro e o último)
Eficiência da escala de pontuação para avaliar os estudantes	“A ferramenta está bem estruturada e inclui <i>as ideias e interpretações em cada etapa</i> . Eu pude perceber que, ao pontuar, identifiquei as ações dos estudantes. “Está adequado, esta escala está adequada sim [...]. Então eu acho que essa pontuação ela é adequada sim.” Não pude perceber, entretanto, nesta avaliação os percalços dos estudantes [...]”.	“... nessa atividade eu pensava mais no estudo das funções exponenciais”. Eu achei bem pertinente essa escala de pontuação, pois pude valorar bem as ações dos estudantes em cada critério. “Eu pontuei mais a questão do uso da matemática, a dimensão do uso da matemática”.	“[...] eu diria que sem o uso da ferramenta, a nota da atividade da régua é entre 80 e 85; na atividade do pão bolorento a nota fica entre 85 e 90. Com a ferramenta de avaliação encontrei a nota 71 e 79, respectivamente. Penso que eu terei que olhar mais para alguns dos critérios”.
Operacionalidade da ferramenta	“A ferramenta é bem abrangente e permite avaliar em atividades de modelagem matemática desenvolvidas sob diferentes perspectivas”*.	Na primeira vez eu obtive 77% de aproveitamento, depois, valorando mais a dimensão do uso da matemática, cheguei a 81% . Então penso que funciona.	A ferramenta é eficiente para avaliar e consigo dar ênfase aos aspectos que considero mais relevantes.

* A professora se refere às perspectivas de Kaiser e Sriraman (2006)

A análise da ferramenta realizada pelos professores sugere que a ferramenta, embora possa ser revista na estruturação de dois critérios, em particular, como sugere o professor R, se mostrou válida, eficiente e operacional para a avaliação dos estudantes nas atividades de modelagem matemática.

Relativamente às observações do professor R, o primeiro critério da Tabela 1 foi reescrito passando a ter o texto que consta na Tabela 1. Em relação ao último critério da Tabela 1 o professor R afirma: “para mim isso faz parte da atividade de modelagem eu não entendo que isso é um fator externo a ela...”. Este critério não foi reescrito, uma vez que é justamente isso que a ferramenta visa captar: os

estudantes conseguiram extrapolar os conhecimentos gerados no espaço da sala de aula por meio de uma atividade de modelagem matemática?

Os professores, embora tenham revelado na entrevista que tiveram propósitos distintos com as atividades, todos mantiveram pesos iguais para os critérios das diferentes dimensões da avaliação sugeridas na ferramenta, não fazendo valorações distintas para as dimensões do que se pode avaliar em atividades de modelagem.

6. CONCLUSÕES

Neste artigo é estruturada uma ferramenta para avaliação em atividades de modelagem matemática. A estrutura da ferramenta considera as perspectivas de modelagem enunciadas em Kaiser e Sriraman (2006) bem como sua complementação em Blum (2015). Além disso, os propósitos da modelagem, caracterizando a modelagem como veículo e modelagem como conteúdo, sugeridos Galbraith (2012), também são considerados.

Para incluir na avaliação as especificidades de práticas dos professores com a modelagem caracterizamos três dimensões para a avaliação, associando a cada uma critérios para aferir aos estudantes uma pontuação na avaliação. O que se torna relevante na ferramenta é justamente a flexibilidade da pontuação usando estes critérios, de modo que cada professor pode avaliar seus estudantes mediante seus objetivos com a atividade, em sintonia com a perspectiva de modelagem associada à atividade avaliada.

A partir da revisão bibliográfica realizada por Frejd (2013) e outra por Magalhães e Almeida (2021), podemos inferir que a inclusão desta flexibilidade em uma ferramenta de avaliação é uma característica inovadora em termos de avaliação em modelagem.

Além disso, diferentemente de outros métodos usados, a ferramenta estruturada proporciona uma avaliação que considera elementos da tríade conteúdo×produto×processo, viabilizando olhar para a matemática usada, o modelo construído e os procedimentos dos estudantes nesta construção, em consonância com o que sugere Niss (1993).

Diferentemente das indicações da literatura em que avaliações são associadas às competências e sub-competências de modelagem que consideram explicitamente as fases de um ciclo de modelagem, a ferramenta aqui estruturada sugere uma avaliação dos procedimentos dos estudantes no decorrer dessas fases. Ou seja, avaliação realizada por meio da ferramenta é uma abordagem holística em que a avaliação não é em relação a uma fase de um ciclo de modelagem, mas em relação a ações relevantes em cada uma dessas fases avaliadas mediante os critérios definidos.

Outra característica da ferramenta proposta e ainda pouco evidenciada na área de Modelagem Matemática é a possibilidade de gerar uma pontuação (nota) para os estudantes quando desenvolvem atividades de modelagem. Para chegar a essa nota, o professor pode levar em consideração suas finalidades com a atividade,

dando ênfase àquelas que lhe aprouverem em cada situação. O uso da ferramenta pelos professores conduzindo à identificação de três focos de análise indica a operacionalidade, validade e eficiência da ferramenta.

REFERENCIAS

- Almeida, L. M. W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, 50, 19–30. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0902-4>
- Almeida, L. W., Castro, E. M. V., & Silva, M. H. (2021) Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto online. *Alexandria: R Educ. Ci. Tec.*, 14(2), 383-406. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2021.e77227>
- Almeida, L. W., Silva, K. P. , & Vertuan, R. E. (2016). *Modelagem Matemática na educação básica*. Editora Contexto.
- Almeida, L. M. W., Sousa, B. N. P. , & Tortola, E. (2021). The Formulation of Hypotheses in Mathematical Modelling Activities. *Acta Scientiae*, 23(5), 66–93. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6492>
- Araújo, J. L., & Lima, F. H. (2020). The mathematization process as object-oriented actions of a modelling activity system. *Bolema*, 34(68), 847–868. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a01>
- Aydin-Güç, F., & Baki, A. (2019). Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 38(4), 191–215. <https://doi.org/10.1093/teamat/hry002>
- Bean, D. (2012). As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos. In: *Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, (pp. 1–22). SBEM, SP. Brasil.
- Biccard, P. , & Wessels, D. (2017) Six Principles to Assess Modelling Abilities of Students Working in Groups. In: G. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical Modelling and Applications. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 589–599). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_49
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education* (pp. 73–96). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed). Oxford University Press.
- Dunne, T., & Galbraith, P. (2003). Mathematical modelling as pedagogy—impact of an immersion program. In Q. X. Ye, K. Houston, W. Blum, & Q. Y. Jian (Eds.), *Mathematical modelling in education and culture* (pp. 16–30). Woodhead Publishing.
- Ferri, R. B. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.
- Frejd, P. (2013). Modes of modelling assessment—A literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 413–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9491-5>
- Galbraith, P. (2012). Models of modelling: Genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and application*, 1(5), 3–16.
- Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos*. Porto.

- Haines, C., Crouch, R., & Davis, J. (2001). Understanding students' modelling skills. In J. F. Matos, W. Blum, K. Houston & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and mathematics education* (pp. 366-380). Woodhead Publishing.
- Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modeling competency. In H. Christopher, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics Chichester* (pp. 141-148). Horwood Publishing.
- Julie C., & Mudaly V. (2007). Mathematical Modelling of Social Issues in School Mathematics in South Africa. In: W. Blum, P. L. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 503-510). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_58
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Leong, K. (2012). Assessment of Mathematical Modeling. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 3(1), 61-65. <https://doi.org/10.7916/jmetc.v3i1.736>
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modelling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 157-189. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679998>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Magalhães, G. G., & Almeida, L. M. W. (2021). Avaliação em modelagem matemática: focos e modos de fazer. *Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)*, 10(23), 305-327. <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.305-327>
- Meyer, J. F. A. (2020). A Modelagem Matemática: O desafio de se 'fazer' a Matemática da necessidade. *Com a Palavra o Professor*, 5(11), 140-149. <https://doi.org/10.23864/cpp.v5i11.559>
- Niss, M. (1993). Assessment of mathematical applications and modeling in mathematics teaching. In J. de Lange, I. Huntley, C. Keitel & M. Niss (Eds.), *Innovation in mathematics education by modeling and applications* (pp. 41-51). Horwood.
- Pellegrino, J., Chudowsky, N., & Glaser, R. (2001). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. National Academy Press.
- Schukajlow, S., Kolter, J., & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM*, 47(7), 1241-1254. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0707-2>
- Silva, K. A. P., & Dalto, J. (2017). Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 12(2), 1-17.
- Tekin-Dede, A. & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72.
- Veleda, G. & Burak, D. (2020). Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(2), 25-54. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i2p025-054>
- Vos, P. (2013). Assessment of modelling in mathematics examination papers: Ready-made models and reproductive mathematising. In G.A. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J.P. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 479-488). Springer.



Lourdes Maria Werle de Almeida

Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina-PR, Brasil.
lourdes@uel.br | <https://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

Gustavo Granado Magalhães

Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina-PR, Brasil.
gustavo_granado_magalhaes@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-2696-5487>

Recibido: 19 de noviembre de 2021

Aceptado: 18 de mayo de 2022

Structuring and validating an assessment tool to use in mathematical modelling activities

Lourdes Maria Werle de Almeida @ , Gustavo Granado Magalhães @ 

Universidade Estadual de Londrina

Discussions regarding mathematical modelling on the last decades recognize that the modelling activities change the dynamics of the class, so that students have initiatives aiming at different actions that these activities require them. This change leads to the need for another design for the assessment so that it includes the specificities of modelling classes. The theoretical framework has shown that modelling activities can take different perspectives in the classroom, so that students' interests and teacher's goals can vary according to these perspectives. So, how can the assessment be carried out in order to meet the specificities of the different modelling perspectives? In line with these perspectives, how can a tool be efficient for the assessment of students in modelling activities? Taking this problem into account, we aim to present an assessment tool in which, unlike what happens in the instruments suggested in the literature review, the focus of the assessment can change according to the purposes of the modelling in the classroom, allowing the teacher to identify what the students know about doing modelling, about the mathematics they used as well as about the real situation being studied. This specificity of the new tool is included through the characterization of dimensions for the assessment. The tool suggests that the assessment should include three dimensions: the dimension of doing mathematical modelling; dimension of the use of mathematics; dimension of understanding the real situation. These dimensions are associated with aspects and criteria and a scoring scale that generates a grade. Unlike other methods, the tool we propose provides an assessment that considers elements of the content×product×process triad, making it possible to look at the mathematics, the model built and the students' procedures in this building. Furthermore, assessment carried out through this tool, results on a holistic approach for assessment and in a way that the evaluation is not about a specific step of a modelling cycle, but in relation to the activity as a whole. An innovative characteristic of this tool is the flexibility of the score, allowing the teacher to assess according to his (or her) purposes and the modelling perspective he (or she) is using. The analysis of the tool by teachers includes: pertinence, adequacy and relevance of dimensions, aspects and criteria; scoring scale efficiency; tool operability. This analysis results that the tool is operational, valid and efficient to the assessment in modelling activities.