

Vídeo creaciones con GEOGEBRA. Fractal de Esteban

Sergio Darías Beutell (IES Teobaldo Power)

Esteban Batista Ballesteros (alumno 4ºESO IES Teobaldo Power)

Resumen

En este artículo se describe una secuencia didáctica a través de dos experiencias de aula, una para 3ºESO y otra para 4ºESO (14-16 años). Dicha secuencia parte de un concepto matemático, se desarrolla con la ayuda de Geogebra y una herramienta de captura de pantalla, y tiene por finalidad que el alumnado realice vídeo creaciones en las que explica estos conceptos, procesos, investigaciones, etc. Fruto de este proceso nace el fractal de Esteban, alumno de la ESO que genera una variante del fractal de Sierpinski muy original. Realmente creemos que pensar, crear, pensar y explicar es un buen camino para llegar a comprender.

Palabras clave

Vídeo, Geogebra, TIC, Fractal, Secuencia didáctica, Experiencia de aula.

Title

GeoGebra video creations. Esteban's Fractal

Abstract

This article focuses on a didactic sequence which was put into practice in 3ºESO and 4ºESO (14-16 years). This sequence allows students to develop a mathematical concept by using Geogebra and some simple screen capture tools. Students perform in video creations in order to explain concepts, processes, research, etc. Esteban's fractal was born out of this process, Esteban is an ESO student who has generated a very original variant of Sierpinski fractal. We truly believe that creating, thinking and explaining is a good way to understand.

Keywords

Video, Geogebra, ITC, Fractal, Didactic sequence, Classroom experience.

1. Introducción

“En cuestiones de cultura y de saber, sólo se pierde lo que se guarda, sólo se gana lo que se da”

Antonio Machado

La letra “C” en las siglas TIC indica **COMUNICACIÓN** de información con medios tecnológicos. Creemos que en el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas del siglo XXI debe estar presente este tipo de comunicación que incluya las herramientas tecnológicas referidas a nuestra disciplina, como es Geogebra, y otras herramientas más generales que forman parte de la comunicación en nuestra sociedad, los vídeos. Además, esta tecnología nos permite compartir y difundir dicha información matemática de una manera rápida y sencilla.



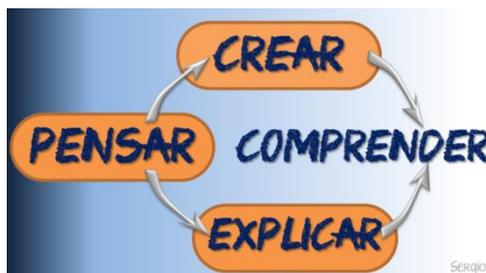


Figura 1

A pesar de esto, la tecnología no pretende ser la protagonista de nuestra propuesta, es sólo una herramienta. Pensamos que lo realmente fundamental pasa cuando el alumnado entra en un proceso de creación y transformación de la información matemática que además debe comunicar y difundir. Es habitual observar en clase como al hablar (explicar) el alumno clarifica sus pensamientos, nuestra idea consiste en que sea capaz de hacerlo a través de un vídeo en el que explicará conceptos, procesos, investigaciones, etc. Hay que recordar que en los últimos currículos oficiales se pide de forma concreta que el alumnado exprese verbalmente y de forma razonada las ideas matemáticas.

“Nos hemos propuesto escuchar más y hablar menos”

Como hemos dicho la idea básica consiste en desarrollar un concepto, procedimiento o idea a través de un vídeo que creará el alumnado (producto final) y donde se sirve de determinadas herramientas tecnológicas que le ayudarán a conseguir su objetivo. En el esquema se muestra este proceso.

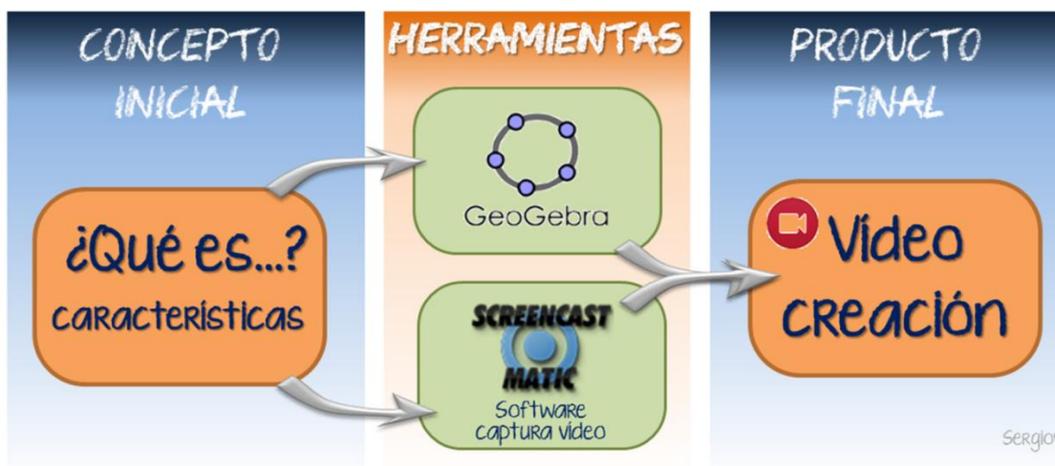


Figura 2

En nuestro centro hemos desarrollado de esta manera las transformaciones en el plano (giros, traslaciones y simetrías) pertenecientes al currículo de 3ºESO, generando vídeos en los que se observa la generación de logotipos originales, en Geogebra, partiendo de una figura base e incluyendo este tipo de movimientos en el plano. De la misma manera en 4ºESO hemos trabajado con el concepto de fractal, grabando un vídeo con la creación de un fractal lo más original posible. En este sentido, el alumno Esteban Batista Ballesteros ha generado una variante de lo más curiosa, con circunferencias, del triángulo de Sierpinski y que nos explicará más adelante.

2. Material

El alumnado comenzará con una ficha introductoria del concepto a desarrollar, en esta se indica por escrito el objetivo final de la actividad y las tareas a realizar. Esto se podrá trabajar individualmente o por parejas haciendo puestas en común en el grupo-clase. También el profesor puede intervenir mostrando ejemplos, dando ideas y resolviendo problemas que se planteen.

VÍDEO LOGO – 3ºESO

- [Ficha de trabajo](#) individual en Geogebra Logos_Geogebra_TransformacionesPLANO.pdf
- Trabajo original de Manuel Sada Allo recuperado de la web interactiva e Matemáticas: <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/guias/actividades%20Geogebra3.doc>
- Recurso de Geogebra con logotipos: <http://geogebra.es/cvg/banco/logos.html>
- Capturador de pantalla libre: <http://www.screencast-o-matic.com/>

VÍDEO FRACTAL – 4ºESO

- [Ficha de trabajo](#) individual Trabajo_Fractales_pdf
- Tutoriales “Crear nueva herramienta” Geogebra:

<https://www.youtube.com/watch?v=Rlre62d6Ivo&list=PLofee8XV83ksOKSJeFq6A3dG6D6iozDwz>

- Capturador de pantalla libre: <http://www.screencast-o-matic.com/>

3. Desarrollo de la experiencia: VÍDEO LOGO. Transformaciones en el plano

Comenzamos mostrando una tabla con una propuesta temporal que comienza con la sesión de introducción a los conceptos, tres sesiones de trabajo con Geogebra y la Ficha de trabajo individual; y por último dos sesiones para el diseño del logo, quedando para casa (o clase, según características del centro) la grabación del vídeo con su construcción.

Actividad	Tiempo
Introducción de los movimientos en el plano	1 sesión
Movimientos y Geogebra (Ficha de trabajo)	3 sesiones
Creación del Video LOGO	2 sesiones

Tabla 1

3.1. Primera sesión

Introducción. Movimientos en el plano

En esta sesión se presentan los tipos de movimientos en el plano (traslaciones, giros y simetrías). Se comienza tanteando las nociones previas del alumnado con una lluvia de ideas a partir de determinadas imágenes sugerentes de la vida real. A continuación se presentan los movimientos de forma expositiva pero fomentando el debate y haciendo especial hincapié en el vocabulario que surja y



que necesitaremos posteriormente. Como ejemplo se muestra una figura en la que se podrían buscar estos movimientos:

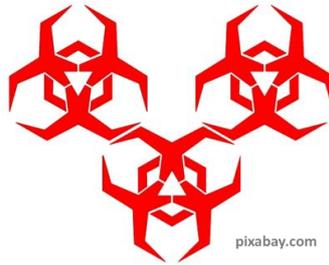


Figura 3

3.2. Sesiones de segunda a cuarta

Movimientos en Geogebra. Ficha de trabajo

En estas sesiones el alumnado construirá con Geogebra las actividades propuestas en la Ficha de trabajo con una doble finalidad: interiorizar a través de la manipulación los distintos movimientos en el plano y adquirir soltura con el software de geometría dinámica. En nuestro caso, los alumnos y alumnas ya han realizado previamente otros trabajos con Geogebra, por lo tanto no hace falta realizar una introducción a este software.

A lo largo de estas sesiones se debe ir educando la mirada matemática y facilitando una metodología de trabajo a seguir. En nuestro caso, hemos propuesto “destripar” los logotipos que aparecen en la ficha de trabajo elaborando un esquema de construcción como muestra la imagen. Se debe escribir la secuencia, los tipos de movimiento y terminar con la decoración.

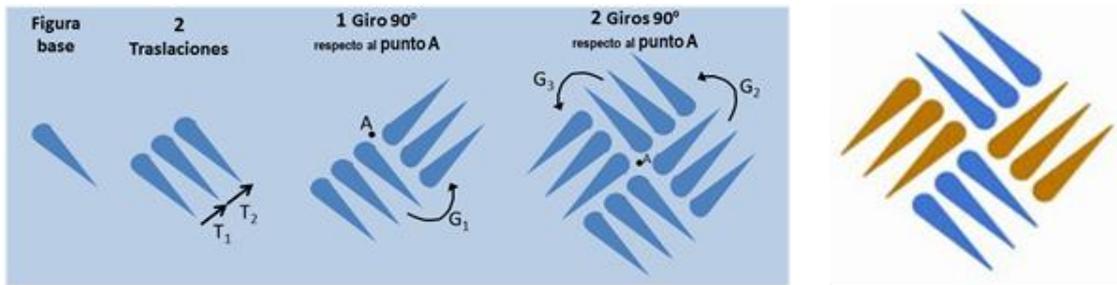


Figura 4

3.3. Sesiones de cuarta a sexta

Creación del vídeo LOGO

Una vez llegados a este punto, en estas dos últimas sesiones comenzará el trabajo final, en pareja o individualmente, en el que se debe diseñar un logotipo original en Geogebra que contenga los 3 tipos de movimientos. Posteriormente los alumnos y alumnas grabarán un vídeo en el que se vea la construcción en el ordenador, utilizando algún programa de captura de pantalla como Screen o matic, Camtasia, etc. En este caso, nos pareció oportuno que insertaran música de fondo, en lugar de una

narración, ya que de la propia construcción se desprende la parte matemática que se ha utilizado y que más nos interesa de cara a la evaluación.

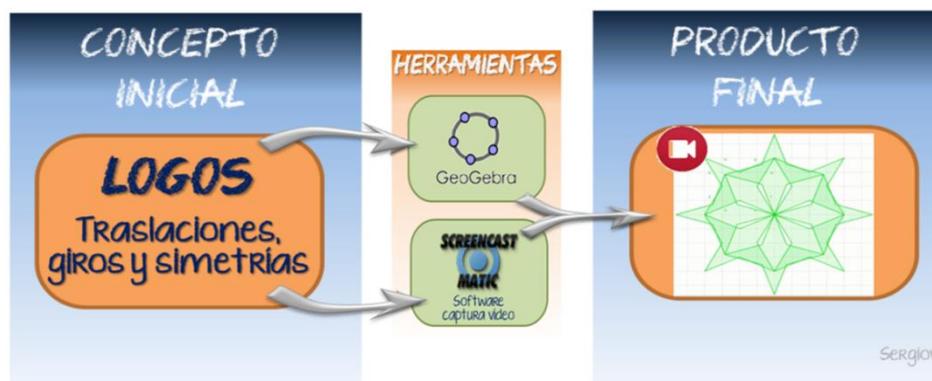


Figura 5

Estas dos sesiones de clase normalmente no son suficientes para terminar el trabajo, realmente se utilizan para preparar el diseño, el protocolo de construcción y resolver dudas. A posteriori, ellos realizan la grabación y edición del vídeo en casa, donde generalmente las condiciones son más favorables. Por último, deben subir el vídeo a un servidor (youtube, vimeo,...) y mandar el enlace al profesor por correo. De esta forma, el profesor evita el problema de almacenaje y el alumnado mantiene el control de su producción optando por vídeo público u oculto (sólo visible para quien tenga el enlace). Mostramos dos ejemplos realizados por Gabriel Medrano Carabali y Néstor Marrero Ramos.

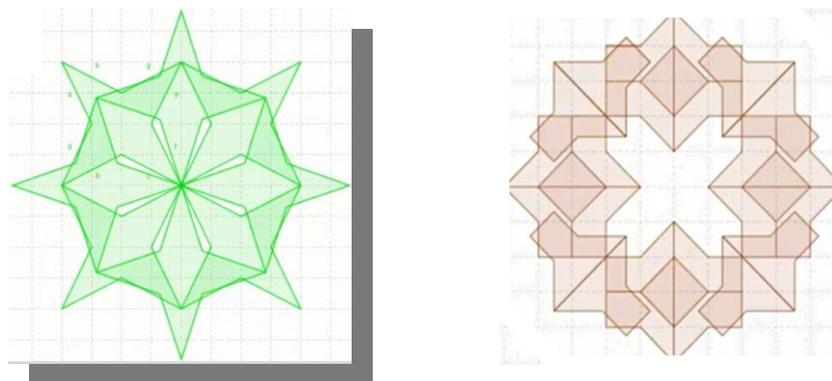


Figura 6

4. Desarrollo de la experiencia: VÍDEO FRACTAL

En este caso, es un proceso parecido al anterior en el que comenzamos con una sesión en la que se introduce el concepto de fractal, dos sesiones dedicadas al uso de las herramientas de Geogebra y una sesión final para la creación de un vídeo mostrando la construcción de un fractal lo más original posible.



Actividad	Tiempo
Introducción al concepto de fractal (Ficha de trabajo)	1 sesión
Las herramientas de Geogebra	2 sesiones
Creación del Video FRACTAL	1 sesiones

Tabla 2

4.1. Primera sesión

Concepto de fractal. Introducción

En general, el alumnado de la ESO no está familiarizado con el concepto de fractal pero es tal su magia y vistosidad que no es complicado captar su atención. En esta sesión se define y analizan sus características principales mostrando su conexión con la naturaleza, la arquitectura, el arte, etc. Abrimos así su apetito matemático. También se les indica, a través de la ficha, el objetivo matemático, tecnológico y artístico de esta actividad.

Fractal: Árbol pitagórico

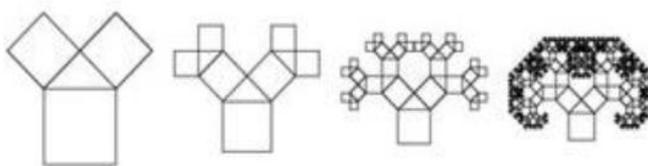


Figura 7

4.2. Sesiones segunda y tercera

Las herramientas de Geogebra

En nuestro caso, el alumnado no ha tenido contacto previo con Geogebra así que se dedica una sesión a lo que es la introducción al trabajo geométrico con el programa y su instalación. Esto es importante ya que permite que los alumnos y alumnas instalen el programa en sus dispositivos personales.

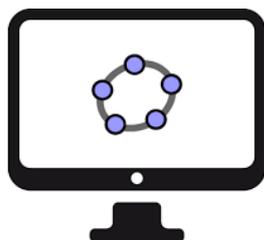


Figura 8

Trabajo FRACTALES

Un **fractal** es una figura, que puede ser espacial o plana, formada por componentes infinitos. Su principal característica es que su apariencia no varía aun cuando se modifique la escala empleada en la observación.

Los fractales son, por lo tanto, elementos calificados como semi geométricos (por su irregularidad no pertenecen a la geometría tradicional) que disponen de una estructura esencial que se repite a distintas escalas.

Fractal: La Curva de Koch

Fractal: Triángulo de Sierpinski

Fractal: Árbol pitagórico

Fractal: Árbol fractal

TRABAJO:

Paso 1: Generar un fractal con Geogebra

Paso 2: Hacer en papel (Din A3) tu fractal decorado

Paso 3: Grabar un vídeo de cómo lo has construido

Podrás ver vídeos (ejemplos) en el blog:
<http://www3.educacion.es/medios/robba/edublog/?cat=fractales/>

Y muchos hechos en: <http://decentos.educacion.es/medios/robba/edublog/?cat=fractales>

Figura 9

La siguiente sesión se centra en la generación de nuevas herramientas en Geogebra que nos permitan, mediante un botón, acelerar procedimientos reiterativos. Teniendo en cuenta que estamos hablando de fractales esta posibilidad, bien utilizada, nos facilitará su generación rápida y eficaz. Además de la explicación de su uso en la sesión de clase, ésta se acompañó de una lista de vídeos de internet, generosamente compartidos, muy instructivos para consultar desde casa y que reforzaron el procedimiento:

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/sdarbea/2015/02/12/fractales-con-geogebra/>

Para este artículo mostramos también la siguiente imagen con el esquema visual del proceso a seguir para generar una “Nueva herramienta” (botón):

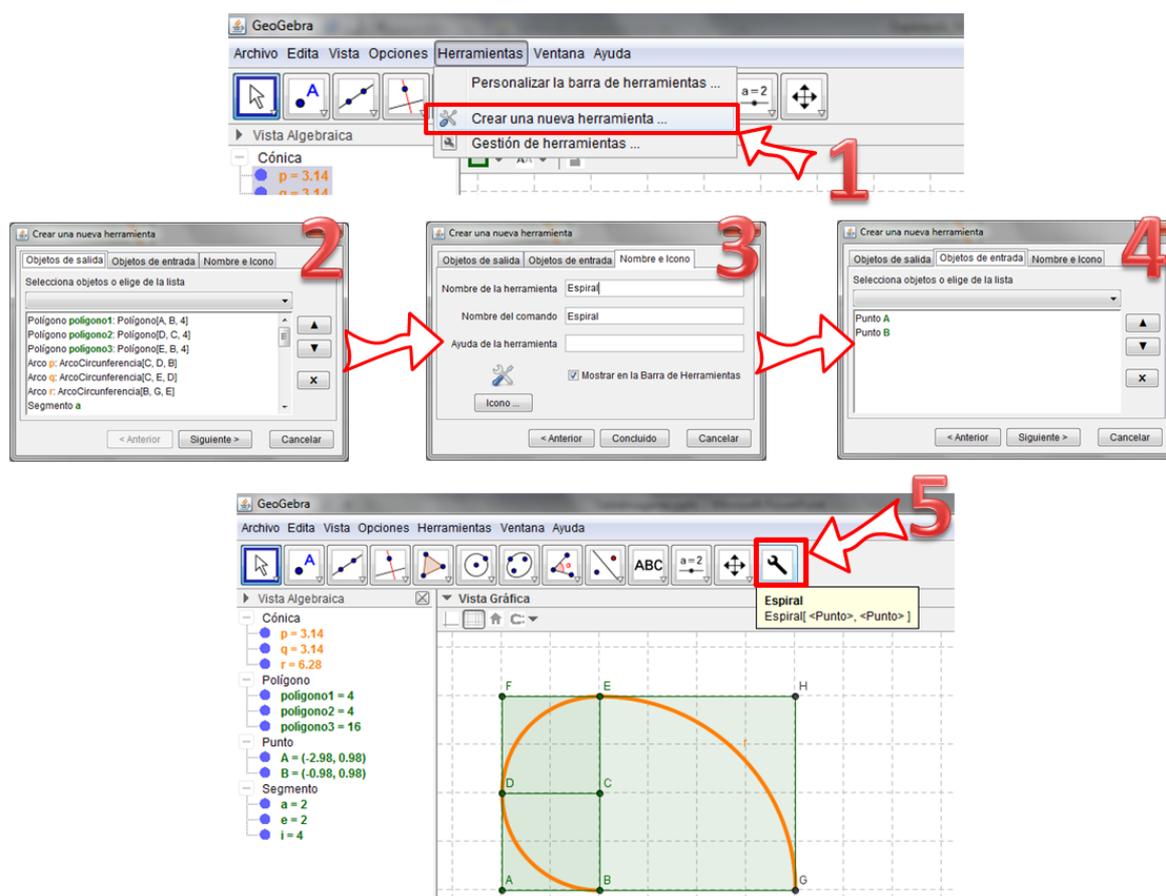


Figura 10

4.3. Cuarta sesión

Creación del vídeo FRACTAL

En la última sesión trabajaremos con Geogebra pero con el objetivo de diseñar un fractal original, individualmente o en pequeño grupo, que posteriormente el alumnado grabará en vídeo mostrando su construcción en el ordenador. Como en la actividad anterior se utilizará algún programa de captura de pantalla como Screen o matic, Camtasia, etc.



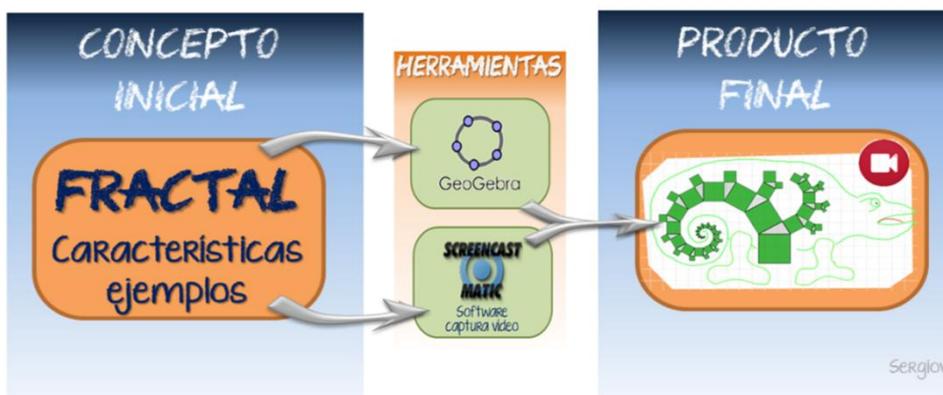


Figura 11

Con el esquema de la imagen queda constancia de que hemos seguido el mismo patrón que en la actividad del vídeo logo. Hay que recordar que en este caso, se les pide que expliquen verbalmente su diseño fractal. En la imagen se muestra una aproximación realizada por Román Cadenas, Sheyla Ruíz-Gómez y Miranda Vázquez de 4ºESO-B.

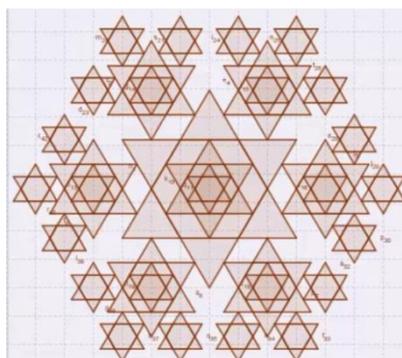


Figura 12

Por último, les propusimos que decoraran la parte matemática generada con un diseño artístico que quedaría representado en un mural del centro. Para esto tuvimos que llegar a un acuerdo con el Departamento de Matemáticas y el equipo directivo del IES Teobaldo Power. Estos son los dos fractales premiados que fueron elaborados por Ayoze González Martín y Anthony Romero Longasa.

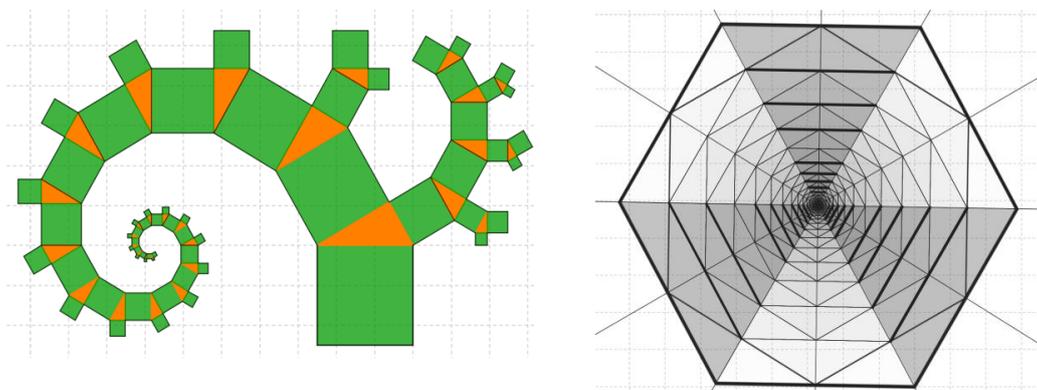


Figura 13

5. Fractal de Esteban

Llegados a este punto, le vamos a dedicar este apartado a uno de los fractales generado por un alumno de 4ºESO, Esteban Batista Ballesteros. Su diseño destacó por su originalidad, de hecho hasta el momento, no hemos encontrado este fractal en ninguna otra referencia web. Se trata de una construcción con circunferencias que al aumentar las iteraciones se asemeja a un triángulo de Sierpinski que no tiene ni un tramo rectilíneo.

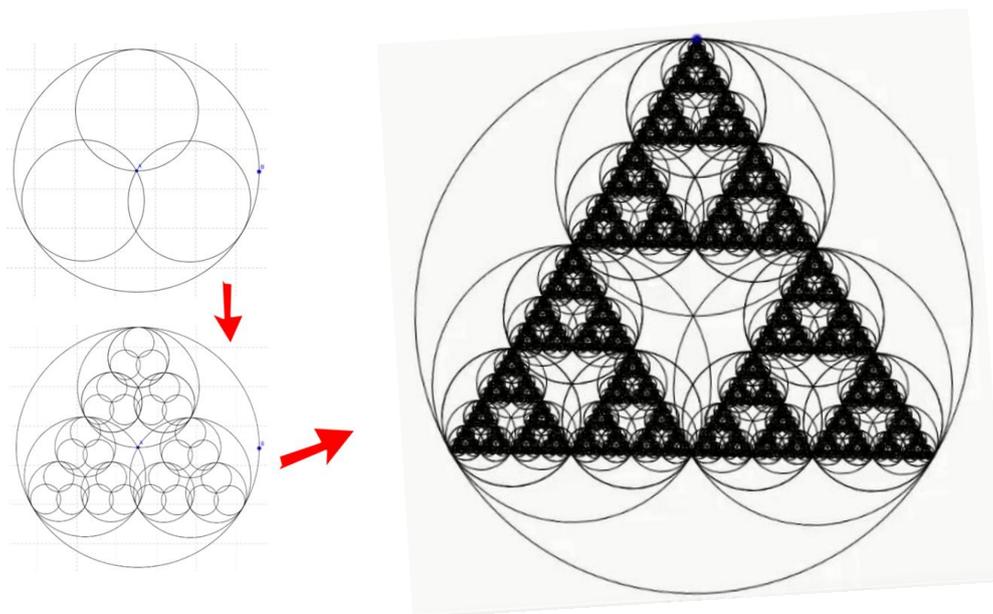


Figura 14

Pero mejor dejemos que Esteban nos cuente:

“Experiencia personal con fractales en Geogebra:

Mi primera toma de contacto con el programa de matemáticas Geogebra fue con el propósito de realizar un fractal para un trabajo de clase.

A simple vista el programa era muy sencillo, accesible, aunque no tuvieses mucha idea de lo que estabas haciendo. Pero teniendo el conocimiento necesario, Geogebra te da un amplio abanico de posibilidades: representar funciones, dibujar elipses, crear figuras tridimensionales, usar hojas de cálculo... Para hacer las matemáticas una tarea más amena.

En mi caso solamente tenía que dibujar una figura geométrica que se repitiese a diferentes escalas. Tuve varias ideas iniciales pero eran imposibles de concebir con mis conocimientos de las herramientas de Geogebra. Hasta que llegué a la idea de dibujar tres circunferencias dentro de otra inicial.

Primero dibujé una circunferencia, que sería el primer paso y base del fractal. Mi intención era que los centros de las tres circunferencias interiores estuviesen equidistantes entre sí y que sus diámetros fuesen iguales al radio de la original. No tardé en llegar a la conclusión de que dividiendo la circunferencia inicial en tres partes me ayudaría a ello. Primero representé un segmento igual al radio de la circunferencia inicial y luego usé la herramienta de ángulos para trazar un ángulo de 120° (la tercera parte de 360°) desde el segmento anterior para así representar otro en el que repetiría la misma operación. De esos tres segmentos hallé su punto medio, como tenía poca experiencia con Geogebra hice antes las mediatrices, y los tomé como centro de las circunferencias interiores. Al acabar el segundo paso oculté lo innecesario visualmente, excepto los puntos, seleccioné todo y con



ello creé una herramienta donde las tres circunferencias interiores dependían del centro y un punto de la circunferencia original. La usé, de modo que seleccionando los puntos de las circunferencias interiores se dibujasen otras tres circunferencias dentro de cada una.

El fractal, por la disposición de las circunferencias, se asemejaba al triángulo de Sierpinski ya que todas coincidían en puntos que unidos formaban un triángulo equilátero.

Lo único malo de todo esto es que por su complejidad no pudo ser utilizado para dibujar en un mural, que era la finalidad del trabajo. Sin embargo aprendí a usar Geogebra y me entretuve descubriendo todas sus utilidades.”

Para ver la construcción detallada y explicada por el autor sólo debes seguir este enlace, además así nos sirve como ejemplo de vídeo trabajo:

<https://www.youtube.com/watch?v=FofyZOzYTk8>

6. Conclusiones

En este trabajo hemos descrito una secuencia didáctica con la que hemos intentado que el alumnado alcance ciertos aprendizajes a través de la acción (aprender haciendo). Hemos fomentado la creatividad e imaginación en los productos finales haciendo que el alumnado se exprese en un medio tecnológico natural para ellos. Creemos que esta secuencia esconde una estructura de trabajo que incluye nuevas herramientas en el aula, pero hay que decir que lo de “nuevas” responde más bien al cómo utilizarlas ya que hasta hace poco sólo unos pocos tenían acceso a programas eficaces de geometría dinámica y las video creaciones estaban asociadas a los profesionales del sector. En el siglo que vivimos el alumnado debe ser creador y manipulador de contenidos, estas herramientas deben formar parte de nuestras aulas y transformar forzosamente ciertos aspectos metodológicos. En el ejemplo que nos ocupa, los abundantes video-tutoriales de Internet y el apoyo de un blog de aula nos ha permitido relegar el papel del profesor a mero facilitador de estos aprendizajes.

Para terminar nos gustaría dar las gracias al grupo de alumnos y alumnas que estuvieron implicados en este proyecto y que finalmente participaron en un taller de grafiti en el que se plasmaron los dos diseños elegidos en sendos murales. Esto fue posible gracias al exalumno grafitero Rayco Pérez, al departamento de plástica del centro y a la colaboración, el día de la matemáticas, de la compañera Laura Fernández. Mostramos algunas imágenes. Aunque para hacerse una idea más completa del trabajo se recomienda ver el vídeo en los materiales anexos.



Figura 15



Figura 16

Bibliografía

- Botella, L., Millán, L., Pérez, P., Cantó, J. (2007). *Matemáticas 1º ESO*. Editorial Marfil
- Sánchez, A. (1994). La expresión oral y escrita en las Matemáticas de la Educación Secundaria obligatoria: Una experiencia de trabajo en el aula. *SUMA*, 16, 99-110.
- Sada, M. Bergasa, J. Eraso M. (2007) recuperado de Webs interactivas de Matemáticas
<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/guias/actividades%20Geogebra3.doc>
- Marquez-Raygoza, A. Recuperado el 15 de diciembre de 2014, de
<http://www.oftenpaper.net/sierpinski.htm>

Anexo

En estos enlaces mostramos vídeos con los trabajos del alumnado que pueden servir al lector para hacerse una idea más completa de la experiencia.

Fractales:

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/sdarbea/2015/06/11/proyecto-fractal-todo/>

Logos:

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/sdarbea/2015/03/15/logos-en-geogebra/>

Sergio Darias Beautell, Instituto de Enseñanza Secundaria Teobaldo Power, Santa Cruz de Tenerife.
Profesor de Enseñanza Secundaria (Matemáticas)

Esteban Batista Ballesteros Instituto de Enseñanza Secundaria Teobaldo Power, Santa Cruz de Tenerife.
Alumno de 4ºESO

