

LA COMPETENCIA MATEMÁTICA (EN EL SENTIDO DE PISA) DE LOS FUTUROS MAESTROS

SÁENZ CASTRO, CÉSAR

Instituto Universitario de Ciencias de la Educación (IUCE). Universidad Autónoma de Madrid (UAM)
cesar.saenz@uam.es

Resumen. PISA evalúa el conocimiento funcional de las matemáticas en estudiantes de 15 años. En nuestro estudio hemos evaluado este mismo conocimiento en estudiantes de magisterio para establecer su perfil de rendimiento, en comparación con los adolescentes pero también como base de una posible práctica docente enfocada hacia el desarrollo de competencias matemáticas. Hemos relacionado este rendimiento con factores afectivos y actitudinales, como se hace en PISA 2003, y además, lo hemos relacionado con la capacidad general de resolución de problemas (no estrictamente matemáticos). Los resultados obtenidos nos permiten extraer consecuencias para la formación de maestros.

Palabras clave. Competencias matemáticas PISA, factores afectivos y actitudinales, evaluación, conocimiento profesional docente, formación de maestros.

Mathematical competence (in the PISA sense) of future teachers

Summary. PISA evaluates the functional knowledge in mathematics of fifteen-years-old pupils. In our research, we have evaluated this knowledge in preservice teachers in order to establish their level of competence in mathematical skills. In this research, we also compare this level with that of Secondary School pupils. Furthermore, this assessment can be used as the basis of a practical teaching methodology focused on the development of mathematical skills. We have related this level of competence with affective and attitudinal factors, according to 2003 PISA. Moreover, we have also related it with the capacity of solving problems, not only referring to mathematical ones, but also to problem-solving in a general sense. The results obtained allow us to reach conclusions which can be introduced into teacher education.

Keywords. PISA mathematical literacy, affective and attitudinal factors, assessment, student teacher knowledge, teacher education.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo pretendemos responder a la pregunta: ¿Qué resultados se obtienen cuando aplicamos las pruebas del estudio PISA (OCDE, 2005) a estudiantes de magisterio?

Consideramos que es una pregunta relevante para la investigación en educación matemática por dos razones. En pri-

mer lugar, porque responder la pregunta supone un estudio de réplica de PISA cuya información contribuye a conocer el rendimiento en matemáticas que muestran unos estudiantes universitarios, transcurridos unos años desde que han concluido su enseñanza obligatoria. Esos datos proporcionan información complementaria a la del Informe PISA sobre el funcionamiento del sistema educativo español.

En segundo lugar (pero no menos importante), porque los sujetos de la investigación son futuros maestros que tendrán que ayudar a sus alumnos a desarrollar las competencias matemáticas identificadas en PISA, si se acepta este programa como marco de evaluación de las destrezas básicas del ciudadano del siglo XXI. Aunque en PISA se evalúan estudiantes de 15 años, consideramos que el desarrollo de las competencias matemáticas tiene que ser objetivo educativo de toda la enseñanza obligatoria, de modo que no sólo los profesores de secundaria han de trabajar en este sentido sino también los de primaria. El marco teórico de PISA pone el acento en los procesos de matematización (Rico, 2006) pero la capacidad de matematización de problemas de la vida cotidiana es una destreza compleja cuya adquisición requiere un trabajo que supera el marco de un curso o de un nivel educativo. Asumiendo la hipótesis de que para enseñar cualquier saber concreto lo primero de todo es tenerlo, la pregunta es: ¿poseen los maestros esta capacidad?

Partimos de la idea de que el conocimiento matemático es una condición necesaria aunque no suficiente para enseñar matemáticas. El conocimiento profesional del maestro tiene diversas dimensiones y en una de ellas centramos nuestro trabajo: queremos evaluar el dominio que los maestros en formación tienen de las matemáticas de la enseñanza obligatoria desde un enfoque funcional, utilizando el marco teórico de PISA.

La investigación en educación matemática ha estudiado el conocimiento matemático de los profesores con resultados y hallazgos útiles y significativos para comprender su práctica docente. La mayoría de los estudios en esta línea se centran en las dificultades o deficiencias que tienen los profesores con determinados conceptos o procesos matemáticos, por ejemplo, en geometría (Linchevsky, Vinner y Karsenty, 1992), funciones (Harel y Dubinsky, 1991), aritmética y teoría de números (Sánchez y Llinares, 1992) y resolución de problemas (Taplin, 1996). Además, se han utilizado distintos enfoques teóricos, por ejemplo, un conjunto específico de trabajos investigan las relaciones entre el conocimiento conceptual y procedimental de los profesores (Chazan, Larriva y Sandow, 1999; Sáenz, 2005). Shulman (1987) se ha preocupado de estudiar la naturaleza del conocimiento matemático cuando tiene que ser enseñado.

Revisando los estudios realizados por el grupo internacional de investigadores Psychology of Mathematics Education (PME), Ponte y Chapman (2006) señalan que muchos de ellos presentan una visión formal de las matemáticas y asumen que el currículo es principalmente una colección de tópicos, conceptos y procedimientos matemáticos a enseñar. Estos autores indican que el trabajo futuro de investigación debería centrarse en comprender el conocimiento matemático de los profesores en la perspectiva de su práctica docente, de modo que se pudiera establecer con claridad la relación entre dicho conocimiento de los profesores y su destreza para enseñar matemáticas significativamente. En definitiva, remarcan la necesidad de profundizar en la teorización del conocimiento matemático de los profesores (aportando conceptos apropiados para describir sus características)

y de establecer criterios claros de niveles de dominio de dicho conocimiento por parte de los profesores e instrumentos para valorarlo.

Algunas de las investigaciones realizadas extraen implicaciones para la formación de maestros. Por ejemplo, Sánchez y Llinares (1992), en su estudio de fracciones, concluyen que la comprensión de los conceptos implicados influye en la estrategia instruccional que el profesor utiliza y sugieren que la formación inicial del profesorado debería concentrarse en desarrollar el conocimiento acerca de la relación entre procesos matemáticos y modelización de dichos procesos.

El Informe PISA 2003 (OCDE, 2005) no realiza ningún análisis que involucre directamente al profesor. Como afirma Gómez-Chacón (2006) en relación con este hecho, es razonable asumir que hay algún tipo de relación entre el rendimiento matemático de los alumnos y la formación del profesor, pero establecer de forma precisa cuál es el tipo de vínculo no es un asunto trivial.

La citada autora informa de la acción formativa «Matemáticas: PISA en la práctica» que incluyó un seminario de 55 expertos españoles que acordaron una serie de recomendaciones. En lo que respecta a los maestros, recomiendan mejorar el actual currículo matemático en su formación inicial; afirman que se detectan fuertes carencias de conocimientos matemáticos del profesor de primaria debido, en buena medida, al escaso número de horas en su formación inicial. También sugieren avanzar en la determinación de ejes articuladores de un marco teórico para un nuevo currículo y una nueva metodología en la formación de docentes en el área de matemáticas, y afirman que PISA ofrece un marco de evaluación de competencias matemáticas que podría ser aplicable en parte al profesor y, consecuentemente, a su formación.

En esta perspectiva, la presente investigación pretende evaluar el conocimiento funcional de las matemáticas que tienen futuros maestros de primaria utilizando las mismas variables que utiliza PISA. Este programa selecciona las tareas que conforman su instrumento de evaluación teniendo en cuenta varias variables, entre otras, el contenido matemático que sustentan (cambio y relaciones, espacio y forma, cantidad, incertidumbre) y la complejidad del ítem (reproducción, conexiones, reflexión). Los datos mostraron que el rendimiento de los alumnos españoles está por debajo de la media de los estudiantes de la OCDE y esta diferencia negativa se produce en los ítems de mayor nivel de complejidad y no en los ítems de dificultad baja.

PISA también evaluó el enfoque con que los estudiantes de 15 años afrontan el aprendizaje de las matemáticas, su motivación y ansiedad la percepción de sí mismos como estudiantes de matemáticas. En la justificación de esta evaluación, basada en una amplia revisión de la investigación existente, está la hipótesis de que los estudiantes que afrontan el estudio con confianza, con una motivación fuerte y con eficaces estrategias de aprendizaje están más cerca de lograr el éxito en el aprendizaje.

Pues bien, la evaluación mostró las estrechas interrelaciones de las características del alumno entre sí (sobre todo, la ansiedad y el interés y disfrute por las matemáticas, con un signo negativo) y también en relación con el rendimiento en matemáticas (los alumnos que experimentan una menor ansiedad tienen un mejor rendimiento, al margen de otras características). PISA (OCDE, 2005) interpreta con precaución los datos de la evaluación, sobre todo al analizar las relaciones entre las variables cognitivas, afectivas y actitudinales, en términos causales; puede ser, por ejemplo, que un buen rendimiento y unas buenas actitudes hacia el estudio se refuercen mutuamente. Leder y Forgasz (2006) también avisan de la dificultad de establecer una relación causal directa entre rendimiento en matemáticas y factores afectivos.

A la vista de estos resultados, el informe PISA sostiene que es necesario que los profesores ayuden a sus alumnos a adoptar actitudes y estrategias eficaces de aprendizaje, de manera que no deben limitarse a instruirlos sino que también deben intervenir sobre la manera en que afrontan su aprendizaje. Pero, ¿cuál es la autopercepción de los maestros en formación ante las matemáticas?, ¿qué sentimientos suscita en ellos el estudio de las matemáticas? Son cuestiones que necesitan investigación partiendo de la hipótesis de que no es posible ayudar a los alumnos a desarrollar actitudes más positivas y estrategias de aprendizaje más eficaces de las matemáticas si el profesor no tiene esas actitudes y esas estrategias.

En PISA 2003 también se realizó una prueba de solución de problemas y el INECSE (2005) ha difundido los ítems de la misma que la OCDE ha hecho públicos. El tipo de cuestiones que contiene la prueba está relacionado con toma de decisiones, análisis y diseño de sistemas y tratamiento de disfunciones, y no son objeto de enseñanza directa en ningún nivel educativo. La prueba presenta una serie de situaciones verosímiles relacionadas con la vida cotidiana (interpretar un plano de metro o un manual de un congelador, planificar un viaje, etc.) y aunque no exigen destrezas matemáticas directas sí tienen un «aire de familia» con muchas de las situaciones que componen la prueba de matemáticas.

Hasta donde nosotros sabemos, PISA no ha puesto en relación los resultados de ambas pruebas pero nos parece oportuno tratar de analizar esta relación como complemento al estudio de las variables afectivas y actitudinales antes citadas: ¿en qué medida se relaciona una competencia general de resolución de problemas con las competencias matemáticas específicas que mide PISA?, ¿mejora un modelo predictivo de rendimiento en matemáticas basado en factores afectivos y actitudinales cuando introducimos en el modelo una variable cognitiva como la capacidad de resolución de problemas?

La evaluación PISA se realiza a estudiantes de 15 años y, por tanto, en España son alumnos que están cursando la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO). Los futuros maestros han cursado antes de llegar a la

universidad el bachillerato en alguna de sus modalidades. ¿Tiene relación la modalidad con el rendimiento en matemáticas que evalúa PISA? Es pertinente esta pregunta porque los datos estadísticos muestran que la mayoría de los estudiantes de magisterio han cursado el bachillerato de ciencias sociales y humanidades pero la cuestión es si ésta es la modalidad idónea para futuros maestros desde la perspectiva de su conocimiento matemático.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Las reflexiones y preguntas del apartado anterior nos señalan los objetivos específicos de la investigación:

1. Establecer un perfil de rendimiento en matemáticas de los futuros maestros utilizando el enfoque de competencias de PISA para evaluar dicho rendimiento.
2. Analizar cómo influyen las variables de tarea del modelo funcional de PISA, contenido matemático y complejidad teórica del ítem, en el rendimiento de los sujetos.
3. Analizar la relación de factores afectivos y actitudinales, como la motivación, el autoconcepto, la ansiedad y las estrategias de aprendizaje, con el rendimiento en matemáticas de los sujetos.
4. Analizar la relación de un factor cognitivo como es la capacidad de solución de problemas, en el sentido que utiliza PISA, con el rendimiento en matemáticas de los sujetos.
5. Estudiar la relación del tipo de bachillerato cursado por los sujetos con su rendimiento en matemáticas.

MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Utilizamos un método de investigación cuantitativa, ex post-facto, de tipo exploratorio y descriptivo, con las siguientes características:

Muestra

Ciento cuarenta estudiantes de magisterio de la Universidad Autónoma de Madrid, seleccionados en un muestreo por conglomerados a partir de los grupos-clase de las distintas especialidades.

Procedimiento

Los sujetos realizan tres tareas:

– Una prueba de matemáticas y una prueba de solución de problemas compuestas cada una por los ítems que la OCDE ha hecho públicos de entre los utilizados en PISA

2003. Dado que los ítems publicados son muchos (31 en la prueba de matemáticas y 19 en la de solución de problemas) y siguiendo un procedimiento análogo al realizado en PISA 2003 con los estudiantes de 15 años (OCDE, 2005), confeccionamos tres cuadernillos distintos, de modo que cada sujeto se enfrenta a un tercio de los ítems liberados de matemáticas y de solución de problemas. La distribución de los ítems en los tres cuadernillos se hace en función de las variables de tarea «complejidad del ítem» y «contenido matemático», de modo que haya equivalencia entre los tres cuadernillos en relación con estas variables. El enunciado de los ítems de ambas pruebas, las variables de tarea y el porcentaje de aciertos de los alumnos españoles y de la media de la OCDE están disponibles en la publicación del INECSE (2005) y en la dirección <www.ince.mec.es/pub/index.htm>.

– La contestación a un cuestionario sobre variables afectivas y actitudinales en relación con el estudio de las matemáticas, compuesto por 28 afirmaciones correspondientes a los cinco índices PISA siguientes: motivación intrínseca (interés y disfrute de la matemáticas), motivación instrumental, ansiedad, autoconcepto y estrategias de aprendizaje de las matemáticas; los índices y las afirmaciones correspondientes se encuentran en OCDE (2005). Todos los participantes contestan el mismo cuestionario de variables afectivas y actitudinales. Como en PISA 2003, se utilizó una escala de cuatro puntos con las categorías de respuesta *muy de acuerdo, de acuerdo, en desacuerdo y muy en desacuerdo*. Valores altos de los índices indican niveles altos en la correspondiente variable afectiva o actitudinal.

RESULTADOS

Perfil del rendimiento de los sujetos

El rendimiento global medio en la prueba de matemáticas de los estudiantes de magisterio es de un 64 % de respuestas correctas; este rendimiento baja a un 38% en el conjunto de ítems de dificultad más alta (niveles 5 y 6 de la Prueba PISA 2003, ver INECSE, 2005). La correlación encontrada entre el rendimiento global y el rendimiento en los ítems de dificultad 5 y 6 es alta: $r = 0,7$.

Hemos estudiado para cada cuestión matemática si existen diferencias estadísticamente significativas entre el porcentaje de aciertos de los maestros en formación y el de aciertos de los alumnos OCDE, mediante la prueba Chi-Cuadrado. Hemos encontrado que sólo en 14 (de 31 ítems) hay diferencias estadísticamente significativas, siempre a favor de los profesores en formación. Además, en la mayoría de los ítems de nivel de dificultad más alta (niveles 5 y 6) no hay diferencias significativas entre alumnos y futuros profesores, como se puede comprobar en la tabla 1. En el anexo figuran el enunciado y las características de los ítems citados.

Tabla 1

Nº ÍTEM, SIGNIFICATIVIDAD	% ACIERTOS PROFESORES	% ACIERTOS ALUMNOS OCDE
1, s	75,6	36,3
2, s	12,1	8,0
7, ns	22,2	15,4
8, ns	19	20
10, ns	35,8	28,8
23, s	56,6	32,2
36, ns	44,4	35,7
38, ns	40,7	25,4

ns: diferencia no significativa; s: diferencia significativa al nivel .01

Para estudiar la influencia de la variable de tarea «contenido matemático» en el rendimiento de los sujetos, realizamos un análisis estadístico de medidas repetidas donde evaluamos las diferencias en el porcentaje de aciertos entre los cuatro campos de contenido matemático definidos en PISA (Rico, 2006). Sólo aparecen diferencias estadísticamente significativas (al nivel .05) en el porcentaje de aciertos entre las categorías *cantidad e incertidumbre* (Tabla 2).

Tabla 2

TIPO DE CONTENIDO	% DE ACIERTOS
Cambio y relaciones	62
Espacio y forma	71
Cantidad	73
Incertidumbre	57

Para estudiar la influencia de la variable de tarea «complejidad» en el rendimiento de los sujetos, realizamos un análisis estadístico de medidas repetidas donde evaluamos las diferencias en el porcentaje de aciertos entre los tres niveles de complejidad definidos en PISA (Rico, 2006). Aparecen diferencias estadísticamente significativas (al nivel .05) en el porcentaje de aciertos de los ítems de *reproducción* frente a los de *conexiones y reflexión* (Tabla 3).

Tabla 3

NIVELES DE COMPLEJIDAD	% DE ACIERTOS
Reproducción	78
Conexiones	53
Reflexión	51

En este sentido, conviene observar la fuerte caída del porcentaje de aciertos que se produce cuando se pasa de un nivel de complejidad a otro superior dentro de una misma situación problemática (ver enunciados en el anexo):

– Ítem 1 (75,6 % aciertos) frente al ítem 2 (12,1 %). El ítem 1 supone una competencia de reproducción mientras que el ítem 2 supone una competencia de conexiones.

– Ítem 9 (62,3 % aciertos) frente al ítem 10 (35,8 %). El ítem 9 supone una competencia de conexiones mientras que el ítem 10 exige una competencia de reflexión.

– Ítem 37 (81,5 % aciertos) frente al ítem 38 (40,7 %). El ítem 37 supone una competencia de reproducción mientras que el ítem 38 exige una competencia de reflexión.

Siguiendo el enfoque PISA 2003 de establecer un mecanismo empírico para determinar el nivel de competencia matemática alcanzado por un estudiante, hemos definido una variable de sujeto categorizando el nivel de competencia matemática de los futuros maestros en tres niveles, a partir de la combinación de dos variables: porcentaje de aciertos en la prueba global de matemáticas y porcentaje de aciertos en el conjunto de ítems de dificultad empírica más alta (niveles 5 y 6 de dificultad PISA). En la tabla 4 se pueden observar los indicadores que definen cada nivel de competencia y el porcentaje de sujetos y el porcentaje medio de aciertos en la prueba de matemáticas en cada categoría.

Tabla 4

NIVEL DE COMPETENCIA	CARACTERIZACIÓN	% SUJETOS	TP PROMEDIO
Alta	$tp > 83$ y $np > 75$	11	91
Media	$60 < tp < 83$ y $50 < np < 75$	27	77
Baja	$tp < 60$ o $np < 50$	62	54

tp: porcentaje de aciertos en la prueba global de matemáticas
 np: porcentaje de aciertos en el conjunto de ítems de nivel 5 y 6

El rendimiento en matemáticas en relación con factores cognitivos, afectivos y actitudinales

Los factores afectivos y actitudinales que hemos analizado son los que también estudia PISA 2003 en relación con las matemáticas y que figuran en la tabla 5 con su respectivo promedio en una escala de 1 a 4.

Para estudiar el potencial explicativo conjunto de las características de aprendizaje sobre el rendimiento en matemáticas hemos realizado un análisis de regresión lineal múltiple que proporciona el porcentaje de varianza en el rendimiento, que se explica por el efecto combinado de las variables afectivas y actitudinales. Hemos encontrado que las variables introducidas por el método

de pasos sucesivos fueron *autoconcepto* y *ansiedad*, con un 24% de varianza explicada de la variable dependiente *tp*. Como dato comparativo, en el caso de los alumnos españoles del estudio PISA, el porcentaje de varianza explicada en el rendimiento por las variables afectivas y actitudinales es de un 11%, por debajo de la media OCDE que es de un 14 %.

Tabla 5

FACTOR	MEDIA PROFESORES	MEDIA ALUMNOS OCDE
Motivación intrínseca (MI)	2,61	2,27
Motivación instrumental (ME)	2,70	2,94
Ansiedad (Ans)	2,86	2,31
Autoconcepto (Aut)	2,37	2,37
Estrategias de aprendizaje (Estr)	2,79	–

Como novedad con respecto a PISA 2003 y por las razones dadas en la introducción de este trabajo, hemos introducido en la investigación el estudio de la competencia en solución de problemas y hemos relacionado esta variable con el rendimiento en la prueba de matemáticas y también con las variables afectivas y actitudinales.

El porcentaje de aciertos promedio en la prueba de solución de problemas es: $tr = 52,76$. Hemos estudiado para cada problema si existen diferencias estadísticamente significativas entre el porcentaje de aciertos de los maestros en formación y el de los alumnos OCDE. Hemos encontrado que sólo en 8 (de 19 problemas) hay diferencias significativas, siempre a favor de los profesores en formación. Además, en la mayoría de los ítems de nivel de dificultad más alta (nivel 3) no hay diferencias significativas entre alumnos y futuros profesores.

Cuando introducimos en el análisis de regresión lineal múltiple la variable *tr* –ahora las variables predictoras seleccionadas por el procedimiento de pasos sucesivos son rendimiento en solución de problemas y autoconcepto–, queda excluida ansiedad, y la varianza explicada en la variable dependiente *tp* (puntuación en la prueba de matemáticas) sube al 35,2 %

Si definimos como variable dependiente la puntuación en los ítems de nivel 5 y 6 (*np*), el análisis de regresión introduce en el modelo explicativo las variables *ansiedad*, *autoconcepto* y *rendimiento* en la prueba de solución de problemas y la varianza explicada supone un 30%.

También analizamos las variables actitudinales y cognitivas en función del nivel de competencia matemática de los sujetos (Tabla 6).

Tabla 6

VARIABLE	C. BAJA (1)	C. MEDIA (2)	C. ALTA (3)	DIFERENCIAS SIGNIFICATIVAS
MI	2,44	2,86	2,99	Del nivel 1 con los niveles 2 y 3
ME	2,64	2,77	2,84	No hay diferencias
Ans	3,10	2,55	2,18	Del nivel 1 con los niveles 2 y 3
Aut	2,10	2,66	3,16	En todos los niveles
Estr	2,73	2,83	3,00	Del nivel 1 con el nivel 3
Tr	45	62	72	Del nivel 1 con los niveles 2 y 3

diferencias significativas al nivel .05

El rendimiento en matemáticas en relación con tipo de bachillerato cursado

En la tabla 7 se presenta el porcentaje de aciertos en la prueba de matemáticas (*tp*) y en el conjunto de cuestiones de mayor dificultad (niveles 5 y 6) (*np*), en función del tipo de bachillerato cursado. Hay diferencias significativas (al nivel .01) tanto en *tp* como en *np* de los sujetos que cursaron el bachillerato de ciencias sociales con respecto a los que cursaron el bachillerato de ciencias de la salud o el tecnológico.

Tabla 7

TIPO DE BACHILLERATO	% ACIERTOS <i>tp</i>	% ACIERTOS <i>np</i>
Ciencias de la salud (CS)	75	52
Ciencias sociales y humanidades (CSH)	60	36
Tecnológico (T)	74	59

Estudiamos también las puntuaciones en las variables afectivas y actitudinales en función de la modalidad de bachillerato cursada. Hay diferencias significativas en todas las variables excepto en motivación extrínseca. Las diferencias aparecen, de nuevo, entre el grupo de sujetos que cursaron el bachillerato de ciencias sociales con respecto a los grupos del bachillerato tecnológico y el de ciencias de la salud.

Tabla 8

VARIABLE	CS	CSH	T
<i>tr</i>	66	48	65
MI	2,88	2,43	3,37
ME	2,85	2,60	2,95
Ans	2,45	3,07	2,32
Aut	2,78	2,13	3,18
Estr	2,85	2,71	3,02

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Decíamos en la introducción que nuestra investigación supone un estudio de réplica de PISA en cuanto que permite recoger información sobre el rendimiento en matemáticas de unos estudiantes universitarios, transcurridos unos años desde la conclusión de su enseñanza obligatoria. En este sentido, los resultados de la investigación realizada proporcionan una radiografía del rendimiento de los estudiantes de magisterio en tareas matemáticas estilo PISA con muchas zonas de sombra, análogas a las que muestran los alumnos de PISA 2003. Así, encontramos un perfil bajo de rendimiento con un porcentaje medio de respuestas correctas de un 64%; y en la mayoría de ítems (17 de 31) los estudiantes de magisterio no superan significativamente el porcentaje de aciertos de los alumnos de 15 años.

Una cuestión muy preocupante es la gran caída en el rendimiento cuando aumenta el nivel de complejidad de los ítems. Los maestros en formación que tienen un rendimiento del 78% de aciertos en tareas que exigen competencias de reproducción apenas pasan del 50% en tareas de conexiones y reflexión. En este mismo sentido se puede interpretar el dato de que sólo un porcentaje muy pequeño de futuros maestros (un 11%) alcanza un nivel de competencia alta, definida esa categoría con base no sólo en un rendimiento alto en la prueba global de matemáticas sino también en un rendimiento alto en las cuestiones de mayor dificultad.

En relación con el rendimiento en función de las cuatro áreas de contenido que propone PISA, encontramos una caída significativa en el porcentaje de aciertos en las cuestiones relativas a la estadística y probabilidad (incertidumbre, en términos PISA). Sería interesante realizar nuevas investigaciones que traten de contrastar este resultado y, en su caso, explicar las razones del mismo.

Hemos encontrado que las variables actitudinales y afectivas que entran en el modelo predictivo del rendimiento en matemáticas son el autoconcepto (con signo positivo) y la ansiedad (con signo negativo). Si unimos este resultado con los datos de bajo autoconcepto (2,37) y alta ansiedad (2,86), características también de los estudiantes españoles en relación con sus compañeros de la OCDE, nos situamos frente a un sistema que se retroalimenta a sí mismo: el bajo autoconcepto y la elevada ansiedad favorecen la escasez de éxitos en matemáticas y esta ausencia de recompensa refuerza actitudes de desánimo y de fracaso previo al abordar tareas matemáticas.

Los resultados de la investigación no muestran una relación significativa de la motivación, sea intrínseca o extrínseca, con el rendimiento en matemáticas; es decir, no hemos encontrado que consigan mejores rendimientos los sujetos que más disfrutaron o que tengan un sentimiento más acusado de utilidad de las matemáticas para sus vidas. En el estudio PISA también aparece este dato con ejemplos muy significativos como Japón que tiene un altísimo rendimiento en matemáticas y un bajo interés y disfrute en su estudio. Sin embargo, pensamos que este interés constituye un valor en sí mismo, sobre todo, cuando hablamos de futuros profesores. Si los pro-

fesores no se sienten atraídos en absoluto por la actividad matemática será difícil que ayuden a sus alumnos a descubrir el placer y la utilidad de las matemáticas para comprender el mundo.

Los estudiantes de magisterio siguen moderadamente estrategias de control y de elaboración frente a estrategias de memorización cuando estudian matemáticas (2,79); dicho de otro modo, parecen supervisar en cierta medida su propio aprendizaje comprobando el cumplimiento de sus objetivos. Pero no encontramos relación de las estrategias de aprendizaje con el rendimiento. Lo mismo sucedía con los alumnos en el estudio PISA. La explicación avanzada por PISA (OCDE, 2005) acerca de esta falta de relación incorporaba la hipótesis de que los alumnos ansiosos podían desarrollar buenas estrategias de control del aprendizaje con lo que compensaban, en parte, el efecto negativo de la alta ansiedad en el rendimiento en matemáticas. De este modo, quedaba obscurcida la influencia directa de la variable *estrategias de aprendizaje* en la variable *rendimiento*.

Nosotros apuntamos la hipótesis de que la explicación puede estar en el método de recogida de información de las características actitudinales y afectivas de los sujetos. La evaluación se basó en informaciones proporcionadas por los propios alumnos mediante cuestionario (escala Likert) y no en medidas directas que se pueden obtener a través de técnicas de entrevista u observación. Sería necesario realizar una investigación que permitiese observar de modo sistemático las estrategias reales de aprendizaje que utilizan los estudiantes cuando estudian matemáticas. Quizá nos encontraríamos con que su práctica dista bastante de lo declarado en el cuestionario.

La introducción en nuestro estudio de la variable «rendimiento en solución de problemas», utilizando para ello la prueba correspondiente de PISA 2003, nos ha permitido analizar la relación que se establece entre una competencia general de solución de problemas y las competencias específicas matemáticas. Hemos encontrado que es una relación significativa de modo que el rendimiento en solución de problemas se convierte en factor predictivo del rendimiento en matemáticas, tanto en la prueba global como en el conjunto de ítems de mayor nivel de dificultad (niveles 5 y 6), y aumenta la varianza explicada de ambas variables dependientes.

Analizar las variables actitudinales, afectivas y cognitivas, en función de los niveles de competencia matemática de los sujetos nos ha permitido poner el foco en los estudiantes categorizados en el nivel de competencia baja porque son los que arrojan puntuaciones significativamente inferiores en todas las variables, excepto en motivación instrumental. De nuevo, aparecen interrelacionados en un sistema muy integrado el rendimiento en matemáticas con las características de los alumnos. El grave problema es que, con los criterios de categorización establecidos, la gran mayoría de los sujetos están en el nivel de competencia baja (el 62%).

No cabe duda de que los resultados de PISA suponen un reto para el currículo y para las metodologías de

formación del profesorado de la enseñanza obligatoria, tal como reconocieron los 55 expertos españoles reunidos en el Seminario Matemáticas: PISA en la práctica (Gómez-Chacón, 2006). PISA define una forma de competencia matemática que exige un conocimiento de las matemáticas que va más allá del dominio de las técnicas matemáticas que tradicionalmente se han enseñado en los centros escolares. En efecto, el marco teórico de PISA se centra en los procesos asociados al planteamiento de problemas en contextos reales, procurando que dichos problemas adopten una forma apta para la aplicación de métodos matemáticos, que se utilice el conocimiento matemático para resolverlos y que se evalúe su solución en el contexto del problema original (OCDE, 2005).

Para contribuir a responder a este reto hemos realizado la presente investigación con un objetivo exploratorio y diagnóstico y hemos encontrado que los estudiantes de magisterio no poseen en grado suficiente ni las competencias matemáticas ni las positivas actitudes ante la matemática identificadas en PISA. Estos resultados avisan de las posibles dificultades que van a tener los sujetos de la misma, futuros maestros, para dirigir un proceso de aprendizaje de sus alumnos encaminado al dominio funcional de las matemáticas, cuando ellos mismos no tienen esa competencia.

Ante esto, quizá el primer paso es reflexionar sobre el proceso de acceso a los estudios de magisterio. Es una cuestión compleja, poliédrica, una de cuyas caras es la formación matemática de los estudiantes: ¿qué tipo y qué nivel de conocimientos matemáticos debe poseer una persona que quiera acceder a los estudios de magisterio? Y, en función de ello, ¿influye la modalidad de bachillerato en estos conocimientos? Nosotros hemos investigado si existe relación entre la modalidad de bachillerato cursada y el rendimiento en la prueba PISA y hemos encontrado que los alumnos que cursaron el bachillerato de ciencias sociales tuvieron un rendimiento más bajo en la prueba y manifestaron unas actitudes más negativas hacia las matemáticas que los que cursaron el de ciencias de la salud o el tecnológico. Sin embargo, este resultado, por sí solo, no permite hacer recomendaciones acerca del tipo de bachillerato que debe cursar un futuro maestro. Habría que completar la investigación introduciendo nuevas variables como es el nivel de conocimiento matemático de cada sujeto (medido en términos de calificaciones académicas en el bachillerato, por ejemplo), que permitan eliminar de la varianza explicada por la modalidad de bachillerato la correspondiente al nivel personal de conocimiento matemático.

El segundo paso consiste en apoyar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de magisterio al tiempo que aprenden a ser maestros. Los formadores de maestros debemos centrarnos en diseñar procesos de enseñanza-aprendizaje y de evaluación que pongan el énfasis en la adquisición de destrezas y conocimientos de matematización horizontal y vertical (Rico, 2006), al tiempo que tratamos de mejorar los factores afectivos y actitudinales a través de la organización escolar y la propia instrucción.

Como dice Puig (2005), aprender a enseñar matemáticas no es la suma de aprender matemáticas y aprender a enseñar es, en todo caso, su producto, y su producto pertenece al dominio propio de indagación de las didácticas de las matemáticas. La investigación en conocimiento matemático de los profesores revela la complejidad de conocimiento matemático que exige la enseñanza de ese conocimiento (Llinares y Krainer, 2006). Es difícil, por ejemplo, trabajar desde una perspectiva constructivista en la línea de la fenomenología didáctica (Freudenthal, 1983), que es el marco teórico que sustenta la propuesta

PISA en matemáticas. No es fácil diseñar y gestionar en el aula de magisterio actividades poderosas de matematización y más difícil aún que los futuros maestros aprendan a diseñar y gestionar este tipo de actividades para su aula de primaria. Pero, como muestran Llinares y Krainer (2006), la investigación en creencias y conocimientos de los profesores de matemáticas ha proporcionado información útil que se puede utilizar para diseñar materiales didácticos y programas de formación de profesores basados en dicha investigación. Esperamos que nuestro estudio tenga tal utilidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

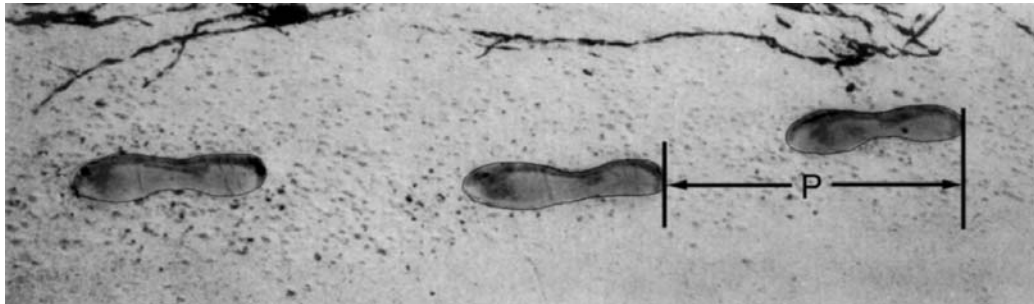
- CHAZAN, D., LARRIVA, C. y SANDOW, D. (1999). What kind of mathematical knowledge supports teaching for «conceptual understanding»? Preservice teachers and the solving of equations, en Zaslavsky, O. (ed.). *Proceeding of the 23rd PME International Conference*, 2, pp. 193-200.
- FREUDENTHAL, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- GÓMEZ-CHACÓN, I.M. (2006). Matemáticas: El Informe PISA en la práctica. Una acción formativa del profesorado. *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática*, 41, pp. 40-51.
- HAREL, G. y DUBINSKY, E. (1991). The development of the concept of function by preservice secondary teacher: From action conception to process conception, en Furinghetti, F. (ed.). *Proceeding of the 15th PME International Conference*, 2, pp. 133-140.
- INECSE (2005). *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- LEDER, G. y FORGASZ, H. (2006). Affect and mathematics Education, en Gutiérrez, A. y Boero, P. (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers, pp. 403-427.
- LINCHEVSKY, L., VINNER, S. y KARSENTY, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry, en Geeslin, W. y Graham, K. (eds.). *Proceeding of the 16th PME International Conference*, 2, pp. 48-55.
- LLINARES, S. y KRAINER, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners, en Gutiérrez, A. y Boero, P. (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers, pp. 429-459.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- PONTE, J.P. y CHAPMAN, O. (2006). Mathematics Teachers' knowledge and practices, en Gutiérrez, A. y Boero, P. (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers, pp. 461-494.
- PUIG, L. (2005). Enseñar a enseñar las matemáticas. *El País Digital* (11/07/05).
- RICO, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación, extraordinario 2006*, pp. 275-294.
- SÁENZ, C. (2005). La interrelación entre el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental en la enseñanza de las matemáticas. *Actas del III Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería (INMAT-2005)*. Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.
- SÁNCHEZ, V. y LLINARES, S. (1992). Prospective elementary teachers' pedagogical content knowledge about equivalent fractions, en Geeslin, W. y Graham, K. (eds.). *Proceeding of the 16th PME International Conference*, 2, pp. 274-275.
- SHULMAN, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), pp. 1-22.
- TAPLIN, M. (1996). Preservice teachers' problem solving strategies, en Puig, L. y Gutiérrez, A. (eds.). *Proceeding of the 20th PME International Conference*, 4, pp. 299-306.

[Artículo recibido en noviembre de 2006 y aceptado en mayo de 2007]

ANEXO

Ejemplos de ítems liberados en PISA 2003. Son situaciones problemáticas que incluyen las preguntas de nivel de dificultad más alta (niveles 5 y 6). En cada pregunta figura, además del enunciado, sus características: contenido matemático, complejidad teórica y nivel de dificultad empírica.

Caminar



La foto muestra las huellas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una relación aproximada entre n y P donde:

n = número de pasos por minuto, y

P = longitud del paso en metros.

Pregunta 1: CAMINAR (cambio y relaciones, reproducción, nivel 5)

Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

Pregunta 2: CAMINAR (cambio y relaciones, conexiones, nivel 6)

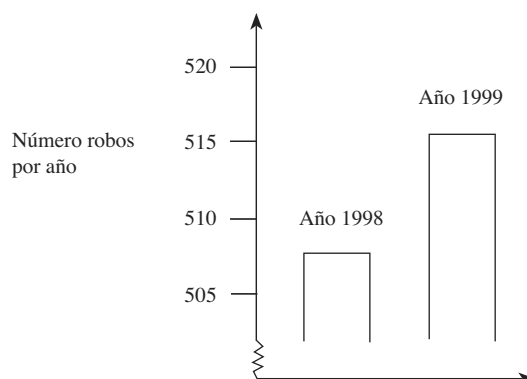
Bernardo sabe que sus pasos son de 0,80 metros. El caminar de Bernardo se ajusta a la fórmula. Calcula la velocidad a la que anda Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

Robos

Pregunta 7: ROBOS (incertidumbre, conexiones, nivel 6)

Un presentador de TV mostró este gráfico y dijo:

«El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999».

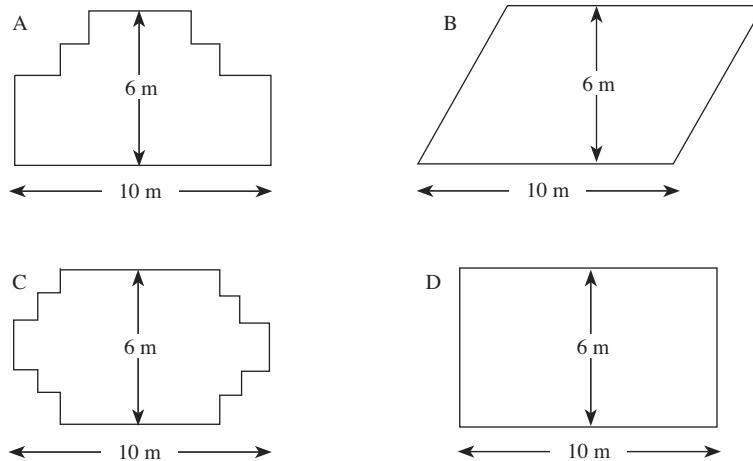


¿Consideras que la afirmación del presentador es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

Carpintero

Pregunta 8: CARPINTERO (espacio y forma, conexiones, nivel 6)

Un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín. Está considerando los siguientes diseños para el parterre.



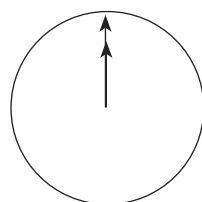
Rodea con un círculo *Sí* o *No* para indicar si, para cada diseño, se puede o no se puede construir el parterre con los 32 metros de madera.

Diseño del parterre	¿Puede construirse el parterre con 32 metros de madera utilizando el diseño?
Diseño A	<i>Sí/No</i>
Diseño B	<i>Sí/No</i>
Diseño C	<i>Sí/No</i>
Diseño D	<i>Sí/No</i>

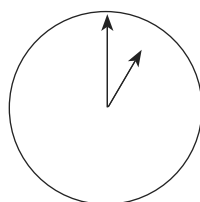
Chatear

Mark (de Sydney, Australia) y Hans (de Berlín, Alemania) se comunican a menudo a través de Internet mediante el *chat*. Tienen que conectarse a Internet a la vez para poder «chatear».

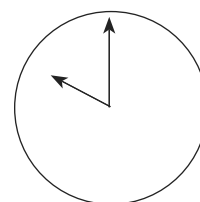
Para encontrar una hora apropiada para chatear, Mark buscó un mapa horario mundial y halló lo siguiente:



Greenwich 12 de la noche



Berlín 1:00 de la noche



Sydney 10:00 de la mañana

Pregunta 9: CHATEAR (cambio y relaciones, conexiones, nivel 3)

Cuando son las 7:00 de la tarde en Sydney, ¿qué hora es en Berlín?

Respuesta:.....

Pregunta 10: CHATEAR (cambio y relaciones, reflexión, nivel 5)

Mark y Hans no pueden chatear entre las 9:00 de la mañana y las 4:30 de la tarde, de sus respectivas horas locales, porque tienen que ir al colegio. Tampoco pueden desde las 11:00 de la noche hasta las 7:00 de la mañana, de sus respectivas horas locales, porque estarán durmiendo. ¿A qué horas podrían chatear Mark y Hans? Escribe las respectivas horas locales en la tabla.

Lugar	Hora
Sydney	
Berlín	

Respaldo al presidente

Pregunta 36: RESPALDO AL PRESIDENTE (incertidumbre, conexiones, nivel 5)

En Zedlandia, se realizaron varios sondeos de opinión para conocer el nivel de respaldo al Presidente en las próximas elecciones. Cuatro periódicos hicieron sondeos por separado en toda la nación. Los resultados de los sondeos de los cuatro periódicos se muestran a continuación:
 Periódico 1: 36,5% (sondeo realizado el 6 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos elegidos al azar y con derecho a voto).
 Periódico 2: 41,0% (sondeo realizado el 20 de enero, con una muestra de 500 ciudadanos elegidos al azar y con derecho a voto).
 Periódico 3: 39,0% (sondeo realizado el 20 de enero, con una muestra de 1.000 ciudadanos elegidos al azar y con derecho a voto).
 Periódico 4: 44,5% (sondeo realizado el 20 de enero, con 1.000 lectores que llamaron por teléfono para votar).

Si las elecciones se celebraran el 25 de enero, ¿cuál de los resultados de los periódicos sería la mejor predicción del nivel de apoyo al presidente? Da dos razones que justifiquen tu respuesta.

El mejor coche

Una revista de coches utiliza un sistema de puntuaciones para evaluar los nuevos coches y concede el premio de Mejor coche del año al coche con la puntuación total más alta. Se están evaluando cinco coches nuevos. Sus puntuaciones se muestran en la tabla.

Coche	Seguridad (S)	Ahorro de combustible (C)	Diseño exterior (D)	Habitáculo interior (H)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
NI	1	3	3	3
XK	3	2	3	2

Las puntuaciones se interpretan de la siguiente manera:

- 3 puntos = Excelente
- 2 puntos = Bueno
- 1 punto = Aceptable

Pregunta 37: EL MEJOR COCHE (cambio y relaciones, reproducción, nivel 2)

Para calcular la puntuación total de un coche, la revista utiliza la siguiente regla, que da una suma ponderada de las puntuaciones individuales:

$$\text{Puntuación total} = (3 \times S) + C + D + H$$

Calcula la puntuación total del coche Ca. Escribe tu contestación en el espacio siguiente.

Puntuación total de Ca:.....

Pregunta 38: EL MEJOR COCHE (cambio y relaciones, reflexión, nivel 5)

El fabricante del coche Ca pensó que la regla para obtener la puntuación total no era justa.

Escribe una regla para calcular la puntuación total de modo que el coche Ca sea el ganador.

Tu regla debe incluir las cuatro variables y debes escribir la regla rellenando con números positivos los cuatro espacios de la ecuación siguiente

$$\text{Puntuación total} = \dots\dots\dots S + \dots\dots\dots C + \dots\dots\dots D + \dots\dots\dots H.$$

