

GeoGebra: herramienta didáctica para fortalecer competencias geométricas en Educación Media

Alirys Jaraba Gutierrez (Institución Educativa de Soledad. Colombia)

Fecha de recepción: 19 de enero de 2020

Fecha de aceptación: 3 de julio de 2020

Resumen

Se pretende generar una concepción de la didáctica para la enseñanza de la geometría en Educación Media, basada en GeoGebra, para mejorar las competencias geométricas en los estudiantes, ya que existe la necesidad de indagar y aplicar estrategias metodológicas en el aula de geometría que puedan guiar al estudiante hacia una mejor comprensión de ésta. La metodología es cuantitativa, bajo el diseño cuasi-experimental. La muestra estuvo integrada por 90 estudiantes de la Institución Educativa de Soledad-INOBASOL en Colombia, divididos en grupo control y experimental. GeoGebra es una herramienta que ofrece al profesor de matemática la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes perciban la geometría como una ciencia y un proceso exploratorio motivante dentro de su formación.

Palabras clave

GeoGebra, Competencias geométricas, Aprendizajes enriquecidos, Aula de geometría

Title

GeoGebra: didactic tool to strengthen geometric skills in Secondary Education

Abstract

It is intended to generate a conception of didactics for teaching geometry in Secondary Education, based on GeoGebra, to improve geometric skills in students, since there is a need to investigate and apply methodological strategies in the geometry classroom that can guide the student towards a better understanding of it. The methodology is quantitative, under the quasi-experimental design. The sample consisted of 90 students from the Soledad-INOBASOL Educational Institution in Colombia, divided into control and experimental group. GeoGebra is a tool that offers to the math teacher the opportunity to create rich learning environments so that students perceive geometry as a motivating exploratory process within their training.

Keywords

GeoGebra, Geometric skills, Enriched learning, Geometry classroom

1. Introducción

La enseñanza de la matemática se fortalece de las investigaciones que nacen desde el aula de matemáticas, espacio en el que se analizan actividades y se da explicación a los sucesos que particularizan el trabajo realizado por los estudiantes en las distintas tareas que tienen asignadas para la resolución de problemas matemáticos y de operaciones de pensamiento, desprendiéndose de esta forma un conjunto de realidades gracias a la creatividad matemática para interpretar y dar soluciones satisfactorias a los problemas planteados; este hecho se ve repetido en las clases de matemática a lo largo de todo el año escolar o semestre, y el docente es el encargado de promover la participación de los



estudiantes con estrategias precisas dirigidas a despertar de forma natural el potencial que reserva cada uno, para lo cual puede hacer uso de recursos que estén al alcance de éstos, ajustados a su realidad.

En procura de lo anterior se están desarrollando clases de geometría en las que se considera software educativo con el propósito de promover cambios en la metodología de su enseñanza. En este sentido, lo que se presenta a continuación son avances de una investigación donde se toma el software GeoGebra como recurso para facilitar la comprensión de problemas geométricos, siendo conscientes de que el proceso de interpretación y estructuración que sigue la mente humana es complejo, y que un docente no siempre puede precisar técnicas expresas ni mecanismos precisos para realizar problemas matemáticos porque la resolución de problemas es un campo de una extensión inabarcable. Aquí la investigadora presenta los hallazgos más notables que se dieron durante una práctica con un grupo de estudiantes en el área de matemáticas desde el puesto docente donde desarrolla su labor.

En este sentido, esta investigación surgió como un intento de estar a la altura de los avances metodológicos actuales, con plena consciencia de que es necesario precisar recursos en un área como el de la geometría con el propósito de avanzar hacia propuestas curriculares más flexibles, centradas en el aprendizaje autónomo del estudiante y con una orientación docente basada en competencias que supongan el inicio de una capacitación profesional que continuará a lo largo de su vida y que, además, requieran de la formación particular que tiene cada persona para lograr una adecuación con los procesos de aprendizaje y de enseñanza.

2. Caracterización del Objeto de Investigación

Entre las concepciones más notables de un profesor de matemática se tiene la entendida como ese profesional que tiene una formación sólida en un conjunto de teoremas, axiomas, postulados y procedimientos lógicos matemáticos que pueden ayudar a comprender los conocimientos matemáticos durante los procesos de enseñanza y aprendizaje, los cuales guían la interpretación y la acción del estudiante en los distintos niveles o modalidades de estudios. En este sentido, se tendrá claro que la matemática como área tiene subdivisiones como pueden ser la Aritmética, la Geometría y el Álgebra; solo por nombrar las principales y no hacer una enumeración exhaustiva.

En concordancia con lo anterior, reconocidos teóricos de la enseñanza de la matemática refuerzan la idea de que el estudiante, usando las nuevas tecnologías, mejora notablemente su aprendizaje, incorpora nuevos recursos a su cultura educativa y se desenvuelve mejor en la resolución de problemas matemáticos. Apreciando este medio como vía para motivar y ayudar al estudiante a superar algunos de los obstáculos presentes en el aprendizaje de una de las ramas fundamentales de la matemática como es la Geometría, el software puede convertirse en una herramienta útil al docente de matemática para mejorar su didáctica en la Educación Media, debido a que los estudiantes de este nivel necesitan un trato acorde con los avances técnicos y científicos de su época. En este sentido, Ortigas, M y Contreras, A, señalan:

El ordenador permite entrar en contacto con “ideas matemáticas poderosas”. Es decir, un uso del ordenador en la programación de un lenguaje estructurado y modular permite explorar y adquirir nociones heurísticas básicas propias de la resolución de problemas: descomponer un problema en problemas más sencillos, razonar por analogía, familiarizarse con las ideas de recursividad, de procedimiento, de variable, etc. (Ortigas y Contreras, 2003, p.3).

Se aprecia en lo citado que el docente que utilice software para enseñar matemática buscará que los estudiantes desarrollen competencias que van más allá de la simple memorización o aplicación de conocimientos de forma instrumental, en situaciones dadas. En el estudio de la Geometría, implica la comprensión y transferencia de los conocimientos a situaciones de la vida real, y exige relacionar, interpretar, inferir, interpolar, inventar, aplicar, transferir los saberes a la resolución de problemas, intervenir en la realidad; es decir, reflexionar sobre la acción y saber actuar ante situaciones que se resuelven con un software de geometría dinámica.

De manera que este tema presenta en la actualidad retos importantes para el docente de matemática en Educación Media, en virtud de que implica el rompimiento con prácticas, formas de ser, pensar y sentir desde una racionalidad en la que se concibe que la función del docente de matemática en este plano es enseñar o acumular saberes, para reproducir o utilizarlos en grados superiores. Así que una didáctica alternativa de la geometría basada en el GeoGebra para contribuir con la enseñanza de esta rama de la matemática no es un problema, pero sí una necesidad porque los sistemas educativos de las naciones deben adaptar sus políticas educativas según los cambios sociales. A este respecto la UNESCO afirma que “la tecnología de los dispositivos móviles ha llegado a los rincones más recónditos del planeta, lo que supone nuevas posibilidades para la enseñanza y el aprendizaje, incluso en comunidades donde las prestaciones en educación tradicional son limitadas” (UNESCO, 2018, p.1).

Este argumento subraya que las instituciones educativas tiene que formar un estudiante con capacidad para enfrentar el reto de la época contemporánea, con conocimientos científicos y técnicos idóneos, portador de recursos intelectuales para un óptimo desempeño como miembro de la sociedad, y con una proyección vivencial que se adapte a las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática, en la que se ha destacado la importancia del uso de la tecnología como medio que permite tanto al docente como al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones que en otros ambientes serían difíciles de conseguir.

Así que el surgimiento de diferentes tipos de software, como en el caso del GeoGebra para la enseñanza de la geometría y su incorporación en el aula de clases, exige que sea el propio profesor de matemática quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora, lo que de alguna manera conduce a alejarse del pensamiento memorístico, repetitivo, unilateral, entre otros, y en su lugar dar apertura a la inserción de una variedad de estrategias metodológicas que promueven el aprendizaje activo.

Al respecto Maheswaran, M, comenta sobre el GeoGebra que: “Al ser GeoGebra un software dinámico educativo, permite poder realizar demostraciones visuales y dinámicas para un uso práctico y ameno en las clases de matemáticas, esto gracias a herramientas tales como deslizadores y creación de botones, entre otros” (Maheswaran, 2012, p.18). De aquí se deduce que dada la utilidad del GeoGebra los estudiantes pueden redescubrir y plantear problemas a partir de sus conocimientos y del trabajo en equipo propio de la creatividad de manera que este recurso didáctico estimula las potencialidades de los escolares.

En tal sentido, la investigación en desarrollo está orientada a modelar una didáctica alternativa basada en el GeoGebra para la enseñanza de la geometría en Educación Media, bajo la premisa de que actualmente, en Colombia está cobrando gran auge el desarrollo curricular por competencias, el cual, en comparación con el modelo de diseño curricular anterior, ofrece claras ventajas, dado que pone énfasis en la transferencia de los conocimientos, la multirreferencialidad de los mismos, la formación en la alternancia, el manejo de competencias emergentes y el saber hacer, como ejes rectores de la actividad académica.



De un modo más concreto, el estudio busca dar respuestas alternativas a la manera como se ha enseñado geometría con métodos tradicionales basados en la resolución de problemas de lápiz y papel y, aunque se tiene conciencia de que nunca se tiene la última palabra, se intenta producir información sobre cómo contribuye el software de geometría dinámica a la adquisición de competencias geométricas; está de más decir que esta investigación la mueven profundos sentimientos pedagógicos emanados de los años de experiencia de la autora, en los que ha impartido docencia en matemática y al considerar los contenidos de geometría y su didáctica ha podido experimentar los cambios que produce el uso de un software como el GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, el frecuente bajo rendimiento en geometría es uno de los motivos de esta investigación, en el cual el problema que se aborda es cómo interviene el software de geometría dinámica GeoGebra en el desarrollo de competencias geométricas en estudiantes de Educación Media para que éstos mejoren en el aprendizaje de la geometría. Además, la investigadora consideró necesario realizar un análisis de cómo interviene el uso del GeoGebra en la adquisición de competencias geométricas en los estudiantes de este nivel, y se eligió este software por sus especiales características que lo hacen accesible a todos y muy adecuado para la enseñanza de la Geometría, al tiempo que le permite relacionar esta rama de las matemáticas con otras tales como el álgebra, el cálculo y la estadística.

Ante esta situación, la investigadora dio un primer paso en cuanto al rendimiento de los estudiantes en geometría desde un enfoque práctico que se corresponde con la teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, quien para el momento de exponer su enseñanza la definió como:

Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre el alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos y objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución (Brousseau, 1983, p. 168).

Las líneas anteriores señalan el camino trazado para conformar parte de esta investigación, teniendo como norte la creación de condiciones para que el estudiante, en este caso en geometría, se apropie del conocimiento, dando lugar a la necesidad de otorgar un papel central dentro de la organización del proceso de enseñanza a la existencia del momento de aprendizaje, cuando el estudiante se encuentre solo frente a la resolución de un problema geométrico, sin que el docente intervenga al saber matemático puesto en práctica.

De manera que, la teoría de las Situaciones Didácticas admite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clases ideadas por el docente con el fin de disponer de un medio para materializar un cierto proyecto de enseñanza y aprendizaje; más aún cuando las directrices pedagógicas del sistema educativo colombiano consideran al docente como un profesional reflexivo, que puede implementar y experimentar estrategias de acción para lograr el aprendizaje de sus estudiantes, yendo más allá de recordar formulas, teoremas o definiciones para resolver problemas mediante las explicaciones dadas en clases o en los textos escolares.

Este planteamiento sugiere la idea de que un docente competente es aquel que posee los conocimientos y habilidades que le posibilitan desempeñarse con éxito en unas circunstancias dadas; la comprensión de la competencia docente como fenómeno complejo ha salido a flote, y expresa las potencialidades de la persona para orientar su actuación en el ejercicio de la profesión con iniciativa, flexibilidad y autonomía, en escenarios heterogéneos y diversos, a partir de la integración de

conocimientos, habilidades y motivos que se expresan en un desempeño profesional eficiente, ético y de compromiso con la educación de un país.

Así que el presente estudio busca despejar las siguientes interrogantes:

¿Cuáles podrían ser las estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría en la Educación Media cuando se utiliza el software GeoGebra?

¿Qué elementos serán de importancia transcendental en una didáctica alternativa e innovadora para la enseñanza de la geometría en Educación Media utilizando el software GeoGebra?

2.1. Objetivo General

Generar una concepción teórica de una didáctica alternativa para la enseñanza de la geometría en Educación Media basada en el software GeoGebra que permita mejorar las competencias geométricas en los estudiantes.

2.2. Objetivos Específicos

1. Identificar las competencias geométricas que deben desarrollarse durante la formación inicial en Educación Media.
2. Analizar cuáles de estas competencias pueden mejorar con el uso de GeoGebra.
3. Examinar la influencia del uso de GeoGebra en las creencias sobre la Geometría y su enseñanza en Educación Media.
4. Derivar constructos teóricos que conformarán una didáctica alternativa basada en el GeoGebra para la enseñanza de la Geometría en Educación Media.

3. Contexto Teórico

Se presenta en esta sección una conexión entre las ideas expuestas por diversos investigadores y una adaptación personal de los mismos para dar soporte a la investigación cuyo soporte principal es el software GeoGebra. Comenzando por Peña (2010), quien presentó su tesis doctoral ante la Universidad Nacional de Educación a Distancia (Facultad de Educación) en España, titulada “*Enseñanza de la Geometría con Tic en Educación Secundaria Obligatoria*”; esta autora sostiene en su investigación que si las matemáticas de principios del siglo XXI son muy diferentes de las de hace años, su enseñanza forzosamente también ha de ser diferente.

En tal sentido, hace referencia a aquellos procesos a través de los cuales las personas realizan actividades o resuelven problemas de la vida cotidiana y del contexto laboral profesional con idoneidad, mediante la articulación de tres tipos de saberes: saber hacer, saber conocer y saber ser, bases fundamentales de la Oficina de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), con conciencia crítica y de asunción de la responsabilidad por las acciones llevadas a cabo. Continúa señalando la mencionada autora, que la Geometría es una parte importante de la cultura del hombre; por lo que dice que no es fácil encontrar contextos en que la Geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la arquitectura, la pintura o la jardinería se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos.



Como se aprecia, una didáctica basada en un software que facilite el aprendizaje de la geometría en Educación Media contribuye notablemente a mejorar las competencias de los estudiantes debido a que por medio de éste pueden utilizar recursos que simulan la vida real, y ofrece una gran variedad de recursos para que los estudiantes analicen y resuelvan problemas, enfatizando el trabajo cooperativo apoyado por un docente facilitador y abordando de manera integral un problema cada vez. Esto forma parte de un conocimiento creciente sobre nuevas tendencias educativas y comunicativas, guiado por la distribución instantánea de ideas mediante esa articulación de saberes que se acerca cada vez más a esa necesidad de desarrollar un modelo distinto de profesionales formados en un mundo globalizado lleno de nuevas expectativas.

Así mismo, Ruiz (2012), en su tesis doctoral para optar al Grado de Doctor en la Universidad Autónoma de Madrid, de título “*Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria*”, sugiere que en las nuevas titulaciones se tienen que implementar metodologías que ayuden a desarrollar esas competencias, básicas y específicas, y que permitan su evaluación. Entre las competencias que los futuros maestros tienen que adquirir durante su formación inicial se encuentran las competencias geométricas básicas y las competencias didáctico-geométricas. En su tesis el problema que aborda es cómo interviene el software de geometría dinámica GeoGebra en el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en la formación inicial del profesorado de Primaria.

De aquí su relación directa con la presente investigación, porque en ambas se busca mejorar las competencias de estudiantes de Educación Media, partiendo desde la descripción de las percepciones que poseen respecto de su propio aprendizaje y facilitando al docente de matemática la creación de un ambiente propicio para el aprendizaje de los estudiantes, la enseñanza para conseguir el aprendizaje de todos los estudiantes y el desarrollo de sus responsabilidades profesionales. El supuesto que subyace en esta investigación está centrado en que para quienes se han consagrado a la educación, el aprender a ver, el aprender a descubrir las percepciones que tienen de sí mismos los profesores en su desempeño profesional, constituye un paso fundamental para el desafío de introducir cambios en los procesos de formación inicial, profesionalización y desarrollo continuo de los profesores, que permitan alcanzar el mejoramiento de la calidad que demanda el sistema educativo colombiano y en especial en la Educación Media.

En este mismo orden, Pochulu (2006), en su Tesis Doctoral titulada “*Significados institucionales atribuidos a la resolución de problemas durante un desarrollo profesional docente en geometría dinámica*”, la investigación se enmarcó en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática (Teoría de las Funciones Semióticas) y tuvo por objetivo analizar los significados institucionales atribuidos a objetos matemáticos referidos a la resolución de problemas geométricos escolares, en los distintos momentos que tuvo un desarrollo profesional docente en Geometría Dinámica. Esta investigación, aunque siguió un abordaje metodológico cualitativo, se relaciona directamente con la investigación en desarrollo por cuanto en ambas se persigue el fin de la formación del profesor de matemática integral para que sus estudiantes, en un ámbito de geometría dinámica con un software como el GeoGebra, fortalezcan su creatividad. Debemos hacer notar que educar así constituye un verdadero reto para la enseñanza de Educación Media.

En este sentido esta investigación ofrece un acercamiento teórico conceptual de la geometría dinámica en dos direcciones: una es la que dirige la atención al docente de matemática que toca aquellos aspectos que se relacionan con la enseñanza de la matemática utilizando software, y la otra dirección es la que tiene que ver con el aprendizaje de los estudiantes, quienes aprenden con una herramienta que desarrolla su autoformación, de manera que una investigación de este orden va más allá de un reporte

de información sino que busca las ventajas y beneficios que tiene el GeoGebra para apropiarse de los contenidos fundamentales de la Geometría en la Educación Media.

Igualmente, Arellano (2014), realizó su Tesis Doctoral para la Universidad Nacional de Educación a Distancia (España), bajo el Título: “*Fundamento, desarrollo y evaluación de un entorno virtual de aprendizaje (EVA) con soporte informático de la plataforma Moodle para la enseñanza de las matemáticas en la etapa secundaria obligatoria*”. El objetivo principal de esta investigación estuvo dirigido a una didáctica de innovación en la enseñanza de la matemática, para lo cual la autora amplía el escenario donde el alumnado puede tener experiencias que faciliten la consecución de los objetivos curriculares de la materia y, en particular, el desarrollo de la Competencia Matemática. Para ello abordó el análisis de la experiencia realizada tomando en cuenta un triple enfoque de evaluación, cuya triangulación dio lugar a una serie de conclusiones finales.

Se aprecia una relación con la investigación presente porque persigue una perspectiva para valorar en qué medida se crearon escenarios propicios para el desarrollo de la Competencia Matemática. Además, en la mencionada investigación se reflejan una serie de secuencias didácticas para la enseñanza de la matemática que favorecen el aprendizaje efectivo, y en tal sentido sirve como base para decidir sobre estrategias de enseñanza a utilizar en esta investigación.

3.1. Teoría de las Situaciones

Esta teoría funda sus raíces en la didáctica francesa, cuando un grupo de investigadores de la Educación Matemática intentaba dar respuestas a los múltiples interrogantes surgidos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. A raíz de ese esfuerzo se forma la Escuela francesa en Didáctica de la Matemática, con dos posturas epistemológicas bien identificadas y delineadas en cuanto a la identificación e interpretación de fenómenos y procesos relacionados con el objeto de estudio de cuerpos teóricos de la enseñanza de la matemática y otro, que tiene que ver con la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico del saber matemático. Al respecto el máximo representante de esta teoría, Guy Brousseau, sostiene que:

Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vía de constitución (Brousseau, 1983. p. 165).

En lo citado se aprecia que la esencia en la didáctica de la matemática está en que para diseñar situaciones que ofrezcan al alumno la posibilidad de construir el conocimiento, esto a su vez da lugar a la necesidad de otorgar un papel central dentro de la organización de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, a la existencia del momento de aprendizaje. De manera que la teoría de las situaciones didácticas admite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clases ideadas por el docente con el fin de disponer de un medio para materializar un cierto proyecto de aprendizaje.

Por tanto, ante el fracaso de la pedagogía para dar respuesta a la enseñanza de la matemática comienza a desarrollarse la didáctica de la matemática, y con ella surge esta teoría que trata de integrar lo pedagógico y lo matemático. Esto también genera una ampliación de la base empírica común a la didáctica y epistemología de la matemática, provocando nuevas formulaciones del problema de la enseñanza de la matemática. En esta corriente destaca el ya citado Guy Brousseau, quien funda su teoría de las situaciones didácticas tomando como referente teórico el modelo ecológico; su perspectiva



conceptual se caracteriza en la vida del aula en términos de intercambios socioculturales. Entre las características principales que definen esta teoría están:

- Perspectiva naturalista, donde se consideran las redes significativas de influjo que configuran la vida real del aula.
- Enfoque directo a las relaciones entre medio ambiente y comportamiento. Se asume que el aula es un espacio social de intercambios y que los comportamientos del estudiante y del profesor son una respuesta no mecánica a las demandas del medio.

Estos son los postulados que sirven de fundamento para Guy Brousseau de la manera siguiente: en el plano didáctico-epistemológico, en el caso particular de los conocimientos matemáticos escolares, cuando un estudiante lleva a cabo una actividad matemática:

- Formula enunciados y prueba proposiciones.
- Construye modelos, lenguajes, conceptos y teorías.
- Los pone a prueba y los intercambia con otros.
- Reconoce los que están conformes con la cultura matemática.
- Toma los que le son útiles para continuar su actividad.

Esta posición epistemológica provoca una importante ampliación del reducido conjunto de tareas que el modelo tradicional considera como tareas matemáticas. Brousseau tomó los hechos didácticos-matemáticos relativos a este amplio conjunto de actividades matemáticas como parte imprescindible de la base empírica necesaria para abordar el problema didáctico-epistemológico y, por esta razón, denominó inicialmente epistemología experimental de las matemáticas a la didáctica de las matemáticas. La teoría de las situaciones didácticas considera la comunidad matemática como un núcleo amplio que responde a necesidades intrínsecas del desarrollo institucional de las matemáticas que es absolutamente imprescindible para que pueda seguir avanzando la comprensión humana de las matemáticas y mejorando la comunicación personal e institucional de dicha comprensión.

De modo que esta teoría considera que para el abordaje el problema didáctico de la matemática es imprescindible ampliar lo matemático hasta hacerlo denso en lo didáctico. Esta forma de interpretar el aprendizaje de la matemática se desarrolla de forma clara en los análisis que presenta Guy Brousseau (1986), en donde da a conocer los elementos más notables de su teoría de las situaciones didácticas, expresando que:

El docente de matemática debe poseer un conocimiento de las matemáticas, conocer los procesos de enseñanza y aprendizaje; esto también abarca la psicología educativa, la sociología, la historia de las matemáticas, la pedagogía y la epistemología de las matemáticas. La formación del profesor debe empezar por la transformación del pensamiento docente espontáneo en un sentido análogo a la necesidad de transformar el pensamiento del estudiante, sus preconcepciones y errores conceptuales, para posibilitar su aprendizaje. Esta teoría hace referencia a los estudiantes y al docente como protagonistas de la relación didáctica; dándole importancia especial el cuestionamiento de los saberes matemáticos conocidos, lo que comporta la necesidad de disponer de un modelo de la actividad matemática y de un modelo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas en el que dichos objetos puedan estar debidamente representados.

3.2. Teoría de la Competencia

Las fuentes teóricas de la noción de competencia se remontan a la obra de Descartes y de sus antecesores. La concepción cartesiana del lenguaje es reelaborada en el siglo XVIII y XIX por otros autores, entre ellos Humboldt, quien intenta construir una teoría lingüística general. El campo básico que da origen a la discusión sobre la noción de competencia en el siglo XX es la lingüística, bajo cuya influencia se diseña un nuevo modelo de análisis, el estructuralismo, que se incorpora a los principios analíticos de diferentes disciplinas, entre ellas la psicología, la antropología, la sociología, y a otras como la historia, el psicoanálisis, etc.

Es en este sentido que Bernstein (2001) considera que quizás uno de los más importantes eventos que han tenido lugar en la empresa científica del siglo XX es la convergencia de las ciencias naturales y sociales en el estudio de los aspectos lingüísticos de la comunicación. Se podría agregar que esta convergencia se expresa en la definición de un sistema de reglas generales que subyacen a la comunicación e interacción. El estructuralismo, como modelo de análisis, permitió un amplio debate en el campo de las ciencias sociales, dentro del cual las diferentes disciplinas formularon sus definiciones de competencia. Es por esto que en este período se genera una gran discusión sobre la competencia, tanto en los campos de la lingüística y la psicología como en la antropología, la sociología y la sociolingüística.

Quizás fue la lingüística el campo en el cual se dio una mayor discusión con la posición de Chomsky (1977), quien rescatando la elaboración cartesiana de una potencia generativa racional y creativa, formula la noción de competencia como el conocimiento que el hablante-oyente tiene de su lengua. Esta concepción señala la creatividad como una ampliación de la actuación. La competencia está asociada a la creatividad, es una especie de capacidad subyacente que se adquiere tácitamente y que se activa en el uso o desempeño lingüístico.

La posición que introdujo Chomsky provocó un cambio importante en la concepción del lenguaje y del conocimiento, más allá de la concepción de F. de Saussure (1916), quien a principios del siglo XX había introducido la distinción entre lengua (*langue*) y habla (*parole*), para diferenciar el saber lingüístico de su realización en el hablar. Coseriu (1988) efectúa una asociación entre los planteamientos de estos dos autores cuando manifiesta que en Saussure la lengua es el saber lingüístico, el saber hablar; es decir, un saber hablar determinado y dado históricamente, como puede ser el idioma alemán. La *parole* correspondería a la realización de ese saber en el hablar.

En Chomsky, agrega, para *langue* y *parole* aparecen los conceptos de "competencia" y "actuación". Según Coseriu, para Chomsky la *langue* no sólo está dada como *langue*, sino ya como lo que es: un saber, una competencia. Asimismo, la *parole* no sólo está dada como *parole*, sino como ejecución, como realización de un saber en el hablar.

En el campo de la psicología, el debate tiene connotaciones similares, especialmente con Piaget, para quien la cognición es un asunto universal. A Piaget le interesa un modelo universal del funcionamiento y desarrollo cognitivo. Este se entiende como un proceso constructivo del conocimiento. De acuerdo con este teórico, la inteligencia humana sería la responsable de todos los aprendizajes. "La inteligencia es una adaptación". Desde su punto de vista, nacemos con lo que él llama núcleo innato básico (NIB) general para todos los dominios cognitivos; esto es, un conjunto reducido de información genética (lo que tenemos todos al nacer como miembros de la especie). Dentro del NIB se encontraría el mecanismo general de aprendizaje.



Diferentes expertos en la teoría piagetiana consideran que, para Piaget, el conocimiento que adquirimos es de alguna forma una prolongación de nuestra vida biológica, de forma que, al igual que los tejidos y órganos del cuerpo, el conocimiento debe tener una estructura que va organizándose cada vez de forma más compleja; es decir, en diferentes estadios, y que este proceso está controlado por unas funciones invariantes de la inteligencia. Un mecanismo de dominio general que se aplica constantemente en todo acto de conocimiento.

En efecto, Piaget concibe el funcionamiento mental como una dinámica universal que se despliega por la acción de factores diferentes a los contextuales. En este sentido, propone un sujeto ideal, cuyo funcionamiento mental se explica gracias a mecanismos internos que todos los sujetos portan y que se desarrollan con independencia del contexto. Hay en este planteamiento toda una postura relacionada con la competencia.

En este mismo orden, en el campo de la antropología, la noción de competencia se adoptó como competencia cultural. La cultura, dice Lévi-Strauss (1961), se compone de sistemas simbólicos colectivos que son productos acumulativos del espíritu y por tanto los fenómenos culturales son la consecuencia de procesos mentales inconscientes. En consecuencia, dado que las culturas son construcciones de la mente humana, supuestamente con mecanismos universales, podría concluirse que todas las culturas tienen características comunes, aun cuando se manifiesten en formas muy diversas.

3.3. Software Matemático

Así se identifica aquel software que se utiliza para hacer cálculos matemáticos que facilitan la tarea del estudiante y que sirven de apoyo al profesor de matemática, que busca proporcionarle al estudiante otro ambiente distinto al tradicional; porque estos softwares socorren al docente, trayendo al aula ilustraciones de problemas matemáticos; entre este tipo se pueden citar aquellos que tienen que ver con los sistemas algebraicos computacionales y los graficadores de funciones. En este sentido, a los estudiantes que aprenden con apoyo en software matemático se les facilita el trabajo en cuanto a cálculos y gráficas manuales, que en algunos casos no les dejan tiempo para que analicen, interpreten y desarrollen ideas sobre las soluciones encontradas; se trata de herramientas de ayuda tanto para quien enseña geometría como para quien la aprende, facilitando la comprensión de la matemática al tiempo que ofreciendo otras vías en la didáctica de la matemática.

Es un hecho ya incontestable que la computadora ha impactado el sector educativo, en particular en la enseñanza de la matemática. Esta herramienta sirve de apoyo al estudiante y al profesor en el aula de matemática, porque el material didáctico surgido a partir de su uso facilita la tarea pedagógica, como por ejemplo en la enseñanza de conceptos geométricos para visualizar cada figura o cuerpo con el detalle que responde a las ideas educativas y estrategias concebidas por el profesor de matemática.

3.4. GeoGebra

Es un software libre y disponible en múltiples plataformas que puede ser utilizado en matemática para educar en todos los niveles, y que reúne dinámicamente las ramas principales del área matemática como son la aritmética, la geometría, el álgebra y el cálculo en un conjunto sencillo a nivel operativo. Su creador es Markus Hohenwarter, quien comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) como tesis de grado para la maestría en Enseñanza de la Matemáticas y Ciencias Informáticas, presentándola en el 2002.

Este interesante software ha sido traducido en 40 idiomas incluido el español, lo que significa que son muchos los usuarios que se sirven de este programa para el aprendizaje de la matemática e incluso en otras áreas como la física. En una entrevista, M. Hohenwarter señala que el GeoGebra es una forma de mostrar las matemáticas de una manera interactiva para que los estudiantes puedan tener una experiencia de primera mano con esta ciencia.

En un sentido más estricto y más apegado a lo que será nuestra investigación, la investigadora escoge este software porque con él se pueden construir figuras atendiendo a ciertas propiedades de la geometría plana, propias de la enseñanza en Educación Media según el Sistema Educativo dictado por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano; con la ventaja añadida de que esta herramienta ofrece tres sistemas de representación: uno geométrico, uno numérico y otro algebraico, estrechamente vinculados entre sí.

3.5. Ventajas de GeoGebra

Al estudiar este interesante recurso para la enseñanza y aprendizaje de la matemática salen a relucir una serie de elementos que lo convierten en un software útil y ventajoso en el aula de matemática. Entre ellos, podemos señalar los siguientes:

1. Es un software libre, lo que significa que puede ser descargado de la página web sin necesidad de pagar por una licencia para su uso.
2. Es multiplataforma, existiendo instaladores del software para diversas plataformas, tales como Windows, Ubuntu, Mac, e incluso para tabletas y teléfonos bajo el sistema Android.
3. Es multitarea; el GeoGebra trabaja tanto en el área de Geometría como también en otras áreas tales como: Trigonometría, Álgebra, Funciones, Estadística, Probabilidad, entre otras.
4. Tiene un efecto motivador; el simple hecho de utilizar una computadora en una clase de matemática crea un efecto motivacional en los estudiantes, por lo que facilita el aprendizaje.
5. Es apto para demostraciones visuales; al ser el GeoGebra un software dinámico educativo, permite poder realizar demostraciones visuales y dinámicas para un uso práctico y ameno en las clases de matemática, gracias a herramientas tales como los deslizadores y la creación de botones, entre otros.
6. Se actualiza constantemente; hay un gran grupo de investigadores que trabajan permanentemente y sin fines de lucro en el software, con la finalidad de agregar nuevas funciones o mejorar las que ya posee.
7. Permite crear applets fácilmente; GeoGebra cuenta con una opción en la que puede crear un applet con la construcción de manera que puede ser subida a internet y ser manipulada sin necesidad de tener instalado el software en la computadora.

3.6. Pensamiento espacial

A continuación, se dan a conocer algunos contenidos que corresponden al campo de la geometría y que el Sistema de Educación Nacional colombiano categoriza dentro del Pensamiento Espacial. Éstos servirán de contextos generales para desarrollar la investigación que se pretende llevar a cabo bajo el entorno del software GeoGebra, los mismos serán enriquecidos en las planeaciones de aula para con el diseño de situaciones problema que promuevan el aprendizaje de la geometría.



Movimientos rígidos

Cuando una figura creada a partir de una figura inicial conserva las dimensiones de los lados y de los ángulos del original, decimos que las dos figuras son *congruentes*. Los movimientos rígidos también se llaman isometrías y pueden ser translaciones, rotaciones o simetrías. Un ejemplo concreto de este tipo de movimientos es la rotación o translación de una figura elaborada en cartulina sobre una superficie.

Homotecia

Cuando la figura creada conserva la medida de los ángulos, pero no las longitudes de los lados, aunque manteniendo una misma razón con las del original, decimos que las dos figuras son *semejantes*. Un ejemplo cotidiano de esta transformación es la fotocopia ampliada o reducida de un dibujo o la relación entre un objeto y una fotografía.

Visualización y representación

Las habilidades de visualización y representación de cuerpos geométricos se favorecen con la construcción de los sólidos a partir de desarrollos en el plano. Identificar los elementos (aristas, ángulos, vértices), las relaciones entre ellos y sus propiedades métricas es un requerimiento para reconstruir el cuerpo geométrico cuyos desarrollos se presentan.

4. Marco Metodológico

Como metodología hemos adoptado una investigación de campo, ya que dentro de este tipo de indagación se obtienen datos directamente de la realidad. En esta investigación se utiliza el diseño cuasi-experimental, por ser el que se adapta a los objetivos planteados, ya que se busca obtener información acerca de dos grupos de los cuales uno está sometido a un tratamiento innovador (grupo experimental) mientras el otro continúa en la forma tradicional (grupo control). Al respecto Bisquerra expresa: “es una investigación que supone la manipulación de una variable independiente. Se dispone del máximo control sobre ellas (las variables del experimento)” (Bisquerra, 2005. p. 65).

Respecto a lo expuesto, Hernández afirma que: “la investigación cuasi-experimental utiliza dos grupos, entre otras modalidades, uno que recibe un tratamiento experimental y el otro no [...] éstos son comprobados para analizar si el tratamiento experimental tuvo un efecto sobre la variable dependiente” (p. 75). Continúa diciendo el autor que: “en las investigaciones cuasi-experimentales se analizan las relaciones entre una o varias variables independientes y una o varias variables dependientes y los efectos causales de las primeras sobre las segundas” (Hernández, 1991. p. 171).

De una manera análoga la investigación tiene carácter descriptivo, porque busca obtener información acerca de un proceso y se describen sistemáticamente los hechos y características de la población objeto de estudio; así lo afirma García y Salcedo, cuando expresan: “la investigación descriptiva menciona lo que está pasando en el momento” (García y Salcedo, 1998. p. 18).

4.1. Población

A efectos de nuestra investigación, la población está conformada por estudiantes de Educación Media cursantes de la asignatura matemática de la Institución Educativa de Soledad-INOBASOL

durante el curso escolar 2019; la mencionada institución se encuentra localizada en calle 15#18-64, Barrio Centro, Municipio de Soledad Atlántico en Colombia. El total de estudiantes que conforman este universo es de 318 estudiantes de Educación Media, y sus edades están comprendidas 15 y 18 años. Son estudiantes que corresponden al estrato Cero, lo que significa que a menudo provienen de barrios marginales y/o de familias disociadas.

4.2. Muestra

La muestra la conforman 90 estudiantes para cuya selección, de acuerdo con las características de la investigación y para darle confiabilidad a la misma, se siguió lo señalado por (Stracuzzi y Martins, 2003. p. 97): Como la muestra es de tipo probabilístico todos los estudiantes de la población en estudio tuvieron la oportunidad de ser seleccionados para pertenecer a la misma. También se siguió lo sugerido por Ary, Jacobs y Razavieh (1992): “En la investigación descriptiva se emplean muestras grandes. Algunas veces se recomienda seleccionar de un 10 a un 30 por 100 de la población accesible” (Ary, Jacobs y Razavieh, 1992. p. 141).

En correspondencia se tomó de los ocho curso un porcentaje de acuerdo al número de estudiantes de cada uno; así del curso 10.01 que tiene 40 estudiantes, se tomaron 12, del curso 10.02 cuyo número de estudiantes es 36 se tomaron 8, del curso 10.03 que tiene 45 estudiantes el número a tomar fue de 14, del curso 10.4 con una matrícula de 43 se tomaron 13, del curso 11.01 con un número de 41 se tomaron 12, del curso 11.02 con un número de 39 se tomaron 11, del curso 11.03 con un número de 41 se tomaron 12, del curso 11.04 que tiene 33 estudiantes se tomaron 8.

4.3. Procedimiento para la ejecución del diseño

Una vez seleccionados estos 90 estudiantes se procedió a conformar los dos grupos (experimental y control) para realizar la investigación. Por cuanto 90 estudiantes pueden ser divididos en dos grupos iguales se escogió 45 estudiantes para formar parte del grupo experimental y 45 estudiantes para el grupo control. También es importante resaltar que la selección de los estudiantes que forman el grupo experimental se realizó al azar, de manera que los 90 estudiantes tuvieron la oportunidad de ser miembros del grupo experimental.

Ahora bien, tanto al grupo control como al grupo experimental se le aplicó un pre-test para conocer el grado de dominio que tenían estos estudiantes acerca del manejo del software GeoGebra al inicio del estudio. Por otra parte, el grupo control no recibió ningún tratamiento experimental, sino que continuó recibiendo clases con normalidad, mientras que el grupo experimental fue sometido a un entrenamiento por parte de la investigadora, que aplicó un plan de actividades específico con el propósito de hacer efectiva la investigación.

El plan de actividades se realizó mediante la aplicación precisa de una serie de asignaciones sobre contenidos del área de Geometría correspondientes a la Educación Media donde se aprecia simbología matemática y sirven de agentes traductores de los enunciados de problemas geométricos.

El plan de actividades diseñado y ejecutado por la investigadora atiende a los intereses, necesidades, habilidades y destrezas de los estudiantes y tuvo una duración de cuatro (4) semanas, disponiendo de 90 minutos en cada sesión. Es de hacer notar que se realizaron dos (2) sesiones de trabajo experimental por semana de modo que los estudiantes del grupo experimental recibieron dos



tratamientos por semana, lo que dio un total de ocho encuentros entre estudiantes e investigadora para la aplicación de las diferentes actividades.

Para la aplicación de dicho plan se les explicó inicialmente a los estudiantes cada una de las labores a desarrollar en el aula, relacionadas con las actividades o problemas geométricos propuestos; así mismo se les entregó los materiales necesarios para el logro de las actividades planificadas.

A ambos grupos se les aplicó un pre-test antes del experimento para realizar un diagnóstico acerca del dominio del software GeoGebra. Al final de la aplicación del plan de actividades se procedió a la evaluación del mismo mediante un post-test; éste nuevamente se aplicó a ambos grupos; con el fin de recabar información que sirviera para generar una concepción teórica de una didáctica alternativa para la enseñanza de la geometría en Educación Media basada en el software GeoGebra.

5. Trabajando de la mano con el grupo experimental

Una vez conformados los grupos, se iniciaron las actividades de clase con el grupo experimental. Seguidamente se hace una descripción en detalle de cómo se llevaron las explicaciones durante el entrenamiento con este grupo, dando conocimiento paso a paso de las principales herramientas del GeoGebra, para que los estudiantes a continuación trabajaran de manera individual, poniendo en juego su potencial creativo con este recurso.

Durante este entrenamiento se dio un compartir espontáneo y cada estudiante se sintió en confianza, consciente de que el software requiere de práctica y exploración por parte del usuario para ir conociendo sus herramientas, cada una con sus características propias.

A continuación, se presenta una de las clases dirigidas por la investigadora en la cual, a manera de tutorial, se fue explicando con indicaciones precisas y con la participación de los estudiantes el uso del software GeoGebra para construir figuras geométricas. Es de hacer notar que a medida que se hacía la actividad, los estudiantes seguían de cerca las instrucciones dadas. También se les informó, de que guardarán en archivo sus construcciones, para que pudieran recurrir a ellas a manera de guía en actividades posteriores, si lo consideraban oportuno.

5.1. Construye un polígono de cuatro lados y señala sus ángulos internos

Vamos a construir un paralelogramo en el cual uno de sus lados mida 7 cm y otro lado mida 4 cm. Para ello iniciamos la interfaz del programa Geogebra y seleccionamos en la barra de tareas del programa GeoGebra la herramienta (el tercer botón de izquierda a derecha en la configuración habitual) denominada **recta**.

Se despliega un menú con varias opciones, y seleccionamos **segmento dado punto extremo y longitud**. Marcamos un punto extremo A y la longitud 7 para obtener el segmento del paralelogramo, obteniendo como resultado el segmento de 7 cm como se muestra en la Figura 1.

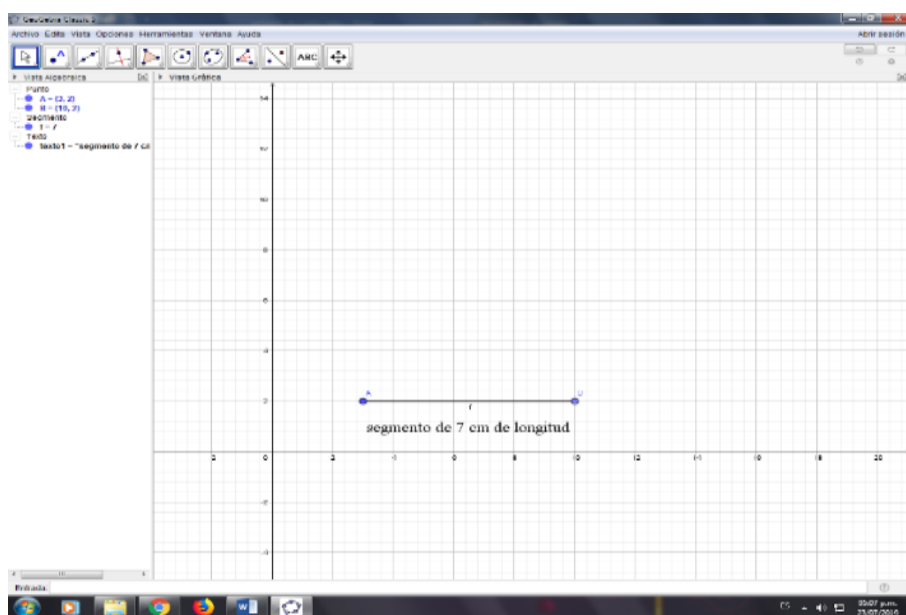


Figura 1. Construcción realizada por los estudiantes del grupo experimental durante el entrenamiento

Obteniendo como resultado el segmento de 7 cm como se muestra en la Figura 1. Para crear un segundo lado marcamos uno de los extremos y de nuevo usamos la opción segmento de longitud dada, esta vez introduciendo 4 cm, para obtener el segmento BC de tal manera como se refleja en la Figura 2.

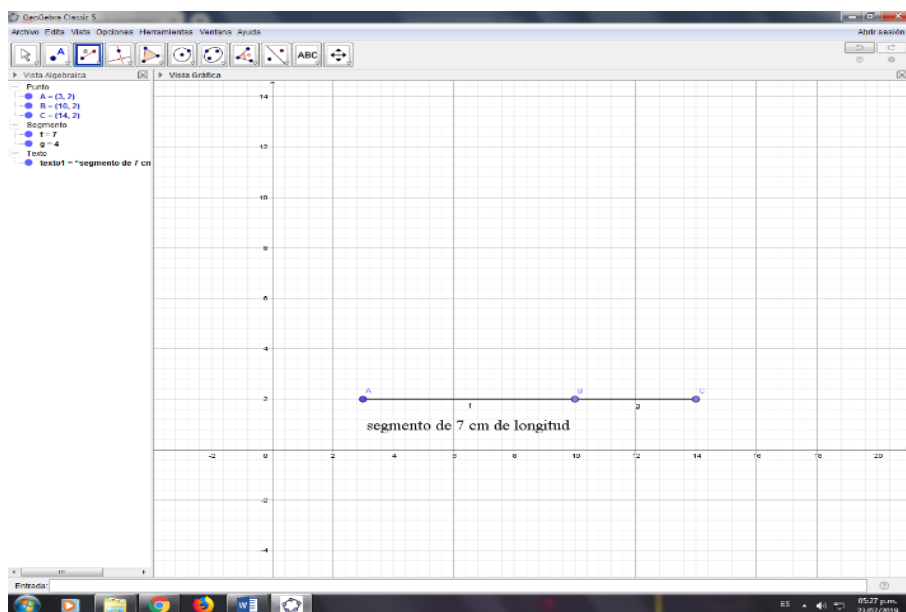


Figura 2. Construcción realizada por los estudiantes (paso 2)

Ahora tomamos la herramienta de elige y mueve y vamos a arrastrar el punto C (Figura 3).



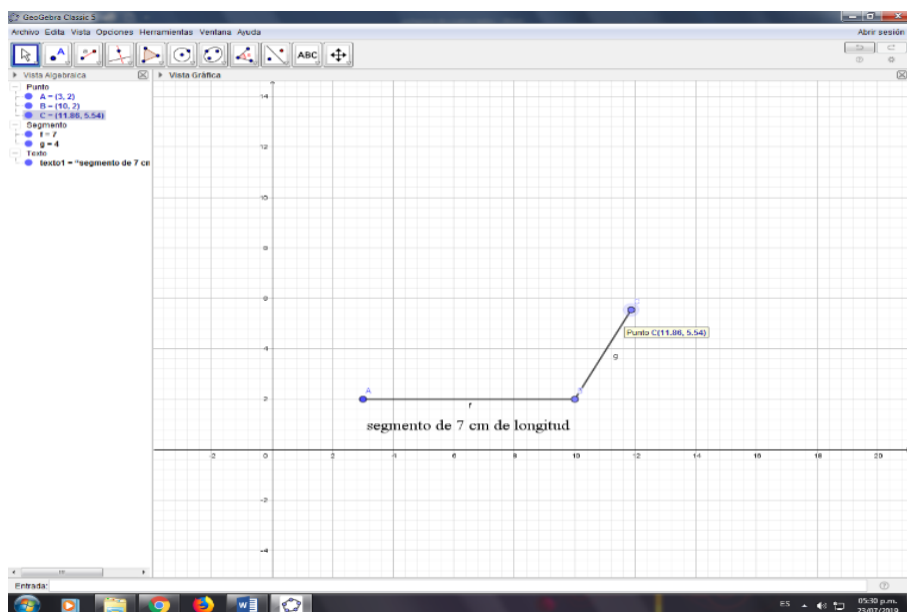


Figura 3. Construcción realizada por los estudiantes (paso 3)

Vamos a construir el paralelogramo para ello se utiliza recta paralela tal cual como lo señala la siguiente figura teniendo en cuenta que la opción se encuentra en el cuarto botón en el panel superior.

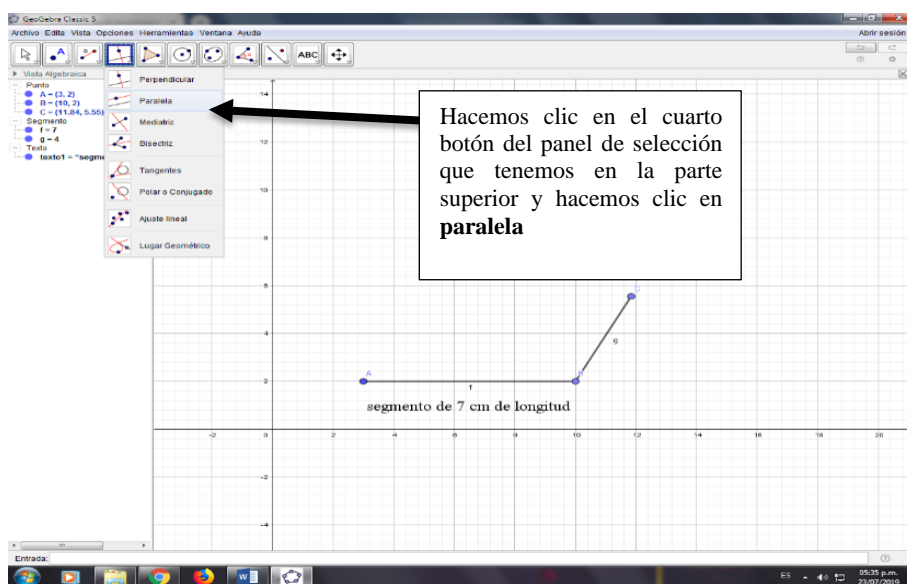


Figura 4. Construcción realizada por los estudiantes (paso 4)

Finalmente, para trazar el paralelogramo seleccionamos la herramienta **polígono** haciendo clic en los vértices del paralelogramo A, B, C, y D, y de nuevo A sin soltar el ratón para cerrar la figura, y ahí nos queda el paralelogramo.

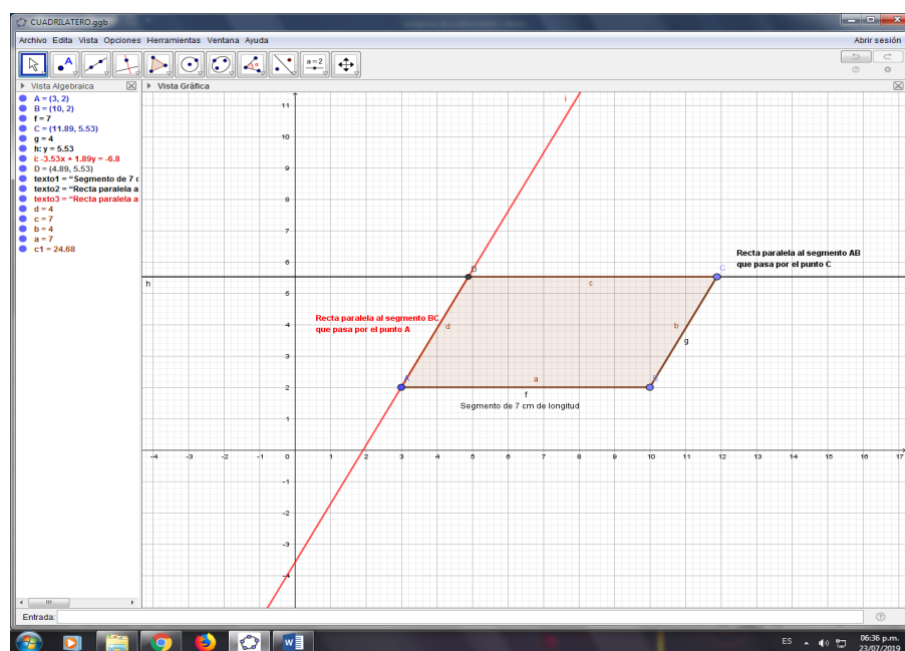


Figura 5. Representación final realizada por los estudiantes del grupo experimental durante su trabajo

A continuación, se presenta el trabajo realizado durante la aplicación del plan de actividades, del que hemos seleccionado aquellos trabajos de los estudiantes que dieron una explicación en detalle con su protocolo en la resolución de los problemas propuestos; así como también aquellos donde se aprecia la utilización de las herramientas básicas y fundamentales del GeoGebra. También se incluyen algunas imágenes de los procedimientos llevados a cabo por los estudiantes durante el desarrollo de las actividades planificadas.

5.2. Construir un triángulo de lados 8 cm, 6 cm y 4 cm

Este fue uno de los problemas resueltos durante el entrenamiento. Es de hacer notar que, para comprender las bondades de un programa de geometría dinámica como GeoGebra, hay que ser algo diestro en la ejecución de sus comandos y en su uso adecuado; por tal razón, la mejor forma de comprender paso a paso cada una de las herramientas útiles para resolver problemas geométricos es resolviendo problemas donde el estudiante vea y aprecie cómo se maneja el programa. Así que, consciente de esto, la investigadora inicia esta actividad explicando que para realizar la construcción, primeramente, conviene abrir la pantalla del programa GeoGebra y configurarla para la sección geométrica, y seguidamente invita a los estudiantes a explorar todas las opciones para adaptarse al nuevo ambiente virtual de trabajo y por consiguiente ir avanzando, utilizando las herramientas que proporciona el programa, para ejecutar la construcción.

La investigadora aprovechó la ocasión para introducir el conocimiento teórico que debe tener el estudiante en la construcción un triángulo sin violar la desigualdad triangular. De esta manera, anotó en el pizarrón, para que todos los presentes lo tuvieran visible, que en todo triángulo la suma de dos lados debe ser mayor que el tercer lado y la resta de estos dos lados tiene que ser menor. Estas son condiciones a tener siempre en cuenta a la hora de construir un triángulo; de lo contrario, se estaría intentando construir triángulos que no existen.



Una vez aclarado el contenido teórico que debían conocer los estudiantes del grupo experimental, la investigadora prosigue, apuntando que lo ideal es emplear el menor número de herramientas posibles para evitar confusiones en la construcción. Se hizo énfasis en que a medida que se construye el triángulo se aprenden a utilizar las herramientas necesarias para ello. Así que lo primero que se debe realizar es una exploración de las herramientas que se pueden utilizar en la construcción de un triángulo dado. Como el triángulo es un polígono de tres lados se comenzó utilizando la herramienta polígono, que se muestra identificada en el interfaz del programa con un triángulo que tiene sus vértices pronunciadamente marcados.

Esta herramienta permite trazar un polígono de cualquier lado; en el caso del triángulo solo basta con crear o seleccionar tres puntos en cualquier lugar de la ventana gráfica (que constituirán sus vértices) y con un clic reiterado sobre el primero de ellos para cerrar la figuras. Ahora bien, el triángulo construido no cumple con las condiciones dadas ya que no tiene las medidas de los lados del enunciado del problema. Esto implica que para utilizar la herramienta polígono en esta situación se debería tener mucha precisión a la hora de dibujar el triángulo buscado...

En este caso en particular se debe construir un triángulo conociendo sus tres lados, y por eso resulta más conveniente dibujar un segmento de 8 cm haciendo uso de la herramienta segmento de longitud dada, seleccionado el punto A en el cual comenzará el segmento y luego, se indica la longitud deseada en una ventana emergente, para formar el segmento AB. Seguidamente se construye una circunferencia de radio 4 cm con centro en el punto A, haciendo uso de la herramienta circunferencia (centro-radio), donde una vez seleccionado el punto A como centro, se despliega la caja de diálogo para ingresar el valor del radio (4 cm); continuando con la construcción, se dibuja otra circunferencia de radio 6 cm con centro en el punto B, haciendo uso de la herramienta circunferencia (centro-radio) ya utilizada.

Se puede observar que desde la vista grafica del programa las circunferencias se intersecan en dos puntos, sin embargo, solo se necesita uno para obtener el vértice C del triángulo buscado, de manera que se dibuja el punto de intersección C utilizando la herramienta intersección haciendo clic directamente sobre el punto de intersección entre las dos circunferencias, y así solamente se crea ese único punto de intersección. Finalmente se unen los puntos A y C, B y C con segmentos de rectas utilizando la herramienta segmento.

Para verificar que las medidas de los lados son las correctas se hace uso de la herramienta distancia o longitud. Esta herramienta permite medir la distancia entre dos puntos, dos rectas o un punto y una recta, y la expone como texto dinámico en la vista gráfica. A continuación, se presenta en la Figura 6 la construcción ya realizada en la ventana gráfica del programa.

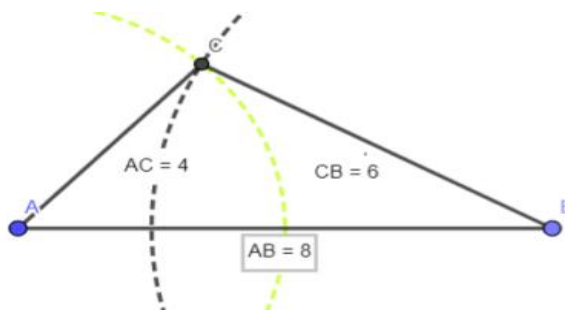


Figura 6. Construcción hecha por los estudiantes del grupo experimental

5.3. Construye un polígono de cuatro lados y señala sus ángulos internos.

Una vez exploradas varias herramientas asociadas a la construcción de polígonos, en esta oportunidad la investigadora explicó cómo construir un polígono de cuatro lados denominado cuadrilátero. Primeramente, se selecciona la herramienta polígono, que permite construir un polígono del número de lados deseado. En este caso se dibuja un polígono de cuatro lados del tamaño y forma cualquiera, solo basta colocar en la vista grafica cuatro puntos A, B, C, D que serán los vértices del cuadrilátero.

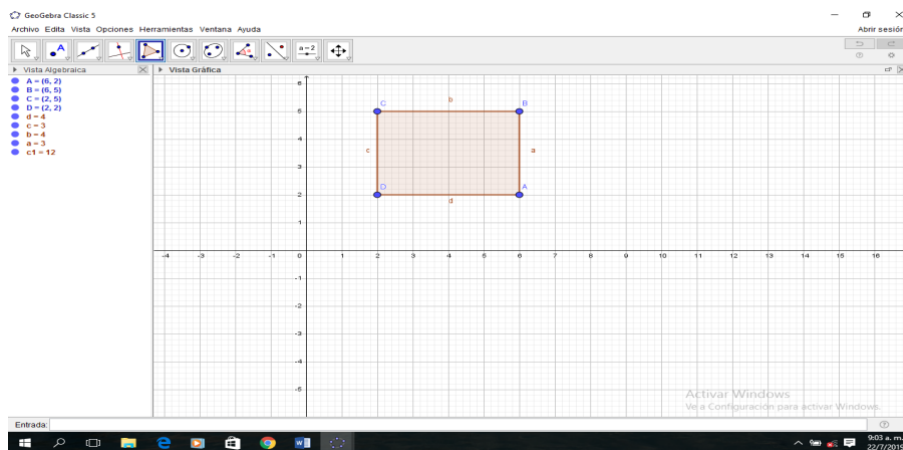


Figura 7. Trabajo realizado por los estudiantes del grupo experimental durante la ejercitación.

La investigadora aprovechó para explicar la utilidad de la herramienta, ya que permite construir un polígono del número de lados deseado de manera dinámica y con rapidez sin el uso de la regla y compás, además de darle una visión general de cuáles son las características esenciales que debe poseer un polígono. Además se puede hacer una gran variedad de cuadriláteros, y estudiar a continuación sus propiedades; a manera de ejemplo se pueden observar (ver Figura 8) en la misma ventana de GeoGebra varios cuadriláteros diferentes entre sí.

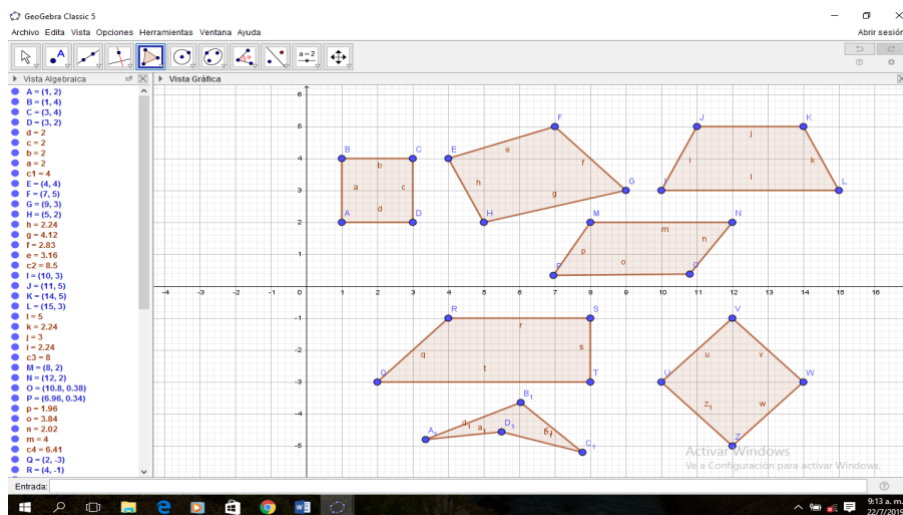


Figura 8. Construcciones realizadas por los estudiantes del grupo experimental



Seguidamente se pueden señalar los ángulos en cada uno de los vértices A, B, C, D del cuadrilátero, haciendo uso de la herramienta **Ángulo**, que permite crear ángulos de cualquier medida y de diversas maneras sin seguir un orden específico; sin embargo, es importante acotar que si el polígono fue creado seleccionando sus vértices en sentido contrario a las manecillas del reloj, la herramienta **ángulo** establece los ángulos interiores del polígono en ese mismo sentido.

Para señalar el ángulo en el vértice A, se hace clic en los vértices D, A, B de manera sucesiva y se dibuja el ángulo en dicho vértice. Para señalar el ángulo en el vértice B se hace clic en los vértices A, B, C respectivamente para dibujar el ángulo en dicho vértice. Y así sucesivamente hasta obtener todos los ángulos interiores del polígono.

Es importante resaltar que estos procedimientos fueron seguidos paso a paso por los estudiantes del grupo experimental, hasta que llegó el momento que para ciertas construcciones tenían tanta habilidad como la investigadora, y en algunas circunstancias hasta mejoraron las orientaciones dadas. En la Figura 9 que sigue se aprecia la actividad realizada.

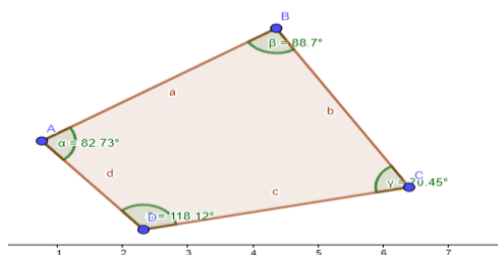


Figura 9. Construcción de los estudiantes del grupo experimental, indicando ángulos.

La investigadora explicó que, en caso de que no se observe nítidamente la medida de los ángulos en la vista gráfica del programa, se puede utilizar la herramienta **elige y mueve**, la cual arrastra y suelta objetos libremente, dando una perspectiva más amplia de la construcción. La herramienta utilizada anteriormente facilita diferentes opciones para trazar ángulos de cualquier medida sin el uso de una regla (transportador) y un compás con precisión.

A continuación, se presenta otra de las construcciones realizada por los estudiantes (Figura 10).

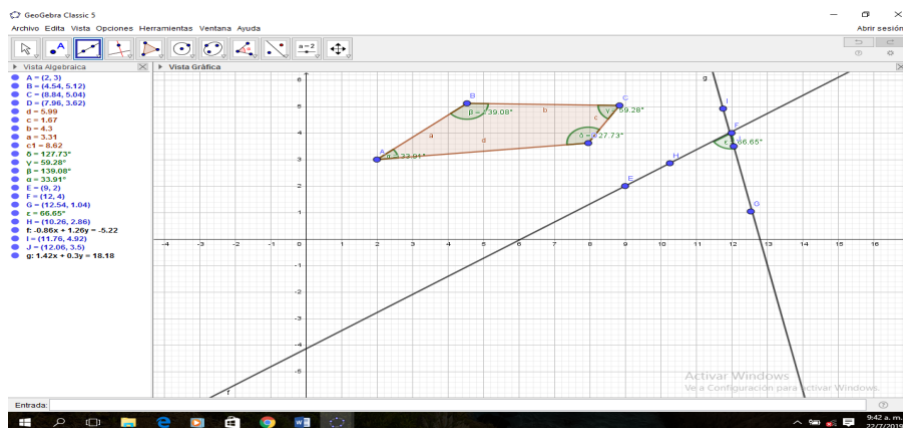


Figura 10. Construcciones libres realizadas por el grupo experimental (1)

En la imagen se aprecia que el estudiante, además de construir el cuadrilátero solicitado, también representó un ángulo con la intersección de dos rectas. (Esto lo hizo él por cuenta propia, sin que se lo indicara la investigadora. El propio estudiante quiso hacer este ensayo, lo cual muestra que el estudiante va interactuando con el programa y lo va conociendo progresivamente. Esto le permitirá construir figuras geométricas y estudiar sus propiedades en menor tiempo).

Con respecto al estudio de las propiedades, es interesante observar la Figura 11, donde el estudiante construye una circunferencia y luego, sin que interviniera la investigadora, comenzó a estudiar algunas propiedades que se cumplen en la construcción que presentó; aunque no se aprecia con exactitud lo que hizo en la práctica con el procesador, se hizo lo posible para que por medio de varias imágenes el lector pueda apreciar la construcción guiado por la geometría dinámica del programa.

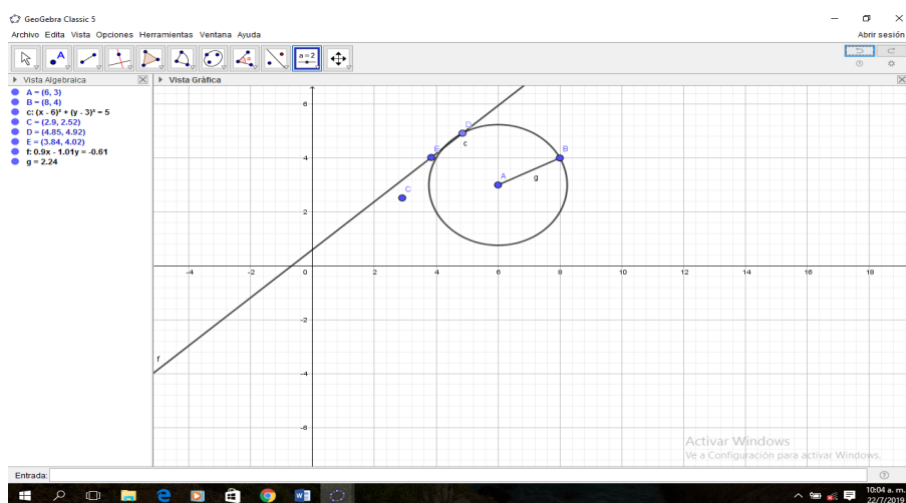


Figura 11. Construcciones libres realizadas por el grupo experimental (2)

Aquí el estudiante construyó una circunferencia, y sin que la investigadora interviniera se dio cuenta de que en la vista algebraica que ofrece el programa, aparecen ciertos valores y expresiones, y señaló cuál de ellos correspondía a la ecuación de la circunferencia que había dibujado, indicando que: $C = (x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 5$.

Además, trazó una tangente a la circunferencia en la que el punto de tangencia también se puede observar en la parte superior izquierda del interfaz del programa. Esto que se deja ver con la actividad cuando los estudiantes tenían como asignación construir una circunferencia, se fue dando con todos los estudiantes del grupo experimental, es decir en la medida que ellos fueron manipulando el programa iban aplicando los conocimientos que tenían de geometría que habían aprendido de forma tradicional en el aula con lápiz, compás, regla y escuadra. En este sentido, los estudiantes comenzaron a investigar sin que la investigadora lo indicara, y cuando desconocían el significado de lo que les mostraba el programa usaban alguna página de internet para comprender el contenido geométrico que estaban visualizando, compartiéndolo entre ellos junto con la investigadora.



6. Conclusiones y recomendaciones

A partir de las actividades realizadas con el grupo experimental la investigadora perfila a continuación una serie de informaciones que se dirigen a la organización de ideas en función de estrategias didácticas que pueden ser útiles en el momento de utilizar el software GeoGebra como recurso de enseñanza de contenidos geométricos. Los datos obtenidos dan pie para reflejar las expresiones más resaltantes y pertinentes respecto a una didáctica alternativa sobre la enseñanza de contenidos geométricos en Educación Media.

En este sentido seguidamente se procede a describir el comportamiento de los estudiantes y las impresiones surgidas desde los escenarios del aula que sirvió como ambiente de intercambio entre docente y estudiantes. Una vez se pone en situación al estudiante con algunos conocimientos que competen al tema de la geometría euclidiana, se le indica cómo trabajar con el GeoGebra, resolviendo problemas relacionados con el tema. Para lograr una interpretación amplia de los elementos fundamentales de la geometría en la Educación Media el estudiante debe conocer las nociones de punto, recta, plano, espacio entre otros, así como sus distintas representaciones, y para ello es conveniente que el estudiante trabaje de forma autónoma y personal en la comprensión de estas nociones. Esto permitirá al estudiante apropiarse de otros conceptos más complejos y profundizar posteriormente en el aprendizaje de la geometría.

En el primer encuentro, los resultados no fueron muy satisfactorios al inicio debido a que los estudiantes presentaban cierta confusión con respecto al uso y manejo del GeoGebra, aunque se notaba interés por su parte en aprender a usar el software y abordaban los problemas propuestos de acuerdo a las estrategias sugeridas por la docente. Posteriormente, en el segundo encuentro los estudiantes se encontraban mejor predisuestos y los resultados fueron positivos, debido en parte a la retroalimentación que se les daba al inicio de cada sesión. Es de hacer notar que aquí cobra especial importancia las estrategias de enseñanza que utilice el docente, porque favorecen el desarrollo de las habilidades en los estudiantes, además de considerar otros aspectos que también hay que tomar en cuenta, tales como la planificación, el dominio de los conocimientos, la formación continua y la utilización de diversos recursos tecnológicos como mediadores del aprendizaje.

Esta investigación también ha servido para detectar algunas dificultades evidentes presentes en los estudiantes durante el abordaje de contenidos geométricos. Entre estas se puede citar los siguientes aspectos: las características geométricas de algunas representaciones, errores relacionados al cálculo, específicamente con las propiedades relacionadas con los números reales, y las dificultades relacionadas con las construcciones mentales en cuanto a la interpretación para lograr una apropiada conceptualización del problema planteado. Ahora bien, en función de esto surge una recomendación de orden primario en el uso del GeoGebra como instrumento que ayuda al docente a mejorar el proceso de enseñanza: es fundamental mantener en todo momento una buena comunicación activa con ellos para evitar dificultades antes, durante y después del proceso de aprendizaje, siempre identificando elementos que puedan impedir la construcción del conocimiento y con la intención de que el estudiante pueda resolver satisfactoriamente los problemas planteados.

Por lo tanto, la utilización del GeoGebra favorece notablemente la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en cualquier contenido que se trabaje, siempre que se use correctamente y se brinde al estudiante la orientación requerida. Así pues, este software contribuye a desarrollar el potencial creativo de los estudiantes de Educación Media y mejora la eficiencia educativa, siempre y cuando se realice un diagnóstico acertado y se diseñen las estrategias para que el estudiante logre un aprendizaje de forma activa en el aula. Este software matemático es una herramienta virtual provechosa para la enseñanza de

la geometría, de aquí que se tiene otra recomendación de orden general a tomar en consideración en la enseñanza de la matemática: los usos de estas herramientas deben hacerse de manera continua con el fin de fortalecer las estrategias a utilizar para la enseñanza de contenidos geométricos o cuando se trabajan contenidos que involucran elementos asociados al cálculo y al álgebra.

Esto quiere decir que el uso del GeoGebra durante el desarrollo de contenidos geométricos hace que el trabajo matemático sea más fácil y atractivo para los estudiantes, ayuda a simplificar los cálculos tediosos y al mismo tiempo proporciona una vista gráfica que en buena manera facilita la interpretación de las actividades. En este sentido es una alternativa para la enseñanza de la matemática debido a que orienta a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, facilita la evaluación y el control de su aprendizaje, haciéndolo más atractivo para los estudiantes; y añadimos aquí otra recomendación de especial interés: es preciso que el docente conozca el uso del software para que oriente a los estudiantes y evite dificultades y distracciones.

En general, el GeoGebra como recurso didáctico es una herramienta de gran utilidad en la enseñanza de la geometría debido a que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas como con funciones que después se pueden modificar dinámicamente, lo que significa que combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas simultáneamente. En otras palabras, es una herramienta muy potente si el docente y el estudiante le dan el uso adecuado. Otra virtud que tiene este apreciado software es su sencillez de uso, ya que no necesita de tutoriales o asistentes para comprender su funcionamiento básico. No obstante, el docente de matemática que desee utilizarlo debe diseñar materiales o actividades para que los estudiantes manipulen el software de modo que ellos mismos deduzcan las relaciones, propiedades y resultados matemáticos a partir de su propia observación.

Bibliografía

- Arellano, M (2014). *Fundamento, desarrollo y evaluación de un entorno virtual de aprendizaje (EVA) con soporte informático de la plataforma Moodle para la enseñanza de las matemáticas en la etapa secundaria obligatoria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.
- Ary, D., Jacobs, L. y Razavieh, A. (1992). *Introducción a la Investigación Pedagógica*. Segunda Edición. México: McGraw-Hill.
- Bernstein, B. (2001). A socio-linguistic approach to social learning. En *Class, Codes and Control (Vol.1)*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Bisquerra, R. (2005). *Métodos de investigación educativa*. Guía Práctica. España: Ediciones Ceac.
- Brousseau, G (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7(2), 33 – 115.
- Brousseau, G (1983). Les obstacles épistémologique et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 4(2), 165 – 198.
- Chomsky, N. (1977). *Problemas actuales en teoría lingüística: temas teóricos de gramática generativa*. México: Siglo XXI. Editores.
- García, M. y Salcedo, G. (1998). *Construcción de instrumentos de investigación y evaluación*. Universidad Nacional Abierta. Caracas.
- Hernández, G. (1991). *Metodología de la investigación*. Bogotá: McGraw Hill.
- Ortegas, M y Contreras, A (2003). Problemas didácticos que plantean las tecnologías de la comunicación en la educación matemática. *JORNADAS XIX SI-IDM*. Seminario llevado a cabo en el congreso JORNADAS XIX SI-IDM, Córdoba.



- Peña, A (2010). *Enseñanza de la Geometría con Tic en Educación Secundaria Obligatoria* (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.
- Pochulu, M (2006). *Significados institucionales atribuidos a la resolución de problemas durante un desarrollo profesional docente en geometría dinámica*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.
- Ruiz, N (2012). *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Madrid, España.
- Stracuzzi, S. y Martins, F. (2003). *Metodología de la investigación cualitativa*. Caracas: Fedupel.

Webgrafía

- Coseriu, E. (1988). *Sistema, norma y habla*. Recuperado el 10 de noviembre de 2018, de www.liccom.educ.uy/docencia/articulos/coseriu.htm
- Maheswaran, M. (2012). A catalog of mathematics resources on the WWW and the Internet. Recuperado el 11 de octubre de 2018, de mthwww.uwc.edu/wwwmahes/files/math01.htm
- Levi-Strauss (1961). Las estructuras elementales del parentesco. Recuperado el 02 de noviembre de 2018, de Wikipedia.org/w/index.php?title=las estructuras elementales de parentesco=edit
- Unesco (2018). Las TIC en la Educación. Temas: Semana del aprendizaje móvil. Recuperado el 17 de mayo de 2019, de <https://es.unesco.org> Semana del aprendizaje móvil

Alirys Jaraba Gutierrez. Institución Educativa de Soledad – inobasol-. (Secretaría de Educación de Soledad), lugar de residencia: Municipio de Soledad, Atlántico - Colombia. Nací en El Banco, Magdalena, Colombia. Soy Licenciada en Matemáticas y Física de Uniatlántico, Colombia. Especialista en Administración de la informática Educativa de Unisantander, Colombia. Estudiantes de Doctorado en Educación.
Email: alirys81@gmail.com - alirysgutierrez72@hotmail.com