

Tablas de doble entrada: un estudio con estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas

Auriluci de Carvalho Figueiredo¹
Cileda de Queiroz e Silva Coutinho²

(¹Universidade Metropolitana de Santos. Brasil)

(²Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Brasil)

Resumen

El enfoque mediante tablas de doble entrada como herramienta para la representación de datos y para el cálculo de probabilidades es el tema de este trabajo. Nuestro interés es estudiar aspectos cognitivos relacionados con la construcción de tablas por parte de estudiantes de Licenciatura en Matemáticas, en Brasil. Entre las investigaciones a las que se accedió sobre el tema, se notó una baja incidencia de estudios sobre su construcción y lo mismo ocurre en los libros de texto. La metodología de investigación aplicada es un enfoque cualitativo, un estudio de caso. A partir de investigaciones que abordan el nivel de lectura de las tablas y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, construimos la actividad de diagnóstico aplicada al contexto y analizamos los resultados observados a partir de las producciones de los estudiantes involucrados.

Palabras clave:

Probabilidad. Construcción de tablas. Lectura de tablas. Licenciatura en Matemáticas. Registros de representación semiótica.

Title

Double entry tables: a study with students from a career in teacher training on Mathematics

Abstract

The double-entry table approach as a tool for data representation and for calculating probabilities is the subject of this paper. Our interest is to study cognitive aspects related to the construction of tables by students of an undergraduate Mathematics teaching degree, in Brazil. Among the investigations that were accessed on the subject, a low incidence of studies on its construction was noted, as well as in textbooks. The research methodology applied is of a qualitative approach, a case study. Based on research works about the level of reading tables and the Theory of Registers of Semiotic Representations, we constructed the diagnostic activity applied to the context and analysed the results observed on the participating students' productions.

Keywords:

Probability. Constructing tables. Reading tables. Undergraduate Mathematics teaching degree. Registers of semiotic representations

1. Introducción

En Brasil, los documentos oficiales que rigen la educación básica, tales como los Parámetros Curriculares Nacionales y la BNCC - Base Nacional Común Curricular, documento que rige actualmente el currículo de educación básica brasileña, indican la importancia de estudiar tablas desde los primeros años de escolaridad. En la BNCC se explicitan las competencias y habilidades que deben desarrollar los alumnos de educación básica en relación con la enseñanza de las matemáticas. La



BNCC establece que a partir del 1er año de escolarización los alumnos deben desarrollar un trabajo de lectura de tablas simples, en el 2º año comparar las informaciones de investigación presentadas por medio de tablas de doble entrada y, a partir del 3er año, los alumnos deben: leer, interpretar y representar datos en tablas de doble entrada. Se hace énfasis en que estas acciones continúen en los años siguientes.

Este artículo tiene como objetivo presentar un análisis de las respuestas de los estudiantes de una carrera de Licenciatura en Matemáticas a una evaluación diagnóstica que involucra conocimientos para recolectar, representar, leer e interpretar datos en tablas de doble entrada, así como elaborar preguntas cuya resolución requiere la movilización del conocimiento probabilístico y la lectura entre los datos de la tabla, nivel 2 de la categorización propuesta por Curcio (1989), y Estrella, Mena y Olfos (2014).

1.1. Probabilidad y la tabla de doble entrada: aspectos en los libros de texto

En los libros de texto de secundaria en Brasil, así como en las actividades mostradas en investigaciones previas, es común encontrar ejercicios de probabilidad que incluyen como parte de los datos presentados en su enunciado una tabla de doble entrada y, por lo tanto, para resolverlos, es necesaria la interpretación y la lectura de los datos contenidos en la misma.

Según Figueiredo (2000; 2019), el registro de la tabla favorece la resolución de actividades que movilizan conceptos estadísticos y probabilísticos, una vez que, reconociendo la condición dada como una limitación del espacio de muestra, se puede ver en la tabla el marginal correspondiente.

Lahanier-Reuter (2003) distingue tres tipos de tabla: a) tabla de datos, que es como una tabla simple, que no funciona con ideas de frecuencia o distribución, sino solo con una variable y un valor; b) tabla de distribución de variables (frecuencia), que es una tabla en la que se representan las frecuencias obtenidas agrupando o contando datos, valores o categorías iguales de una variable; y c) tabla de contingencia (doble entrada): una tabla en la que se cruzan las dos variables. Este autor señala que “no es de extrañar que los estudiantes se confundan, lean una tabla de distribución estadística como una tabla de datos, por ejemplo; - es sorprendente que estas tablas no se enseñen como objetos; - nos parece necesario que se conviertan en eso”. (Lahanier-Reuter, 2003, p.1)

En busca del abordaje de tablas en los libros de texto para la escuela secundaria brasileña (estudiantes entre 15 y 18 años), que son los últimos años de la educación básica en Brasil, nos dimos cuenta de que la probabilidad, en casi todos ellos, se enfoca de forma aislada en el volumen 2 de los tres volúmenes de estas colecciones, mientras que las estadísticas se tratan en el volumen 3, con pocas o raras articulaciones con el conocimiento visto en el volumen anterior. Cuando elegimos para el análisis el libro más vendido en la edición del Programa Nacional de Libros de Texto - PNLD2018 (la última edición para bachillerato hasta el momento), encontramos que el capítulo de probabilidad no se ocupa de la construcción de una tabla de frecuencias ni de doble entrada, para un trabajo posterior con las probabilidades. Encontramos tablas de doble entrada para presentar los datos en los enunciados, tanto en ejercicios de independencia de eventos como en ejercicios de probabilidad condicional. Nuestra hipótesis es que tal enfoque minimiza las dificultades señaladas por Lahanier-Reuter (2003) y por Figueiredo (2000, 2019).

Para aclarar mejor nuestra propuesta, presentamos un ejemplo de actividad presente en los libros de texto en la Figura 1, a continuación:

Em uma comunidade com 200 pessoas adultas, das quais 120 são mulheres e 80 são homens, foi feito um levantamento a respeito da necessidade de destinar um espaço para a construção de um campo de futebol. Cada homem e cada mulher votaram **sim** (concordando) ou **não** (discordando). Após a pesquisa, foi divulgado o resultado, conforme a seguinte tabela:

	Sim	Não	Total
Mulheres	45	75	120
Homens	74	6	80
Total	119	81	200

Como a maioria votou **sim**, decidiram que uma dessas pessoas seria escolhida como representante da comunidade junto à empresa que construiria o campo de futebol. Vamos calcular a probabilidade de ocorrência do:

- evento A – pessoa escolhida ser homem.
- evento B – pessoa escolhida ter votado **sim**.
- evento $A \cap B$ – pessoa escolhida ser homem e ter votado **sim**.
- evento $A | B$ – pessoa escolhida ser homem dado que tenha votado **sim**.

Figura 1. Ejercicio de probabilidad de un libro de texto. Tomado de Longen (2016).

La tabla presentada no utiliza título ni fuente de acuerdo con las pautas para la construcción de tablas en una publicación científica (estándares APA o ABNT), y como señalan Curcio (1989) y Estrella, Mena y Olfos (2014), no explicitan las informaciones como elementos constituyentes de las tablas. No menciona que la tabla es de doble entrada. Para Lahanier-Reuter (2013), también se les llama tablas de contingencia. Además:

Estas tablas se forman cruzando dos variables informadas. Su desarrollo requiere volver a la tabla de datos inicial y contar los sujetos presentando simultáneamente dos valores de las variables consideradas. Estas tablas están delimitadas por cuatro márgenes. Los dos "principales" bordean la tabla a la izquierda y arriba. Se anuncian en el cuadro superior izquierdo. Esta vez ya no se trata de márgenes que aparecen en listas enumerativas, sino de márgenes que son variaciones de dos variables. (Lahanier-Reuter, 2013, pág.148)

Como indica Lahanier-Reuter (2003), en los libros de texto de otros países existe una falta de actividades que aborden varios tipos de tablas en diferentes niveles educativos como objeto de conocimiento. La investigadora también señala la necesidad de construcción de tablas por su importancia a la hora de abordar el carácter cognitivo que hay detrás de cada una, lo que puede traer beneficios no solo para la enseñanza de las matemáticas, sino también para la formación del ciudadano. A continuación, presentamos algunas investigaciones que relacionan la tabla de doble entrada, las probabilidades y la formación de docentes.

1.2. Algunos antecedentes

Investigaciones como las de Figueiredo (2000; 2019), Estrada y Díaz (2007), Contreras, Estrada, Díaz y Batanero (2011), Gea, Gossa, Batanero y Pallauta (2020) señalan resultados de la tabla de doble entrada como aliada para la enseñanza de la probabilidad, e identifican las dificultades y consecuencias que la falta de interpretación de este tipo de tablas puede traer a la comprensión de conceptos que involucran probabilidad. A continuación, se presentan algunas de estas conclusiones.

Respecto a las tablas de doble entrada, Estrada y Díaz (2007) admiten su importante papel tanto en el ámbito profesional como incluso en la vida cotidiana, la toma de decisiones correctas, difíciles de evaluar y comprender, situaciones de incertidumbre, siendo útiles en gran parte en el cálculo de probabilidades, principalmente condicionales. Los resultados indican que la lectura de tablas de doble entrada no es una tarea trivial para los futuros profesores, al menos en el contexto del cálculo de probabilidades. Sostienen que la investigación didáctica sobre tablas de doble entrada debe centrarse preferentemente en el análisis de las habilidades de varios tipos de estudiantes para identificar una asociación o relación estadística entre las variables A y B del contexto, y partir de datos presentados en este tipo de tabla.



Contreras et al. (2011) también analizan las dificultades que presenta una muestra de futuros profesores de enseñanza fundamental de la Universidad de Granada para calcular probabilidades a partir de una tabla de contingencia. Consideran las respuestas a preguntas de actividades elementales sobre probabilidad simple, conjunta y condicional, que son comparadas con las obtenidas por la investigación de Estrada y Díaz (2006) sobre una tarea similar realizada con futuros docentes que asistían a un curso de estadística.

Estos autores consideran que muchas de las actividades de los docentes, como seleccionar tareas para la enseñanza, detectar las dificultades de los alumnos y proponer formas de superarlas exigen un conocimiento matemático sólido por parte del docente, en consecuencia, para ellos, la adecuada enseñanza de la probabilidad en la educación básica dependerá del conocimiento probabilístico del docente. Esto es motivo de preocupación, ya que nuestros resultados sugieren que la interpretación de una tabla de contingencia y el cálculo de probabilidades no es fácil para los futuros profesores.

Para discutir la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad condicional frente a una secuencia de actividades realizadas con estudiantes de una carrera de matemáticas para trabajar conceptos que involucran probabilidad, Figueiredo (2019) presenta diferentes registros de representación en los enunciados de las preguntas, entre ellos la tabla de doble entrada, y constata que este tipo de tabla no es una representación conocida para algunos estudiantes, y que existió un obstáculo para continuar con la secuencia de actividades. Por lo tanto, fue necesaria la intervención del investigador en la lectura, construcción e interpretación de los datos. Así, trabajó con esos futuros docentes de matemáticas de educación básica las características de construcción involucradas, ya que sin ellas se perjudicaría la secuencia de actividades.

Entre los futuros docentes investigados por Gea et al. (2020) hubo quienes no supieron construir correctamente la tabla, unos que tuvieron dificultad para organizar las variables de forma tabular, con sus categorías correspondientes en una tabla de doble entrada, otros que solo construyeron una tabla de frecuencias con una de las variables. Los demás reconocieron los datos de la tarea, pero construyeron un diagrama de árbol e indicaron que con esta representación no pueden cruzar las categorías de filas y columnas y tener toda la información sobre la situación, como por ejemplo la distribución de frecuencia marginal de la calificación de la variable

De manera general, las investigaciones anteriores muestran dificultades en la lectura e interpretación de actividades que movilicen conceptos que involucren probabilidad, cuyos enunciados partan de estos datos y sean presentados en una tabla de doble entrada. En particular, estos investigadores señalan errores y dificultades también en la elaboración de la tabla de doble entrada, lo que nos hace plantear la hipótesis de que hay estudiantes que no comprenden la estructura de estas tablas, ni el carácter cognitivo que ella involucra en relación a la probabilidad. Sin embargo, todas las investigaciones citadas se refieren a la formación de docentes que han pasado por la educación básica en sus diferentes países.

2. Marco teórico

Las actividades realizadas por Figueiredo (2019) con estudiantes de la carrera en Matemáticas destacan, entre otros registros, el uso de tablas de doble entrada, que considera una herramienta efectiva para el trabajo con modelos probabilísticos, y las relaciona con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica en términos de Duval (2003a).

Duval (2003a) describe que la lectura e interpretación de gráficos y tablas no es simple, ya que es necesario activar todas las funciones cognitivas. En materia de tablas, la función de identificación es la más utilizada, debido a la visualización de datos por separado. Para Duval (2003a; 2003b), el

estudio de gráficos y tablas debe basarse en el tráfico entre diferentes tipos de registros, y en que cada uno de los registros requiere un tipo de tratamiento.

Los textos presentados aquí constituyen referencias para nuestra investigación, tanto en la elaboración de las actividades realizadas como en el análisis de sus resultados. Particularmente, para el trabajo con tablas, nos basamos, como referencias teóricas, en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Duval, 2003a; 2003b) y en las categorías de lectura de tablas propuestas por Estrella et al. (2014).

3. Metodología y procedimientos metodológicos

Nuestro artículo es una investigación cualitativa de tipo estudio de caso, en términos de Ponte (2006), que tiene como objetivo conocer una entidad bien definida en un sistema educativo y para ello, tomamos como punto de partida una actividad propuesta para estudiantes de la carrera en Matemáticas, el análisis de algunos documentos institucionales, y algunos temarios de asignaturas que contemplan la probabilidad.

Los sujetos de esta investigación están constituidos por un grupo de 22 estudiantes del tercer semestre de un curso de formación de docentes de matemáticas para la educación básica, en una institución pública de educación superior del estado de São Paulo, quienes tuvieron participación voluntaria en la investigación. La actividad que se les propone se puede categorizar como evaluación diagnóstica, dentro de la asignatura Probabilidad, la que se realizó en una única sesión con los alumnos organizados en parejas, formadas libremente por ellos.

Estos alumnos del primer semestre Licenciatura en Matemáticas, de acuerdo con el Proyecto Pedagógico de la Carrera, ya tuvieron contacto con la probabilidad en otro componente curricular denominado Fundamentos de Matemática Elemental, y se establece en su temario que serán retomados y profundizados los conceptos clave de análisis de datos, como análisis combinatorio y de probabilidad, con los objetivos de: utilizar el conocimiento de conteo y probabilidad para analizar oportunidades y posibilidades; comprender el concepto de probabilidad condicional y utilizarlo para resolver problemas; utilizar la distribución binomial para resolver problemas; y comprender el proceso de enseñanza y aprendizaje de matrices, determinantes, sistemas lineales, análisis combinatorio y probabilidad en la educación básica. La actividad que debían realizar los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas se muestra en la Figura 2.

La elección del enunciado se basó en la representación del contexto de un grupo que retrata el aula en sí y la división con relación a las edades había sido planteada previamente por los investigadores a partir de los datos aportados por el docente de la clase, de modo que generase una partición en la población considerada, con alumnos menores y mayores de 22 años. Con tal partición sería posible construir de manera no compleja una tabla de doble entrada de tipo 2×2 con representantes de todas las variables edad y sexo.

A diferencia de investigaciones como Figueiredo (2000; 2019), Estrada y Díaz (2007), Contreras, Estrada, Díaz y Batanero (2011), esta actividad implica la elaboración de la tabla a partir de un estudio a los miembros de la clase el día en que se realiza la actividad, y la formulación de preguntas que deberían movilizar el conocimiento probabilístico para que las informaciones obtenidas en las tablas construidas fueran parte del enunciado del problema.



Considere todos sus compañeros presentes en la clase de hoy y pregunte por su edad y sexo a cada uno de ellos.

a) Con los resultados encontrados, construya una tabla de doble entrada. Considere dos intervalos de edad: el primero, con menores de 22 años y, el segundo, con mayores o iguales a 22 años.

Figura 2. Evaluación diagnóstica propuesta a los estudiantes.

Una forma en que los estudiantes participantes pudieron representar los datos es relacionando la variable edad con la variable sexo, donde se puede incluir otra información, como las sumas de las filas y columnas generadas en la tabla, que están relacionadas con los cálculos de probabilidad, insertando un contexto de muestra aleatoria de un miembro de la clase. Al realizar estas operaciones estamos poniendo en juego algunos tratamientos, según la Teoría de las Representaciones Semióticas (Duval, 2003a).

Con los datos de esta Tabla 1 podríamos, ante una experiencia aleatoria, elaborar algunas preguntas cuyas respuestas implicarían la lectura de la tabla. A continuación, en la Tabla 1 colocamos las frecuencias absolutas cuyo espacio de muestra se identifica, y que contiene a cada uno de los estudiantes de la clase. Por tanto, el número de elementos en el espacio de muestra es establecido por el número total de elementos, es decir, 22.

Dadas estas indicaciones y tomando en contexto la actividad propuesta a los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, construimos la Tabla 1, que ya permite que la tabla de doble entrada en el ámbito de representación de datos, posteriormente, puede ser una fuente de datos para la búsqueda de probabilidades de eventos a partir de experiencias aleatorias: “tomar aleatoriamente un elemento de la clase y observar el sexo y la edad”. Esta tabla puede contener algunas de las respuestas a las preguntas formuladas por los estudiantes y que también se indican en la Tabla 1. De estos datos pueden surgir otras preguntas: son las que movilizan conceptos relacionados con la probabilidad condicional, que se pueden responder con una simple lectura de la tabla de doble entrada, sin recurrir necesariamente a fórmulas de probabilidad.

	Edad		
Sexo	Menor de 22 años	Mayor o igual a 22 años	Total
F	7	5	12
M	5	5	10
Total	12	10	22

Tabla 1. Probabilidades Conjuntas, Marginales y Totales.

Para calcular las probabilidades condicionales en la tabla de doble entrada, es suficiente notar que, en la condición dada, existe una restricción en el espacio de muestra, que se convierte en uno de los datos ofrecidos por los marginales en la tabla de doble entrada, y el número de casos del evento pasa a ser la intersección de dos eventos (uno representado por una fila de la tabla y el otro representado por una columna), que son exactamente las celdas del cuerpo de la tabla de doble entrada. Así, la probabilidad de elegir a una persona menor de 22 años sabiendo que la persona elegida es un hombre es igual a 5/10.

4. Análisis y discusión

El análisis de los datos de los estudiantes se basó en los protocolos entregados. En cuanto a la elaboración de tablas y preguntas, intentamos agruparlas por semejanzas de presentación, y comentar a continuación algunas de ellas. Como tenemos 22 estudiantes involucrados, la investigación, en consecuencia, generó 11 protocolos, ya que realizaron la actividad en parejas. A continuación, se presentan los resultados obtenidos y se ejemplifican con algunas respuestas de estudiantes.

La representación más utilizada, por cinco de las parejas, es la que se presenta a continuación. Tomamos como ejemplo la del grupo 10, que no puede considerarse una tabla de doble entrada, aunque ha descrito todas las variables implicadas. Esto nos hace suponer que utilizaron esta representación para recolectar los datos, pues colocan a los estudiantes de la clase enumerándolos, y todas las variables y sus categorías se indican en la línea superior, y marcan una (x), como se puede ver en la Figura 3, para indicar que a tal estudiante corresponde tal característica. No transformaron esta manera de representación en otra que estableciera una relación de intersección entre las variables, es decir, no buscaron elementos en la muestra que tuvieran simultáneamente las dos características objetivo, sexo y edad. Inferimos que es porque no recuerdan qué es una tabla de doble entrada (abordada en la escuela básica, de acuerdo con lo que apreciamos en el análisis de un libro de texto elegido), o porque no reconocen la importancia de las características en esa manera de representación de datos.

ALUMNO	SEXO		EDAD (AÑOS)	
	MASC	FEM	MENORES DE 22	MAYORES DE 22
1	X			
2	X		X	
3	X			X
4	X		X	
5	X			X
6	X		X	
7	X			X
8	X		X	
9	X			X
10	X		X	
11	X			X
12	X		X	
13	X			X
14	X		X	
15	X			X
16	X		X	
17	X			X
18	X		X	
19	X			X
20	X		X	
21	X			X
22	X		X	

Figura 3. Tabla presentada por Grupo 10.

Entre las preguntas de probabilidad que formuló este grupo, una involucra la intersección de eventos y la presenta de la siguiente manera: “¿Cuál es la posibilidad de que un estudiante sea mujer y menor de 22 años?” Suponemos que por creer que se trata de dos variables elaboran una pregunta que las involucra simultáneamente, pero la representación elegida por estos grupos no facilita la visualización de celdas que podrían identificarse fácilmente, si también hubiéramos pedido sus resoluciones. La otra pregunta se hizo para verificar la afirmación: “¿La probabilidad del estudiante de ser de sexo masculino es $5/22$?” La pregunta moviliza solo un evento simple de cálculo de $P(B)$, y moviliza una resolución de procedimiento de contar las celdas marcadas con X en la columna B (sexo masculino).

Los grupos 6 y 8 no consiguieron representar algo que consideren sea una tabla. En los protocolos, los datos brutos muestran los intentos que hicieron para representar la tabla, como se muestra en las Figuras 4 y 5 a continuación:



F	M
Mayor e igual a 22 : 5	Mayor e igual a 22 : 3
Menor : 6	Menor a 22 : 5

Figura 4. Representación del grupo 6.

cantidad	< 22	≥ 22
5	18	?
13	19	
1	20	
2	21	

Figura 5. Representación del grupo 8.

Estos dos grupos escriben que no pudieron representar la tabla de doble entrada, pero es posible suponer por las Figuras 4 y 5 que ellos presentan su intento de relacionar las dos variables estudiadas, sexo y edad, pero no son capaces de establecer una forma de representación para esto teniendo en cuenta la intersección de estas variables.

El grupo 3 representa los datos manteniendo algunas de las características de la tabla de doble entrada, establece la intersección entre las variables involucradas, pero deja indicados en las celdas centrales a los elementos de las intersecciones entre los eventos: femenino y menor de 22 años, femenino y mayor o igual a 22 años, masculino y menor de 22 años, y masculino mayor o igual a 22 años, y no presenta la suma de estos elementos. Tampoco presenta la columna y la línea que corresponden a los marginales de la tabla de doble entrada, lo que daría la cantidad total de elementos de los eventos A, B, F y M, como se puede ver en la Figura 6. Se observa que el grupo construye la estructura de una tabla de doble entrada, pero la utiliza como tabla de conteo, en términos de García-García, Díaz-Levicoy, Vidal-Henry y Arredondo (2019).

		menor que 22		mayor o igual a 22	
		18	22	24	40
F		28	21	35	44
		19	18	35	
		19	20	33	39
M		18	18	43	40
		18		26	

Figura 6. Representación del grupo 3.

Como podemos ver en la Figura 7, el grupo 11 representó los datos obtenidos de la investigación en una tabla con más características de doble entrada que los otros grupos. El grupo presenta las variables, los posibles números de las celdas centrales correspondientes a la intersección entre los conjuntos y uno de los marginales, con un total de hombres, mujeres y estudiantes. Lo que llama nuestra atención en la tabla que se presenta es la diferencia en los datos recolectados, ya que estos estudiantes muestran números diferentes a los otros grupos, y como no hay registro de los diálogos establecidos en su construcción, no conocemos el motivo de esta diferencia. Para el análisis de la tabla, tomamos en cuenta solo la representación y no la veracidad de la información, porque al no estar presentes en el momento de la realización, no podemos suponer el motivo de tal diferencia.

ALUMNOS	edad < 22 años	edad > 22 años	total
M	4	4	8
F	7	7	14
			22

Figura 7. Grupo 11 - Representación de datos.

El grupo 11, presenta cuatro preguntas que mostramos a continuación: "Sabido que el 50% de los estudiantes son mayores de 22 años, ¿qué probabilidades hay de que estos estudiantes sean de sexo masculino?"; "Sabido que el 50% de los estudiantes tienen menos de 22 años, ¿qué probabilidades hay de que estos estudiantes sean de sexo femenino?"; "Cuando se elige aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que sea de sexo masculino y menor de 22 años?" y "Cuando se elige aleatoriamente a un estudiante, ¿cuál es la probabilidad de que sea de sexo femenino, mayor de 22 años?" Aunque en la tabla este grupo no colocó la línea completa en relación con el margen inferior de la tabla, sus dos primeras preguntas parten de este supuesto de que el 50% de los estudiantes de esta tabla representan exactamente 11 estudiantes en cada una, entre los 22 estudiantes totales de la clase, por lo que suponemos en este caso que los alumnos que componen este grupo conocen más de las características de la tabla de doble entrada de lo que han mostrado en su representación. También inferimos el efecto de conocer el contexto (conocimiento del grupo de alumnos estudiados) como una interferencia en sus respuestas. Las otras dos preguntas involucran la probabilidad conjunta, y que la tabla construida podría proporcionar los datos para su resolución.

En cuanto a los niveles de lectura e interpretación de las tablas propuestas por Estrella et al. (2014), solo los dos últimos grupos hicieron asociación, pues construyeron una tabla de doble entrada presentando un nivel 2 de comprensión, mostrando una estructura básica de la tabla y las relaciones en ella contenidas. Por las preguntas formuladas, suponemos que compararon e interpretaron, operaron con datos de celda y prescindieron parcialmente de algunos datos. La gran mayoría de parejas (8 de 11) no construyeron tablas de doble entrada y presentaron información en cuadros que no siguen ningún tipo de construcción que pueda atribuirse a alguna categoría de comprensión de tablas.

5. Consideraciones Finales

Con respecto a la construcción de tablas, observamos que la mayor parte de los futuros docentes participantes tuvo dificultades para organizar los datos en una tabla, y no logró cruzar las categorías en filas y columnas para referirse a la intersección de eventos y a eventos condicionados. Los participantes siguen mostrando listas en forma rectangular con los datos recopilados, pero no aportan en su resolución el carácter cognitivo que está detrás de la construcción. Algunos estudiantes establecieron la relación entre este cruce de variables; otros, aunque reconocen que es necesario establecer esa relación, no consiguen representarla.

Los resultados nos llevan a suponer que la mayor parte de estos estudiantes no construyeron tablas de esta naturaleza en sus estudios anteriores, y uno de los factores que suponemos que contribuye a este hecho es la ausencia de este tipo de ejercicios en los libros de texto. La investigación de García-García et al. (2019) indica que esto ocurre en los libros de texto de la escuela primaria en México. Según nuestro estudio, también ocurre en una de las colecciones de libros de texto para la enseñanza secundaria en Brasil, lo que indica la necesidad de más investigaciones sobre el tema, ya que los documentos oficiales que rigen las tareas de la educación básica sugieren la construcción de tablas de doble entrada desde los primeros años de educación.

Bibliografía

- Contreras, J.M.; Estrada, A., Díaz, C. y Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: SEIEM.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Duval, R. (2003a). Comment Analyser le Fonctionnement Représentationnel des Tableaux et leur Diversité? *Spirale - Revue de Recherches en Éducation*, 32, 7-31.



- Duval, R. (2003b). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En S. D. A. Machado (Org.), *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica* (pp. 7-10). Campinas: Papirus.
- Estrada, A. y Díaz, C. (2006). Computing probabilities from two-way tables. An exploratory study with future teachers. En Rossman, A. y Chance, B. (Eds.), *Seventh International Conference on Teaching of Statistics. Proceedings*. Salvador, Brasil.
- Estrada, A. y Díaz, C. (2007). Errores en el cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada en profesores en formación. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 44, 48-58. ISSN 1133-9853
- Estrella, S., Mena, A. y Olfos, R. (2014). Desarrollo de una taxonomía de comprensión tabular. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1041-1047.
- Fernández, N., García-García, J. I., Arredondo, E. y López, C. (2019). Comprensión de una tabla y un gráfico de barras por estudiantes universitarios. *Areté. Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela*, 5(10), 145-162.
- Figueiredo, A. (2019). Probabilidade condicional em contexto de ensino aprendizagem. Probabilidade condicional em contexto de ensino aprendizagem. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(5), 544-554.
- Figueiredo, A. (2000). *Probabilidade condicional: um enfoque de seu ensino-aprendizagem*. (Dissertação de mestrado). Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo.
- García-García J. I., Díaz-Levicoy, D., Vidal-Henry, S. y Arredondo, E. H. (2019). Las Tablas Estadísticas en Libros de Texto de Educación Primaria en México. *Revista Paradigma*, XL(2), 153-175.
- Gea, M. M., Gossa, A., Batanero, C. y Pallauta, J. (2020). Construcción y lectura de la tabla de doble entrada por profesores de Educación Primaria en formación. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(1), 348-370.
- Lahanier-Reuter, D. (2003). Différents types de tableaux dans l'enseignement des statistiques. *Spirale - Revue de Recherches en Éducation*, 32, 143-154.
- Longen, A. (2016). *Matemática: padrões e relações: ensino médio* (1.ed.). São Paulo: Editora Brasil. Coleção matemática padrões e relações.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132. Versão revista e atualizada de um artigo anterior: Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.

Auriluci de Carvalho Figueiredo. Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES). Licenciada em Matemática e doutora pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2007). Professora e coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Metropolitana de Santos. Nascida em Santos (SP) em 14 de julho de 1958. Publicações nas áreas de educação estatística, educação financeira e formação de professores. Email: aurilucy@uol.com.br

Cileda de Queiroz e Silva Coutinho **Nombre Primer Apellido Segundo Apellido.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Doutorado em Didática da Matemática pela Universidade Joseph Fourier – Grenoble I – França, concluído em 2001. Atualmente professora e pesquisadora no Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP, Brasil. Nascida em Santos (SP) em 14 de setembro de 1957. Publicações na área da Educação Estatística (Didática da Estatística e Didática da Probabilidade) assim como na área de Educação Financeira. Email: cileda@pucsp.br.