NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 96, noviembre de 2017, páginas 55-67

¿Más allá de las estrategias de enseñanza y evaluación? Cinco tesis sobre la dificultad que la Matemática opone a los estudiantes

Omar Malet (Universidad Nacional de Tres de Febrero. Argentina)

Fecha de recepción: 30 de mayo de 2017
Fecha de aceptación: 25 de octubre de 2017

Resumen

¿Por qué la Matemática suele oponerles a los estudiantes una dificultad mayor que otras materias? ¿Por qué esa dificultad persiste aun en experiencias que se construyen a partir de revisar críticamente las estrategias de enseñanza y evaluación, y de ensayar estrategias alternativas? En este trabajo proponemos cinco tesis que pueden contribuir a explicar el fenómeno, atendiendo a otras tantas dimensiones: el componente afectivo, la lengua matemática, el tipo de conocimiento implicado al enseñar y aprender Matemática, el proceso de estudio y los errores en pruebas y exámenes.

Palabras clave

Dificultades en Matemática, Afectividad, Lengua, Conocimiento, Proceso de estudio, Errores

Title

Beyond teaching and assessment strategies? Five theses on the difficulty that Mathematics opposes students

Abstract

Why Mathematics often opposes students a greater difficulty than other subjects? Why does this difficulty persist even in experiences that are constructed from critically reviewing teaching and assessment strategies and testing alternative strategies? In this paper we propose five theses that can contribute to explain the phenomenon, taking into account so many dimensions: the affective component, the mathematical language, the type of knowledge involved when teaching and learning Mathematics, the study process and the errors in tests and exams.

Keywords

Difficulties in Mathematics, Affectivity, Language, Knowledge, Study process, Errors

> *Se puede definir una red de dos maneras, según sea el punto de vista que se adopte. Normalmente, cualquier persona diría que es un instrumento de malla que sirve para atrapar peces. Pero, sin perjudicar excesivamente la lógica, también podría invertirse la imagen y definir la red como hizo en una ocasión un jocoso lexicógrafo: dijo que era una colección de agujeros atados con un hilo.*
>
> *Julian Barnes. El loro de Flaubert*

1. Introducción: el origen de una preocupación

Desde 2010, en la cátedra de Matemática y Metodología para su Estudio, del Ingreso a los Estudios Universitarios de una universidad del área metropolitana de la Ciudad de Buenos Aires, República Argentina, intentamos ofrecerles a quienes aspiran a ingresar a la Universidad una experiencia alternativa para el estudio de la Matemática.

Algunas de las marcas de identidad de esa experiencia son:

1. El modo de entender las relaciones entre la Matemática y la "realidad": en el marco de la experiencia a la que nos referimos, los entes matemáticos no son presentados como entes abstractos, descontextualizados, sino como modelos matemáticos de situaciones de contexto real. Esta opción de índole epistemológica supone reconocer a la realidad, y a los fenómenos y procesos que en ella tienen lugar, como la fuente de la cual emergen aquellos entes. Desde esta perspectiva, la génesis de los entes matemáticos hunde sus raíces en la realidad misma, y expresa el intento humano de describir, comprender, explicar y transformar la realidad, resolviendo los problemas que ella plantea (en este sentido, la génesis explica la ulterior aplicabilidad de dichos entes en el abordaje de problemas reales).
2. La redefinición de prioridades en el campo ontológico, es decir, en el campo de los objetos matemáticos a movilizar, a enseñar, a evaluar: se resigna el tradicional predominio de los objetos procedimentales, y, en particular, de los procedimientos estandarizados o algorítmicos, para incluir también como objetos de enseñanza, aprendizaje y evaluación a las situaciones problemáticas (especialmente, a las situaciones contextualizadas, o de contexto real), al lenguaje (en sus distintos códigos y registros, revalorizando, por ejemplo, el lenguaje coloquial y el lenguaje gráfico o visual), a los argumentos, a los conceptos, a las propiedades y a los procedimientos de carácter heurístico o no algorítmico.
3. La modificación de la dinámica usual de las clases; en un registro didáctico, el cambio propugna el trabajo autónomo de los estudiantes, sostenido por un material de estudio diseñado *ad hoc*, y acompañado por el docente. Esta dinámica supone renunciar al *orden explicador* (Rancière, 2003), en el marco del cual el docente transmite el saber por la vía de la explicación, en la creencia de que *enseñar es narrar* (Finkel, 2008), y de que los alumnos aprenden *bebiendo la palabra profesoral* (Perrenoud, 2012). Ahora bien: cuando los alumnos trabajan en grupo, los de nivel más alto/ritmo más rápido tienden a liderar el proceso de aprendizaje, asumiendo, ellos, el rol de explicadores del cual fue desplazado el docente. Para minimizar ese riesgo, el criterio por el cual se les agrupa es el de una relativa homogeneidad en cuanto a saberes previos y ritmos de aprendizaje de la materia.

La propuesta procura incidir en algunos de los rasgos estructurales más duros y cuestionados de entre aquellos sobre los cuales descansan las clases tradicionales, y hasta procura "subvertirlos" en clave de mejora. Por ello, es valorada positivamente por el equipo docente a cargo de su desarrollo (conformado por unos 30 profesores), por las autoridades de la Universidad y por muy buena parte de los estudiantes.

Aun así, cuando se la evalúa en función del porcentaje de alumnos aprobados, su efectividad puede quedar en entredicho, ya que ese porcentaje no difiere en la medida que quisiéramos del que se obtiene por caminos más ortodoxos[1].

Hemos dialogado con colegas de equipos docentes que promueven y sostienen proyectos de enseñanza de la Matemática que, desde el punto de vista de su condición de alternativas al *statu quo* que suele prevalecer en las aulas (y que desde hace años viene recibiendo cuestionamientos epistémicos, ontológicos y didácticos), son afines al que describimos. El diálogo pone de manifiesto

[1] Aunque la legitimidad de la comparación es técnicamente problemática, ya que le subyace una lectura lineal de resultados, que no toma en consideración ni qué se evalúa en un caso y en el otro, ni a través de qué instrumentos.

una preocupación compartida: aunque se la enseñe intentando atender a los cuestionamientos mencionados, y aun haciéndonos cargo de las seguras limitaciones de tales intentos, la Matemática parece oponer al estudiantado una dificultad que no oponen otras materias, y que cabe sospechar que le es consustancial.

En lo que sigue enunciamos cinco tesis que a nuestro criterio pueden contribuir a explicar ese plus irreductible de dificultad de la Matemática, o, al menos, a abrir la discusión en torno a un fenómeno que a veces nos desanima a quienes defendemos el derecho de todos a aprender Matemática y estamos genuinamente convencidos de que pueden hacerlo.

Primera tesis: el componente afectivo

A lo largo de sus trayectorias educativas, muchos estudiantes desarrollan creencias, actitudes y emociones poco favorables hacia la Matemática y su aprendizaje: una visión meramente algorítmica de la Matemática, poca confianza en las propias posibilidades para aprenderla, miedo o aversión hacia la materia. Esas formaciones afectivas se potencian, además, y paradójicamente, por la importancia que social y académicamente se le concede a la Matemática. Si bien tales formaciones suelen tener origen en modalidades de enseñanza y evaluación inadecuadas, una vez instaladas se presentan como muy resistentes, aun ante modalidades alternativas orientadas a no provocarlas, o a desactivarlas, y hasta se manifiestan bajo la forma de cuestionamientos a estas modalidades.

Hace ya más de dos décadas que los trabajos pioneros de McLeod (1992) llamaron la atención sobre el hecho de que las variables afectivas y emocionales juegan un papel sustantivo en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

En aquellos trabajos, McLeod se refiere al *dominio afectivo* como ese ancho rango de creencias, sentimientos y estados de ánimo que, como generalmente se admite, va más allá del dominio de la cognición. Para McLeod, los componentes o descriptores básicos de aquel dominio son las *creencias*, las *actitudes* y las *emociones*.

Los tres componentes difieren en la estabilidad de las respuestas afectivas que representan, en la intensidad de los afectos que describen, en el grado en que la cognición está implicada en la respuesta afectiva y en el tiempo que demanda su aparición y desarrollo: creencias, actitudes y emociones, en ese orden, presentan grados decrecientes de estabilidad de la respuesta, niveles crecientes de implicación afectiva y de intensidad de la respuesta, niveles decrecientes de implicación cognitiva, y períodos de aparición y desarrollo de duración decreciente.

Las creencias y las actitudes tienden a ser más estables que las emociones, que pueden cambiar muy rápidamente (es lo que sucede cuando a la frustración que experimentamos al intentar resolver un problema que se resiste le sigue la alegría de haberlo podido resolver); la intensidad afectiva de una creencia sobre la Matemática (“la Matemática es una colección de fórmulas y reglas”, por ejemplo) suele ser menor que la de una actitud (afición o aversión hacia la materia, por ejemplo), que a su vez es menor que la de una reacción emocional (ante un problema que no podemos resolver, por ejemplo); las creencias son en buena medida de naturaleza cognitiva, y en las actitudes se reconoce, también, un factor cognitivo, mientras que en una emoción la carga cognitiva es más reducida; una creencia o una actitud requieren para su desarrollo de un lapso relativamente largo, en tanto que las emociones pueden aparecer y desaparecer repentinamente.

Weiner (1985) propone un punto de vista *atributivo* sobre los procesos afectivos, a partir de indagar en las atribuciones de causalidad por medio de las cuales intentamos explicarnos nuestros éxitos o nuestros fracasos.

Según el autor, tras el resultado de un evento experimentamos una emoción primitiva, una reacción general de tono positivo (felicidad) o negativo (frustración), basada en una evaluación primaria: la percepción de éxito o fracaso de ese resultado, respectivamente. Esa emoción depende del resultado, pero no, de la atribución causal.

Ahora bien, la evaluación primaria y la inmediata reacción afectiva concomitante, dan paso a la búsqueda de una atribución causal, esto es, a una auto interrogación respecto de las causas del resultado alcanzado.

Según que el resultado sea positivo o no, y que dichas causas sean percibidas como internas o externas a uno mismo (dimensión *locus*), como controlables o no (dimensión *controlabilidad*), como estables o no (dimensión *estabilidad*), se generarán afectos o emociones diferentes, dependientes, esta vez, de la atribución causal. Weiner identifica siete estados afectivos frecuentes: la *ira* (cuando un resultado negativo es atribuido a causas no controlables por parte de uno mismo y a una conducta arbitraria del otro); la *culpa* (cuando un resultado negativo es atribuido a causas controlables y a la falta de esfuerzo propio); la *vergüenza* (cuando un resultado negativo es atribuido a causas incontrolables y a una falta de capacidad); la *desesperanza* (cuando un resultado negativo es atribuido a causas estables o persistentes); el *orgullo* y la *autoestima* (autoestima positiva, cuando un resultado positivo es atribuido a causas internas, al mérito propio; autoestima negativa, cuando un resultado negativo es atribuido a causas internas); la *compasión* (cuando un resultado negativo es atribuido a causas no controlables); la *gratitud* (cuando un resultado positivo es atribuido a la voluntad de alguien que con su accionar quiso beneficiarnos).

Sin duda, como señala Blanco (2012), entre el aprendizaje de la Matemática y los afectos se establece una relación cíclica: las experiencias por las que transitan los alumnos en las aulas de Matemática les provocan reacciones afectivas y emocionales que van sedimentando progresivamente en creencias y actitudes, las que, recursivamente, imprimen cierta tonalidad emocional a las nuevas experiencias de aprendizaje, y condicionan la performance de los estudiantes en estas nuevas situaciones.

Cuando las creencias, las actitudes y las emociones relativas a la Matemática son prevalentemente negativas, y se estabilizan conforme el alumno recorre los distintos tramos del sistema educativo formal, se producen tres fenómenos paradójicos. Por un lado, esa negatividad parece potenciarse en contraste con la valoración positiva que de la Matemática hacen la sociedad y el propio sistema educativo, en la medida en que el alumno se siente ajeno a unos dominios en los que quisiera habitar, o en los que sabe por sí y por los demás que es importante habitar. Por otro lado, aunque se le ofrezcan encuadres de estudio de la Matemática más favorables para el desarrollo de un sistema de creencias, actitudes y emociones de otro signo, se hace muy difícil desplazar al sistema anterior, que muchas veces, como un fantasma, invade el nuevo escenario e impide reconocerlo en lo que tiene de más amigable. Pero además hasta suele suceder que en una suerte de compulsión a la repetición el estudiante evalúa el encuadre alternativo, potencialmente capaz de mejorar sus posibilidades de aprendizaje, con nostalgia de aquellos encuadres que justamente lo condujeron a la posición vulnerable en la que se encuentra, y demanda, en consecuencia, el retorno a dichos encuadres (el encuadre que se le propone es percibido como deficitario respecto de los anteriores, porque en él están ausentes muchos de los rasgos definitorios de aquellos encuadres).

No es descabellado hipotetizar que esas formaciones afectivas poco favorables para/hacia el estudio de la Matemática participan en grados variables de la matriz explicativa de las dificultades de los estudiantes con y en la Matemática, particularmente en los cursos y niveles más avanzados del sistema educativo.

Segunda tesis: la lengua matemática

Al igual que otras lenguas disciplinares (las de las ciencias naturales, por ejemplo), la lengua matemática, tanto en su vertiente coloquial o natural, como en su vertiente simbólica, es una lengua estandarizada, económica en el modo de condensar información y de alta densidad conceptual; pero la lengua simbólica, que es central en los quehaceres matemáticos, tiene una opacidad mayor que las lenguas simbólicas de otras disciplinas. La enseñanza de la Matemática puede y debe asumir la responsabilidad de enseñar a leer y escribir en esa lengua específica, diseñando secuencias por las que progresivamente los estudiantes se aproximen a su complejidad. Aun así, más temprano que tarde, el uso de la lengua matemática en las aulas es insoslayable, a riesgo de renunciar a enseñar y aprender Matemática, o de sustituirla por una versión "desmatematizada" de sí misma.

Detengámonos en esa lengua simbólica, por lo que tiene de necesaria en el trabajo matemático. En efecto, en términos de Duval (2007), esa lengua es uno de los *registros de representación semiótica* que nos permiten exteriorizar nuestras representaciones mentales de los objetos de estudio, hacerlas visibles y accesibles para nosotros mismos y para los demás, y efectuar tratamientos (cálculos, operaciones, razonamientos, transformaciones) sobre los objetos representados, que, a diferencia de lo que ocurre en otros dominios, no son accesibles ni perceptiva ni instrumentalmente.

Cauty (2001), quien ha dicho que el matemático es un especialista que hace malabares con las representaciones, proporciona una caracterización de la lengua matemática, en estos términos:

1. Los matemáticos utilizan una lengua específica, un sistema de palabras y símbolos, incomprensible (e impronunciable) para el profano, como se pone de manifiesto en la siguiente expresión:

$$\text{sen } x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k . \, x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

2. Esa lengua es fundamentalmente una escritura, es decir, un sistema visual de representación simbólica, susceptible de ser leído idénticamente por todos, y sujeto a reglas formales estrictas.
3. El núcleo de la escritura matemática es un sistema semiótico de tipo ideográfico específicamente construido para la representación de términos (1, f, etc.), expresiones (a + 2, f(x), etc.), jerarquías (como las que indican los juegos de paréntesis, corchetes y llaves: {[()]}), relaciones (<, =, ⇔, etc.), etc.
4. Como cualquier lengua, la escritura matemática se distribuye en numerosos *registros* que corresponden a prácticas especializadas: la aritmética, el álgebra, la geometría, el cálculo de probabilidades, etc.; al igual que cualquier otra comunidad lingüística, los matemáticos han creado un cierto número de *géneros*: el teorema, la definición, la demostración, la enunciación de problemas.
5. La lengua matemática se presenta siempre como una mezcla; en un mismo enunciado pueden estar presentes los recursos de todos los registros disponibles, pero también los recursos más generales, como los de la tipografía, la representación gráfica y la lengua natural, de los que ningún texto matemático puede prescindir; por ejemplo, para escribir simbólicamente la secuencia de cálculos "multiplicar 3 por 5 y sumarle 2 al producto", y sus

resultados, se hace indispensable recurrir a un separador que evite el uso abusivo y erróneo del signo igual en el que incurriríamos si escribiéramos 3 x 5 = 15 + 2 = 17; una opción es escribir 3 x 5 = 15 ; 15 + 2 = 17; otra opción es distribuir la escritura en dos renglones:

3 x 5 = 15

15 + 2 = 17

En ambos casos estamos apelando a recursos externos a la lengua matemática: el punto y coma en el primer caso, la distribución espacial en el segundo.

6. De lo anterior resulta que el dialecto de los matemáticos está siempre ligado a una lengua natural, que generalmente es la lengua materna del matemático; las constricciones que impone ese uso hacen evolucionar la lengua natural hacia una jerga más o menos especializada.

7. El desarrollo de la escritura matemática y el de la Matemática como ciencia son solidarios, se catalizan mutua y dialécticamente.

8. En el aprendizaje, al igual que toda lengua, la lengua matemática cumple la función de acompañar y ayudar al pensamiento en el trabajo de identificación de los objetos y sus relaciones, de clasificación, tratamiento y transformación de informaciones, y de programación y control de las acciones.

La apropiación de esta lengua tan compleja y sofisticada por parte de los estudiantes implica en la práctica un proceso de alfabetización en una segunda lengua, que, además, y a diferencia de nuestra lengua natural, no es alfabética o fonética sino ideográfica (sus símbolos no representan *sonidos*, sino *ideas*).

Cierto es que cuando se enseña Matemática ese proceso tiende a ignorarse, borrando las dificultades que supone, como si la adquisición de la lengua matemática fuera de suyo. Pero aun cuando como docentes estemos dispuestos a hacernos cargo de enseñarles a nuestros alumnos a escribir en lengua matemática, y a leerla, aun cuando diseñemos progresiones y secuencias para materializar esa voluntad, hemos de ser conscientes de que esa lengua es *per se* un factor de dificultad, y que lo es en mayor medida porque –por las razones antedichas– para manipular los entes matemáticos no se puede prescindir de ella. Esto es, no hay posibilidades de hacer Matemática por fuera de la lengua matemática.

Tercera tesis: el tipo de conocimiento

Desde el punto de vista de la distinción piagetiana entre conocimiento físico (o conocimiento de las propiedades de los objetos de la realidad externa), conocimiento lógico-matemático (o construcción de relaciones) y conocimiento social (o conocimiento de las convenciones), aprender Matemática supone principalmente –aunque no, exclusivamente– actos de conocimiento lógico-matemático, es decir, construcción de relaciones, construcción en la que no hay modo de sustituir el protagonismo del estudiante por prácticas explicativas, narrativas, transmisivas, a cargo del docente.

Tomándonos, tal vez, ciertas libertades interpretativas, identifiquemos las nociones piagetianas de *conocimiento físico*, *conocimiento lógico-matemático* y *conocimiento social* (Kamii, 1988) en una situación del orden de lo real cotidiano.

Acompáñenos el lector en la suposición de que queremos tratar la superficie de una pared que tenemos a la vista con una base importada, de origen sajón; la base se vende a granel, y se fracciona en latas de 1/2 litro; según el folleto que nos dieron en la tienda de pinturas, son necesarias 25 onzas líquidas cada 100 pies cuadrados. ¿Cuántas latas deberíamos comprar?

Parece claro que, por un lado, necesitamos calcular el área de la superficie a tratar; ese cálculo requiere de un trabajo empírico sobre la propia pared, ya que el área es una propiedad física de la pared (como lo son, también, su textura, el material del que está hecha, etc.). Conocer el área de la pared, "arrancarle" a la pared esa información acerca de sí misma, supone un acto de conocimiento físico.

En términos piagetianos, el conocimiento físico es el conocimiento de las cualidades o propiedades de los objetos de la realidad externa, y el proceso por el cual se adquiere es el de *abstracción simple o empírica*; este proceso consiste en centrar empíricamente nuestra atención en una propiedad del objeto de que se trate, poniendo entre paréntesis las demás propiedades: en el ejemplo, nos centramos en el área, y prescindimos (al menos por un momento) de la textura de la pared, del material con el que fue construida, etc.

En Matemática, a las nociones de perímetro, área y volumen, en tanto propiedades de objetos físicos, se accede por la vía del conocimiento físico. Por la propia índole de la disciplina, que tiende a abandonar tempranamente los referentes físicos tangibles, el lugar del conocimiento físico en las clases de Matemática es muy modesto.

Volvamos al tratamiento de la pared: para poder decidir cuántas latas de base deberíamos comprar, casi seguramente se hará necesario traducir la información que nos brinda el folleto, de unidades del sistema imperial a unidades del sistema métrico decimal, más usual por estas latitudes, ya que muy probablemente habremos medido las dimensiones lineales de la pared en centímetros o en metros, y obtenido su área en centímetros cuadrados o metros cuadrados, y porque el contenido de cada lata nos viene dado en litros. Para hacer la traducción requeriremos de un agente informante (una persona que conozca las equivalencias entre las unidades de ambos sistemas, una tabla de conversiones en soporte papel, o, más frecuentemente, una página de internet). Ese agente informante funciona como transmisor de unas equivalencias que descansan simultáneamente sobre la arbitrariedad de la definición del pie, o el metro, o la onza, o el litro, y sobre los consensos o las convenciones que llevaron a optar por una de las definiciones posibles para cada unidad, y a atenerse a ella.

El conocimiento de los aspectos de la realidad que –como la definición de una unidad de medida– son arbitrarios y convencionales es conocimiento social, y se adquiere mediante la *transmisión*.

En las aulas de Matemática, la ya mencionada adopción de una unidad de medida por parte de una comunidad, las nomenclaturas (*¿Cómo se llama el polígono de cinco lados?*, por ejemplo), las notaciones ("logaritmo natural" se nota "ln", por ejemplo), se conocen a través de actos de conocimiento social.

Si retornamos a la situación propuesta, una vez conocidas el área de la pared y las equivalencias entre los dos sistemas de unidades de medida involucrados, para determinar la cantidad de latas de base necesarias se requiere establecer un entramado de relaciones de proporcionalidad. Ese entramado relacional es de índole lógico-matemática, y así como en el caso del conocimiento físico y el conocimiento social la fuente que provee la información es exterior al sujeto, en este caso es interna: es el sujeto mismo, somos cada uno de nosotros, quienes establecemos las relaciones de proporcionalidad mencionadas.

El conocimiento lógico-matemático consiste, justamente, en construir, crear, establecer, fabricar relaciones. Y el proceso constructivo por el cual se obtiene el conocimiento lógico-matemático es la *abstracción reflexiva o constructiva*.

Si por la naturaleza de la Matemática el conocimiento físico no tiene mayor presencia, y si el conocimiento social solo interviene cuando se trata de enseñar y aprender convenciones, queda clara la centralidad del conocimiento lógico-matemático en el estudio de la Matemática.

Queda clara, también, otra raíz de la dificultad que encuentran los alumnos cuando estudian Matemática: lo sustancial del saber matemático es inaccesible por la vía de la manipulación de objetos, y también lo es por la vía de la transmisión, ya que esas vías son propias del conocimiento físico y el conocimiento social, respectivamente.

Aprender Matemática implica construir relaciones, y en esa construcción no hay modo de sustituir el rol constructivo del propio aprendiz: un par o un profesor que explique, aunque lo haga con meridiana claridad, no hace sino describir las relaciones que ha conseguido establecer; escuchar esa descripción no le garantiza a quien la escucha el poder reestablecerla; para que esto último suceda, es condición *sine qua non* que se ponga en marcha el proceso de abstracción reflexiva.

Pero hay algo más: si las primeras relaciones matemáticas son relaciones entre objetos (por ejemplo: un rectángulo tiene un lado más que un triángulo), las relaciones subsiguientes son relaciones entre relaciones (por ejemplo, lo es la transitividad: relacionando la relación $a > b$ con la relación $b > c$, se concluye que $a > c$). De ahí, cierto carácter acumulativo del aprendizaje de la Matemática, en el sentido de que en cada plano o nivel son demandadas las relaciones entabladas en los planos o niveles precedentes; cuando estas relaciones no están disponibles, las posibilidades de aprendizaje se ven obturadas, de la misma manera que cuando hay un diente fuera de lugar en la cremallera de un cierre, el cierre no puede subir, o lo hace forzadamente, sesgadamente. Es por ello que las dificultades de los estudiantes para aprender Matemática (y las de los profesores para enseñarla) se agravan y potencian a medida que se avanza en el sistema educativo, a menos que se logre reponer las relaciones faltantes o deficitariamente establecidas.

Cuarta tesis: el proceso de estudio

El proceso de estudio que la Matemática requiere se parece más al que requiere, por ejemplo, aprender a tocar un instrumento musical que al que requieren otras materias de corte más "discursivo", que se pueden aprender (hasta cierto y limitado punto, al menos) leyendo y recordando. Para aprender Matemática, para aprender a tocar la guitarra, se necesita de un tiempo más o menos dilatado de haceres y quehaceres que la enseñanza puede promover y acompañar, pero que están ineludiblemente a cargo del estudiante, cuya disposición a someterse a esa disciplina[2] *es, entonces, determinante.*

Esta tesis tiene relación directa con la tesis anterior: el componente lógico-matemático del conocimiento matemático, su prevalencia sobre los otros componentes y, en particular, sobre el componente social, torna inadecuadas, o insuficientes, las estrategias de lectura y memorización para aprender Matemática.

[2] Usamos aquí el sustantivo *disciplina* en el sentido de conjunto de normas o reglas cuya observancia de manera constante conduce a cierto resultado, y no en el sentido de campo o rama del saber.

Por otra parte, como afirma Chevallard (1997), en el caso de las asignaturas escolares existe cierta propensión a confundir la actividad de *estudio* con la *enseñanza* o, al menos, a considerar únicamente como importantes aquellos momentos del estudio en los que el alumno está en clase con un profesor.

Se olvida entonces que el aprendizaje, entendido como el efecto perseguido por el estudio, no se produce solo cuando hay enseñanza, ni se produce únicamente durante la enseñanza, y que esta no es sino un medio para el estudio.

El mismo Chevallard dice:

> La situación parece más clara si, en lugar de las matemáticas, pensamos en otro objeto de estudio como, por ejemplo, la música. Una persona que estudia un instrumento (el piano, la guitarra o el saxo) suele ir a clase cada semana con un profesor, pero la mayor parte del tiempo practica sola con su instrumento, además de escuchar discos, tocar con más gente e ir a conciertos. Todas estas acciones son medios para el estudio, aunque sólo en el primer caso podemos hablar, propiamente, de enseñanza. (Chevallard, 1997, p. 58).

Estudiar un instrumento implica ir a clase, sí, pero también implica, irrenunciablemente, esas otras acciones que Chevallard enumera. Sin ellas, quien pretenda aprender a tocar el instrumento no lo logrará.

En otras palabras, estudiar un instrumento implica la aceptación de una disciplina:

> Entrar en una obra[3] es someterse a su disciplina. Cuando hacemos matemáticas o música rock o cuando jugamos a fútbol, la obra en la que entramos se manifiesta al imponernos una serie de exigencias disciplinarias. Si no aceptamos esta disciplina, por poco que sea, entonces nos quedaremos en la superficie de la obra. Por ejemplo, nos limitaremos a escuchar pasivamente la clase de matemáticas o a oír (ni siquiera a escuchar) la música rock, o a mirar a los futbolistas. (Chevallard, 1997, p. 112).

Seguramente no es azaroso el paralelismo que el texto de Chevallard traza entre el estudio de la Matemática y el de la música (o la práctica del fútbol).

Salvo que la propuesta de enseñanza demande sustancialmente reproducir o repetir definiciones, propiedades, procedimientos, demostraciones, etc., es imposible aprender Matemática solo leyendo un texto, u observando cómo otros actores han resuelto o resuelven ejercicios y problemas, del mismo modo que lo es aprender a tocar la guitarra solo leyendo libros de técnica musical y mirando a un ejecutante, por caso.

Entrar en una obra, como la Matemática, o la música, supone reconocer la disciplina propia de la obra y someterse a ella. Chevallard advierte que se observa actualmente una fuerte resistencia de muchos jóvenes a entrar en la mayoría de las obras propuestas por la escuela. Es como si la vida escolar, a partir de cierto nivel educativo, se caracterizara por una marcada tendencia de los alumnos a

---

[3] Para Chevallard, una obra es una construcción humana que surge como respuesta a una pregunta o cuestión problemática, o a un conjunto de ellas.

ser solo espectadores de dichas obras y a no llegar nunca a ser actores de las mismas.

Lejos de responsabilizar al alumno, Chevallard propone dos explicaciones para ese fenómeno; una primera explicación se basa en que en la escuela los jóvenes se encuentran de golpe con lo más duro de la disciplina de una obra, y que es esa dureza la que les impide entrar en la obra; pero una segunda explicación, que el autor considera más verosímil, hace pie en la hipótesis contraria: la resistencia de los jóvenes podría ser consecuencia del laxismo de la escuela que, al intentar mitigar por todos los medios el rigor de las disciplinas de las distintas obras (entre ellas, Matemática), impediría que los alumnos pudiesen conocerlas y asumirlas.

Sea cual fuere su causa, en Matemática esa resistencia adquiere un status verdaderamente dramático por la particular naturaleza de la materia, y si el estudiante no acepta las exigencias que su estudio presenta, sus dificultades serán cada vez mayores, porque desafortunadamente se condenará a sí mismo a permanecer en la superficie de los saberes matemáticos.

Quinta tesis: los errores en las evaluaciones

Los errores que cometen los estudiantes en las evaluaciones de Matemática suelen tener un carácter más categórico, menos relativo por parte de quien las valora, que en otras disciplinas. Suelen ser menos interpretables, o, en algún sentido, más objetivos.

Cuando los profesores de Matemática valoramos pruebas o exámenes, a menudo nos encontramos con errores cometidos por nuestros alumnos que no dejan margen para mejorar sus calificaciones, aun cuando esté en juego, por pocas décimas de punto, la aprobación de la materia.

Ciertos errores parecen tener una contundencia que no podemos relativizar, y terminan por arrastrar las calificaciones hacia abajo, como si de lastres se tratara.

La conversación con colegas de otras áreas sugiere que el fenómeno no se presenta en todas ellas con la misma intensidad.

Se hace difícil hundir el estilete de la reflexión en un asunto en el que convergen, sin ninguna duda, desde tradiciones disciplinares hasta estilos, deformaciones y vicios profesionales, y también prejuicios de unos campos disciplinares respecto de otros.

Intentaremos hacerlo con mucha prudencia, y con vacilaciones. Sospechamos (apenas sospechamos) que en esa percepción diferenciada acerca de los errores en unas materias y en otras, en esa distinta valoración, hay algo más que tradiciones, estilos y prejuicios: hay, también, y en un grado que no alcanzamos a precisar porque no es sencillo hacerlo, una especificidad disciplinar, una particularidad de la Matemática, que condiciona objetivamente el juicio.

Procuremos captar esa especificidad por medio de algunos ejemplos, a riesgo de que sean caricaturescos, y con la certeza de que son polémicos.

Tal vez en ciertos niveles de enseñanza de la Geografía, se pueda admitir que un alumno confunda un golfo con una bahía o con una ensenada, sin considerarlo de una gravedad excesiva: más allá de sus diferencias, los tres accidentes tienen características comunes. La admisión, desde ya, no va en desmedro del rigor científico de la Geografía, ni lo compromete.

En cambio, en Matemática, si un alumno afirma que el producto de matrices es conmutativo, es inadmisible relativizar el error a partir de considerar que el alumno proveyó numerosos ejemplos en los que se verifica esa condición; del mismo modo, si un alumno afirma que $\frac{23}{17}$ es un número irracional porque al efectuar la división con una calculadora que muestra hasta 16 decimales no se advierte su periodicidad, habrá cometido un error que el hecho de que el número en cuestión tenga un período de 16 cifras no atenúa.

Es decir, algunos errores en Matemática inhabilitan la posibilidad de abrir el juego hermenéutico que sí permiten ciertos errores en otras áreas, como en el ejemplo (quizá torpe) que tomamos de la Geografía.

Ciertos errores matemáticos se recortan en negro sobre blanco, adquieren relieve, y salvo por una operación del orden del autoengaño, sus aristas no se pueden difuminar.

Si nuestra hipótesis fuera acertada, si lo que creemos ver en cuanto a los errores en Matemática expresara un rasgo constitutivo del área, estaríamos ante una variable más que si no explica por qué a los alumnos les cuesta aprender Matemática, sí explica –parcialmente, desde ya– por qué les cuesta aprobar exámenes y pruebas, en mayor medida que en otras materias.

A modo de cierre

Afectos de tono negativo hacia la Matemática, una lengua hermética, el predominio de un tipo de conocimiento al que solo se accede construyendo tramas relacionales, la disciplina y el compromiso personal que exige el proceso de estudio, la crudeza con que se presentan los errores que cometen los estudiantes en las evaluaciones…

Cinco razones que pueden explicar las dificultades de los alumnos en Matemática, cinco factores cuya incidencia negativa pueden promover y agravar las malas estrategias de enseñanza y evaluación, cinco variables sobre las que no siempre las buenas estrategias pueden operar; al menos, no sobre todas ellas, o no en plazos cortos.

Tal vez sea ingenuo creer que la mejora de las estrategias puede reducir, hasta anularla, cierta dificultad que a la Matemática parece serle constitutiva. Metafóricamente, la provocación de Barnes en la cita inicial nos invita, en todo caso, a desplazar la mirada desde los hilos de la malla (las estrategias; su reformulación; la posibilidad de que a fuerza de buenas estrategias lo difícil, lo consustancialmente difícil, se vuelva fácil) a los agujeros (esa dificultad irreductible ante la cual las estrategias, las buenas estrategias, las más nobles, operan como manos tendidas, como gestos hospitalarios).

Para no perder la brújula en la búsqueda y la construcción de alternativas en educación matemática, tan necesarias como urgentes, para no evaluarlas despiadadamente –que es como decir injustamente–, quizás haya que torcer el rumbo de la discusión: no se trata de conseguir que lo que es difícil deje de serlo, sino de que los estudiantes no queden solos ante la dificultad, y que esta tenga sentido y valga la pena.

Es que, *a condición de acompañar y sostener al alumno para que las venza*, algunas de las dificultades que identificamos son las contracaras de logros de altísimo valor académico y vital.

Veamos…

Quien acceda a la lengua matemática se habrá hecho de una herramienta poderosa para interpretar el mundo, o, como dice Paulo Freire, para leerlo. Pero ese acceso debe ser inscripto en un proceso más amplio de *alfabetización académica* que reconozca que no se lee ni se escribe igual en todas las disciplinas, ni en todos los niveles del sistema educativo, y que sea asumido como una responsabilidad (pedagógica, pero también ética y política) por cada colectivo de enseñantes. Así entendida, la alfabetización académica es la mediación a través de la cual los estudiantes, que son forasteros, extranjeros, inmigrantes en relación con la cultura disciplinar y su lengua, pueden establecerse o instalarse en ella (Graziano, 2012).

Quien acepte el reto que construir relaciones por sí mismo supone, será más creativo. Pero para que nuestros estudiantes acepten ese reto, es necesario que nosotros los desafiamos, y que les demos ocasión de hacer suyo el desafío, y tiempo para desplegar sus construcciones personales. Por otra parte, advirtamos que sería un error reducir el calificativo de *creativo* a sus dimensiones de imaginativo, o ingenioso, o novedoso. Saturnino de la Torre (s.f.) reivindica la creatividad como bien social, esto es, reivindica el carácter *alocéntrico* (su orientación a la mejora en beneficio de los demás), ético y constructivo de la creatividad; reivindica, también, su carácter poliédrico o interdisciplinar, su carácter problemático ("Dadme un problema y os daré un motivo para crear", dice) y su carácter incómodo y paradójico (la creatividad se justifica en la necesidad de buscar nuevos caminos cuando se pierden los conocidos, esto es, cuando se sale de las zonas de confort).

Quien se avenga a la disciplina del proceso de estudio de la Matemática, comprenderá mejor en qué consiste el oficio de *estudiante*, y estará en mejor posición para ejercerlo. Sin embargo, como señala Casco (2009, p. 257), "La metáfora *oficio de estudiante* resalta el carácter no natural ni espontáneo del nuevo estatus que deberá alcanzar el ingresante. El aprendizaje de ese *métier* se realiza en el terreno y es progresivo en el tiempo …". No se trata, por tanto, de dejar al estudiante librado a su propio esfuerzo, sino de intervenir mediante acciones específicas, enseñando las reglas del oficio. Una de esas reglas, que la disciplina del estudio de la Matemática puede contribuir particularmente a enseñar, es la de alcanzar y demostrar autonomía, o sea, aprender a aprender, a hacer funcionar los conocimientos propios, a hacerlos evolucionar y a adquirir otros, sin necesidad de ser andamiado o asistido a perpetuidad. Reparemos en la imagen del andamio, que tanto da cuenta de su necesariedad en ciertos estadios de la construcción de una obra, como de su destino, que es el de ser paulatinamente retirado.

Quien advierta la irrebatibilidad de ciertos errores podrá alejar de sí las tentaciones de la autocompasión, del relativismo a ultranza y de la demagogia. Como sostiene Brousseau (1991), el de la Matemática es el primer dominio en el que podemos aprender los rudimentos de la gestión individual y social de la verdad, las reglas sociales del debate y de la toma de buenas decisiones: cómo convencer respetando a nuestro interlocutor; cómo dejarnos convencer contra nuestro deseo o interés; cómo renunciar a la autoridad, a la seducción, a la retórica, a la forma, para compartir lo que será una verdad común. "La enseñanza de las matemáticas no tiene el monopolio ni del pensamiento racional ni de la lógica ni de ninguna verdad intelectual, pero es un lugar privilegiado para su desarrollo precoz." (Brousseau, 1991, p. 20).

Bibliografía

Blanco, L. (2012). Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En N. Planas (coord.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*, 171-185. Barcelona: Graó.

Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda parte). *Enseñanza de las Ciencias*, *9*(1), 10-21.

Casco, M. (2009). Afiliación intelectual y prácticas comunicativas de los ingresantes a la universidad. *Co-herencia, 6*(11), 233-260.

Cauty, A. (2001). Matemática y lenguajes. ¿Cómo seguir siendo amerindio y aprender la matemática de la que se tiene y se tendrá necesidad en la vida? En A. Lizarzaburu y G. Zapata Soto (comps.). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos* 49-87. Madrid: Morata, Cochabamba: PROEIB-Andes, Bonn: DSE.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.

de la Torre, S. (s.f.). La creatividad es social. [en línea]. Recuperado el 19 de mayo de 2017, de http://www.ub.edu/sentipensar/pdf/saturnino/creatividad_social.pdf

Duval, R. (2007). La conversion des représentations: un des deux processus fondamentaux de la pensée. En: J. Baillé. *De mot au concept. Conversion.* Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble [en línea]. Recuperado el 19 de mayo de 2017, de www.pug.fr/extract/show/515

Finkel, D. (2008). *Dar clase con la boca cerrada.* Valencia: Publicaciones Universitat de València.

Graziano, N. (2012). La alfabetización académica como responsabilidad enseñante, entre la hostilidad y la hospitalidad al estudiante-inmigrante. *Revista Argentina de Educación Superior*, *4*(5), 266-283.

Kamii, C. (1988). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Aprendizaje Visor.

Mcleod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. Grouws (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 575-596. New York: McMillan.

Perrenoud, P. (2012). *Cuando la escuela pretende preparar para la vida. ¿Desarrollar competencias o enseñar otros saberes?* Barcelona: Graó.

Rancière, J. (2003). *El maestro ignorante*. Barcelona: Laertes.

Weiner, B. (1985). An Attributional Theory of Achievement Motivation and Emotion. *Psychological Review, 92*(4), 548-573.

Omar Malet. Universidad Nacional de Tres de Febrero, Caseros, República Argentina.
Profesor Nacional en Matemáticas, Física y Cosmografía por la Escuela Nacional Normal Superior de Pergamino; Magíster en Enseñanza de la Matemática por la Universidad Nacional de Cuyo. Coordinador de la cátedra de Matemática y Metodología para su Estudio, en el Ingreso a los Estudios Universitarios de la Universidad Nacional de Tres de Febrero.
Email: omalet@gmail.com