NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 104, julio de 2020, páginas 41-64

Aplicación y evaluación de un programa que incluye actividades de modelización matemática para mejorar las actitudes de los estudiantes hacia la Matemática

Carlos Mulreedy
(Universidad Nacional de Quilmes y Universidad Nacional Arturo Jauretche, Argentina)

Fecha de recepción: 19 de febrero de 2019
Fecha de aceptación: 26 de febrero de 2020

Resumen

Muchos investigadores de la educación matemática sostienen que las actitudes afectivas y emocionales negativas de los estudiantes hacia la materia pueden representar un serio obstáculo en su aprendizaje. Partiendo de tal premisa llevamos adelante un estudio comparativo con alumnos universitarios. El objetivo del mismo consistió en evaluar si al aplicar un programa que incluyera la resolución de problemas propios de la carrera, empleando para ello modelos matemáticos, dichas actitudes podían mejorar. La correlación entre las actitudes positivas y la aplicación de dicho programa no fue significativa. Sin embargo, se observó que el grupo que cursó la materia siguiendo el programa especialmente diseñado tuvo un rendimiento académico notablemente superior al del resto de los estudiantes que tomaron parte en la experiencia. Basándonos en esta última observación, nos encontramos perfeccionando el programa, y los resultados preliminares obtenidos son muy promisorios.

Palabras clave

modelos matemáticos, resolución de problemas, actitudes hacia la Matemática, escala Likert, software libre.

Title

Application and evaluation of a program that includes math modeling activities to improve student´s attitudes towards Mathematics.

Abstract

Many mathematics education researchers argue that students' negative emotional attitudes toward the subject can represent a serious obstacle in their learning. Based on this assumption, we carry out a comparative study with university students. Its objective was to evaluate whether by applying a program that included the resolution of problems related to the career, using mathematical models, these attitudes could be improved. The correlation between positive attitudes and the application of this program was not significant. However, it was observed that the group that studied the subject following the specially designed program had a markedly higher academic performance than the rest of the students who took part in the experience. Based on this last observation, we are perfecting the program, and the preliminary results obtained are very promising.

Keywords

mathematical modeling, problem solving, attitudes toward mathematics, Likert scale, free software.

Sociedad Canaria *Isaac Newton*
de Profesores de Matemáticas

1. Introducción

La creencia de que la Matemática es particularmente útil está instalada en nuestra cultura; su importancia radica en que se la interpreta como la base del desarrollo científico y la tecnología (Cockcroft, 1982, pp. 1-2). A pesar de ello se observa que los jóvenes se inclinan por carreras humanísticas en lugar de elegir las ingenierías o las ciencias duras (Kantor, 2014), lo que no debe sorprendernos: la actitud negativa que evidencia un elevado número de estudiantes hacia la Matemática se refleja en la antipatía (Gowers, 2008, p. 5), el rechazo (Hidalgo Alonso, Maroto Sáez y Palacios Picos, 2004, p. 78) y el aburrimiento (Gil Ignacio, Guerrero Barona y Blanco Nieto, 2006, p. 48) que aquella les provoca. Por ese motivo no debe extrañarnos que las nuevas generaciones eviten las carreras de ingeniería y ciencias duras en general debido a su alto nivel de exigencia (Dillon, 2016). La falsa idea que tienen muchos estudiantes en el sentido de que "no pueden con la Matemática", sumado a la baja tolerancia a la frustración que prevalece entre ellos, es lo que los lleva al extremo de elegir una carrera universitaria que tenga la menor cantidad posible de materias con contenidos matemáticos (Cantú Martínez, Arenas Velazco y Flores Garza, 2011, p. 137).

No deberíamos incluir en ese grupo de jóvenes a quienes tomaron parte de la investigación que dio origen al presente artículo. Se trata de estudiantes de la carrera de Bioquímica de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ) del Partido de Florencio Varela. A pesar de que solo cursan tres asignaturas del área de la Matemática, basta con recorrer el listado de materias de dicha carrera para comprender que estos estudiantes saben que tendrán que hacer un gran esfuerzo intelectual para obtener su ansiado título universitario. Por esa razón, como docentes nos preocupa observar que muchos de ellos cursan varias veces cada una de las asignaturas de nuestra área, y que algunos llegan al extremo de abandonar la carrera después de reiterados fracasos.

Un estudio llevado a cabo con alumnos de Ciencias de la Salud de la Universidad de Buenos Aires (Dodera, Bender, Burroni, y Lázaro 2014, p. 70) señaló que las actitudes afectiva y emocional de los alumnos hacia la Matemática podían representar un obstáculo en el aprendizaje de la misma. Las reacciones afectivas de los alumnos al resolver un problema durante la clase pueden ser variadas en lo que respecta a su sentido, ya que pueden ser positivas o negativas, y McLeod (1989a, p. 28) señala que la frustración que sienten los alumnos al no saber de qué modo avanzar con la actividad es una de las más frecuentes, intensas y negativas. Sin embargo, el mismo autor agrega seguidamente que ellos reaccionan positivamente cuando sienten que los problemas que se les proponen tienen alguna aplicación, un "sabor a mundo real". Dicho fenómeno se relaciona claramente con la "motivación" que genera el empleo de la Matemática para resolver problemas concretos de otras asignaturas (Martínez Luaces, 2001, p. 44).

2. Objetivos del estudio

El objetivo principal del estudio fue determinar si las actitudes hacia la Matemática de los alumnos del curso de Análisis Matemático II en el que dicho programa habría de ser aplicado (curso piloto) resultarían o no mejores que las de un segundo curso de la misma materia (curso testigo), en el cual la misma sería dictada siguiendo un esquema más tradicional.

En lo que respecta a los objetivos generales, fueron los siguientes:

1. Elaborar un programa basado en el método de resolución de problemas vinculados con la carrera Bioquímica, que habría de incluir el empleo de modelos matemáticos.

2. Implementar dicho programa en el curso piloto.

3. Construir la herramienta que nos permitiese medir los resultados de la aplicación del programa.

3. Marco teórico

3.1. Actitudes hacia la Matemática

McLeod (1989b, p. 245) define al "dominio afectivo" como un conjunto de sentimientos y estados de ánimo que deben diferenciarse de la cognición pura, siendo las actitudes, junto con las creencias y las emociones, las respuestas afectivas hacia la Matemática (McLeod, 1992, p. 578). Esos tres tipos de respuesta se diferencian entre sí en su estabilidad e intensidad: a diferencia de las creencias y actitudes, que son generalmente estables y de baja intensidad, las emociones resultan ser espontáneas e intensas. Por otro lado, las creencias presentan un componente cognitivo mayor que las actitudes y las emociones, y se desarrollan en períodos relativamente prolongados en el tiempo, lo que motiva su estabilidad. En cambio las emociones pueden aparecer o desaparecer rápidamente, involucrando muy poco a la cognición y presentando una alta intensidad (McLeod, 1989a, p. 579).

En lo que respecta específicamente a las actitudes hacia la Matemática, se manifiestan de dos formas distintas. Por un lado, como reacción automática ante una tarea conocida, cuyo origen debe encontrarse en experiencias de tipo emocional que se repitieron en el pasado; dada la estabilidad de dichas respuestas, pueden ser medidas utilizando para ello algún tipo de cuestionario. Por otro lado pueden presentarse cuando el alumno se enfrenta a un contenido nuevo que pueda estar vinculado con otro hacia el cual haya desarrollado algún tipo de actitud en el pasado (McLeod, 1989a, p. 582).

Al hablar de actitudes hacia la Matemática, se deben distinguir las "actitudes hacia la Matemática" de las "actitudes matemáticas" (Callejo, 1994, p. 41). En las primeras prima la componente afectiva sobre la cognitiva, y se relacionan con la valoración y el aprecio que el alumno pueda tener por la asignatura, y el interés que la misma le despierte. En cambio, las actitudes matemáticas presentan un carácter puramente cognitivo, vinculado especialmente a capacidades del individuo como la flexibilidad de pensamiento o su apertura mental.

3.2. Los problemas y la Metodología de Resolución de Problemas (RP)

En mayor o menor medida, una parte de la actividad habitual de técnicos, científicos e ingenieros consiste en resolver problemas matemáticos (Halmos, 1980, p. 523). La metodología de RP busca que el alumno adquiera, mediante el trabajo en forma independiente, toda la experiencia posible. Ello no significa dejarlo librado a sus propios medios, sino, por el contrario, ofrecerle la ayuda justa y necesaria para que progrese en su proceso de aprendizaje (Polya, 1981, p. 25). Pero la metodología exige al alumno mucho más que la simple aplicación de algún contenido matemático. Las actividades cognitivas que debe llevar adelante se ven comprometidas por factores de otro tipo; además, debe brindársele la posibilidad de adquirir suficiente experiencia para llevarla a cabo (Lester, Garofalo y Kroll, 1989, p. 3).

Ahora bien: los términos "problema" y "resolución de problemas" se presentan bajo diversos, y a veces, contradictorios significados. Schoenfeld (1992, p. 337) plantea que "ser un problema" no es una propiedad inherente de una tarea matemática dada, sino una relación entre la persona y dicha tarea. La dificultad que esa tarea pueda presentarle al individuo será, en definitiva, lo que la convierta en un problema. Y si el individuo dispone de un esquema de solución para una tarea matemática dada, por más que el mismo resulte trabajoso, estará resolviendo un ejercicio, no un problema.

Al exponer los objetivos del estudio que motiva el presente artículo dijimos que las metodologías aplicadas en cada uno de los dos cursos que tomaron parte del mismo fueron diferentes. Rodríguez y Barreiro (2018, pp. 18-19) describen del siguiente modo los pasos que sigue el docente de Matemática al enseñar del modo tradicional:

- Presenta el nuevo contenido (ya sea un concepto o un procedimiento).
- Propone ejemplos y los resuelve (o muestra aplicaciones, en caso de que se trate de un procedimiento).
- Ofrece ejercicios similares a los estudiantes, quienes habrán de resolverlos siguiendo los procedimientos expuestos en el paso anterior.
- Propone alguna tarea en la que se aplicará el nuevo contenido, a la que no necesariamente podrá calificarse como problema, en el sentido de la metodología de la RP.

Seguidamente, en el mismo trabajo se propone un segundo esquema posible para la metodología tradicional. En este caso, el docente propone el problema al comenzar la explicación, para luego señalar la necesidad de estudiar las herramientas matemáticas que habrán de requerirse para resolverlo. Aquí, la única función del problema sería la de "motivar" al alumno para que se interese en el tema que habrá de desarrollarse, sin garantizar que el interés del docente esté enfocado en que el alumno desarrolle su capacidad para resolver problemas. Nos hemos detenido en éstos dos esquemas, ya que el primero de ellos describe al que aplicó en el curso testigo, en tanto que el segundo resulta similar al empleado en el curso piloto. En éste último, como veremos, nos preocupamos por que las actividades con las se trabajara en clases fuesen verdaderos "problemas". En la medida de nuestras posibilidades, nos propusimos ayudar a nuestros alumnos a "pensar matemáticamente", lo que significa desarrollar un punto de vista matemático utilizando las herramientas necesarias y valorizando los procesos de abstracción propios de la Matemática (Schoenfeld, 1992, p. 335).

3.3. Modelización Matemática en el aula

Cuando nos proponemos estudiar cualquier fenómeno del mundo que nos rodea, es natural que lo observemos detenidamente y registremos toda la información posible sobre el mismo. Pero la interpretación y análisis del "mundo real" terminará llevándose a cabo fuera de éste, en el "mundo de los conceptos" (Dym, 2004, p. 4). Allí habrán de gestarse los modelos, representaciones de aquellos fenómenos para las que pueden utilizarse diversos lenguajes (por ejemplo, palabras, dibujos o expresiones matemáticas), que en muchos casos se emplean en forma simultánea.

Los modelos facilitan la descripción y comprensión del fenómeno que nos interesa estudiar, y cuando la representación se lleve a cabo en términos matemáticos, hablaremos específicamente de un modelo matemático. Desde hace muchos años, el empleo de estos para la resolución de problemas se ha convertido en un recurso aceptado en el campo de la educación matemática (Blum, 1993, pp. 5-6). En ese sentido Blomhøj (2004, p. 146) hace hincapié en las "significativas implicaciones didácticas" de relacionar "objetos matemáticos" con "situaciones o fenómenos de naturaleza no matemática". Es por ese motivo que, en el momento de buscar el modo de estimular a nuestros alumnos, consideramos que trabajar en clase con modelos que utilizaran el lenguaje matemático sería una actividad adecuada a nuestros propósitos. Los resultados obtenidos por otros investigadores al aplicar modelización para introducir conceptos como el de funciones (Reid, Gareis, Hernández, y Roldán, 2012, p. 99) o para interpretar matemáticamente fenómenos físicos, químicos o biológicos utilizando ecuaciones diferenciales (Zang y Fernández von Metzen, 2015, p. 163) nos impulsaron a seguir sus pasos, adaptando sus experiencias a las necesidades de nuestro curso.

Blomhøj y Højgaard Jensen (2003,p. 125) proponen seis etapas para el proceso de modelización matemática:

- Formulación de la tarea que permitirá identificar las características esenciales del fenómeno que habrá de ser modelado.
- Selección de los objetos o factores relevantes del fenómeno que permitan obtener la representación matemática del mismo.
- Traducción de las relaciones entre los objetos y factores desde su forma original al lenguaje de la Matemática.
- Utilización de los métodos matemáticos adecuados para alcanzar el resultado buscado.
- Interpretación de dicho resultado.
- Comparación del modelo con los datos experimentales para la validación (o eventual rechazo) del primero.

En la siguiente sección, al describir el modo en que se desarrolló una de las clases del curso piloto, ejemplificaremos cada una de estas etapas.

4. Metodología

4.1. Descripción de una de las actividades llevadas a cabo con el curso piloto

El número de horas asignadas a la materia Análisis Matemático II y la cantidad de contenidos de la misma no nos permitieron aplicar rigurosamente la metodología de la RP. Dado que por una serie de factores la materia Álgebra no está incluida dentro de la carrera Bioquímica, temas como vectores o superficies cónicas, tuvieron que dictarse durante las clases de nuestra asignatura. La "ayuda" (Polya, 1981, p. 25) que el docente tuvo que brindar a los alumnos para completar las tareas en el tiempo disponible fue, entonces, mayor que la que propone la RP. Permítasenos exponer dos actividades sobre un mismo contenido que se propusieron a cada uno de los dos grupos que tomaron parte en el estudio para comparar las metodologías aplicadas en cada caso.

En el curso testigo, el docente les pidió a sus alumnos:

"Hallar la solución particular de la ecuación diferencial $\frac{dQ}{dt} = kQ$, *sabiendo Q(0)=800 y Q(30)=6"*

Como vemos, la actividad se limitaba a resolver un ejercicio. En cambio, en el curso piloto se propuso la siguiente actividad:

"Un cultivo que contiene 800 esporas por mililitro se divide entre cuatro recipientes que se someten a una temperatura de 245 ºC por distintos períodos de tiempo. La cantidad de esporas supervivientes para cada uno de los distintos períodos de tiempo se reproduce en la Tabla 1. Si se sabe que la velocidad de decrecimiento del número de esporas en un instante dado es proporcional a la cantidad de esporas presentes en ese instante, se pide obtener una expresión matemática aproximada que nos permita conocer la cantidad de esporas supervivientes en función del tiempo"

Tiempo (en minutos)	Número de esporas por mililitro
0	800
10	190
20	27
30	6
40	1

Tabla 1. Número de esporas sobrevivientes en función del tiempo.

Los datos correspondían a un ejemplo (Valiente Barderas, 1998, p. 87) que habitualmente utilizamos con los estudiantes de Ingeniería en Alimentos de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ). Es evidente que, mientras el curso testigo se limitó a resolver un ejercicio, el curso piloto tuvo que resolver un verdadero problema.

Veamos cómo las seis etapas para el proceso de modelización matemática mencionadas en la sección anterior (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003, p. 125) fueron aplicadas para llevar adelante la actividad en el curso piloto. Para comenzar, *la tarea fue formulada* en el momento en que el docente propuso resolver el problema. En lo que respecta a la *selección de los factores relevantes* para obtener la representación matemática, fue interesante observar la discusión entre los alumnos en el aula. La metodología descripta en el enunciado para la obtención de los pares de valores experimentales resultaba irrelevante a los fines de la construcción del modelo, pero muchos de los estudiantes se detuvieron en un dato aparentemente superfluo: la temperatura a la cual el cultivo había sido sometido. La conclusión a la que llegaron los alumnos con la ayuda del docente fue valiosa a los fines de interpretar las limitaciones del modelo que habría de obtenerse: la expresión matemática a la que se llegaría solo serviría para muestras de esa misma bacteria que se fuesen sometidas a un proceso de esterilización a una temperatura de 245℃, y la influencia de dicho valor se reflejaría en una constante de proporcionalidad, cuya existencia proponía el enunciado del problema.

El curso ya había trabajado con modelos de crecimiento y decrecimiento, ley de enfriamiento de cuerpos y diseminación de una enfermedad extraídos de uno de los textos que conformaban la bibliografía (Zill, 1997, pp. 21-24), de modo que los alumnos plantearon sin mayor dificultad la ecuación diferencial que traducía el fenómeno al lenguaje matemático, y supieron aplicar el método adecuado para obtener su solución general. Sin embargo, se sintieron desconcertados en el momento de obtener la solución particular: no sabían qué datos de la tabla habrían de servirles para despejar la constante de integración y la constante de proporcionalidad. Por ello, mientras el curso discutía al respecto, el docente proyectó sobre el pizarrón el gráfico que se observa en la *Figura 1*, construido mediante el programa *GeoGebra*. Para ello utilizó un cañón conectado a su PC. Cada uno de los cinco puntos representados tenía por abscisa al tiempo y por ordenada a la cantidad de esporas por mililitro presentes en ese instante. La ubicación de las variables sobre los respectivos ejes no fue arbitraria, pues reflejaba la relación entre ambas variables dentro de la expresión matemática que habría de obtenerse.

Finalmente, se obtuvieron cuatro curvas que pasaban por el punto A, a partir del concepto de condiciones iniciales que ya había sido aplicado en problemas anteriores. Las cuatro soluciones fueron entonces graficadas, tal como se observa en la *Figura 2*. Las cuatro funciones representadas no parecían diferir demasiado entre sí, y al *interpretar* sus características, todos estuvieron de acuerdo con resaltar dos circunstancias esperables para el proceso de esterilización: el número de esporas debía disminuir exponencialmente; y, pasado un tiempo lo suficientemente prolongado, todas ellas habrían desaparecido.

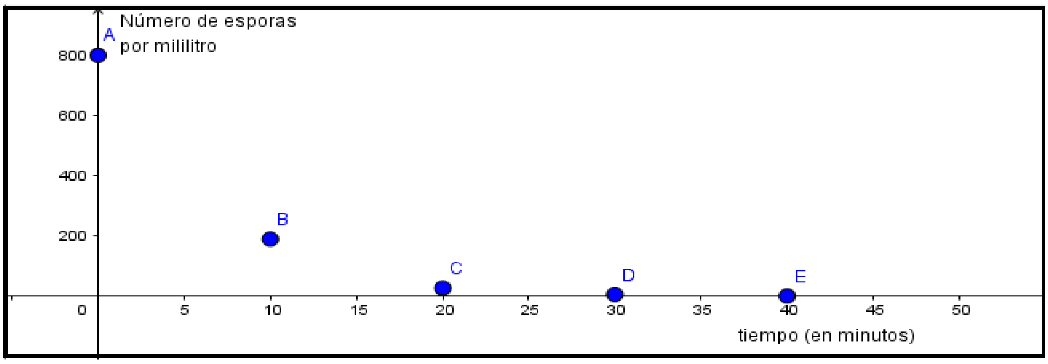

Figura 1. Cada uno de los puntos representa al número de esporas observadas experimentalmente en un momento dado, de acuerdo a los datos consignados en la Tabla 1.

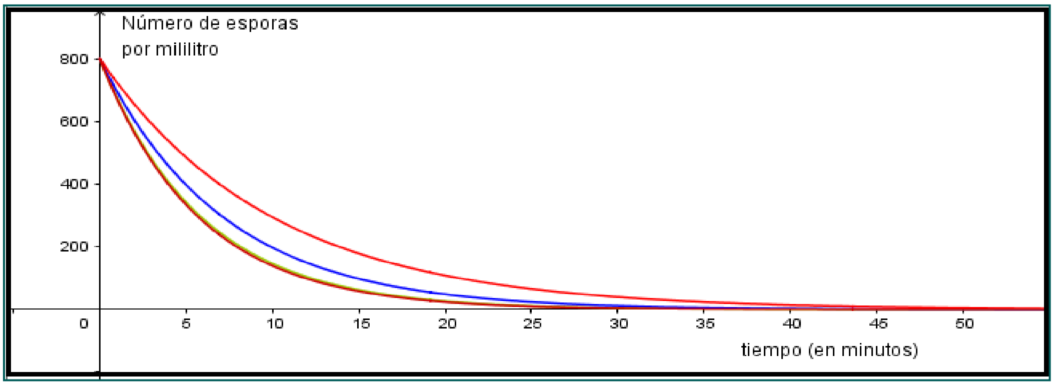

Figura 2. Curvas obtenidas por los alumnos durante la ejecución de la tarea.

Finalmente, se llegó a la última etapa del proceso, la *validación del modelo*. Utilizando el software, superpusimos las curvas con los puntos, como se observa en la *Figura 3*, para seleccionar cuál de ellas se ajustaba mejor a los datos experimentales.

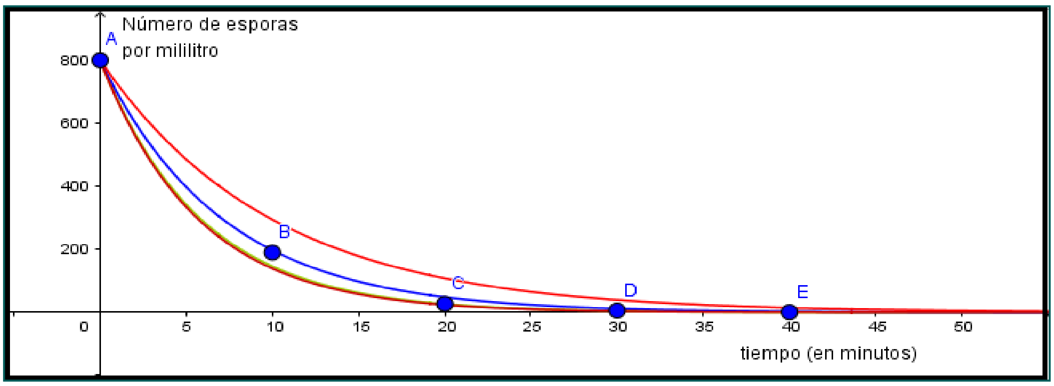

Figura 3. Al superponer las curvas obtenidas por cada grupo de alumnos con los puntos que representan los datos experimentales puede determinarse el grado de ajuste de cada una de ellas con éstos.

El procedimiento empleado, aparentemente lógico, ameritó una discusión que obligó al curso a preguntarse si era o no el adecuado. En rigor de verdad, dos de los cinco puntos habían servido para estimar parámetros del modelo (debiendo considerárselos previos al proceso de modelización), mientras que solo los tres restantes podían ser utilizados en el proceso de verificación, debiendo entonces presuponerse al modelo. El docente les aclaró entonces que cada una de las curvas obtenidas representaba una aproximación a la solución del problema, obtenida a partir de los conocimientos que ellos habían adquirido hasta ese momento. Pero que existían métodos estadísticos, como por ejemplo, el *análisis de regresión* (Gutiérrez Pulido y de la Vara Salazar, 2008, p. 340) que brindaban una solución y permitían estimar un nivel de confianza para la misma. Las herramientas estadísticas requeridas para el estudio de dicha metodología correspondían a Bioestadística (materia que nuestros estudiantes de Bioquímica cursan después de Análisis Matemático II), de modo que el docente se limitó a finalizar la actividad mostrando en pantalla la curva de regresión exponencial, obtenida a partir de los datos del problema mediante una de las funciones de la planilla de cálculo.

El hecho de que no utilizásemos el procedimiento más eficiente para la resolución del problema debe entenderse dentro del marco de la enseñanza de la Matemática. Nuestro objetivo, tal como lo presentaran en su momento Bassanezi y Salett Biembengut (1997, p. 14), no era "enseñar a modelizar" sino "utilizar modelos para enseñar Matemática".

Acabamos de ver que los escasos recursos informáticos disponibles facilitaron la tarea y le brindaron mayor dinamismo. En la siguiente sección nos detendremos específicamente en el modo en que los mismos fueron utilizados a lo largo del curso.

4.2. Empleo del software como recurso pedagógico

Es indudable que, en el mundo del trabajo y del tiempo libre, las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) ocupan un lugar preponderante. Sin embargo, no se observa su correspondiente influencia en los procesos de enseñanza-aprendizaje, particularmente en el caso de las ciencias, que presentan un alto nivel de formalización. La mayoría de los alumnos que llegan a la universidad están familiarizados con el uso de Computadoras Personales (PCs), pero pocos las han empleado para la simulación y el análisis de, por ejemplo, sistemas físicos (Navone y Turner, 2008, p. 61). Decidimos entonces buscar el modo de introducir la computadora en el aula de un modo natural y eficiente.

El recurso fue empleado frecuentemente por el docente para ilustrar las explicaciones teóricas con producciones propias como la de la *Figura 4*. El *GeoGebra*, orientado a la geometría dinámica, es un programa libre y gratuito, de manera que los alumnos pudieron descargar dichas presentaciones en sus propias computadoras, desde una página que el docente había abierto a tal fin. En otras oportunidades, la presentación estaba preparada para ser utilizada durante la resolución de alguno de los problemas propuestos. Es frecuente, por ejemplo, que los alumnos no diferencien claramente la función objetivo de las condiciones que el enunciado de un problema de optimización pueda brindarles. Por ese motivo, antes de proponer al curso la actividad, *"Determinar las coordenadas de el o los puntos de la parábola* $y = \frac{1}{4}x^2$ *más próximos a P(0,4)"* el docente proyectó la imagen que puede observarse en la *Figura 5*. Allí se observa un segmento que unía al punto P con un punto A ubicado sobre la parábola. El *deslizador* permitía desplazar a dicho punto sobre la cónica, y la longitud de dicho segmento (que no era otra cosa que la distancia entre ambos puntos) podía apreciarse en la Vista Algebraica. En cursos anteriores se había observado que los alumnos confundían a la ecuación de la parábola con la función objetivo, razón por la cual se definió un punto Q, cuya abscisa coincidía con la de A, pero cuya ordenada era la distancia entre éste último punto y P. El *rastro* permitió trazar una sucesión de puntos que mostraban las distintas posiciones de Q. Al unir dichos puntos se obtenía la función objetivo (*Figura 6*).

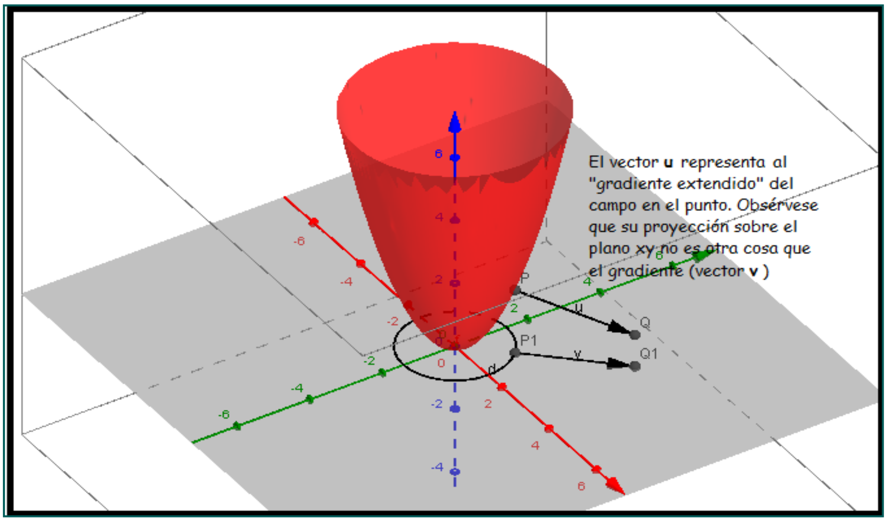

Figura 4. Captura de pantalla correspondiente a una de las construcciones empleadas en clase para repasar los conceptos de gradiente y vector normal a una superficie en un punto.

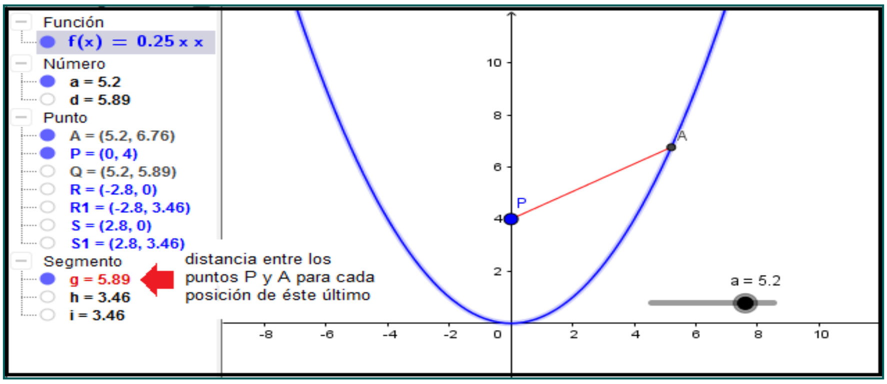

Figura 5. Captura de pantalla que sirvió para interpretar geométricamente el enunciado del problema.

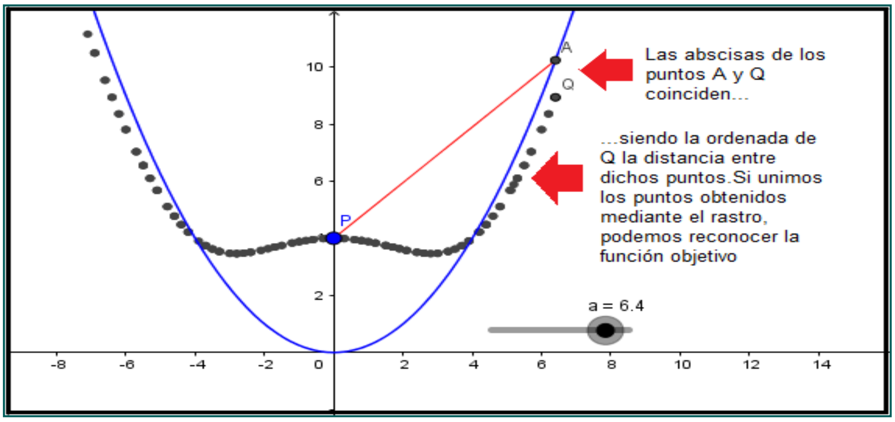

Figura 6. Captura de pantalla que se empleó para representar en forma aproximada a la función objetivo.

El material fue empleado durante la clase, y cumplió con el objetivo para el cual había sido preparado. Finalizada la breve exhibición, cada alumno completó la tarea en forma individual. Los recursos computacionales podrían parecer modestos, pero demostraron ser resultaron sumamente valiosos.

4.3. Recopilación de los datos

4.3.1. Selección y descripción de la herramienta de medición

El objetivo principal de nuestro estudio consistía en determinar si el programa de trabajo implementado en el curso piloto mejoraba las actitudes de los alumnos respecto de la Matemática, de modo que la variable a medir no podía ser observada en forma directa sino que habría de inferirse a partir de expresiones verbales o de observación de la conducta observada. Teniendo en cuenta que el docente a cargo del curso sería quien analizase los datos recogidos, decidimos descartar la segunda opción. Consideramos las respuestas escritas anónimas le brindarían mayor objetividad a la investigación, optando entonces por el empleo de una escala. La misma representa un instrumento empleado para la medición de actitudes, conformado por una serie de ítems o frases cuidadosamente seleccionadas que permiten medir de un modo válido, fiable y preciso fenómenos de tipo social. Las escalas tipo Likert están destinadas a medir actitudes (García Sánchez, Aguilera Terrats y Castillo Rosas, 2011, pp. 2-4), razón por la cual decidimos construir una adecuada a nuestro propósito.

La respuesta del entrevistado al seleccionar su respuesta para cada ítem dentro de una graduación que comenzaba por *totalmente en desacuerdo* hasta llegar a *totalmente de acuerdo* (con otras tres posiciones intermedias, a saber *en desacuerdo*, *ni en desacuerdo ni de acuerdo*, y *de acuerdo*) mediría su reacción. Cada respuesta recibiría una determinada puntuación, y la suma algebraica de las puntuaciones de todas las respuestas del individuo a los ítems reflejaría la posición de éste último respecto del fenómeno que se estaba midiendo. Los ítems habrían de recibir un puntaje entre uno y cinco, valor que aumentaría a medida que la actitud reflejada fuese más negativa. Por ejemplo, en el caso del ítem *el estudio de las matemáticas es poco entretenido*, que refleja una actitud negativa hacia la Matemática, solo se le asignaría un punto en caso de que el entrevistado respondiese estar *muy en desacuerdo*, dos puntos si afirmase estar *en desacuerdo*, y así sucesivamente hasta asignarle cinco puntos si respondiese estar *muy de acuerdo*.

4.3.2. Selección de los ítems y construcción de la escala definitiva

Teniendo en cuenta que el estudio habría de llevarse a cabo durante el segundo cuatrimestre del 2015, construimos la escala durante el primer cuatrimestre de dicho año. La recolección de las afirmaciones o enunciados acerca de nuestra variable de interés comenzó con la consulta de los estudios sobre las actitudes de los estudiantes hacia la Matemática de Hidalgo Alonso *et al* (2004, pp. 81-85), Depool Rivero (2005, pp. 19-21), Gil Ignacio *et al* (2006, p. 57), Mato (2010, pp. 200-201) y Córdoba (2014, pp. 5-7).

Nuestra encuesta piloto o provisoria contó con ciento dos ítems, que fueron enviados por correo electrónico a unos ochenta alumnos que se encontraban cursando asignaturas del segundo año de la carrera de Bioquímica de la propia UNAJ, y a un segundo grupo igualmente numeroso compuesto por estudiantes de las carreras de Biotecnología e Ingeniería de los Alimentos de la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ). Teniendo en cuenta que más de un 20 % de los alumnos de la UNAJ provienen del vecino Partido de Quilmes, se pudo preservar en parte la homogeneidad de la muestra. La decisión fue acertada pues, dado el carácter voluntario de la colaboración para el estudio, alrededor del cincuenta por ciento de los alumnos que recibieron la encuesta por correo electrónico no la respondieron.

La encuesta les fue enviada junto con un tutorial confeccionado de ex profeso para el caso. La planilla de cálculo estaba programada, de modo de facilitar el trabajo de recolección de los datos una vez que fuese respondida. Las casillas correspondientes a las opciones estaban ocupadas por ceros, tal como se observa en la *Figura 7*. Bastaba con que el entrevistado reemplazara al cero por un uno en la casilla correspondiente a su opinión del ítem para que la misma quedase registrada (*Figura 8*).

1	**Actitudes de los estudiantes hacia la matemática**			ni		
2	Estudio preliminar	muy en	en	acuerdo	de	muy de
3		desacuerdo	desacuerdo	ni	acuerdo	acuerdo
4				desacuerdo		
5	1) aprender matemática es para pocas personas	0	0	0	0	0
6	2) una buena estrategia para aprender y aprobar es dedicar diariamente tiempo a su estudio	0	0	0	0	0
7	3) las dificultades que tengo en matemáticas se deben a mis propias limitaciones	0	0	0	0	0
8	4) las dificultades que tengo en matemáticas se deben a las características propias de la materia	0	0	0	0	0
9	5) cuando obtengo una buena nota en matemáticas se debe a que tuve suerte	0	0	0	0	0

Figura 7. Captura de pantalla de los cinco primeros ítems de la encuesta piloto, que fue enviada vía correo electrónico a más de ciento cincuenta estudiantes de Bioquímica, Biotecnología e Ingeniería de los Alimentos.

1	**Actitudes de los estudiantes hacia la matemática**			ni		
2	Estudio preliminar	muy en	en	acuerdo	de	muy de
3		desacuerdo	desacuerdo	ni	acuerdo	acuerdo
4				desacuerdo		
5	1) aprender matemática es para pocas personas	0	1	0	0	0
6	2) una buena estrategia para aprender y aprobar es dedicar diariamente tiempo a su estudio	0	0	0	1	0
7	3) las dificultades que tengo en matemáticas se deben a mis propias limitaciones	0	0	0	1	0
8	4) las dificultades que tengo en matemáticas se deben a las características propias de la materia	0	1	0	0	0
9	5) cuando obtengo una buena nota en matemáticas se debe a que tuve suerte	0	1	0	0	0

Figura 8. El entrevistado se limitaba a reemplazar por un uno el cero que originalmente ocupaba la casilla de su respuesta al ítem; en el presente caso, el alumno dice estar en desacuerdo con la frase *aprender Matemática es para pocas personas*.

Una vez recibidas las respuestas de alrededor de ochenta estudiantes que colaboraron respondiendo la encuesta piloto, disponíamos de los datos para elaborar la encuesta definitiva. Un criterio para asegurar la *precisión* de la escala definitiva consiste en seleccionar al veinticinco por ciento de los sujetos con puntuación más alta y al veinticinco por ciento de los que presentan la puntuación más baja. Tomamos entonces aquellos ítems de la encuesta piloto donde la diferencia entre el puntaje medio obtenido entre los sujetos de ambos grupos fuese máxima. Por otro lado, para asegurar la *fiabilidad* por consistencia interna, calculamos la correlación entre la puntuación total de cada uno de los encuestados y la que cada uno de ellos le otorgó a cada ítem. El coeficiente de fiabilidad de Alpha de Cronbach fue de 0,96. Finalmente, con el fin de cumplir simultáneamente con los criterios de precisión y fiabilidad, se adoptaron aquellos ítems para los cuales la diferencia de las puntuaciones medias entre los dos grupos de individuos seleccionados hubiese sido la mayor que, además, presentasen los más altos coeficientes de correlación.

4.3.3. Encuesta definitiva y muestra

Seleccionamos finalmente veinticuatro ítems, a los que separamos en dos secciones. A la primera de ellas la denominamos *Encuesta General* (*Figura 9*) y a la segunda *Encuesta Personal* (*Figura 10*). Esta última contenía exclusivamente sentencias u opiniones expresadas en primera persona. Al finalizar el segundo cuatrimestre del año 2015, dentro del horario de clases, se les repartió la encuesta definitiva a todos los alumnos de los cursos piloto y testigo presentes. Tomaron parte del estudio un total de 40 alumnos (22 del curso piloto y 18 alumnos del curso testigo). En ambos cursos el porcentaje de alumnas era de alrededor del 80 %, y el promedio de edades de alrededor de 27 años. Todos ellos habían sido oportunamente informados de que habrían de tomar parte en un estudio y colaboraron de buen grado. La encuesta tuvo carácter de anónima.

Encuesta General	muy en desacuerdo	en desacuerdo	me es indiferente	de acuerdo	muy de acuerdo
1) Cualquier problema cotidiano puede analizarse desde un punto de vista matemático					
2) Las matemáticas son muy abstractas y están alejadas de la realidad					
3) Una buena estrategia para aprender y aprobar es dedicar diriamente tiempo a su estudio					
4) El estudio de las matemáticas es poco entretenido					
5) Las destrezas matemáticas que uso en clase no son las que empleo para resolver problemas reales					
6) La matemática siempre fue mi materia favorita					
7) Son pocas las profesiones que requieren de conocimientos matemáticos					
8) No entiendo cómo hay personas a las que pueda gustarle la matemática					
9) No se para que estudio matemáticas: la computadora me resuelve cualquier problema					
10) A medida que pasa el tiempo, las matemáticas tienen cada vez más aplicaciones					
11) La gente asume que si sos bueno para matemáticas, sos bueno para otras cosas					
12) Aprender matemáticas es para pocas personas					
13) Voy a poder usar mejor mi PC cuando sepa mas matemáticas					
14) Cuando no entiendo algo en matemáticas, lo pregunto					
15) No veo la relación entre las matemáticas y el uso de las computadoras					

Figura 9. Encuesta general, tomada de la planilla que respondieron los alumnos que tomaron parte en el estudio.

Encuesta Personal	muy en desacuerdo	en desacuerdo	me es indiferente	de acuerdo	muy de acuerdo
16) No sé cómo hacer para obtener buenas notas en matemáticas					
17) Ante un problema complicado, suelo darme por vencido/a fácilmente					
19) Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas					
20) No entindo porqué me iba bien en matemáticas en el colegio y no me sucede lo mismo en la Universidad					
21) Mi rendimiento en matemática depende en gran medida de la actitud del profesor hacia mí					
22) No sé cómo hace para aprender matemática					
23) Tardo demasiado en resolver cada ejercicio de matemática y eso me provoca desaliento					
24) No sé qué hacer cuando el profesor de matemática nos pide resolver en clase un ejercicio					
25) Me cuesta mucho interpretar las consignas de los problemas de matemática					

Figura 10. Encuesta personal, tomada de la planilla que respondieron los alumnos que tomaron parte en el estudio.

5. Resultados

5.1. Información recogida en la encuesta piloto

La encuesta piloto a la que nos referimos en la sección 4.2 era anónima y voluntaria, pero contenía una serie de preguntas mediante las cuales esperábamos detectar si algunos factores como la edad o el género podían influir en la actitud del alumno hacia la Matemática. Por esa razón, le solicitamos a los encuestados que después de responder la encuesta completasen los datos que aparecían en la parte inferior de la planilla (*Figura 11*).

Algunos de los datos obtenidos se presentan en la *Tabla 2*. La muestra empleada resultó bastante similar a la que luego tomaría parte del estudio, donde el porcentaje de alumnas mujeres superó al de alumnos varones. Pero nos detuvimos en un detalle que caracteriza a las jóvenes Universidades del conurbano bonaerense: el elevado número de alumnos que trabajan. Obsérvese que, independientemente del género, dicho porcentaje resulta superior al 50 %.

104	100) no se qué hacer cuando el profesor de matemáticas nos pide resolver en clase un ejercicio	1	0	0	0	0
105	101) lo primero que hago cuando tengo que resolver en clase un problema de matemática es revisar	1	0	0	0	0
106	102) me cuesta mucho interpretar las consignas de los problemas de matemática	1	0	0	0	0
107		61	3	0	2	36
108						
109	Datos del encuestado:					
110	Edad:				23	
111	Género:	femenino:	1	masculino:	0	
112	¿Trabaja?	si:	0	no:	1	
113	Años transcurridos desde que abandonó la secundaria:				4	
114	Años transcurridos desde que comenzó la Universidad:				2	
115						
116	Muchas gracias por colaborar					

Figura 11. En este caso, la entrevistada fue una alumna que no trabajaba, de 23 años de edad, que había ingresado a la Universidad dos años atrás.

	Porcentaje sobre el total de encuestados	Porcentaje de los que trabajan (de acuerdo al género)	edad promedio (en años)
Alumnas mujeres	63 %	50 %	24,3
Alumnos varones	37 %	64 %	23,6

Tabla 2. Datos obtenidos a partir de la encuesta piloto.

Dado que al trabajar con un gran número de variables es natural preguntarse si varias de ellas no pueden ser reemplazadas por otra aparentemente más abstracta, sin que por ello se pierda información significativa (Kenkel, Derksen, Thomas & Watson, 2002, pp. 281- 282), buscamos una herramienta adecuada para lograr dicho objetivo. Entre los métodos de variables múltiples descriptivos, uno de los que se emplean con mayor frecuencia es el Análisis de Componentes Principales (PCA), que consiste en la representación de un espacio p-dimensional de datos en un par de ejes ortogonales. Utilizando el programa *Infostat*, aplicamos dicho análisis a los datos recopilados.

La representación obtenida recibe el nombre de *biplot* y cuenta con una serie de ejes secundarios que habrán de vincularse con las p-variables medidas en el estudio. En la *Figura 12* reproducimos el obtenido a partir de los datos de la encuesta piloto. Los ejes que en ella se observan llevan el nombre de *Columna* seguidos por un número que va del uno al seis. La *Columna 1* corresponde a la edad del entrevistado; la *Columna 2* a su género; la *Columna 3* a los años transcurridos desde que abandonó la escuela secundaria; la *Columna 4* a los años transcurridos desde que comenzó la Universidad; la *Columna 5* se relaciona con la situación laboral del alumno; y, finalmente, la *Columna 6* corresponde al puntaje total obtenido en la encuesta.

El hecho de que el número de alumnas mujeres en la Carrera Bioquímica de la UNAJ fuese tradicionalmente muy superior al de alumnos varones nos había llevado a suponer que dicha circunstancia podría influir de algún modo en los resultados de nuestro estudio. Pero en el *biplot* de la *Figura 12* puede observarse que los ejes correspondientes a las *Columnas 2* y *6* (género y actitudes hacia la Matemática, respectivamente) son prácticamente perpendiculares, lo que significa que, dentro de la muestra analizada, las actitudes hacia la Matemática resultaban independientes del género.

5.2. Análisis comparativo de las respuestas obtenidas en los cursos piloto y testigo

Tal como lo indicamos en la sección 4.3, al finalizar el segundo cuatrimestre del año 2015, los alumnos de los cursos piloto y testigo respondieron en forma anónima y por escrito la encuesta conformada por los ítems que se observan en la *Figura 9* y en la *Figura 10*. Una vez finalizado el curso, llevamos adelante el análisis comparativo de la información recopilada. De acuerdo a lo expresado en la sección 4.1, la escala que nos permitiría estudiar las actitudes de los alumnos tendría un mínimo de uno y un máximo de cinco, siendo éste último valor el que expresaría una actitud más negativa hacia la Matemática.

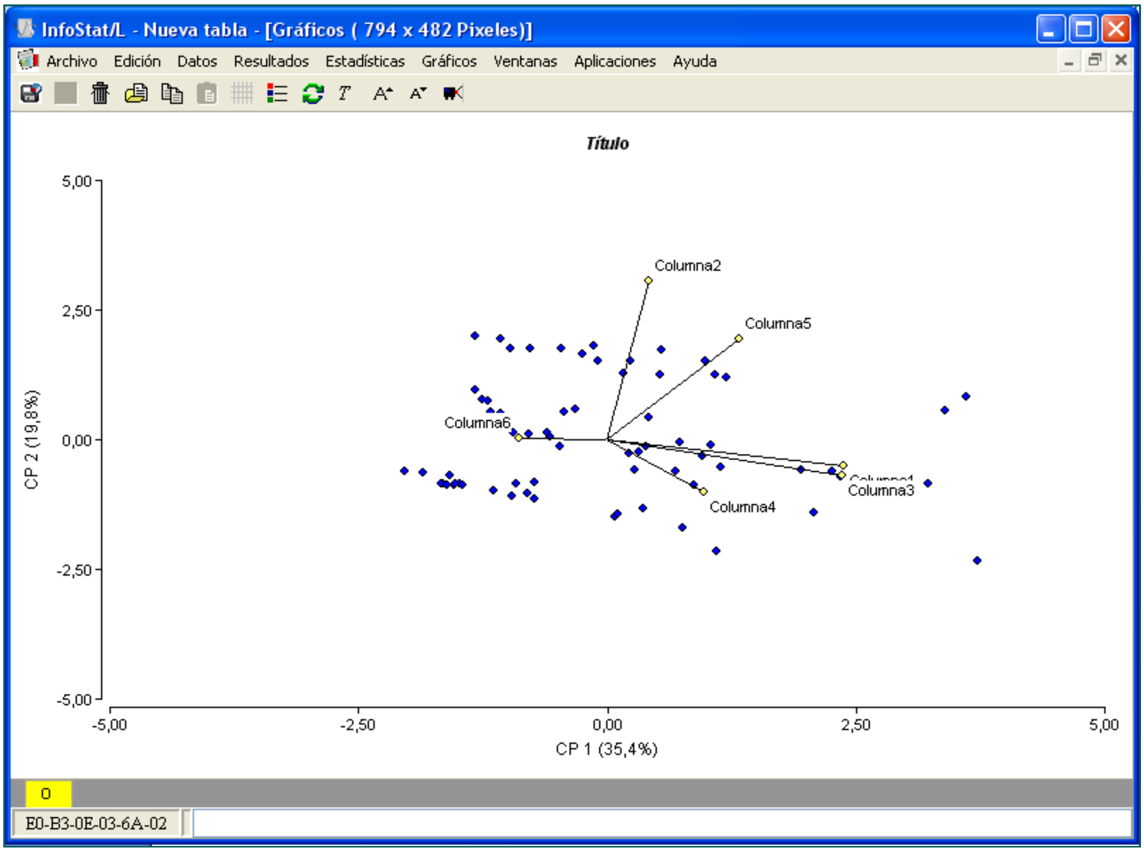

Figura 12. Captura de pantalla del *biplot* obtenido a partir de los datos recogidos en la encuesta piloto.

La fiabilidad de la prueba volvió a determinarse mediante el coeficiente alfa de Cronbach, cuyo valor fue de 0,83 para el curso piloto y de 0,76 para el curso testigo. El valor promedio en el primero de los cursos fue de 2,32, siendo 2,37 en el segundo; dichos valores indican que, siendo ambos inferiores a tres (valor medio de la escala adoptada), la actitud hacia la Matemática en ambos grupos no era negativa. En la *Tabla 2* reproducimos el promedio de los puntajes medios obtenidos por cada uno de los ítems en cada uno de los cursos.

A continuación analizaremos con mayor detalle las respuestas dadas por los alumnos a los ítems que, a nuestro criterio, reflejaron con mayor claridad los resultaron del programa aplicado. Nos hemos enfocado sobre tres ejes: el valor que los alumnos le asignaron a la Matemática y su aprendizaje; sus opiniones respecto del uso de las nuevas tecnologías y el valor de la materia para el uso de las mismas; y la imagen de sí mismos respecto de sus habilidades como aprendices de la Matemática.

5.2.1. Valor que los alumnos asignaron a la Matemática y al aprendizaje de la misma

Comencemos por el primer ítem de la encuesta general, c*ualquier problema cotidiano puede analizarse desde un punto de vista matemático*. En la *Tabla 3* puede observarse que el promedio que aquél obtuvo en el curso piloto fue inferior en el curso testigo, indicando en éste una actitud más favorable. No debe entonces sorprendernos que solo el 55,5 % de los alumnos del curso testigo opinara estar de acuerdo o muy de acuerdo con la frase, mientras que casi el 80 % del curso piloto opinó del mismo modo. Además, en la gráfica comparativa de la *Figura 13* se observa que ninguno de los alumnos del curso piloto está en desacuerdo o muy en desacuerdo con el ítem (segmento de color azul del extremo inferior izquierdo), y solo el 22 % de los alumnos de ese mismo curso presentan una actitud indiferente, opinando no estar ni de acuerdo ni en desacuerdo.

Enunciado del ítem	curso piloto	curso testigo
1) Cualquier problema cotidiano puede analizarse desde un punto de vista matemático	2,13636	2,66667
2) Las matemáticas son muy abstractas y están alejadas de la realidad	2,13636	2,05556
3) Una buena estrategia para aprender y aprobar es dedicar diriamente tiempo a su estudio	1,59091	1,38889
4) El estudio de las matemáticas es poco entretenido	2,54545	2,27778
5) Las destrezas matemáticas que uso en clase no son las que empleo para resolver problemas reales	2,77273	2,83333
6) La matemática siempre fue mi materia favorita	3,04545	2,94444
7) Son pocas las profesiones que requieren de conocimientos matemáticos	1,40909	1,83333
8) No entiendo cómo hay personas a las que pueda gustarle la matemática	2,27273	2,22222
9) No se para que estudio matemáticas: la computadora me resuelve cualquier problema	1,5	1,61111
10) A medida que pasa el tiempo, las matemáticas tienen cada vez más aplicaciones	1,95455	2,22222
11) La gente asume que si sos bueno para matemáticas, sos bueno para otras cosas	3,18182	2,5
12) Aprender matemáticas es para pocas personas	1,63636	2,22222
13) Voy a poder usar mejor mi PC cuando sepa mas matemáticas	2,86364	3,44444
14) Cuando no entiendo algo en matemáticas, lo pregunto	2,09091	1,94444
15) No veo la relación entre las matemáticas y el uso de las computadoras	2	2,38889
16) No sé cómo hacer para obtener buenas notas en matemáticas	2,18182	2,16667
17) Ante un problema complicado, suelo darme por vencido/a fácilmente	2,22727	2,22222
19) Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas	2,09091	2,16667
20) No entindo porqué me iba bien en matemáticas en el colegio y no me sucede lo mismo en la Universidad	2,59091	2,83333
21) Mi rendimiento en matemática depende en gran medida de la actitud del profesor hacia mí	3,27273	3,27778
22) No sé cómo hace para aprender matemática	2,13636	2,16667
23) Tardo demasiado en resolver cada ejercicio de matemática y eso me provoca desaliento	2,63636	2,55556
24) No sé qué hacer cuando el profesor de matemática nos pide resolver en clase un ejercicio	2,86364	2,33333
25) Me cuesta mucho interpretar las consignas de los problemas de matemática	2,68182	2,61111

Tabla 3. Promedio del puntaje obtenido por cada uno de los ítems en cada uno de los cursos que tomaron parte del estudio. Hemos resaltado en color rojo aquellos que, al menos en uno de los dos cursos, obtuvieron un puntaje superior a tres puntos, reflejando así una actitud negativa respecto de la Matemática.

En el caso de *las destrezas matemáticas que uso en clase no son las que empleo para resolver problemas reales*, es nuevamente el promedio en el curso piloto el que refleja una actitud menos negativa hacia la Matemática, aún cuando la diferencia entre las medias es pequeña. El 60 % del curso piloto opinó estar en desacuerdo con lo que la proposición expresa, mientras que menos de un 40 % de los alumnos del curso testigo compartieron dicha opinión, tal como puede observarse en la gráfica comparativa de la *Figura 14*.

En el caso del ítem s*on pocas las profesiones que requieren de conocimientos matemáticos*, se repite la situación descrita en el párrafo anterior, aunque la diferencia de las medias para este ítem entre ambos grupos resultó ser mayor. Ambos cursos expresaron estar en desacuerdo o muy en desacuerdo con lo que la misma expresaba, reflejando así una actitud positiva hacia la Matemática. Pero cabe resaltar el hecho de que, en el caso del curso piloto, dicha opinión haya sido sostenida por todos los alumnos, como se observa en la *Figura 15*.

Otro ítem que refleja claramente que el alumno comprende la importancia de la Matemática es el que expresa que *a medida que pasa el tiempo, la Matemática tiene cada vez más aplicaciones*. Más del 86 % de los alumnos del curso piloto y casi el 80 % de los del curso testigo opinaron estar de acuerdo o muy de acuerdo, como puede observarse en la gráfica comparativa de la *Figura 16*.

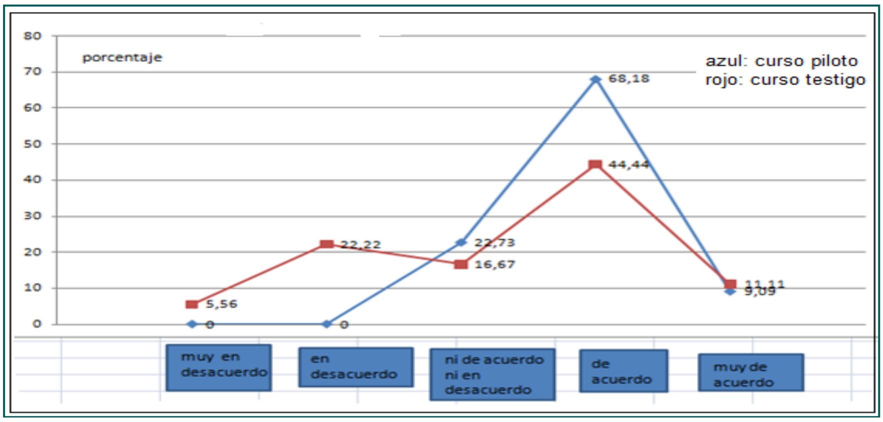

Figura 13. Gráfica comparativa para el ítem *cualquier problema cotidiano puede analizarse desde un punto de vista matemático.*

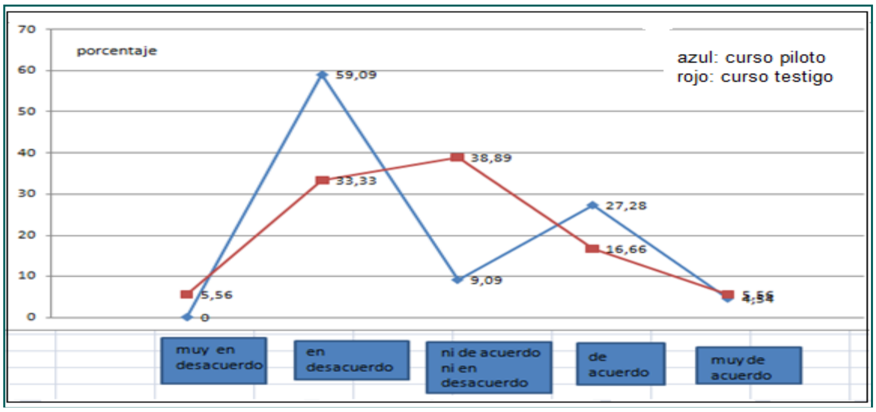

Figura 14. Gráfica comparativa para el ítem *las destrezas matemáticas que uso en clase no son las que empleo para resolver problemas reales.*

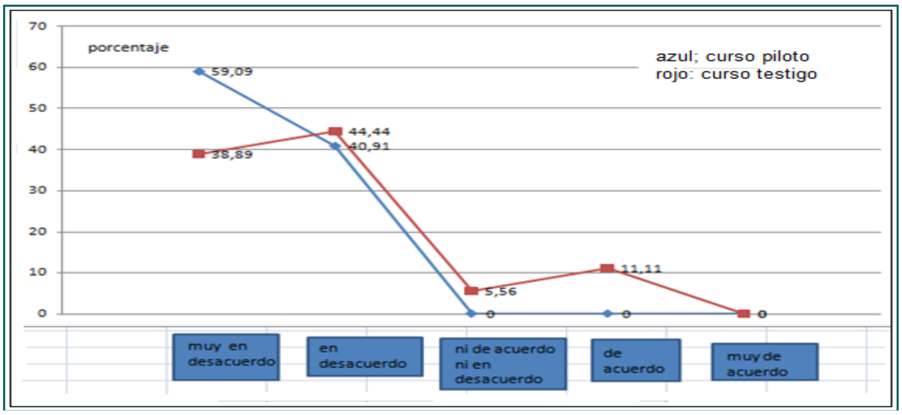

Figura 15. Gráfica comparativa para el ítem *son pocas las profesiones que requieren de conocimientos matemáticos.*

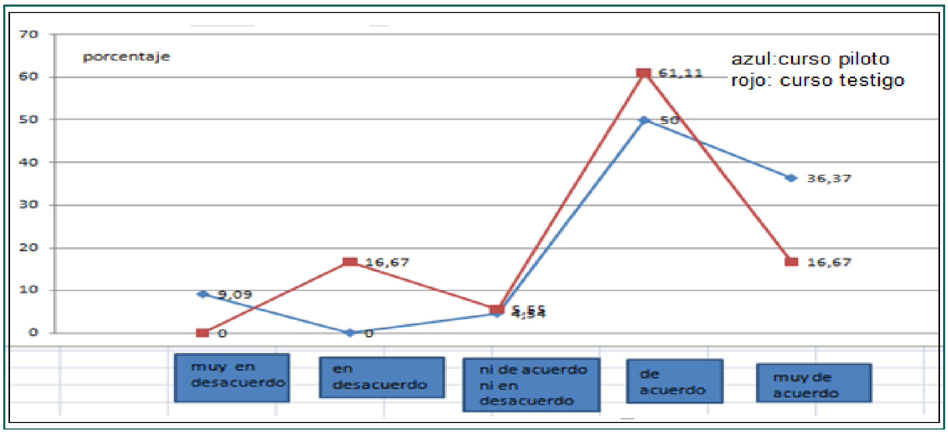

Figura 16. Gráfica comparativa para el ítem *a medida que pasa el tiempo, la Matemática tiene cada vez más aplicaciones.*

5.2.2. Opinión de los alumnos respecto del uso de las nuevas tecnologías y del valor de la Matemática para el empleo de las mismas

No debe sorprendernos el hecho de que muchos de los ítems que quedaron en la encuesta definitiva estuviesen vinculados con las nuevas tecnologías, a pesar de que las mismas no fuesen aplicadas en forma intensiva en clase. Desde el punto de vista de la Matemática como herramienta y su empleo para el mejor aprovechamiento de las nuevas tecnologías, es interesante observar lo que respondieron los entrevistados respecto de la frase *no sé por qué estudio Matemática: la computadora me resuelve cualquier problema***.** En la *Figura 17* puede observarse que alrededor del 95 % de los alumnos de cada uno de los dos cursos estuvieron en desacuerdo o muy en desacuerdo con lo que expresaba el ítem.

Podríamos interpretar la respuesta de los alumnos como una actitud positiva hacia la Matemática, confirmada por el bajo puntaje medio obtenido por el ítem en ambos cursos (1,5 en el piloto y 1,6 en el testigo). Aparentemente, nuestros alumnos no opinaban, como muchos otros jóvenes, que la computadora lo resuelve todo. Como docentes hemos observado que ésta idea parece instalada en el imaginario de las nuevas generaciones, que a pesar de demostrar ser capaces de manejar con soltura cada nueva aplicación para sus teléfonos celulares inteligentes, parecen sentirse abrumados cuando en clase se les propone programar una simple planilla de cálculo.

La frase v*oy a poder usar mejor mi PC cuando sepa más Matemática* refleja una posición que se contrapone a lo expresado por el ítem que acabamos de comentar. Sería esperable, entonces, que también le correspondiesen puntajes bajos, con altos porcentajes de alumnos opinando estar de acuerdo o muy de acuerdo. Sin embargo, éste resulta ser uno de los pocos ítems que obtuvo un puntaje promedio superior a los tres puntos de acuerdo a las opiniones de los alumnos del curso testigo (y apenas levemente inferior a tres en el curso piloto). La *Figura 18* muestra que en ambos cursos fue muy elevado el número de alumnos que mostraron una actitud indiferente a lo que expresa el ítem, llegando a superar el 55 % el porcentaje de los alumnos del curso testigo que manifestaron no estar ni de acuerdo ni en desacuerdo. Dicha gráfica muestra, además, que casi el 39 % de los alumnos del curso testigo opinaron estar en desacuerdo o muy en desacuerdo con la idea de que podrán hacer un mejor aprovechamiento de sus computadoras al contar con mayores conocimientos en Matemática. Suponemos que dicho resultado podría estar relacionado con la metodología de enseñanza aplicada en cada uno de los grupos. Los alumnos del curso piloto pudieron comprobar que en muchas oportunidades las respuestas que brindaba la computadora no eran otra cosa que el resultado de ingresar las instrucciones adecuadas

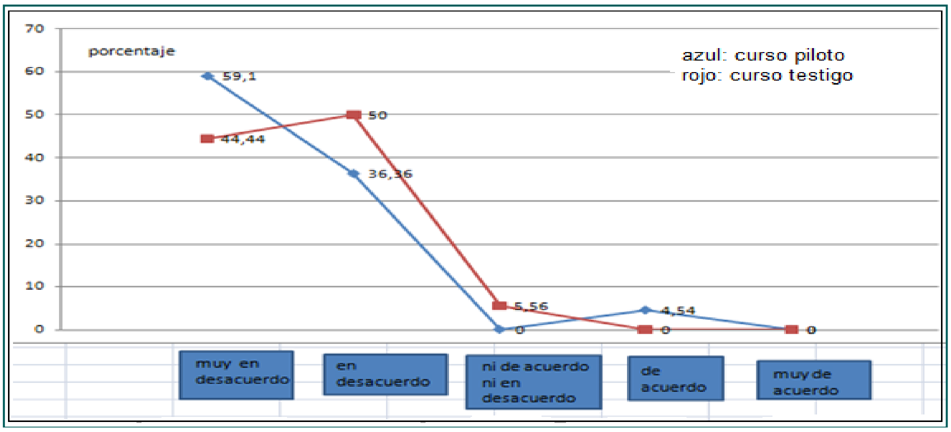

Figura 17. Gráfica comparativa para el ítem *no sé porque estudio Matemática: la computadora me resuelve cualquier problema.*

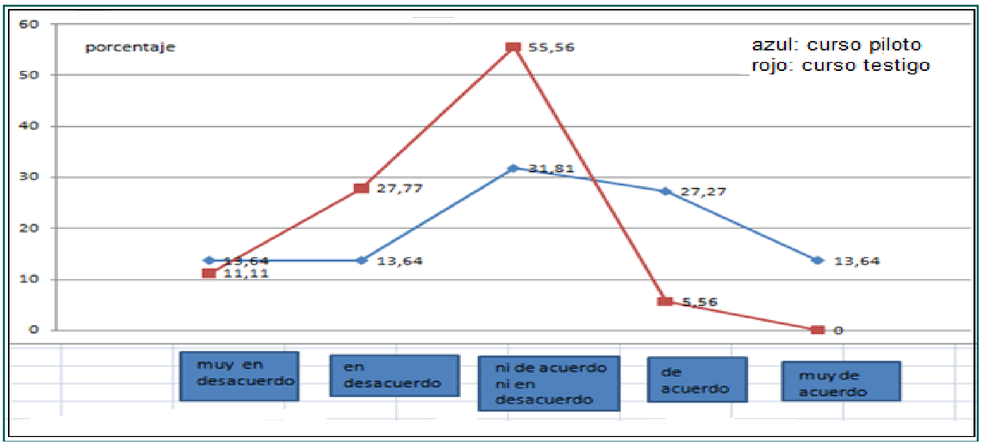

Figura 18. Gráfica comparativa para el ítem *voy a poder usar mejor mi PC cuando sepa más Matemática.*

Para finalizar la presente sección, analicemos la respuesta de los alumnos al ítem *no veo la relación entre la Matemática y el uso de la computadora*. Tal como se observa en la gráfica comparativa de la *Figura 19*, más del 45% de los alumnos del curso piloto y del 55 % de los del curso testigo dijeron estar en desacuerdo con la idea de que no existiera relación entre la Matemática y el uso de la PC. Las opiniones más radicalizadas, en el sentido de estar muy en desacuerdo con lo que expresa el ítem, son igualmente muy elevadas, alcanzando casi el 17 % en el caso del curso testigo y más del 31 % en el curso piloto. Éstos valores reflejan el bajo puntaje medio que en ambos grupos obtuvo el ítem, que fue de apenas 2,38 y 2 puntos para los cursos testigo y piloto, respectivamente.

Creemos que los resultados de la presente sección muestran una singular paradoja: mientras los jóvenes reniegan de la idea de que las computadoras puedan resolver cualquier problema por sí solas y admiten el valor de la Matemática para el mejor empleo de las mismas, no parecen sentirse cómodos ante la perspectiva de profundizar sus conocimientos en la materia para dejar de ser meros usuarios, adoptando un rol activo en el campo de la tecnología. A pesar de que, en general, los alumnos que tomaron parte en el estudio no manifestaron actitudes claramente negativas hacia la Matemática, veremos en la próxima sección que no se mostraron tan entusiastas en el momento de opinar sobre cómo se veían a sí mismos frente a la asignatura.

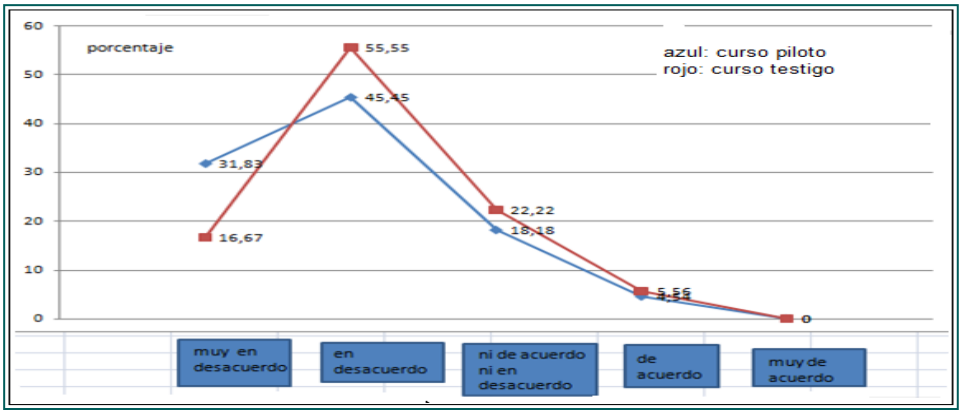

Figura 19. Gráfica comparativa para el ítem *no veo la relación entre la Matemática y el uso de la computadora.*

5.2.3. Imagen que de sí mismos tienen los alumnos respecto de sus habilidades como aprendices de la Matemática

La metodología aplicada en el curso piloto hizo más evidentes las debilidades de los alumnos que el método tradicional de enseñanza, que se aplicara en el curso testigo. En ese sentido, basta con observar los puntajes de los tres últimos ítems de la *Tabla 1* para poder comprobarlo. En todos ellos, el obtenido en el curso piloto resulta ser mayor que en el testigo, y próximo a tres (valor medio de la escala). Así, en el ítem *tardo demasiado en resolver cada ejercicio y eso me provoca desaliento*, el puntaje medio en el curso piloto fue de 2,63, levemente superior a los 2,55 puntos que aquél obtuvo en el curso testigo. La gráfica comparativa de la *Figura 20* muestra, además, que el 31,8 % de los alumnos del curso piloto dijeron estar de acuerdo o muy de acuerdo con la frase, mientras que solo el 22,22% de los alumnos del curso testigo opinaron del mismo modo.

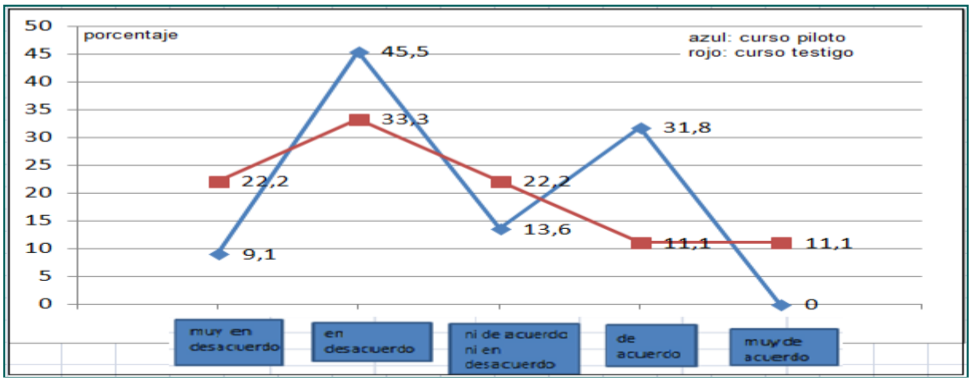

Figura 20. Gráfica comparativa para el ítem *tardo demasiado en resolver cada ejercicio y eso me provoca desaliento.*

El fenómeno se manifiesta aún más en el caso de la frase *no se qué hacer cuando el profesor de Matemática nos pide resolver un ejercicio en clase*. En esta oportunidad, el puntaje medio que el ítem obtuvo en el curso piloto fue de 2,83, muy superior a los 2,33 puntos que el mismo obtuvo en el curso testigo. Además, en el gráfico comparativo de la *Figura 21* se observa que el 36,4 % de los alumnos del curso piloto afirmaron estar de acuerdo o muy de acuerdo con lo que el ítem expresaba, cosa que solo hizo el 5,6 % de los alumnos del curso testigo.

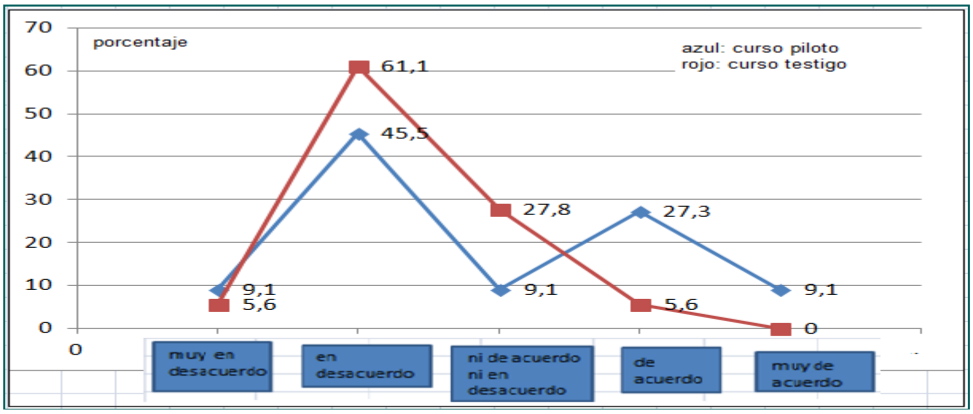

Figura 21. Gráfica comparativa para el ítem *no sé qué hacer cuando el profesor de Matemática nos pide resolver en clase un ejercicio.*

Finalmente, vuelve a ser el curso piloto el que refleja menos seguridad a nivel personal al momento de opinar sobre la frase *me cuesta mucho interpretar las consignas de los problemas de Matemática*. De acuerdo a lo que refleja la *Figura 22*, el 31, 8 % de los alumnos respondieron estar de acuerdo o muy de acuerdo, mientras solo el 27,8 % de los alumnos del curso testigo opinaba del mismo modo. La diferencia en este caso no es tan grande, pero parece confirmar la tendencia que se observaba en los dos casos comentados anteriormente en la presente sección.

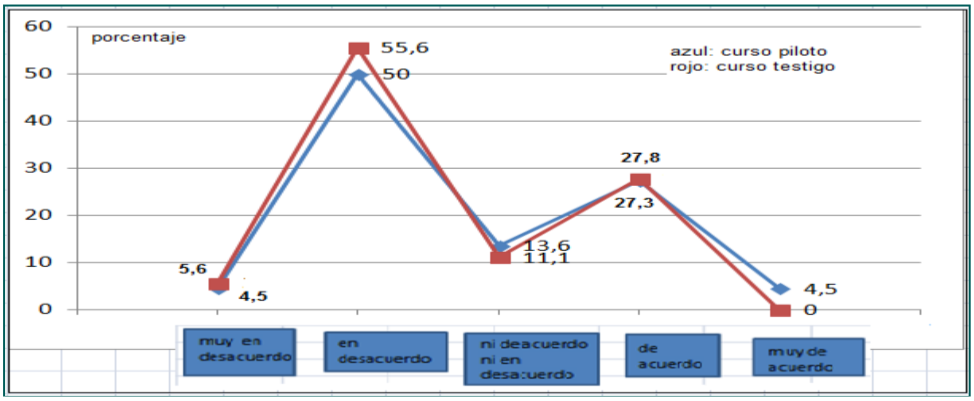

Figura 22. Gráfica comparativa para el ítem *me cuesta mucho interpretar las consignas de los problemas de matemática.*

Sin embargo, el 91 % de los alumnos del curso piloto estuvo en desacuerdo o muy en desacuerdo con el ítem *aprender matemática es para pocas personas* (ítem incluido en la encuesta general), mientras que solo el 67 % de los alumnos del curso testigo opinó de ese modo. Como veremos en la siguiente sección, la imagen que de sí mismos tuvieron los alumnos del curso piloto respecto de sus habilidades como aprendices de la Matemática no afectó el rendimiento académico del grupo.

5.3. Rendimiento Académico

Aún cuando el objetivo principal de nuestro estudio se vinculara fundamentalmente con mejorar la actitud de los alumnos hacia la Matemática, los resultados obtenidos en la sección anterior nos llevaron a comparar el rendimiento académico de los dos cursos que tomaran parte en el estudio. La *Tabla 4* contiene la información obtenida directamente a partir de las planillas de los docentes a cargo de cada uno de los dos grupos. Si traducimos los porcentajes a números concretos, observamos que 15 de los 31 alumnos que cursaron la materia en el curso piloto (más del 48 % del total) aprobaron por promoción, mientras que en el curso testigo promocionaron 11 alumnos sobre un total de 28 (poco menos del 40 %). Paralelamente, 8 de los alumnos del curso piloto abandonaron o no aprobaron la materia; lo mismo sucedió con 6 de los alumnos del curso testigo.

	curso piloto	**curso testigo**
Promocionaron	48,39 %	39,28 %
Aprobaron la asignatura rindiendo Final	25,80 %	39,28 %
Abandonaron o quedaron libres por algún motivo	25,80 %	21,43 %

Tabla 4. Comparación del rendimiento académico en los dos cursos que tomaron parte del estudio.

La *Tabla 4* nos enfrenta con la siguiente situación: mientras por un lado el curso piloto presenta una cantidad de alumnos promocionados superior en unos nueve puntos porcentuales respecto del curso testigo, por el otro tiene cuatro puntos porcentuales más en lo que respecta al número de estudiantes que abandonaron la materia. Sospechamos que la explicación de esta circunstancia escapa a las condiciones en las que el estudio fue llevado a cabo. Existen factores no contemplados formalmente en nuestro trabajo que permitirían explicar el fenómeno que acabamos de señalar. Los dos cursos se dictaban en distintos horarios, y la diferencia consignada podría deberse a que muchos de los alumnos deben trabajar para poder costear sus estudios. Quienes se inscriben en los cursos vespertinos, en su gran mayoría, poseen una situación laboral relativamente estable. En cambio, muchos de los jóvenes que se inscriben en los cursos matutinos o vespertinos al comenzar un cuatrimestre se encuentran en plena búsqueda de trabajo; es común que lo consigan durante la cursada, lo que les genera incompatibilidades horarias y los lleva a abandonar la materia.

La situación que acabamos de describir se repite con dos cursos dictados por el autor del presente trabajo en la misma Universidad durante el segundo cuatrimestre del año 2015. En la *Tabla 5* se vuelve a observar que el porcentaje de alumnos que abandonaron la asignatura en el turno de la mañana fue significativamente superior al de los que lo hicieron en el turno de la noche.

	Física I Turno mañana 18 alumnos	**Física I Turno noche 17 alumnos**
Promocionaron	55,55 %	68,74 %
Aprobaron la asignatura rindiendo Final	11,11 %	19,50 %
Abandonaron o quedaron libres por algún motivo	33,33 %	11,76 %

Tabla 5. Comparación del rendimiento académico entre dos cursos dictados por un mismo docente durante el cuatrimestre en que el estudio fue llevado a cabo.

Teniendo en cuenta que el curso piloto se dictó por la mañana y el testigo por la noche, comparemos el porcentaje de alumnos que abandonaron o quedaron libres según el turno. Dicho valor resulta ocho puntos inferior en el caso del curso piloto que en el curso matutino de Física I. Nos gustaría pensar que la motivación que el programa propuesto generara en los estudiantes de dicho curso evitara que algunos de ellos abandonasen la materia y se esforzaran por completarla exitosamente.

6. Conclusiones

La aplicación del programa en el que se hizo énfasis en la resolución de problemas vinculados con la carrera Bioquímica generó en los alumnos dos reacciones significativamente opuestas. Por un lado, desde una perspectiva objetiva (reflejada en las respuestas de la encuesta general), los alumnos del curso piloto tomaron conciencia de la importancia de aprender Matemática en mayor medida que sus compañeros del curso testigo. Sin embargo, la imagen que de sí mismos tuvieron algunos de los alumnos del curso piloto respecto de sus habilidades y capacidades como aprendices de la Matemática (otro de los objetivos específicos que nos habíamos propuesto analizar) resultó ser aparentemente más negativa que la que tuvieron la mayoría de los estudiantes del curso testigo.

Sin embargo, ello no influyó negativamente en su desempeño académico, sino todo lo contrario. Dicha circunstancia nos animó a perfeccionar la metodología de trabajo adoptada en el curso piloto, aplicándola en nuestros cursos de Análisis Matemático II de la carrera Biotecnología de la UNQ. Por ejemplo, a partir del problema presentado en la Sección 4.1, incluimos en el programa regular de la materia el estudio de la curva de crecimiento bacteriano de varias fases en un sistema batch. Creemos que este tipo de actividad no solo favorece al proceso de aprendizaje de la Matemática de nuestros estudiantes, sino también a su formación integral como futuros profesionales. Aplicando un diseño experimental similar al descripto en el presente artículo estamos evaluando la respuesta de los alumnos de la carrera Biotecnología, y los resultados preliminares de este nuevo estudio son francamente prometedores.

Bibliografía

Bassanezi, R.; Salett Biembengut, M. (1997) Modelización matemática: una antigua forma de investigación. Un nuevo método de enseñanza. *Números* [en línea], 32. Recuperado el 26 de septiembre de 2014, de http://www.sinewton.org/numeros/

Blomhøj, M.; Højgaard Jensen, T. (2003) Lovell, K. (1999). Developing mathematical modeling competence: conceptual clarification and educational planinig. Teaching mathematics and its applications, 22 (3), 123-139.

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling. A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D.; Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F.; Walby, A. & Walby, K. (eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*, 145-159. National Center for Mathematics Education: Sweden.

Blum, W. (1993). Mathematical Modelling in Mathematical Education and Instruction. En Beigteig (ed.) *Teaching and Learning Mathematics in Context*, 3-14. Ellis Horwood Limited: Chichester.

Callejo, M.L. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones.

Cantú Martínez, I.; Arenas Velazco, R.; Flores Garza, M. (2012). Impacto del Precálculo en Cálculo. *Números* [en línea], 80. Recuperado el 21 de septiembre de 2014, de http://www.sinewton.org/numeros/

Cockcroft, W.H. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty's Stationery Office.

Córdoba, F. (2014). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes? *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* [en línea]. Recuperado el 16 de diciembre de 2015, de www.oei.es/congreso2014/memoriactei/1571

Depool Rivero, R. (2005). La enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral en un entorno computacional. Actitudes de los estudiantes hacia el uso de un Programa de Cálculo Simbólico (PCS). *Números* [en línea], 62. Recuperado el 6 de junio de 2014, de http://www.sinewton.org/numeros/

Dillon, A. (2016, Junio 30). Desajuste entre estudio y trabajo: cada 100 abogados se reciben 31 ingenieros. *IECO-Clarín*, p. 3.

Dodera, M.; Bender, G.; Burroni, E.; Lázaro, M. (2014). Errores, actitudes y desempeño matemático del ingresante universitario. *Unión* [en línea], 38. Recuperado el 14 de agosto de 2015, de http://www.fisem.org/www/union/

Dym, C. (2004). What is Mathematical Modeling?. En B. Holland (ed.) *Principles of Mathematical Modeling*, 3-12. Elseiver Academic Press: New York.

García Sánchez, J.; Aguilera Terrats, J.R.; Castillo rosas, A. (2011). Guía técnica para la construcción de escalas de actitud. *Odiseo*, [en línea], 38. Recuperado el 8 de julio de 2019, de https://www.odiseo.com.mx/2011/8-16/pdf/garcia-aguilera-castillo-guia-construccion-escalas-actitud.pdf

Gil Ignacio, N.; Guerrero Barona, E.; Blanco Nieto, L. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de descriptores básicos. *Unión* [en línea], 2. Recuperado el 16 de noviembre de 2016, de http://www.fisem.org/www/union/revista2.

Gowers, T. (2008). ¿Por qué hay tanta gente con auténtica aversión por las matemáticas? *Unión* [en línea], 15. Recuperado el 21 de septiembre de 2008, de http://www.fisem.org/www/union.

Gutiérrez Pulido, H.; de la Vara Salazar, R. (2008). *Análisis y Diseño de Experimentos*. México: McGraw Hill Interamericana.

Halmos, P.R. (1980). The heart of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 87 (7), 519-524.

Hidalgo Alonso, S.; Maroto Sáez, A.; Palacios Picos, A. (2004) ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis Evolutivo y Multivariante de Actitudes Relevantes hacia la matemática. *Revista de Educación* [en línea], 334. Recuperado el 20 de mayo de 2017, de http://www.revistaeducacion.es/re334/re334.06.pdf

Kantor, D. (2014, Septiembre 28). Promover las ciencias duras y las carreras de ingeniería son clave. *IECO-Clarín*, p. 9.

Kenkel, N.C.; Derksen, D.A.; Thomas, A.G. & Watson, P.R. (2002). Multivariate analysis in weed science research. *Weed Science*, 50, 281-292.

Lester, J.; Garofalo, J.; Kroll, D. (1989). The role of metacognition in mathematical problema solving. *National Science Foundation* [en línea]. Recuperado el 15 de marzo de 2014, de https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED314255.pdf

McLeod, D.B. (1989a). The role of affect in mathematical problem solving. En D.B. McLeod & V.M Adams (eds.) *Affect and Mathematical Problem solving: A New perspective*, 20-36. Springer-Verlang: New York.

McLeod, D.B. (1989b). Beleifs, attitudes, and emotions: new view of affect in mathematics education. En D.B. McLeod & V.M Adams (eds.) *Affect and Mathematical Problem solving: A New perspective*, 245-258. Springer-Verlang: New York.

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D.A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 575-598. MacMillan Publishing Company: New York.

Martinez Luaces, V. (2001). Enseñanza de las matemáticas en carreras químicas desde un enfoque aplicado y motivador. *Números* [en línea], 45. Recuperado el 6 de junio de 2014, de http://www.sinewton.org/numeros/

Mato, M.D.; De la Torre, E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las Matemáticas y el rendimiento académico. *PNA* [en línea], 5. Recuperado el 6 de junio de 2014, de http://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/issue/view/463

Navone, H.; Turner, P. (2008). Física computacional en el nivel medio: ¿una asignatura pendiente? *Revista de Enseñanza de la Física* [en línea], 2 (21). Recuperado el 9 de junio de 2014, de www.fceia.unr.edu.ar/fceia/ojs/index.php/revista/article/view/99/54

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Reid, M.E.; Gareis, M.I.; Hernández, A.E.; Roldán, M.V. (2012). Funciones con modelización matemática. *Números* [en línea], 81. Recuperado el 6 de junio de 2014, de http://www.sinewton.org/numeros/

Rodriguez, M.; Barreiro, P. (2018). Modelización y resolución de problemas. En Marcel David Pochulu (ed.), *La Modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones*, 17-26. GIDED: Villa María.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370. MacMillan Publishing Company: New York.

Valiente Barderas, A. (1998). *Problemas de Balance de Materia y energía en la Industria Alimentaria*. México: Limusa Noriega Editores.

Zang, M.; Fernández von Metzen, M. (2015). Reflexiones sobre la implementación de problemas de modelado para la construcción y resignificación de objetos matemáticos vinculados a las ecuaciones diferenciales. *Unión* [en línea], 42. Recuperado el 14 de diciembre de 2015, de http://www.fisem.org/www/union/

Zill, D. (1997). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*. México: International Thompson Editores.

Carlos Mulreedy. Universidad Nacional de Quilmes (UNQ), Provincia de Buenos Aires, Argentina. Magister en enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (UNCo) e Ingeniero Civil (UBA). Profesor Adjunto de Análisis Matemático II de la Universidad Nacional de Quilmes y de Física I de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ). Autor de Funciones I, Funciones II y Funciones III, actualmente disponibles libremente en https://sites.google.com/site/cmapuntesyguiastp/system/app/pages/search?scope=search-site&q=funciones
Email: cmul@unq.edu.ar