NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 89, julio de 2015, páginas 9-31

El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas

Rosa Nortes Martínez-Artero
Andrés Nortes Checa
(Universidad de Murcia. España)

Fecha de recepción: 10 de junio de 2014
Fecha de aceptación: 19 de diciembre de 2014

Resumen El ajedrez es un juego que se puede enseñar a los alumnos en los primeros años de escolarización. De ahí que los futuros profesores deban de conocer algunas técnicas para llevarlo a cabo y debido al paralelismo que tiene con las matemáticas, se pueda utilizar como recurso en su enseñanza-aprendizaje. El tablero en sí aporta un apoyo para plantear actividades de contar, de colocar sobre él pentominós, de utilizar los movimientos del caballo, rey, torre, alfil y dama. Se presentan algunas actividades para trabajar los futuros profesores en el aula, aplicables, la mayoría, al currículo de Matemáticas de Educación Primaria y Secundaria encaminadas a desarrollar las competencias e iniciarse en la resolución de problemas.

Palabras clave Ajedrez, Recurso, Enseñanza, Aprendizaje, Matemáticas.

Title **Chess as a resource in the teaching and learning Mathematics**

Abstract Chess is a game that can be taught to children right from the first year of compulsory schooling. For this reason, future teachers should know some techniques to teach and, because of the parallelism the game has with mathematics, they could use it as a valuable resource for the teaching and learning of this subject. The chessboard in itself provides support for counting, for having the pentominoes placed, for using the knight, king, rook, bishop and queen movements. Some activities to be worked on in the classroom by future teachers are presented, the great majority applicable to the Primary and Secondary Education Mathematics syllabus, which are aimed at developing the competencies and at initiating the students in problem solving.

Keywords Chess, Resource, Teaching, Learning, Mathematics.

1. Matemáticas y ajedrez

El ajedrez se está introduciendo en el sistema educativo con gran rapidez debido a sus beneficios sociales y educativos, tanto es así que el 13 de marzo de 2012 el Parlamento Europeo adoptó el programa de la Unión Europea de Ajedrez "Ajedrez en la Escuela", mediante la Declaración escrita 50/2012 que fue firmado por 415 eurodiputados, el 55,3 % del total de los 751 parlamentarios, para que incluyan el ajedrez dentro de sus sistemas educativos.

Fuentes (2013) indica que muchos países tienen en la actualidad el ajedrez como asignatura obligatoria en todos los colegios (Cuba, Venezuela, Islandia, Georgia…) y otros muchos como optativa (Alemania, Suecia, Argentina, Colombia…) y en nuestro país la Comunidad de Cantabria dispone del Proyecto Ajedrez Educativo y el Parlamento canario acordó por unanimidad incorporar el Ajedrez a la escuela. Y en más de 40 países alrededor del mundo incluyen programas de ajedrez en las escuelas dentro del currículo oficial (Kovacic, 2012).

La influencia del ajedrez tanto a nivel cognitivo (atención, memoria, concentración, percepción, razonamiento lógico, orientación espacial, creatividad, imaginación…) como a nivel personal (responsabilidad, control, tenacidad, análisis, planificación, autonomía, discusión, control, tenacidad…) avala su importancia en los sistemas educativos de muchos países del mundo (Gairín y Fernández, 2010). Mientras que Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) indican que algunos de los componentes de la práctica del ajedrez son la concentración y el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, todos ellos necesarios para las matemáticas.

Guik (2012) indica que el tablero de ajedrez, las piezas y el propio juego se utilizan frecuentemente para ilustrar conceptos, ideas y problemas matemáticos. Pero el caballo es la pieza más asombrosa del ajedrez ya que un movimiento inesperado del caballo puede cambiar el transcurrir de una partida. Sin embargo, la dama es la más poderosa, siendo el problema de las ocho damas y el problema del caballo los dos más conocidos del juego del ajedrez.

Kraitchik (1946) en su libro "Matemáticas recreativas" dedica un capítulo al problema de las reinas y otro al problema del caballo. El primer caso consiste en colocar ocho reinas sobre un tablero de ajedrez de tal modo que ninguna de ellas pueda capturar a ninguna de las otras, en un solo movimiento; mientras que el segundo era conocido muy antiguamente en la India en donde los sacerdotes hindúes poseían hace más de 2000 años un procedimiento para resolverlo, consistente en recorrer con el caballo todas las casillas del tablero pasando por cada una de ellas una sola vez.

Guik (2012) para resolver el problema del caballo presenta el método Punk y Collini, basado en la partición del tablero en una parte interior y otra exterior, el método Polignac y Roget basado en la división del tablero en cuatro partes, el de Euler y Vandermonde basado en la posibilidad de sustituir todos los movimientos por sus inversos comenzando por la casilla conectada con la final. Con el algoritmo de Warnsdorff al recorrer el tablero el caballo deberá moverse cada vez a la casilla desde la cual puede efectuar la menor cantidad de movimientos a casillas en las que aún no ha estado. Euler en 1749 dedicó su tratado "Solución de un problema curioso que no parece someterse a análisis alguno" a este problema que aunque era conocido antes, fue él quien notó su carácter matemático. La belleza y sencillez de este problema ha favorecido su transmisión a través de las generaciones y hoy aún supone un reto difícilmente superable para cualquier persona que conozca los fundamento del ajedrez (Núñez y Ruiz, 2010). Más complejo que este problema es hallar todos los recorridos del caballo sobre el tablero y su número total. ¿Cuántos recorridos hay del caballo? Fernández (2007) recuerda que en 1995 Martin Löbbing e Ingo Wegener encontraron 33 439 123 484 294 caminos diferentes y en 1997 Brendan Mckay usando otro método distinto obtuvo 13 267 364 410 532 caminos diferentes.

El problema de las ocho reinas relativo al tablero de ajedrez 8×8 fue planteado por Max Bezzel en 1848, que bajo el pseudónimo de Schachfreund lo publicó en la revista especializada Berliner Schachzeitung. El problema fue propuesto por el Dr. Nauck, que era ciego, al matemático Gauss en 1850 y Gauss obtuvo 72 soluciones al principio y algo más tarde 76, siendo el Dr. Nauck quien encontró las 92 soluciones posibles.

Corzo y Paredes (2000) tratan de resolver el problema de las ocho damas mediante la aplicación de los algoritmos genéticos y para ello numeran las filas de 0 a 7. Así, la colocación en el tablero de una disposición al azar de las ocho damas (2, 4, 0, 6, 1, 3, 5, 1) viene dada por el cromosoma: 010-100-000-110-001-011-101-001, que es una cadena de 24 bits. La función de ajuste nos da la valoración de lo cerca o lejos que se encuentra de la solución del problema y debe de tratar de penalizar aquellas disposiciones de las damas en las cuales una fila o una diagonal están ocupadas por más de una dama. Una reina situada en fila x, columna y, ocupa las diagonales (x+y), (x-y). La función de ajuste de la posición dada es 6, que corresponde a la coincidencia de damas de una fila, en dos diagonales en un sentido y tres diagonales en el otro. Cuando se llegue mediante un programa informático a la posición (3, 1, 7, 4, 6, 0, 2, 5) la función ajuste es cero y se ha obtenido una solución. Si el programa se ejecuta nuevamente se puede llegar a obtener soluciones distintas aun partiendo de los mismos datos.

El problema del tablero de ajedrez de contar el número de cuadrados que hay ha sido utilizado por Cañadas et al. (2003) para ilustrar el método de resolución de problemas de Polya llegando a la conclusión de que se trata de un caso particular de un tablero $n \times n$, trabajando el razonamiento inductivo mediante un proceso de generalización.

Villar (2011) encuentra características semejantes entre las Matemáticas y el Ajedrez ya que las reglas válidas de manejo son dadas por sus definiciones y por todos los procedimientos de razonamiento admitidos como válidos que pueden ser simples o complejos en función del nivel de conocimiento que se posee.

No hay libro de matemática recreativa que no recoja los problemas anteriores y otros más, pues como indica Frabetti (1995, p. 13) *"mis estudios de matemáticas y mi especial interés por su vertiente creativa me llevaron a conocer nuevos problemas directa o indirectamente relacionados con el ajedrez"*.

Las matemáticas se pueden beneficiar de la expansión del ajedrez y el ajedrez puede contar con un buen aliado en las matemáticas. La dificultad que entraña la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas puede verse beneficiada con el juego del ajedrez para aplicar diversos contenidos que de forma lúdica pueden ser introducidos, incluso el beneficio terapéutico que supone el juego del ajedrez en alumnos con dificultades de atención o alteraciones de conducta.

El ajedrez tiene un paralelismo con las matemáticas porque ambos ejercitan la memoria, aumentan la concentración, desarrollan el pensamiento lógico, la imaginación y la creatividad, así como el sentido de la responsabilidad, fortalecen la toma de decisiones, incrementan la paciencia, desarrollan la intuición y la resolución de problemas que es eje vertebrador de los contenidos de matemáticas en la enseñanza obligatoria.

El ajedrez es un juego de razonamiento, porque es necesario pensar antes de realizar cada jugada. Además, es un juego sencillo, que no es exclusivo para gente inteligente ya que con dedicación, práctica y mucha afición se puede llegar a ser un buen jugador, siendo un juego de gran aceptación popular (Fernández, 2007).

El RD 126/2014 por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria (MECD, 2014) define el currículo como "*la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas*" (p. 19349) y en el área de Matemáticas *"van encaminados a desarrollar las competencias matemáticas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana"* (p. 19386). Y el ajedrez es un recurso para lograr la concentración y desarrollar el pensamiento lógico en el campo numérico, la geometría y la medida.

Kovacic (2012) analizó las calificaciones en Primaria de 82 niños a lo largo de dos años y comparó las medias entre dos grupos, uno de edad media 10,4 años que realizaba prácticas sistemáticas de ajedrez y otro de edad media 10,6 años que no las realizaba y los resultados confirmaron que existen diferencias significativas en las calificaciones a favor de los primeros.

En la resolución de problemas utilizando el ajedrez se explica oralmente o por escrito el proceso seguido, se revisan las operaciones utilizadas comprobándose la solución, se utilizan razonamientos y estrategias de cálculo aprendidas, se elabora un informe sobre el proceso de investigación realizado, se utilizan herramientas tecnológicas y se practica el método científico siendo ordenado, organizado y sistemático, contribuyendo así a la adquisición de las competencias correspondientes al currículo de Primaria.

Dentro de los contenidos de la materia Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas del Grado de Maestro de Primaria, en el desarrollo de las matemáticas escolares, y en el currículo de la enseñanza obligatoria se puede utilizar el ajedrez como recurso, siendo algunas de las actividades que se pueden llevar a cabo sobre el tablero de ajedrez, las que se mencionan.

2. El tablero de ajedrez

2.1. Contar y cortar

Un problema clásico utilizado con mucha frecuencia es el *contar el número de cuadrados* que tiene el tablero de ajedrez de 64 cuadrados (8×8) y *el número de rectángulos*. Para ello, lo mejor es comenzar con un minitablero de 16 cuadraditos (4×4) y encontrar a partir de ahí una expresión que determine el número de cuadrados y rectángulos que existen para después extenderlo y aplicarlo al tablero de 8×8 y a un tablero de 12×12 o a un tablero de $n \times n$. Esta fórmula encontrada nos puede servir para que nos planteemos un caso directo y calculemos cuántos cuadrados y rectángulos hay en una hoja DIN A4 cuadriculada en cuadrados de 0,4 cm de lado, para lo cual habrá que contar los cuadrados de ancho y los de largo y después dar la respuesta.

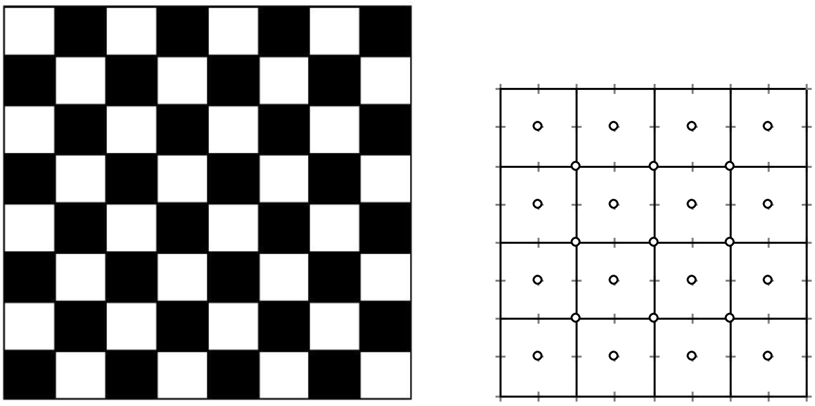


Figura 1

El llegar a obtener que el número de cuadrados y rectángulos, si la hoja DIN A4 es de dimensiones $m \times n$ cuadraditos, es $\frac{m \times (m+1)}{2} \times \frac{n \times (n+1)}{2}$, será un desafío intelectual que el alumno quiere y es capaz de entender, pero que a primera vista no sabe cómo resolver.

Para los alumnos, un contenido de matemáticas escolares se puede ir ampliando y llegar a utilizar contenidos de combinatoria, como sería el aplicar que en el tablero de ajedrez hay 9 líneas horizontales y 9 líneas verticales. Cada cuadrado o cada rectángulo se forma con dos líneas horizontales y dos verticales. Las combinaciones de 9 líneas tomadas 2 a 2, nos dan todas las posibilidades de largo de los rectángulos y las combinaciones de 9 líneas tomadas 2 a 2, nos dan todas las posibilidades de ancho de los rectángulos (Ortega, 2003). El producto de estas dos combinaciones nos da el total de cuadrados y de rectángulos que se pueden formar. Por tanto: $C_9^2 \times C_9^2 = \frac{9\times 8}{2}\times\frac{9\times 8}{2} =$ 1 296. Y en el caso de un tablero de $n \times n$:

$$C_{n+1}^2 \times C_{n+1}^2 = \frac{(n+1)\times n}{2}\times\frac{(n+1)\times n}{2} = \frac{(n+1)^2\times n^2}{4}$$

siendo el número de cuadrados: $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n\times(n+1)\times(2n+1)}{6}$.

Y de rectángulos: $\frac{n^2\times(n+1)^2}{4} - \frac{n\times(n+1)\times(2n+1)}{6} = \frac{n\times(n^2-1)\times(3n+2)}{12}$.

¿Es posible *dividir el tablero de ajedrez* en varias piezas de manera que la primera pieza tenga una sola casilla, la segunda dos casillas, la tercera tres y así sucesivamente? A lo que con una simple ecuación, nos daría como respuesta que es imposible al no tener como soluciones números naturales.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n = 64 \Rightarrow \frac{n\times(n+1)}{2} = 64 \Rightarrow n^2 + n - 128 = 0$$

Guik (2012) nos amplia el caso de *cortes de un tablero* con las siguientes cuestiones: ¿Cuál es el número de cortes que se pueden realizar para obtener las 64 casillas del tablero? Si cortamos el tablero por la mitad, colocamos las dos mitades una junto a la otra y efectuamos el segundo corte, obtenemos cuatro partes iguales y repitiendo esta operación varias veces se llega a que $2^6 = 64$, por lo que con 6 cortes lo tenemos. Pero si cada parte se debe cortar por separado, para obtener las 64 casillas del tablero se necesitan 63 cortes ($7 + 7\times 8$).

¿Cuál es el mayor *número de casillas que se pueden cortar* mediante un corte? La respuesta es 15 que corresponde a la recta paralela a una diagonal del tablero que pasa por los puntos medios de los lados de dos casillas extremas. Y para cortar todas las casillas del tablero, ¿cuál es menor número de cortes? Evidentemente 8 rectas bien horizontal o verticalmente pasando por el centro de cada casilla son suficientes, pero no es el mínimo. Con 7 rectas trazadas una por el centro del tablero en dirección casi paralela a la diagonal y las seis restantes en direcciones casi perpendiculares a la primera, son suficientes.

Otro problema a plantear para trabajar en el *campo numérico*, es: En las casillas de un tablero de ajedrez se colocan monedas de 1 euro. La diferencia de valor de las monedas que se encuentran en las casillas que tiene un lado en común es 1 euro. Si en la casilla a8 (primera de la primera fila) hay 1 euro y en la casilla h1 (última de la última fila) hay 15 euros, ¿cuál es el valor total de las monedas que se encuentran en el tablero? Siguiendo el enunciado, resulta:

1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13	14
8	9	10	11	12	13	14	15

Figura 2

La primera fila suma: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. La segunda sumará 8 euros más y así sucesivamente, luego: $36 + (36 + 8\times 1) + (36 + 8\times 2) + (36 + 8\times 3) + (36 + 8\times 4) + (36 + 8\times 5) + (36 + 8\times 6) + (36 + 8\times 7) = 36\times 8 + 8\times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 288 + 224 = 512$ euros.

Pero también podemos, dentro de las matemáticas escolares, aplicar la *proporcionalidad,* así: Un tablero de ajedrez está formado por 64 casillas cuadradas distribuidas en 8 filas y 8 columnas. Añadimos una nueva fila de cuadraditos alrededor de todo el tablero. Calcula el porcentaje de cuadraditos que hemos añadido y el porcentaje que disminuimos si se vuelve al tablero inicial. Las respuestas del 56,25 % y del 36 % servirán para ver la importancia de la base sobre la que se aplica un porcentaje.

2.2. Los grandes números

Es conocida la leyenda de los granos de trigo, y que documenta Tahan (1972): En la provincia de Taligana reinaba el rey Iadava que tuvo que enfrentarse al ejército del aventurero Varangul, al que logró vencer pero el hijo del rey, el príncipe *Adjamir*, falleció en la batalla. El rey Iadava, terminada la guerra estaba muy triste y abatido, se encerró en sus aposentos y solo salía para tomar decisiones con sus asesores. Los sacerdotes no sabían consolarlo y un cierto día el joven Lahur Sessa pidió audiencia para enseñarle un juego que acababa de inventar, formado por un tablero cuadrado dividido en sesenta y cuatro casillas iguales y una serie de piezas blancas y negras, a lo que siguió la explicación de las reglas del juego, que se realizaba entre dos jugadores, uno con las piezas blancas y el otro con las piezas negras. Pasadas unas horas el rey había aprendido las reglas del juego y para demostrarle su agradecimiento le dijo que le pidiera lo que quisiera a lo que el inventor le contestó: “No deseo oro ni joyas ni palacios, solo deseo una *recompensa en granos de trigo*”, lo que llevó a los presentes a una risa generalizada. Me daréis, dijo Sessa, un grano por la primera casilla, dos por la segunda, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta y así doblando hasta la sexagesimocuarta y última casilla del tablero. Los algebristas se retiraron a hacer los cálculos, los sabios tardaron unas horas en presentar sus resultados al rey. ¿Con cuántos granos de trigo el rey corresponderá a la promesa que le hizo al joven Sessa? La respuesta: $2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$ granos de trigo, es de todos conocida, es decir dieciocho trillones, cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones, setenta y tres mil setecientos nueve millones, quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince granos de trigo.

Sabiendo que en cada kilogramo de trigo caben aproximadamente unos 20 000 granos, podríamos calcular las toneladas que pesarían los granos de trigo y el volumen que ocuparían, llegando a un peso de 922 337 203 685 toneladas y a un volumen de $1{,}23\times 10^3$ km^3, ocupando un depósito de forma cúbica de más de 10 km de arista.

Pero también se pueden introducir *unidades de tiempo*. Si contásemos los granos de trigo del montón obtenido por los calculistas a razón de 5 granos por segundo, trabajando día y noche sin parar, se tardaría: Los 5 granos por segundo son 300 granos en 1 minuto, 18 000 en una hora, 432 000 granos en 1 día y 157 680 000 en un año. Es decir, $1{,}5768 \times 10^8$.

En 1000 años es $1{,}5768 \times 10^{11}$. En un millón de años $1{,}5768 \times 10^{14}$. En un millón de siglos $1{,}5768 \times 10^{16}$ y en 100 millones de siglos es $1{,}5768 \times 10^{18}$. En 1 000 millones de siglos es $1{,}5768 \times 10^{19}$, tendríamos "algo más" ya que el número de granos es $1{,}8 \times 10^{19}$.

Esta actividad se puede proponer como una investigación ya que el bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas se ha formulado con la intención de conseguir que todo el alumnado *"sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas"* (MECD, 2014, p. 19387).

Suponiendo que el inventor del juego del ajedrez fuera escritor y necesitara *hojas de papel* para escribir sus numerosos cuentos y novelas y en la petición al rey en lugar de granos de trigo pidiera hojas DIN A4 de 0,1 mm de grosor, por la primera casilla 1 hoja, por la segunda 2, por la tercera 4, por la cuarta 8 y así sucesivamente doblando el número de hojas de una casilla a la siguiente, y colocando una encima de otra, ¿cuál es el grosor de todas las hojas correspondiente a la casilla 20? ¿Y a la casilla 40? ¿Cuántas cajas de hojas necesitas para guardar las hojas de la casilla 40 si cada caja contiene 5 paquetes de 500 hojas cada uno?

Por la primera casilla, tiene una hoja de grosor 0,1 mm y al ir doblando; por la segunda casilla dos hojas: $2 \times 0{,}1 = 0{,}2$ mm; por la tercera casilla: $4 \times 0{,}1 = 0{,}4$ mm; por la cuarta: $8 \times 0{,}1 = 2^3 \times 0{,}1 = 0{,}8$ mm;…; por la vigésima: $2^{19} \times 0{,}1 = 524\,288 \times 0{,}1 = 52\,428{,}8$ mm = 52,4288 metros. Por la casilla cuadragésima: $2^{39} \times 0{,}1 = 549\,755\,813\,888$ mm$\times 0{,}1 = 54\,975\,581{,}3888$ m = 54 975,5813888 km. Como cada paquete contiene 500 hojas y cada 5 paquetes una caja, es decir 2 500 hojas, el número de cajas completas es: 549 755 813 888: 2 500 = 219 902 325.

¿Cuántas furgonetas se necesitarían para transportar todo el papel? ¿Y cuántos paquetes de hojas llevaría? ¿Qué dimensiones debería tener un almacén para guardar todo ese papel? Es una actividad en la que se puede profundizar todo lo que se quiera.

Pero utilizando la expresión potencial del número total de granos de trigo, también podemos aprovechar para hablar de *números primos*, porque algunos números primos son de la forma $2^n - 1$. Así para $n = 2$, es 3; para $n = 3$, es 7. Los números de la forma $2^n - 1$ se denomina números de Mersenne en honor a su inventor. Se pueden encontrar, de forma sencilla, los primeros números primos de Mersenne que hay para n inferior a 12. Son: 3, 7, 31 y 127.

3. Tablero de ajedrez, poliminós y cuadrados mágicos

3.1. Poliminós

El primer problema sobre pentominós conocido fue publicado en 1907, escrito por Henry E. Dudeney y recogido en el libro titulado *Canterbury Puzzles*, en el que el problema presentado consistía en encajar los 12 pentominós y un tetraminó 2×2 en un tablero de ajedrez de 8×8.

¿Se puede *cubrir un tablero de ajedrez* con 21 triminós y 1 monominó? Con triminós en forma de barra es inmediato. ¿Y con tetraminós en forma de T? Una respuesta es:

A	A	A	H	J	J	J	K
B	A	H	H	H	J	K	K
B	B	G	I	I	I	L	K
B	C	G	G	I	L	L	L
C	C	G	F	M	M	M	P
D	C	F	F	N	M	P	P
D	D	E	F	N	N	O	P
D	E	E	E	N	O	O	O

Figura 3

Cuando se utilizan pentominós y se pide cubrir el tablero de ajedrez con los 12 pentominós, quedan cuatro casillas sin cubrir que se pueden ubicar en el sitio que se quiera: en el centro, en las esquinas… ¿Cómo colocar los *12 pentominós* sobre un tablero de ajedrez de manera que quede sin cubrir el cuadrado central de 2×2? Los 12 pentominós señalados por las letras: A, B, C…, L, se pueden colocar así.

A	A	B	B	B	B	C	C
A	A	A	B	E	C	C	D
K	L	L	L	E	E	C	D
K	K	L			E	E	D
J	K	L			F	F	D
J	K	I	H	H	G	F	D
J	I	I	I	H	G	F	F
J	J	I	H	H	G	G	G

Figura 4

Si quedan las cuatro esquinas sin cubrir, una solución es:

	A	A	B	C	C	C	
A	A	B	B	B	D	C	C
A	J	J	J	B	D	D	D
K	J	L	J	I	D	E	E
K	L	L	L	I	I	F	E
K	K	L	H	I	I	F	E
K	H	H	H	F	F	F	E
	H	G	G	G	G	G	

Figura 5

Un problema muy interesante lo proponen Bernabeu y Fernández-Arévalo (2009) que con los 12 pentominós se formen las figuras de *rey, reina, torre y alfil del juego del ajedrez*. Se puede aportar el perfil de las piezas y que los alumnos vayan recolocando los doce pentominós. La respuesta propuesta por estos autores es:

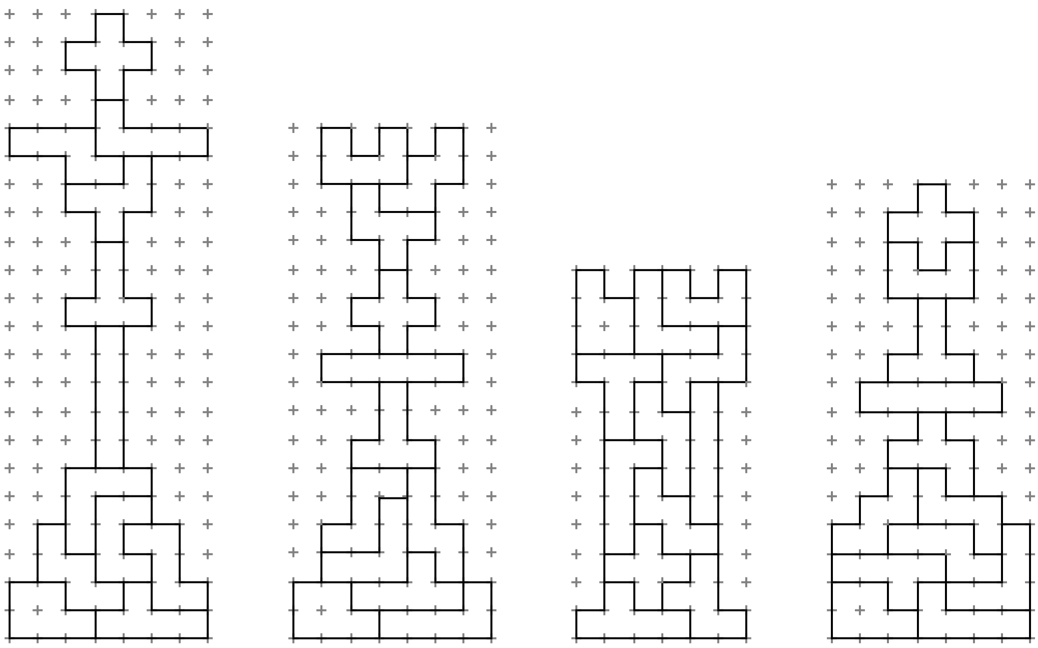


Figura 6

3.2. Cuadrados mágicos

Un cuadrado mágico es una disposición de n^2 números enteros positivos distintos en forma de cuadrado, que tiene la propiedad de que la suma de los n números de cualquier fila, cualquier columna o diagonal, es siempre la misma (Nortes et al., 2014).

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Figura 7

El número n de filas y de columnas del cuadrado, se llama *orden*. La suma de filas, columnas y diagonales que se mantiene constante, se llama *constante mágica*. En un cuadrado mágico de orden n, formado por n filas y n columnas en donde se escriben los n^2 primeros números naturales, la constante mágica viene dada por $\frac{n\times(n^2+1)}{2}$, que es el resultado de la suma: $1 + 2 + 3 +\ldots + n^2 = \frac{(1+n^2)\times n}{2}$. El cuadrado mágico que aparece es de orden 3 y de constante mágica 15.

El *cuadrado mágico de Alberto Durero*, se consigue a través del método de los nueve bloques, con el siguiente proceso:

1. Se numeran todos los cuadrados del 1 al 16 consecutivamente de izquierda a derecha y de arriba abajo.

2. Se divide el cuadrado en 9 bloques (fig.8):

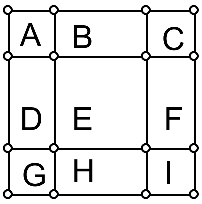


Figura 8

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Figura 9

Los bloques A, C, G e I son de tamaño 1×1, los bloques B y H son de tamaño 1×2, los bloques D y F son de tamaño 2×1, y el bloque E es de tamaño 2×2.

3. Se dejan en los bloques alternos A, C, E, G, I los números escritos inicialmente:

4. Los números de los bloques B, D, F y H se sustituyen por los simétricos respecto al centro del cuadrado y se obtiene un cuadrado mágico. Pero como todo cuadrado mágico da lugar a 8 posiciones, según que se gire o que se tomen simétricos respecto al centro, el cuadrado mágico de Durero se obtiene sustituyendo cada número por los simétricos respecto del centro y por último, para que los dos números centrales de la última línea formaran el año 1514 que fue cuando terminó su grabado Melancolía, cambió las dos columnas del centro, resultando el cuadrado mágico de la figura 9:

Durero (1471-1528) plasmó en *Melancolía* el año de su realización 1514, y también en recuerdo de su amigo Luca Pacioli (1450-1514) teólogo franciscano que enseñó Matemáticas y mantuvo una gran relación con Leonardo da Vinci y que falleció en dicha fecha.

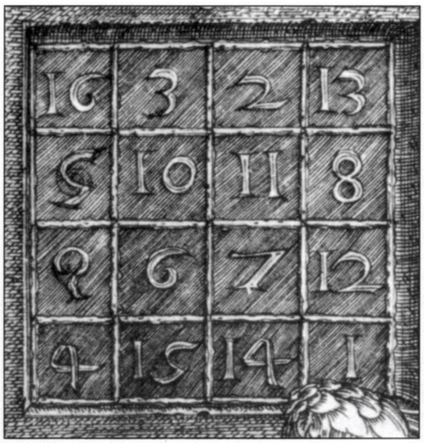


Figura 10

Utilizando el método anterior se puede obtener un *cuadrado mágico* 8×8, numerando las casillas del 1 al 64 de forma correlativa tomando los bloques de las esquinas de tamaño 2×2 (Alegría, 2009), llegando a obtener:

1	2	62	61	60	59	7	8
9	10	54	53	52	51	15	16
48	47	19	20	21	22	42	41
40	39	27	28	29	30	34	33
32	31	35	36	37	38	26	25
24	23	43	44	45	46	18	17
49	50	14	13	12	11	55	56
57	58	6	5	4	3	63	64

Figura 11

También se puede *completar un tablero* 8×8, que es mágico (fig. 12):

	47		42		44		45
32		25		27		30	
33	31	40	26	38	28	35	29
48	18	41			21	46	20
49	15	56			12	51	13
64	2	57	7	59	5	62	4
1	63	8	58	6	60	3	61
16	50	9	55	11	53	14	52

Figura 12

152	207	30	27	68	75	78	203
105	162	57	92	13	58	153	200
29	26	225	136	189	90	69	76
100	51	174	91	184	171	54	15
243	120	23	38	87	52	175	102
138	133	108	45	50	17	232	117
34	25	104	261	114	161	60	81
39	116	119	150	135	216	19	46

Figura 13

O se pueden introducir los *cuadrados mágicos multiplicativos*, que son similares pero en lugar de sumar lo mismo filas, columnas y diagonales es ahora el producto. Aquí hay un cuadrado mágico de orden 8×8 (fig.13). ¿Es aditivo o multiplicativo? ¿Cuánto vale su constante mágica?

Este caso propuesto por Brandreth (1989) nos sorprende porque se puede comprobar que se trata de un cuadrado mágico aditivo de constante mágica 840. Pero si se prueba multiplicando los números de una fila o de una columna o de una diagonal se podrá comprobar que en todos los casos resulta 2 058 068 231 856 000. ¿No es maravilloso?

4. Movimientos: caballo, torre, alfil, rey y reina

4.1. Movimiento del caballo

Un problema que ha apasionado a matemáticos y no matemáticos, es la construcción de los cuadrados mágicos de orden n. Y un problema que ha intrigado a los ajedrecistas es el problema del *movimiento del caballo*, consistente en recorrer con el caballo todas las casillas del tablero sin pasar dos veces por ninguna de ellas. Euler (1707-1783) logró dar una solución simultánea a ambos problemas, en donde cada fila y cada columna suma 260, cada fila y columna de cada uno de los cuatro subcuadrados de orden 4 suma 130 y tal que en este "tablero mágico" de orden 8 se describe la ruta del movimiento del caballo por todo el tablero. Warnsdorff en el siglo XIX presentó un método práctico de construir recorridos y su estrategia consistía en evitar crear fines de trayecto, es decir, casillas en las que el caballo no pueda continuar, al tener que saltar a una casilla ya visitada. El método consiste en contar el número de posibilidades nuevas de salto que cada una tiene, moviéndose a la que tenga el número más bajo de nuevas opciones de salto. Empezando en la casilla a8 (primera de la primera fila), la solución numérica y gráfica es:

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

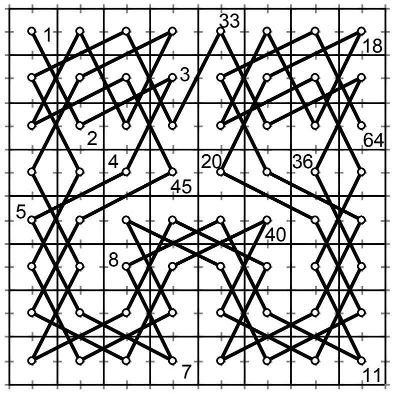


Figura 14

A modo de entretenimiento se puede *descubrir un mensaje* o frase siguiendo los movimientos del caballo. Empezar por la casilla que aparece LAS y descubrir una cita importante y el nombre de su autor.

	DIOS		BE				AL
			QUE	SON	FA		
		ES		TO		EL	TI
		CON	BIO		CAS	LAS	
	CRI	MUN		LEO		MA	
			GA	EL	MA		
	DO				LI		TE

Figura 15

La frase es: *"Las matemáticas son el alfabeto con que Dios escribió el Mundo. Galileo"*.

Si se sigue el salto del caballo como indica el cuadrado adjunto, se encontrará el cuadrado hallado por Beberly en 1848 y recogido por Frabetti (1995). ¿Es un *cuadrado mágico o semimágico*?

1	30	47	52	5	28	43	54
48	51	2	29	44	53	6	27
31	46	49	4	25	8	55	42
50	3	32	45	56	41	26	7
33	62	15	20	9	24	39	58
16	19	34	61	40	57	10	23
63	14	17	36	21	12	59	38
18	35	64	13	60	37	22	11

Figura 16

Es semimágico, porque las diagonales no suman 260 que es la constante mágica. El recorrido es:

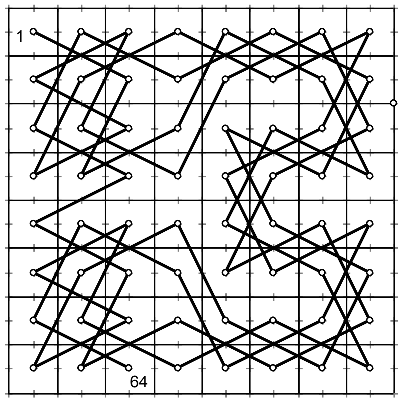


Figura 17

Tan popular se ha hecho el *completar un tablero siguiendo el salto del caballo*, que en febrero de 2003 un niño de Bavaria de 9 años, llamado Xaver Neuhäusler, causó sensación en el programa de la televisión alemana *"¿Qué apostamos?"* cuyo formato consiste en que un grupo de candidatos propone una serie de pruebas que aseguran ser capaces de superar en directo, delante de la cámara. La apuesta era que podía completar un recorrido del caballo por el tablero del ajedrez, completamente de memoria, empezando por cualquier casilla (Población, 2009). Esta fue una de las soluciones que dio:

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Figura 18

Guik (2012) propone el *Método de Polignac y Roget*. ¿Es posible que *se intercambien los 64 caballos* que cubren un tablero de 8×8 y terminen en una casilla diferente en la que estaban? Repitiendo cuatro veces el patrón para intercambiar los caballos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8) dos a dos, del primer cuadrante, se tendrá resuelto:

1	2	3	4	9	10	11	12
5	6	7	8	13	14	15	16
2	1	4	3	10	9	12	11
6	5	8	7	14	13	16	15
17	18	19	20	25	26	27	28
21	22	23	24	29	30	31	32
18	17	20	19	26	25	28	27
22	21	24	23	30	29	32	31

Figura 19

El *Método de Punk y Collini*, se interpreta de esta forma: Se divide el tablero en una parte interior formada por 16 casillas (números del 5 al 8) y una exterior formada por 48 casillas (números del 1 al 4). El caballo comienza su recorrido en la parte exterior, por ejemplo en 1 y la recorre en 11 movimientos y pasa a la parte interior (a 7 u 8) y recorre todas las casillas marcadas con ese número y pasa de nuevo a la parte exterior donde recorre todas las casillas de un mismo número y así sucesivamente hasta completar el recorrido. El resultado final es:

1	2	3	4	1	2	3	4
3	4	1	2	3	4	1	2
2	1	5	6	7	8	4	3
4	3	7	8	5	6	2	1
1	2	6	5	8	7	3	4
3	4	8	7	6	5	1	2
2	1	4	3	2	1	4	3
4	3	2	1	4	3	2	1

Figura 20

4.2. Movimientos de la torre

En el juego del ajedrez las casillas se denominan por a1…, a8, b1…, b8…, h1…, h8 que se corresponden con las coordenadas: (1, 1)…, (1, 8), (2, 1)…, (2, 8)…, (8, 1)…, (8, 8) ¿Es posible que una torre recorra todo el tablero de ajedrez pasando una sola vez por cada casilla empezando en la casilla a1 y terminando en la casilla h1? ¿Y empezando en la casilla c5 y terminando en la casilla h1? Se muestran dos recorridos:

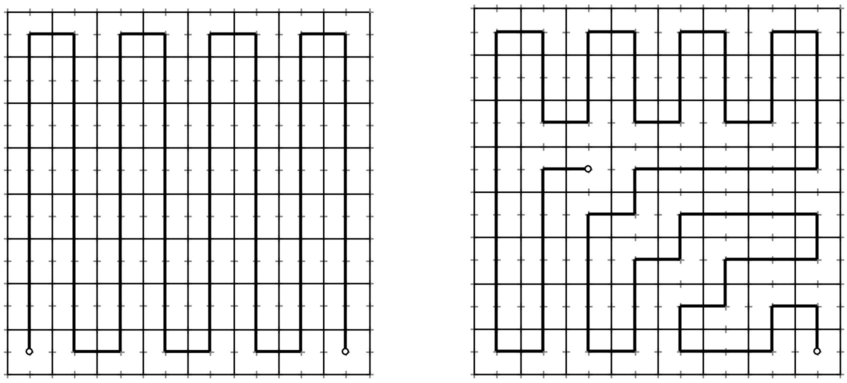


Figura 21

Aquí se presentan otros dos *recorridos de la torre* saliendo de a1, que pasa por todas las casillas del tablero, en un caso recorrido abierto y en el otro recorrido cerrado:

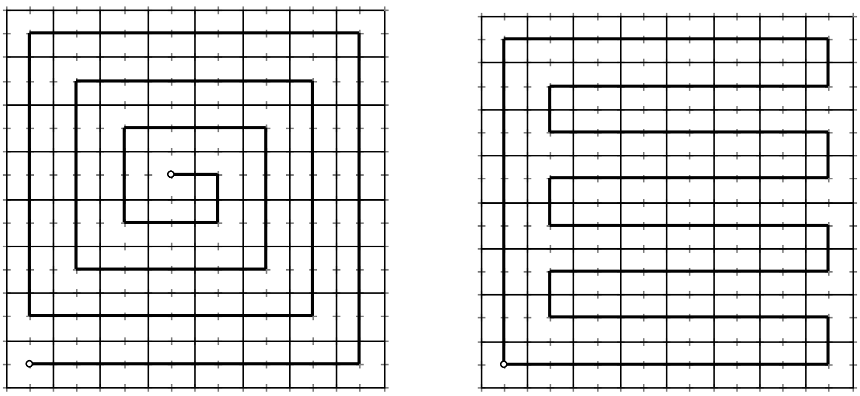


Figura 22

En el primer caso tiene 14 virajes y en el segundo 15. El número de movimientos supera en uno el número de virajes. ¿Se podría obtener un recorrido cerrado de la torre que tenga el mayor número de virajes? ¿Y el menor? El primer recorrido, saliendo de a1, en donde el número de virajes es 56. Y el segundo con 27 virajes. Ambos de forma cerrada y simétrica respecto al eje horizontal el primero y respecto al eje horizontal y vertical el segundo. Véase dos soluciones:

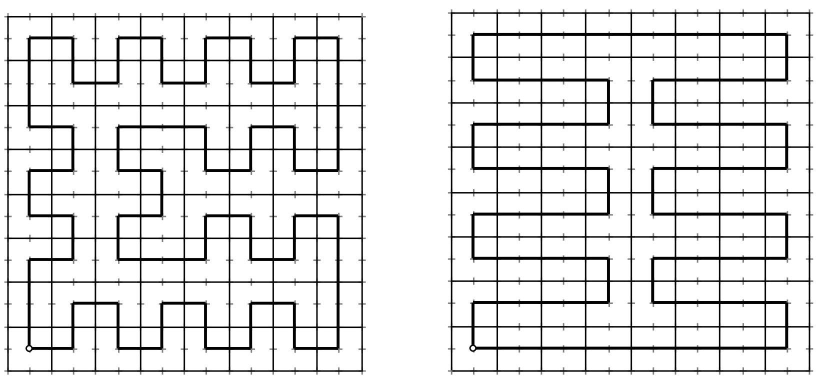


Figura 23

¿Es el segundo itinerario un *cuadrado mágico*? Se ponen los números en las casillas del recorrido (1 en a1, 2 en b1, 3 en c1…) y se comprueba que no es un cuadrado mágico. Basta con mirar la primera y la última fila, para concluir que la suma de filas no da el mismo resultado:

40	39	38	37	36	35	34	33
41	42	43	44	29	30	31	32
48	47	46	45	28	27	26	25
49	50	51	52	21	22	23	24
56	55	54	53	20	19	18	17
57	58	59	60	13	14	15	16
64	63	62	61	12	11	10	9
1	2	3	4	5	6	7	8

Figura 24

Gardner (1978) propone *contar el número de itinerarios* que puede realizar una *torre* situada en la casilla inferior izquierda hasta llegar a la casilla superior derecha:

1	8	36					
1	7	28					
1	6	21					
1	5	15					
1	4	10					
1	3	6	10	15	21	28	36
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1

Figura 25

El número es de 3 432 fácilmente deducible ya que girando la tabla a la derecha 135º con centro el de la tabla, los números coinciden con los del triángulo de Tartaglia.

4.3. Movimientos del alfil y del rey

¿De cuántos movimientos consta el *camino del alfil* que parte de a1 y recorre el máximo de casillas de un solo color en el tablero 8×8, sin autointersecciones? Consta de 25 movimientos, recorriendo 29 casillas, quedando sin visitar c1, d8 y h8 (Guik, 2012). Pero si se quiere que pase por todas las casillas de un mismo color, se debe eliminar la “no autoinserción”. Si se parte de a1, los recorridos son los siguientes:

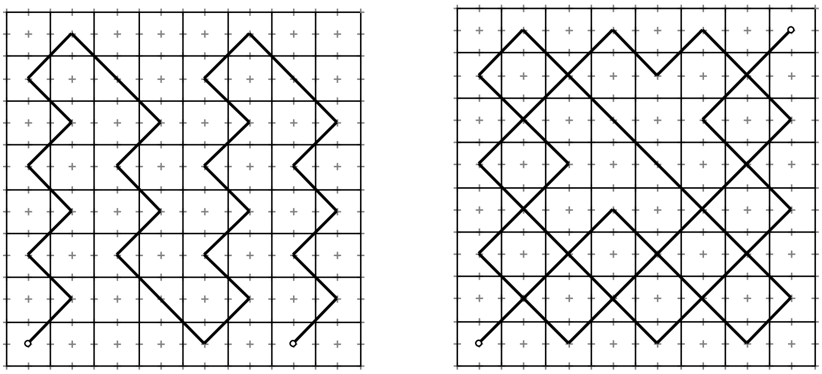


Figura 26

Lo forman 17 movimientos y recorre 32 casillas.

Esta poligrafía obtenida por el *recorrido del rey negro*, (d8) ¿nos puede indicar sobre el tablero el cuadrado originado? ¿Se trata de un cuadrado mágico?

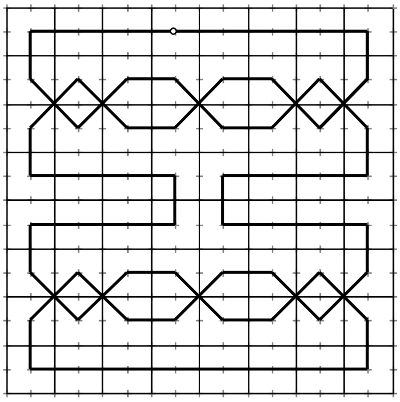


Figura 27

Es un cuadrado mágico de constante 260.

4	3	2	1	64	63	62	61
5	54	7	8	57	58	11	60
53	6	55	56	9	10	59	12
52	51	50	49	16	15	14	13
45	46	47	48	17	18	19	20
44	27	42	41	24	23	38	21
28	43	26	25	40	39	22	37
29	30	31	32	33	34	35	36

Figura 28

También se puede utilizar el tablero del ajedrez y el movimiento de rey a rey. ¿De cuántas maneras el rey blanco puede desplazarse hasta la casilla del rey negro? (El rey blanco ocupa la posición d1 y el rey negro la posición d8).

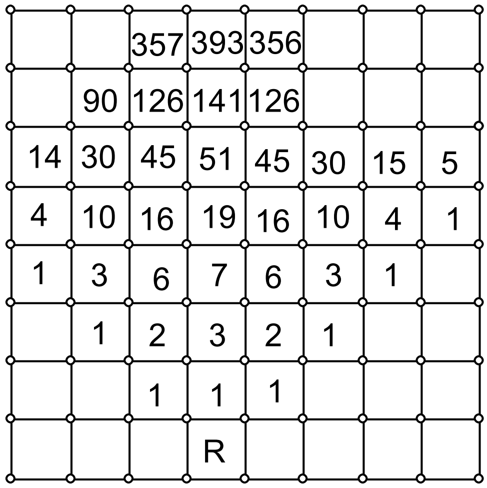


Figura 29

De d1 hay 1 camino para ir a c2, a d2 y a e2. Para ir a c3, se puede ir desde c2 y d2, son 2 caminos. Para ir a d3, se puede ir desde c2, d2 y e2, son 3 caminos. Para ir a d4, se puede ir desde c3, d3 y e3, son 7 caminos. En general, el número de caminos más cortos para llegar a una casilla determinada es igual a la suma de los números escritos en las tres casillas de la horizontal precedente desde los cuales el rey puede alcanzar la casilla dada. De esta forma se calcula el número de caminos más cortos del rey resultado 393 caminos diferentes para que el rey blanco llegue a la casilla del rey negro.

4.4. Movimientos de la dama

Stewart (2009) presenta el caso de un tablero 8×8 en el que está situada una Dama (D) que quiere visitar al Rey (R), pero además quiere pasar por el resto de las 62 casillas, deteniéndose solo de vez en cuando. ¿Qué camino debe seguir hasta llegar al rey pasando por todas las casillas una sola vez? El número mínimo de movimientos es 15. Este es el recorrido:

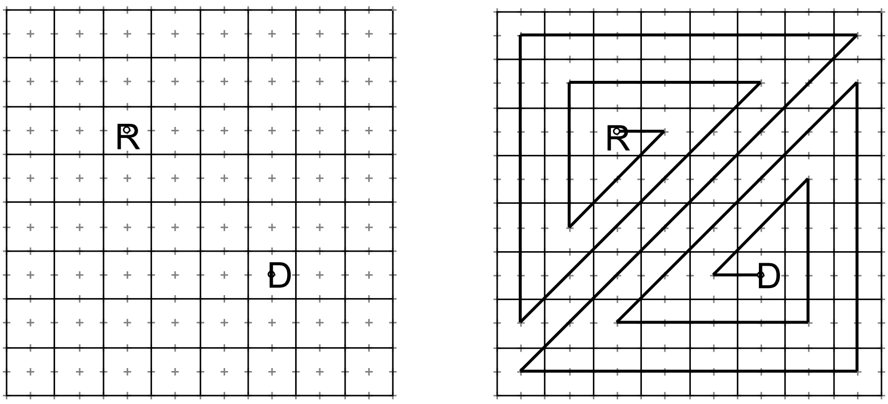


Figura 30

Partiendo de la posición que ocupa la *dama blanca* (d1) en el tablero de ajedrez, ¿puede recorrer todo el tablero y regresar al punto de partida? Una solución es el primer circuito con 27 movimientos. Y si la dama se encuentra en la esquina inferior izquierda, Frabetti (1995), ofrece esta solución con 14 movimientos:

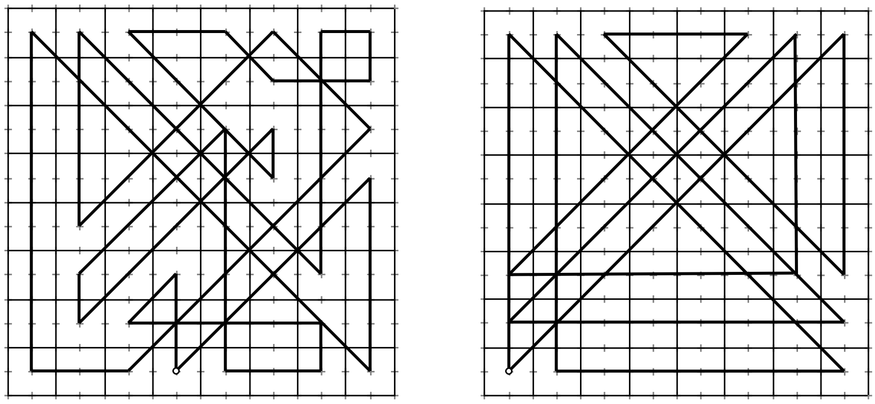


Figura 31

El segundo problema más conocido del ajedrez es el *problema de las 8 damas o reinas*. La dama se mueve en línea recta por las filas, columnas y diagonales en el tablero. No puede saltar a sus propias piezas o a las adversarias y captura tomando la casilla ocupada por el adversario. El problema de las 8 damas consiste en colocar 8 reinas sobre un tablero de ajedrez, de tal modo que ninguna de ellas pueda capturar a ninguna de las otras en un solo movimiento. Se trata de colocar n objetos en un tablero de n^2 casillas de modo que no haya dos objetos que estén en la misma fila, columna o diagonal.

Un caso más sencillo lo propone Rodríguez (1988), en un tablero 5×5:

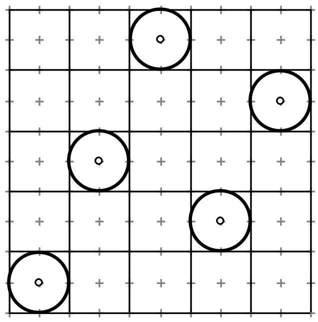


Figura 32

En este tablero una casilla de cada columna está ocupada. La descripción de la posición de la tabla es: 13524. De modo general la situación es la siguiente: $a_1a_2a_3a_4a_5$ donde las letras son los órdenes de las filas ocupadas en las columnas de la primera a la quinta. Si queremos que no haya dos casillas ocupadas en la misma fila, no se debe repetir ninguna a_i, es: $a_i \neq a_j$ si es $i \neq j$, lo que permite 120 distribuciones distintas: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.

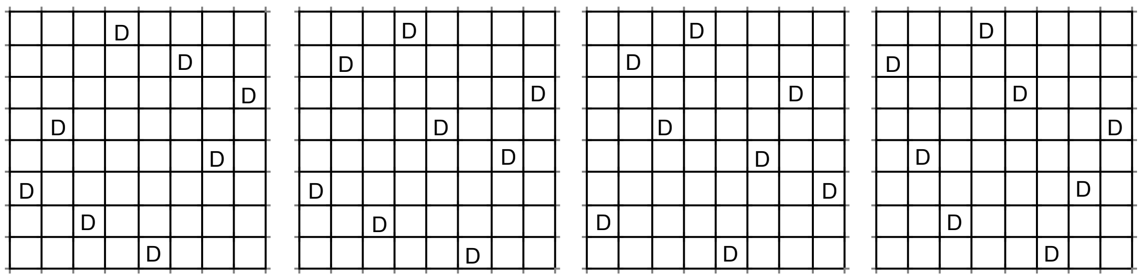
Ahora hay que añadir que no haya dos en la misma diagonal. La recta que une los puntos a_i y a_j no debe ser paralela a ninguna de las diagonales del cuadrado. ¿De cuántos modos puede cumplirse esta nueva condición? Se puede enunciar esta situación bajo dos aspectos:

- En términos de ajedrez. Dados un tablero de ajedrez de 5×5 casillas, colocar en él 5 damas de modo que no se den jaque dos cualesquiera de ellas.
- En términos de Geometría. Dados en el plano 25 puntos cuyas abscisas y ordenadas son enteros y positivos entre 1 y 5 (incluidos éstos) deducir todos los grupos posibles de 5 puntos pertenecientes a los 25 dados que cumplen con la condición de que la recta que une cada dos del grupo no sea paralela a los ejes, ni paralela a las bisectrices de los ejes.

Este problema geométrico fue propuesto (tablero 8×8) para el ingreso en la Escuela Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos en 1947 y recogido por Rodríguez (1988).

El problema desde el punto de vista matemático se enuncia así: "Calcular el número de permutaciones posibles de las 8 primeras cifras naturales con las dos restricciones siguientes: Que dos cifras consecutivas no se encuentren en el orden natural y que dos cifras no vecinas nunca se hallen en el orden normal.

El problema de las ocho reinas tiene 92 soluciones, de las que 12 son esencialmente distintas y el resto se obtienen mediante simetrías y rotaciones. Frabetti (1995, p. 60) establece como las 12 soluciones básicas, las siguientes: 35281746, 37285146, 27581463, 74286135, 35286471, 47382516, 17582463, 71386425, 63185247, 64285713, 47185263 y 37286415. Las cuatro primeras son:



35281746 37285146 27581463 74286135

Figura 33

En cada una de ellas, excepto en la primera, que es simétrica respecto al centro del tablero, se obtienen 3 más efectuando un giro o rotación R en el sentido contrario de las agujas del reloj (R), girando 180º (R^2) y girando 270º (R^3). Las otras cuatro restantes obteniendo sus simetrías S respecto el centro: S, SR, SR^2 y SR^3, es decir ocho: I R, R^2, R^3, S, SR, SR^2, SR^3. Por tanto: $4 + 11 \times 8 = 92$ soluciones.

Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) para trabajar patrones proponen una actividad a realizar con alumnos de Primaria utilizando Alfil, Dama y Caballo, consistente en contar el número de casillas a las que se puede trasladar cada una de estas piezas siguiendo los movimientos propios y colorear después con distinto color sobre un tablero dibujado en una hoja de papel que no lleva diferenciadas las casillas blancas y negras. En el caso de Alfil y Dama utilizando en cada caso el mismo color para pintar el número de desplazamientos de menor a mayor, los alumnos observarán que el patrón geométrico es igual, pero el patrón numérico no lo es. Después, se propone la misma actividad con el Caballo y los alumnos observarán que el patrón geométrico es diferente al de Alfil y Dama. La razón de esta propuesta es *"brindar a los maestros una forma de integrar los elementos del ajedrez en el aula para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas"* (p. 110).

5. Conclusión

El juego del ajedrez, sin entrar en jugadas ni estrategias para llegar al jaque mate, ofrece un camino de amplios recursos en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tanto en matemáticas escolares como en didáctica de las matemáticas en el Grado de Maestro de Primaria.

En los cinco bloques de las matemáticas escolares se ha utilizado el ajedrez como recurso didáctico. En el campo numérico con los casos de contar los granos de trigo o la ampliación de un tablero o los cuadrados mágicos. En geometría con la descripción de posiciones y movimientos, el vocabulario geométrico para describir itinerarios, la búsqueda de elementos de regularidad de figuras, la resolución de problemas geométricos, los giros, las simetrías, el recubrimiento de un tablero con poliminós...

En la resolución de un problema de matemáticas se requieren y utilizan muchas capacidades básicas como *"leer, reflexionar, planificar el proceso de resolución, establecer estrategias y procedimientos y revisarlos, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados"* (MECD, 2014, p. 19386). En la resolución de problemas geométricos utilizando el ajedrez como recurso didáctico puede explicarse a los alumnos lo que significan los datos, la situación planteada, la estrategia utilizada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas, tanto de forma oral o de forma escrita. Y muchas de las actividades propuestas en este artículo son actividades de aprendizaje integradas que darán lugar a un avance hacia los resultados de aprendizaje de más de una competencia.

En las actividades expuestas, se hacen planteamientos de pequeñas investigaciones en contextos numéricos, geométricos y funcionales, al tiempo que se planifica el proceso de resolución de problemas, ambos contenidos del bloque 1, que como dice MECD (2014 *"el bloque 1 se ha formulado con la intención de que sea la columna vertebral del resto de los bloques y de esta manera forme parte del quehacer diario en el aula para trabajar el resto de los contenidos y conseguir que todo el alumnado al acabar la educación Primaria, sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos numéricos, geométricos y funcionales, valorando su utilidad para hacer predicciones"* (p. 19387).

¿Y cómo aplicar un taller de ajedrez? Los problemas planteados deben guardar alguna relación con la unidad didáctica que se esté impartiendo y seguirán una evolución en cuanto a su nivel de dificultad, comenzando en las primeras sesiones por casos de ingenio relativamente sencillos que despierten la curiosidad del alumno para resolverlos sin que les resulten demasiado complejos y conforme su capacidad reflexiva y analítica vaya progresando se irá profundizando en el nivel de dificultad de los mismos (Villar, 2011).

¿Y por qué no se ha aplicado con carácter generalizado el ajedrez como recurso didáctico en Primaria? Pues como indican Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) una de las posibles respuestas es que *"los docentes desconocen este potencial y en ocasiones hasta desconocen las reglas de este juego"* (p. 110). Kovacic (2012) tras su estudio comprobó como resultado del proceso de aplicación del taller de ajedrez que los niños se vuelven pensadores más críticos, resuelven mejor los problemas y toman decisiones de forma más independiente, llegando a la conclusión de que *"deberían instalarse políticas educativas que promuevan de manera sistemática la práctica y la enseñanza del ajedrez en las escuelas primarias ya que los efectos positivos en las calificaciones se aprecian con tan solo un año de participación de los niños en los talleres"* (p. 40).

En el Real Decreto 126/2014 (MECD, 2014) se establece que los alumnos podrán cursar una o varias áreas más en el bloque de libre configuración autonómica y en el caso de la Región de Murcia (CARM, 2014) en el currículo de Educación Primaria se establece el Área de profundización en Matemáticas, con asignaturas en 4.º, 5.º y 6.º, con un acercamiento a la parte más lúdica de esta disciplina, incluyendo juegos de estrategia, juegos de azar, desafíos matemáticos… entre los que se incluye el ajedrez, indicándose como estándares de aprendizaje evaluables al término de la Educación Primaria que el alumno *"conoce el nombre de las distintas piezas y realiza movimientos adecuados en ajedrez"*.

Por tanto, los futuros docentes de la enseñanza obligatoria, y en especial los maestros, deberían de incluir dentro de los recursos a utilizar en el aula el tablero de ajedrez por su adaptación a los distintos bloques de Matemáticas, así como un taller complementario donde el ajedrez sea parte de una serie de recursos variados del taller de resolución de problemas que desarrolle la enseñanza del juego del ajedrez entre los alumnos, porque desarrolla hábitos de trabajo individual, de esfuerzo y de responsabilidad, aumenta la concentración, desarrolla el pensamiento lógico, la imaginación y la perseverancia, desarrolla actitudes de confianza en si mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, estrategias y razonamientos de cálculo… objetivos fundamentales en el currículo de Primaria, encaminados a desarrollar las competencias matemáticas e iniciarse en la resolución de problemas, y el ajedrez es un recurso didáctico incuestionable.

Bibliografía

Alegría, P. (2009). La magia de los cuadrados mágicos. *Sigma*, 34, 107-128.

Bernabeu, F. y Fernández-Arévalo, F. (2009). *Los pentominós. El juego de los juegos*. Consellería d´Educació. Generalitat Valenciana. Recuperado de www.lavirtu.com.

Brandreth, G. (1989). *Juegos con números*. Barcelona: Gedisa.

Cañadas, C., Durán, F., Gallardo, S., Martínez-Santaolalla, M. J., Peñas, M. y Villegas, J. L. (2003). Algunas reflexiones sobre la resolución del problema del tablero de ajedrez. Comunicación presentada en las *XI Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. Canarias.

CARM (2014). Decreto 198/2014, de 5 de septiembre, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de la Región de Murcia. BORM n.º 206, pp. 33054-33556.

Corzo, R. y Paredes, F. J. (2000). Algoritmos genéticos: la evolución como modelo matemático. *Suma,* 35, 15-20.

Fernández, S. (2007). Leonhard Euler y el recorrido del caballo de ajedrez. *Sigma*, 31, 225-228.

Frabetti, C. (1995). *El tablero mágico*. Barcelona: Gedisa.

Fuentes, M. J. (2013). Una pareja indisoluble: Ajedrez y Matemáticas. Recuperado de http://archivado.unicam.es.

Gairín, J. y Fernández, J. (2010). Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez. *Tendencias pedagógicas*, 15, 57-90.

Gardner, M. (1978). *¡Ajá!*. Barcelona: Labor.

Guik, Y. Y. (2012). *Matemática en el tablero de ajedrez*. Moscú: URSS.

Kovacic, D. M. (2012). Ajedrez en las escuelas. Una buena movida. *PSIENCIA. Revista Latinoamericana de Ciencia Psicológica,* 4(1), 29-41.

Kraitchik, M. (1946). *Matemáticas recreativas*. Buenos Aires: El Ateneo.

Maz-Machado, A. y Jiménez-Fanjul, N. (2012). Ajedrez para trabajar patrones en matemáticas en Educación Primaria. *Épsilon,* Vol. 29(2), n.º 81, 105-111.

MECD (2014). Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. BOE n.º 52, pp. 19349-19420.

Nortes, A. (coord.) (2014). *Actividades prácticas de matemáticas y su didáctica 2*. Madrid: CCS.

Núñez, J. y Ruiz, S. (2010). Cabalgando con las matemáticas. *Suma*, 64, 25-34.

Ortega, J. A. (2003). El juego-rey y la ciencia de los números. *Suma,* 44, 53-64.

Población, A. J. (2009). *El salto del caballo*. Recuperado de www.uam.es/proyectosin/estalmat/ReunionMadrid2009/Salto.pdf

Rodríguez, R. (1985). *Diversiones matemáticas*. Barcelona: Reverté.

Rodríguez, R. (1988). *Enjambre matemático*. Barcelona: Reverté.

Stewart, I, (2009). *La cuadratura del cuadrado*. Barcelona: Crítica.

Tahan, M. (1972). *El hombre que calculaba*. Barcelona: Verón editores.

Villar, R. (2011). *Matemáticas y ajedrez*. Trabajo Fin de Estudios de Máster universitario en Profesorado de ESO, Bachillerato, FP y Enseñanza de Idiomas (Matemáticas). Universidad de la Rioja. Recuperado de http://biblioteca.unirioja.es.

Rosa Nortes Martínez-Artero es Profesora Asociada del Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia. Sus últimos artículos publicados en 2013 han sido: "*Formación de maestros: un estudio en el dominio de las matemáticas"* (Profesorado, 17(3)) y "*Actitud hacia las matemáticas en futuros docentes de Primaria y Secundaria"* (Edetania, 44). Libros en 2014 con editorial CCS: "*El maravilloso mundo de los números"* y "*Actividades prácticas de matemáticas y su didáctica 2"* para alumnos del Grado de Maestro de Primaria.
Email: mrosa.nortes@um.es

Andrés Nortes Checa es Profesor del Departamento de Didáctica de las Ciencias Matemáticas y Sociales de la Universidad de Murcia. Sus artículos y publicaciones están dedicados a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y a la formación de futuros maestros. Ha coordinado el Monográfico "Matemáticas y su didáctica" de la revista *Educatio siglo XXI* y es coordinador del proyecto "Actividades prácticas de Matemáticas y su didáctica" en Editorial CCS para alumnos del Grado de Maestro de Primaria.
Email: anortes@um.es