

Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

Carlos Fernando Chávez Castiblanco (Colegio Virginia Gutiérrez de Pineda. Colombia)
Oswaldo Jesús Rojas Velázquez (Universidad Antonio Nariño. Colombia)

Fecha de recepción: 25 de mayo de 2020
Fecha de aceptación: 10 de diciembre de 2020

Resumen

En la investigación se aborda un análisis de las respuestas a un problema geométrico con múltiples vías de solución por parte de los estudiantes de secundaria, de un colegio público de la ciudad de Bogotá, en la cual se examina la producción divergente y la creatividad a través de la fluidez, flexibilidad y originalidad y luego se contrastan estos resultados con el desempeño académico. En este proceso se tienen en cuenta las teorías más representativas sobre el tema, que se vienen trabajando desde mediados del siglo XX hasta nuestros días, donde los aportes de científicos, psicólogos, pedagogos, entre otros, han permitido avanzar desde diferentes puntos de vista, en la comprensión de esta habilidad y sus posibilidades de desarrollarla de la mejor manera. Este estudio se basa en un enfoque mixto, con un diseño de investigación acción, utilizándose los métodos análisis-síntesis, observación participante e instrumento de contenido. Finalmente se presentan algunos puntos de discusión y conclusiones, destacándose las estrategias de rotación, simetría y translación de cuadrados, aportadas por los estudiantes, las cuales permitieron la construcción de nuevas soluciones.

Palabras clave

Creatividad, pensamiento divergente, resolución de problemas, geometría.

Title

Some considerations on divergent thinking and creativity from the resolution of a geometric problem with multiple solution routes

Abstract

The research addresses an analysis of the responses to a geometric problem with multiple solution paths by high school students from a public school in the city of Bogotá, in which divergent production and creativity are examined through fluidity, flexibility and originality, and then these results are contrasted with academic performance. This process takes into account the most representative theories on the subject, which have been worked on since the mid-twentieth century until today, where the contributions of scientists, psychologists, pedagogues, among others, have allowed progress from different points of view, in the understanding of this skill and its possibilities to develop it in the best way. This study is based on a mixed approach, with an action research design, using the methods of analysis-synthesis, participant observation and content instrument. Finally, some points of discussion and conclusions are presented, highlighting the strategies of rotation, symmetry and translation of squares, provided by the students, which allowed the construction of new solutions.

Keywords

Creativity, divergent thinking, problem solving, geometry.



1. Introducción

La creatividad resulta importante en educación, puesto que favorece la socialización de ideas, fortalece la autoestima de los estudiantes, constituye un punto de encuentro entre la imaginación y la realidad, y permite desarrollar procesos de creación. Actualmente las grandes ideas que promueven cambios en el mundo, no necesariamente provienen de acudir a los métodos científicos ya conocidos y verificados, sino que provienen precisamente de las ideas creativas, no solo aportando novedad, sino también nuevos cuestionamientos y problemas a las diferentes disciplinas. Por lo tanto, la educación, y en este caso específico la Educación Matemática, debe responder a este llamado, en el que se deben aunar esfuerzos por comprender y alentar los procesos creativos de los estudiantes.

El estudio de la creatividad matemática ha sido abordado históricamente por dos matemáticos de renombre como lo son Jacques Hadamard y Henri Poincaré. Hadamard (1945) influenciado por las ideas expuestas por Poincaré a principios de siglo en una conferencia ante la Sociedad Psicológica de París llevo a cabo una investigación informal entre matemáticos y científicos como Birkhoff, Polya y Einstein, sobre las imágenes mentales utilizadas para hacer matemáticas. En términos generales Hadamard (1945) concluyo que el proceso creativo de los matemáticos seguía el modelo de la psicología Gestalt de cuatro etapas, a saber, preparación-incubación-iluminación-verificación, sin embargo, este modelo se aplica principalmente a problemas propuestos con antelación por otros matemáticos ignorando el proceso mediante el cual se llega a las preguntas reales (Sriraman, 2009). Este problema fue abordado por Eryvnyck (1991) quien propone un modelo de tres etapas que se resumen en técnica preliminar, actividad algorítmica y actividad creativa, esta última caracterizada precisamente por la toma de decisiones no algorítmicas al resolver un problema.

Específicamente en educación matemática Haylock (1987) propone un marco para la evaluación de la creatividad matemática en los escolares, donde también describe el proceso mediante las categorías, preparación, incubación, iluminación y verificación. Sin embargo, también se interesa por las categorías de Guilford (1967) fluidez, flexibilidad y originalidad para verificar si un producto es creativo. Muestra la relación entre la flexibilidad y las fijaciones o auto restricciones y una clasificación de los énfasis de los problemas o situaciones propuestas por los investigadores para desarrollar la producción divergente.

Así mismo Silver (1997) propone la resolución y planteamiento de problemas para desarrollar la creatividad, pero no cualquier tipo de problemas sino los que tienen varias vías de solución o varias soluciones, problemas abiertos, mal estructurados o de la forma “que tal si” donde a partir de un problema se le cambian algunas condiciones, para generar nuevos problemas y nuevas soluciones.

Posteriormente y siguiendo esta misma línea de tareas con múltiples vías de solución y buscando una caracterización de la creatividad en los escolares, investigaciones como las de Kwon & Park, (2006), Leikin (2007, 2009), Sriraman (2009), Pitta-Pantazi (2012) y Leikin, R., & Pitta-Pantazi (2013) han conformado un pequeño grupo que ha venido ampliando los horizontes de la investigación en este tema.

Recientemente el tema de la creatividad ha sido abordado en congresos internacionales, como el International Congress on Mathematical Education (ICME 13, 2016) en sus grupos temáticos de estudio TSG 19 Resolución de problemas y TSG 29 Matemáticas y creatividad. En la Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 10, 2017) se propuso un grupo de trabajo temático TWG 7 llamado “Potencial matemático, creatividad y talento”, que fue cancelado debido a la falta de

contribuciones, por lo que las pocas investigaciones en el campo de la creatividad fueron presentadas en el TWG 8, el cual estaba relacionado con el pensamiento afectivo y matemáticas.

En el CERME 11 (2019) que, aunque no contó específicamente con un grupo de trabajo temático sobre creatividad matemática, hubo varias ponencias que abordaron el tema desde diferentes perspectivas y relacionadas con superdotación, tareas no rutinarias, desarrollo de habilidades analíticas, enseñanza de diagrama de barras y porcentaje, modelado matemático, potencial matemático, proyectos de futuros maestros, creatividad social, tareas desafiantes, entre otras. Sin embargo, se considera de especial interés para este estudio el TWG 4 de enseñanza y aprendizaje de la geometría, donde se abordó el tema específico de la creatividad matemática en geometría a través de tareas con múltiples soluciones.

Finalmente, para el año 2021 en el ICME 14 se estudiará el tema en el TSG 59 Creatividad y matemática. En estos eventos la investigación se interesa principalmente, en cómo funciona y se manifiesta la creatividad en los matemáticos, así como también, en cómo desarrollar la creatividad, no solo de estudiantes, sino también de docentes, y cómo afecta el contexto y otros factores en su desarrollo.

Esto pone de manifiesto, algo que ya había mencionado Sriraman (2009), y es que la creatividad en matemáticas es un tema que hasta el momento se ha estudiado muy poco, pues hasta ahora se está abriendo un espacio entre la comunidad. Lo cual sugiere un campo de acción para los investigadores en Educación Matemática, ya que estudios como los de Silver (1997); Sriraman (2009); Leikin & Pitta-Pantazi (2013); Haavold, Hwa Lee, & Sriraman (2018); entre otros, demuestran que la creatividad es una habilidad que puede ser motivada, ejercitada y desarrollada mediante distintos tipos de actividades.

Este estudio centra los esfuerzos en comprender, cómo se manifiesta la creatividad geométrica y su relación con el pensamiento divergente. Para esto se plantea un problema a los estudiantes, el cual requiere para su solución de elementos geométricos básicos, pero que no supone ningún conocimiento específico, es decir, no requiere de recordar teorías, teoremas, propiedades o algoritmos. Este problema se ha propuesto de esta manera, con el fin de no excluir a ningún estudiante por falta de dichas bases y también, porque a veces el no saber un camino específico, o seguir unas directrices convencionales, permite explorar otras alternativas para la solución de un problema, lo cual favorece la imaginación, el pensamiento divergente y la creatividad.

El diseño de la actividad, en parte, responde a la aplicación de instrumentos como encuestas y entrevistas con docentes de secundaria, así como con especialistas en el tema, quienes aportaron desde su experiencia valiosas sugerencias que contribuyeron al mejoramiento de la actividad. Así mismo se tuvieron en cuenta las investigaciones de Kwon, Park, & Park (2006); Leikin & Lev (2007); Leikin & Levav-Waynberg (2008); Pitta-Pantazi, Paraskevi, & Constantinos (2012); Fortes & Andrade (2019); quienes han abordado el tema de la creatividad mediante problemas no rutinarios, con múltiples vías de solución o problemas abiertos.

Teniendo en cuenta estos insumos, se analizan las respuestas de los estudiantes con el fin de caracterizar la fluidez, flexibilidad y originalidad en el proceso creativo, así como también, se pone especial atención en las estrategias abordadas por los estudiantes para generar nuevas soluciones. Posteriormente se contrastan estos resultados con el desempeño académico en la clase de geometría de cada estudiante, con el fin de evaluar si esta actividad sirve como instrumento, para avanzar en el objetivo general de este estudio, consistente en delimitar las diferencias y las fronteras entre el pensamiento divergente y la creatividad en el proceso de resolución de problemas geométricos en estudiantes de 13 a 15 años.



2. Marco Teórico

A continuación, se presenta una síntesis de las teorías de dos de los principales investigadores del pensamiento divergente y la creatividad. La triangulación de estas, constituye el marco teórico de este estudio. En primer lugar, se referencian los planteamientos de Guilford (1967) a quien se le atribuye la publicación y el primer argumento convincente de que la creatividad puede ser estudiada científicamente en su libro *The Nature Of Human Intelligence* (1967). En segundo lugar, se tiene en cuenta las ideas de Mark A. Runco que actualmente es un referente de la investigación acerca del pensamiento divergente y la creatividad y se desempeña como editor de *Creativity Research Journal*, además de ser organizador de una conferencia internacional sobre creatividad.

A pesar de que el análisis se centra en las teorías de estos dos autores, no deja de ser importante señalar que este documento también está permeado por las ideas de otros investigadores como Silver (1997), Calleja de la Vega (2003), Esquivias (2004), Tristán (2016), Ervynck (1991), Leikin & Pitta-Pantazi (2013), entre otros, que han servido de guía, para clarificar ideas y conceptos. Estos insumos sirven como referentes teóricos para el posterior análisis de las respuestas de los estudiantes de acuerdo con el problema planteado.

Los términos de pensamiento divergente y pensamiento convergente son términos acuñados por el psicólogo norteamericano Joy Paul Guilford, quien en las décadas de 1950 y 1960 hace un estudio riguroso, a través de métodos psicométricos. A partir de estos planteamientos se han desarrollado diferentes investigaciones que han arrojado resultados interesantes no solo para la psicología, sino que también son de interés para la educación, y en este caso particular para la Educación Matemática.

Guilford (1967) trata de proporcionar una fundamentación sobre el concepto de inteligencia, teniendo en cuenta los resultados llevados a cabo mediante el análisis factorial, específicamente desarrolla una teoría sobre la estructura del intelecto (EI) que surge de aplicaciones experimentales del análisis factorial múltiple. El autor, considera todo comportamiento mental según una estructura de tres categorías, llamadas por él como categorías de la estructura del intelecto, las cuales son: de contenido, operacionales y productivas, que se describen brevemente a continuación:

- Categorías de contenido: son figurativa, simbólica, semántica y conductual.
- Categorías operacionales: permiten la evaluación, producción convergente, producción divergente, memoria y la cognición.
- Categorías productivas: están determinadas por unidades, relaciones, sistemas, transformaciones e implicaciones.

Como se puede ver dentro de las categorías operacionales, se encuentra el pensamiento divergente, el cual surge en relación con las aptitudes de pensamiento creativo, puesto que según Guilford (1967) parecían tener propiedades exclusivas que implican, fluidez, flexibilidad, originalidad y aptitudes de elaboración.

Para Guilford (1967) en la categoría de las operaciones, el conocimiento es básico, puesto que si no hay conocimiento no hay memoria, si no hay memoria no hay producción, y si no hay conocimiento y producción no puede haber evaluación. En las producciones divergente y convergente existe una clara dependencia con el conocimiento y la memoria.

A sí mismo, hay que aclarar que para Guilford (1967) el concepto de “producto” corresponde, a la manera en que se manifiesta cualquier información y un sinónimo de producto podría ser el de concepción, que también se refiere a las formas de conocer o comprender la información.

2.1. Aptitudes de la producción divergente

En relación con este tema Guilford (1967) habla de la fluidez, la flexibilidad, la originalidad y la elaboración como las aptitudes de producción divergente, a las cuales se ha llegado, a través de estudios de análisis factorial por varios investigadores. Además, hace énfasis en que estos aspectos deben ser de especial importancia para el pensamiento creativo. También resalta que los test de producción divergente exigen a los examinados que produzcan sus propias respuestas y no las elijan de alternativas dadas, razón por la cual no debe sorprender que dichos test estén ausentes en los modernos exámenes de inteligencia.

Por otra parte, es de considerar la información referenciada por Guilford (1967) acerca de los estudios de Torrance (1962) quien trabaja específicamente con los niños de grados quinto y sexto, y encuentra que quienes tienen puntajes elevados en los test de producción divergente, generalmente son aquellos considerados por los maestros como los que tienen buenas ideas, poco usuales, hasta el extremo de ser difícil evaluarlos con las normas comunes. También encuentra, que algunos tienen comportamientos violentos o que tienen ideas traviesas, esto especialmente presentado por los varones.

Otra importante referencia que hace Guilford (1967) sobre Torrance (1962) es la del estudio de las relaciones entre los puntajes de los test de la producción divergente y los de coeficiente intelectual (CI) que en general son bajas, pero que, aunque un CI elevado no es condición suficiente para obtener buenos resultados en los test de la producción divergente (PD), poseer un CI por encima del promedio es algo casi necesario (ver Figura 1).

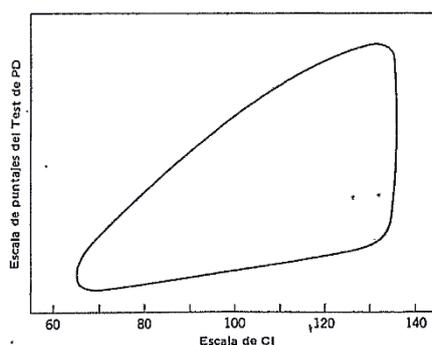


Figura 1. Diagrama de Dispersión. Tomado de Guilford (1967).

Por otra parte, también se tiene en cuenta los referentes teóricos para la creatividad de Runco (2008, 2012, 2017). Runco (2008) asegura que la creatividad nunca será plenamente comprendida utilizando el enfoque científico tradicional, puesto que la creatividad requiere originalidad y la originalidad es típicamente impredecible, o al menos no predecible con mucha precisión. También

Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

sugiere que la creatividad no es evaluable mediante el pensamiento divergente, puesto que las pruebas de pensamiento divergente sirven como predictores, en lugar de criterios de desempeño de la creatividad.

Runco (2008) referencia el trabajo de Guilford (1967) en el que se identificaron factores del pensamiento divergente como son la fluidez, la flexibilidad y la originalidad. Expone, que la fluidez debe ser entendida como la cantidad de ideas que surgen en relación con una situación o problema, la originalidad suele definirse en términos de infrecuencia estadística de las ideas y la flexibilidad como la que conduce a diversas ideas que utilizan variedad de categorías conceptuales.

Estos tres elementos están asociados a la creatividad, sin embargo, Runco (2008) también es claro en afirmar que hay estudios que se basan únicamente en la fluidez y esto se debe a que ésta se relaciona significativamente con la originalidad y flexibilidad, pero esto no significa que sean intercambiables.

El problema es que la fluidez no es tan importante como la originalidad o la flexibilidad, al menos si la intención es predecir el rendimiento creativo. De hecho, el factor que se considera más importante para la creatividad es la originalidad, sin embargo, esta no es suficiente, puesto que el pensamiento divergente regularmente conduce a ideas muy originales, pero que carecen de encaje y eficacia. Esto se debe a que cualquier tipo de manifestación de la creatividad, ya sean ideas, soluciones, productos, inventos, entre otros, además de ser originales deben ser efectivas, razón por la cual el pensamiento divergente no es sinónimo de resolución creativa de problemas (Runco, 2008).

A pesar de que las pruebas de pensamiento divergente se utilizan frecuentemente en las investigaciones sobre creatividad, estas no garantizan logros creativos reales, pero son predictores fiables y en cierta medida válidos de determinados criterios de rendimiento. De hecho, las pruebas de pensamiento divergente conducen directamente a hipótesis comprobables y permiten la evaluación del potencial de pensamiento creativo. La palabra clave es la del potencial, puesto que el pensamiento divergente no es lo mismo que la creatividad. El pensamiento divergente frecuentemente conduce a ideas originales y la originalidad es una de las características fundamentales de la creatividad, sin embargo, esto no es suficiente, puesto que una persona puede salir bien en una prueba de pensamiento divergente y nunca tener una idea creativa.

Según Runco (2012) a partir de las pruebas de pensamiento divergente se pueden establecer indicadores del talento creativo, sin embargo, hay que tener claridad de lo que significa un indicador. Es una especie de predictor y como en toda predicción hay cierta incertidumbre, esta misma incertidumbre está presente con las estimaciones que se hacen del potencial creativo a través de pruebas de pensamiento divergente, sin embargo, no dejan de ser estimaciones útiles del rendimiento creativo futuro.

2.2. La Medición de la Creatividad

Según Runco (2012) en la literatura se han identificado cuatro tipos de pruebas de creatividad, las cuales tienen que ver con el pensamiento divergente, inventarios de actitudes e intereses, inventarios de personalidad e inventarios biográficos. Estos instrumentos brindan información útil, pero las pruebas de pensamiento divergente son las más utilizadas, tanto así, que en ocasiones se han llegado a considerar erróneamente como pruebas de creatividad.

A pesar de que la creatividad no es evaluable directamente mediante pruebas de pensamiento divergente, puesto que simplemente se comportan como predictores del potencial creativo, Runco (2017) asegura que el pensamiento divergente es una de las teorías más útiles para las investigaciones sobre la creatividad, no solo porque las pruebas tienen altos índices de confiabilidad y validez, sino porque las tareas de pensamiento divergente también son útiles como ejercicios cuando se intenta comprender el pensamiento creativo, puesto que a partir de su análisis se pueden establecer nuevas hipótesis.

En este mismo orden de ideas Runco (2017) asegura que, las pruebas de pensamiento divergente han demostrado tanta fiabilidad y validez como las pruebas de coeficiente intelectual, pruebas de comportamiento y las pruebas de personalidad. Sin embargo, él mismo aclara que no son precisas, así como ninguna prueba es totalmente precisa, puesto que para él todas las pruebas se comportan como predictores. Ahora bien, este investigador no solo centra su investigación en la resolución de problemas, sino que también menciona que hay creatividad en el planteamiento o identificación de problemas.

Por último, el autor también identifica que los investigadores se deben asegurar que las personas involucradas en las pruebas deben estar altamente motivadas a desarrollar la prueba, puesto que es más probable que den su rendimiento al máximo si se encuentran bien motivadas. En este sentido también hace la apreciación, de que es más favorable en lo posible presentar las pruebas de manera no convencional, donde no haya calificaciones o respuestas correctas o incorrectas. Es decir que, si es posible presentarlas a manera de juego sería más conveniente, puesto que el examinado se desinhibe y deja fluir sus ideas.

En conclusión, las pruebas de pensamiento divergente no evalúan el pensamiento creativo, simplemente evalúan el potencial creativo. Sin embargo, cabe resaltar que en el terreno de la Educación Matemática estudios como los de Leikin (2009), han mostrado que las pruebas de pensamiento divergente, las cuales se caracterizan por ser problemas con múltiples vías de solución o problemas matemáticos abiertos, sirven para desarrollar la fluidez, flexibilidad y originalidad. Por tanto, estas pruebas constituyen una parte importante para comprender parte del proceso creativo en matemáticas, además de ser un insumo para su caracterización.

3. Metodología

La metodología de la investigación utilizada se concreta en un enfoque mixto de investigación, con un diseño de investigación acción. Este diseño "... constituye un proceso de reflexión-acción-cambio-reflexión, dirigido a superar los problemas y las necesidades del aula" (Minerva, 2006, p. 116). Por lo que se infiere que este diseño permite transformar, mejorar y enriquecer el quehacer docente en el aula.

Este diseño permite investigar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, para perfeccionar y enriquecer la resolución de problemas geométricos con múltiples vías de solución, con el fin de determinar avances en las diferencias y fronteras entre el pensamiento divergente y la creatividad en los estudiantes grado sexto. Además, como resultado se propicia la experimentación, búsqueda y exploración del contenido geométrico, que a la vez estimule y permita el desarrollo del pensamiento divergente y la creatividad. También, la forma como se concibe este diseño para investigar en el aula, contribuye a mejorar las actividades propuestas, a partir de las posibilidades que tienen los estudiantes de plantear, expresar y comprobar sus ideas, compartirlas y confrontarlas.



Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

En el desarrollo de la investigación se utilizan métodos teóricos (análisis-síntesis) y empíricos (observación participante, instrumento de contenido). Se realiza un análisis estadístico descriptivo y se utiliza el procedimiento del cálculo porcentual para el procesamiento de la información obtenida, a través de los métodos y técnicas del nivel empírico, durante el desarrollo de la investigación.

3.1. Participantes

El problema se trabaja con estudiantes de grado sexto, cuyas edades oscilan entre los 11 a 13 años, del colegio distrital Virginia Gutiérrez de Pineda de la localidad de Suba en el noroccidente de Bogotá, Colombia. Inicialmente se aplica el problema a un grupo de 30 estudiantes de uno de los dos cursos de grado sexto, el grupo 01. Esto sirve como prueba piloto, para detectar fallas en la redacción del problema y sus instrucciones, así como también para prever asuntos relacionados con la logística de la actividad en general. Posteriormente se aplicó el problema a 34 estudiantes de grado sexto, el grupo 02, diferentes a los de la prueba piloto.

3.2. Actividad

A continuación, se propone una actividad que se estructura en: objetivo, sugerencias metodológicas, materiales a utilizar y desarrollo de la actividad.

3.2.1. Objetivo

Analizar el pensamiento divergente y la creatividad mediante el desarrollo de un problema geométrico, en el que se observó el desempeño de los estudiantes en relación con la fluidez, flexibilidad y originalidad.

3.2.2. Sugerencias metodológicas

El problema propuesto consiste en unir con una línea recta y continua, una rejilla de 30 puntos dispuestos en una matriz de seis por cinco; la línea debe pasar por todos los puntos y terminar en el mismo punto donde se inicia. Los puntos solo se pueden conectar mediante segmentos horizontales o verticales, y no se admiten uniones en diagonal, como tampoco es permitido que los segmentos se crucen.

Al grupo de estudiantes se les facilita material fotocopiado suficiente, con la instrucción de hacer los trazos con bolígrafo, y no borrar en caso de equivocación, sino continuar con una cuadrícula nueva, hasta encontrar una solución viable. Además, cada estudiante debe registrar todas las diferentes soluciones que encuentre. En los casos que fue necesario se proporcionó más material a los estudiantes que lo solicitaron.

La actividad se ha propuesto de esta manera para identificar no solo todas las posibles soluciones que se les ocurren a los estudiantes, sino también para tener evidencia de todos los intentos fallidos de cada uno de ellos, lo que permitió hacer un análisis más detallado de factores determinantes en el proceso creativo, como la fluidez y la efectividad. Los estudiantes tuvieron 40 minutos para su desarrollo. Es de aclarar que existen al menos 44 soluciones distintas de este problema y se esperaba evidenciar algunas de estas soluciones por parte de los estudiantes.

3.2.3. Materiales a utilizar

En el estudio se utilizan guías de trabajo, bolígrafo y colores.

3.2.4. Desarrollo de la actividad

A partir de una cuadrícula de puntos de 5 por 6 como la que se muestra en la Figura 2, dibujar una sola línea que comienza y termina en el mismo punto, respetando las siguientes reglas:

1. Los puntos se pueden conectar solo horizontal y verticalmente.
2. La línea no puede cruzarse en ninguna parte y en ningún punto.
3. La línea debe pasar por todos los 30 puntos.



Figura 2. Rejilla de 30 puntos de 5 por 6.

Para analizar las respuestas de los estudiantes se consideran los elementos de la teoría del pensamiento divergente de Guilford (1967). Este autor identifica la fluidez, la flexibilidad y la originalidad como factores determinantes en el proceso creativo. En este análisis se consideran tres aspectos:

- La fluidez; entendida como la cantidad de ideas propuestas para solucionar un problema, sin importar si dichas ideas son efectivas o no.
- La flexibilidad, la cual tiene que ver con las diferentes estrategias que utilizan los estudiantes para llegar a una solución satisfactoria.
- La originalidad o ideas originales, las cuales se tienen en cuenta solo con respecto al grupo objeto de estudio, y se identifican en aquellos estudiantes que propongan soluciones diferentes a las propuestas por la mayoría de sus compañeros.

El problema propuesto por Baggett & Ehrenfeucht (2019) fue desarrollado para trabajar áreas y perímetros. Sin embargo, se ha adaptado en este estudio para observar y desarrollar el pensamiento divergente y la creatividad. A continuación, se muestran las soluciones conocidas hasta el momento según Baggett & Ehrenfeucht (2019) clasificadas en tres categorías:

- Categoría 1. Soluciones con dos cuadrados en la columna del centro (ver Figura 3).
- Categoría 2. Soluciones con tres cuadrados en la columna del centro (ver Figura 4).
- Categoría 3. Soluciones con cuatro cuadrados en la columna del centro (ver Figura 5).

Es de resaltar que se ha añadido una codificación a cada solución lo que permitió su análisis posterior.



Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

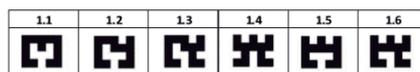


Figura 3. Categoría 1. Soluciones con dos cuadrados en la columna del centro. Tomado de Baggett & Ehrenfeucht (2019).



Figura 4. Categoría 2. Soluciones con tres cuadrados en la columna del centro. Tomado de Baggett & Ehrenfeucht (2019).

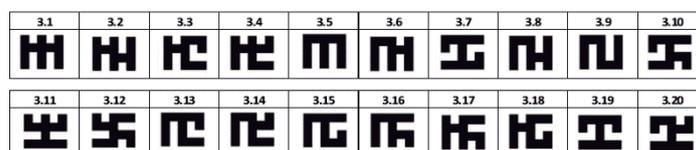


Figura 5. Categoría 3. Soluciones con cuatro cuadrados en la columna del centro. Tomado de Baggett & Ehrenfeucht (2019).

4. Resultados y discusión

Se ha encontrado en el análisis de esta actividad, que el proceso creativo a partir de problemas que promueven el pensamiento divergente lleva un proceso gradual, que inicia con intentos mediante estrategias de ensayo y error, y posteriormente se van involucrando algunos conceptos geométricos, los cuales se aplican para llegar a soluciones convencionales. Luego algunos estudiantes partieron de dichas soluciones y crearon diferentes estrategias que les permitieron encontrar soluciones nuevas. De esta manera se van reuniendo los elementos necesarios para posteriormente construir soluciones no solo eficaces sino también originales, lo que se considera en este estudio como ideas creativas. A continuación, se muestran algunos de los desarrollos hechos por los estudiantes.

El *estudiante # 1* presentó una gran cantidad de ideas, sin embargo, no logró configurar una idea eficaz, es decir, no obtuvo ninguna solución. La Figura 6 muestra algunas de sus 54 ideas, siendo este estudiante quien registró el mayor número de intentos, todos fallidos.

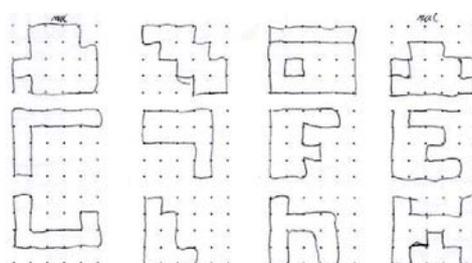


Figura 6. Soluciones del estudiante # 1.

Así mismo, se puede observar en la Figura 7 algunas de las 18 soluciones y de los 42 intentos fallidos que presentó el estudiante # 29. Sin embargo, se puede observar que a partir de una solución el estudiante logra conseguir nuevas soluciones a partir de la rotación.

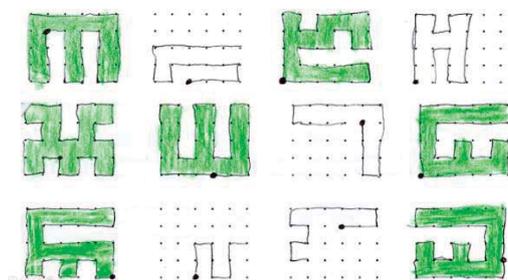


Figura 7. Soluciones del estudiante # 29.

En la Figura 8 se puede observar algunas de las 19 soluciones y 21 intentos fallidos del estudiante # 20, quien obtuvo mayor número de soluciones y presentó algunas soluciones originales en relación con todo el grupo, como la obtenida en la primera columna con la tercera fila, la cual tiene forma de “s” acostada. En las soluciones se puede observar la estrategia de rotación, para obtener una nueva solución.

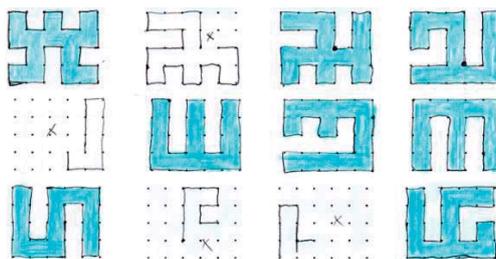


Figura 8. Soluciones del estudiante # 20.

En resumen y como ya se había mencionado anteriormente, los estudiantes parten del ensayo error logrando soluciones convencionales y luego van incorporando algunos conceptos geométricos para generar nuevas soluciones, como se muestra en la Figura 9.

Ensayo error.	Soluciones convencionales		

Figura 9. Paso del ensayo error a soluciones convencionales.

Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

A continuación, se presenta un análisis sobre la fluidez, la flexibilidad y la originalidad, de las respuestas dadas en la actividad, estos factores son determinantes para la construcción del proceso creativo en los estudiantes.

4.1. Fluidez

Para este aspecto, se analizaron todas las respuestas de los estudiantes, tanto los intentos fallidos como los que efectivamente resolvían el problema. En total se analizaron 923 respuestas, de las cuales 249 (26.97%) fueron soluciones efectivas y 674 (73.03%) fueron intentos fallidos (ver Figura 10). De acuerdo con los datos obtenidos, se puede considerar que la actividad logró desarrollar una adecuada fluidez, puesto que en promedio se le ocurrieron alrededor de 27 ideas diferentes a cada uno de los estudiantes, 20 de esas ideas fueron intentos fallidos, es decir el 74% y siete ideas efectivas, que representan el 26%.

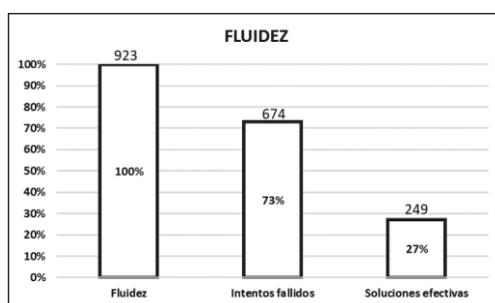


Figura 10. Fluidez de ideas de los estudiantes en la actividad.

4.2. Flexibilidad

Para la flexibilidad se tuvieron en cuenta las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes para obtener soluciones eficaces. Por lo que se lograron identificar 3 estrategias diferentes:

Soluciones generadas por rotación (R): a partir de una solución se hace una rotación para obtener una nueva solución (ver Figura 11).



Figura 11. Solución generada por rotación.

Soluciones generadas por simetría (S): a partir de una solución se consigue una nueva, realizando una simetría con respecto a uno de los lados del rectángulo que se forma con la rejilla de puntos de 5 por 6 (ver Figura 12).

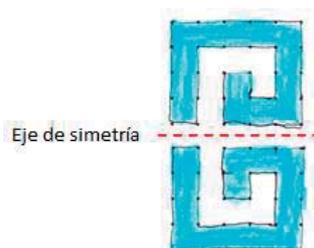


Figura 12. Solución generada por simetría.

Soluciones generadas por translación de cuadrados (*T*): a partir de una solución se toma uno o dos cuadrados y se trasladan de tal manera que se conforme una nueva solución sin alterar la regla de que pase por todos los puntos (ver Figura 13).

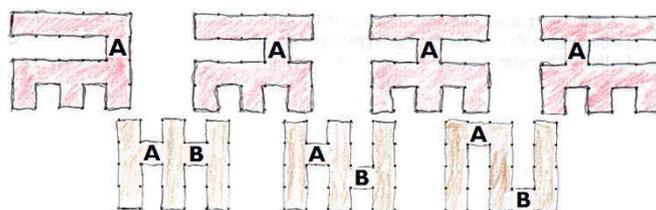


Figura 13. Soluciones generadas por translación de cuadrados.

En relación con estas tres categorías se analizaron cada una de las actividades de los 34 estudiantes y se verificó si utilizaban una, dos o las tres estrategias para llegar a soluciones efectivas. Hay que aclarar que para esta actividad también hay estudiantes que llegaron a conseguir soluciones únicamente haciendo uso de la estrategia de ensayo y error, que prácticamente es la estrategia con la que todos comienzan y posteriormente van encontrando las estrategias mencionadas.

Un 32% de los estudiantes utilizaron una de estas tres estrategias, 24% usaron dos de estas estrategias y el 3% correspondiente a un solo estudiante, el cual aplicó las tres estrategias (ver Figura 14). El resto de los estudiantes que corresponde al 41% recurrió a la estrategia de ensayo y error.

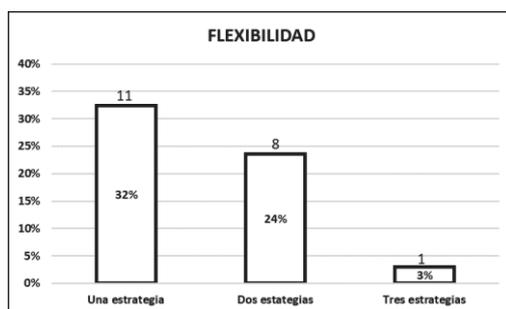


Figura 14. Flexibilidad de los estudiantes en la actividad.

Por otro lado, en la Figura 15 se puede observar que el 56% de los estudiantes usó la estrategia (*R*), 26% la estrategia (*S*) y el 6% la estrategia (*T*).

Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

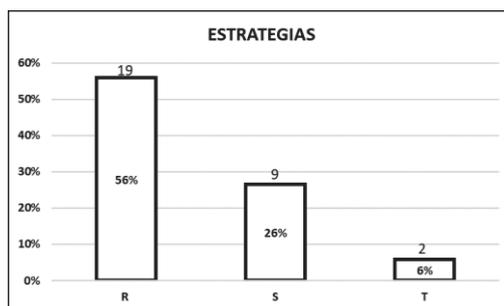


Figura 15. Porcentaje de estudiantes que utilizaron la estrategia (R), (S) o (T).

De esta manera se puede considerar que la actividad permite identificar y de cierta manera caracterizar la flexibilidad de los estudiantes en cuanto a las diversas formas de llegar a las soluciones del problema.

4.3. Originalidad

Para determinar las ideas originales de los estudiantes, se debe aclarar que se tomaron los planteamientos de Leikin (2007, 2009), Leikin, & Pitta-Pantazi, (2013) y Haavold, Hwa Lee, & Sriraman, (2018), quienes en términos generales establecen dos tipos de creatividad, por un lado, una creatividad que tiene que ver con las grandes ideas de investigadores que contribuyen a cambiar el mundo o hacen grandes aportes en teorías importantes. Por otro lado, estos investigadores establecen la creatividad en la que se basan la mayoría de las investigaciones en educación matemática, que tiene que ver con la creatividad cotidiana o relativa, que se considera generalmente con respecto a logros de la historia educativa de cada estudiante y/o en comparación con otros. En especial, este tipo de creatividad se caracteriza por la habilidad de los estudiantes para producir ideas o soluciones matemáticas en una nueva situación (a un nuevo problema matemático que no fue aprendido previamente) o para producir soluciones originales a problemas aprendidos previamente.

Por lo tanto, se considera las soluciones originales las que sean poco comunes, en relación con las soluciones de los 34 estudiantes de este estudio. Para esto se analizaron solo las 249 respuestas efectivas de todos los estudiantes y se depuraron de tal manera, que se aislaron las respuestas conseguidas por rotación, simetría y algunas de las conseguidas por traslación de cuadrados, puesto que no pueden considerarse originales, quedando 189 respuestas. A continuación, se muestran algunos resultados interesantes producto de este ejercicio.

Soluciones más frecuentes: la solución más recurrente de todos los estudiantes es la 3.5 (ver Figura 16), puesto que fue construida por alrededor de un 82% del grupo.



Figura 16. Solución más frecuente.

A esta le siguen las soluciones 3.1, 2.17 y 2.16, con 56%, 47% y 44% respectivamente que se muestran en la Figura 17.

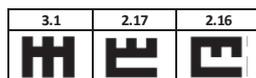


Figura 17. Segunda, tercera y cuarta solución más frecuente.

Soluciones originales: en primer lugar, se tienen en cuenta las soluciones únicas con respecto al grupo, de las cuales se contabilizan nueve diferentes, de estudiantes distintos, que representan un 26%. Estas soluciones se muestran en la Figura 18.

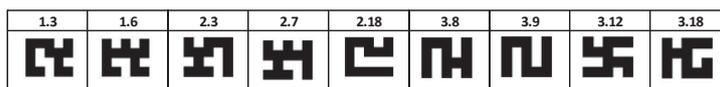


Figura 18. Soluciones únicas.

En segundo lugar, se puede observar en la Figura 19 ocho soluciones diferentes, donde cada una de estas soluciones fue aportada por dos estudiantes únicamente y representan el 24%.



Figura 19. Soluciones con frecuencia 2.

Teniendo en cuenta estas dos categorías, que se consideran soluciones originales con respecto al grupo, algunos estudiantes se sitúan entre los que tienen soluciones en las dos categorías como se muestra en la Figura 20.

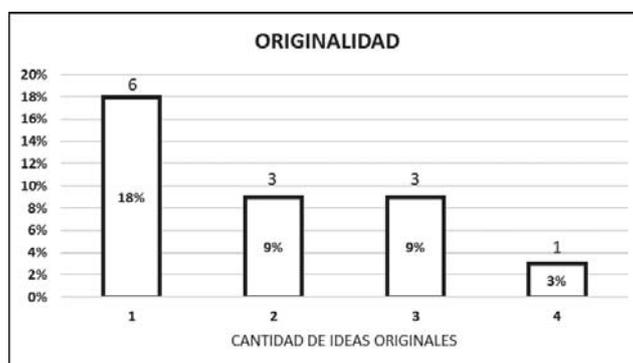


Figura 20. Porcentaje de estudiantes que obtuvieron una, dos, tres o cuatro ideas originales.

Es decir que el 39% de los estudiantes tuvieron al menos una idea original, el 21% tuvieron al menos 2 ideas originales y el 12% tuvieron 3 o más ideas originales. En conclusión, ya sea teniendo en cuenta las respuestas únicas, o las que son conseguidas solo por dos personas, la actividad claramente si permite identificar características de la originalidad de los estudiantes.

4.4. Pensamiento divergente y rendimiento académico

Efectivamente se puede evidenciar, que a pesar de que haya una gran fluidez de ideas o pensamiento divergente, en el desarrollo de la actividad, esto no necesariamente conduce directamente a soluciones y mucho menos a soluciones creativas del problema propuesto. Sin embargo, también se puede ver que las ideas creativas no surgen de la nada y que el pensamiento divergente es prácticamente necesario para poder llegar a soluciones creativas.

Por otra parte, se hicieron observaciones del rendimiento académico de los estudiantes y se compararon con los resultados de la actividad de “Uniendo puntos”, asumiendo está, como una prueba de pensamiento divergente, en la que además se podía llegar a tener soluciones creativas. Los resultados de la prueba de pensamiento divergente se obtuvieron teniendo en cuenta las soluciones correctas al problema y asignándole el mayor puntaje al estudiante que consiguió mayor número de soluciones. Por otra parte, el rendimiento académico se determinó teniendo en cuenta el desempeño de cada uno de los estudiantes durante tres bimestres escolares. En la Figura 21, se puede ver como se relacionan los datos.

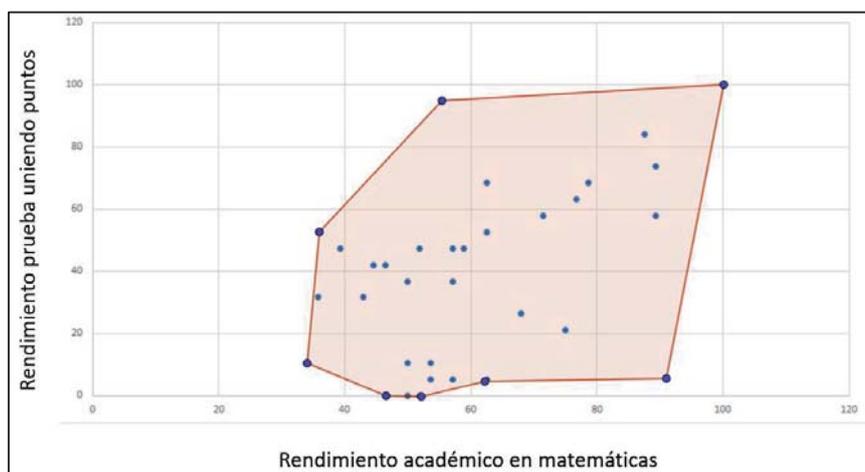


Figura 21. Rendimiento académico Vs prueba de pensamiento divergente.

Aquí se puede ver una configuración de los datos similar a la obtenida por Guilford (1967), donde se puede considerar que es casi necesario presentar un buen rendimiento académico o inteligencia, para poder generar mayor rendimiento en las pruebas de pensamiento divergente.

5. Conclusiones

El proceso de investigación sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución permitió dar respuesta al objetivo. Los resultados obtenidos propician destacar algunos elementos que resultan esenciales en este trabajo, ellos son:

- El proceso creativo a partir del pensamiento divergente lleva un proceso gradual, que inicia con intentos mediante estrategias de ensayo y error y posteriormente se van involucrando algunos conceptos geométricos, los cuales se aplican para llegar a soluciones convencionales.
- Algunos estudiantes desarrollaron estrategias identificadas como *rotación*, *simetría* y *translación de cuadrados*, que les permitieron construir soluciones nuevas a partir de soluciones que ya habían conseguido, aplicando conceptos geométricos.
- Se reunieron por parte de algunos estudiantes los elementos necesarios para construir soluciones no solo eficaces sino también originales, es decir consiguieron ideas creativas.
- La actividad claramente permite caracterizar el potencial creativo, mediante el análisis de la fluidez, la flexibilidad y la originalidad. Y por tanto se convierte en un instrumento válido para la caracterización de las fronteras, relaciones y diferencias entre el pensamiento divergente y la creatividad.
- El desarrollo de la actividad permite evidenciar las soluciones creativas con respecto al grupo, puesto que se pueden comparar las soluciones con las categorías presentadas e indagar sobre que estudiantes obtuvieron mayor número de ideas originales o si es el caso quien produce una idea no solo innovadora en el grupo, sino su originalidad va más allá de las 44 soluciones encontradas hasta el momento.
- A través de la actividad se logró observar, además de procesos creativos, la aplicación de conceptos geométricos como la rotación, simetría y translación, los cuales se consideran no solo decisivos a la hora de generar nuevas soluciones, sino que además hicieron parte del proceso de generar ideas originales.
- Se verificó que aspectos como la memoria, la inteligencia y el pensamiento divergente juegan un papel determinante en el proceso creativo.

Bibliografía

- Baggett, P., & Ehrenfeucht, A. (2019). Points. *Breaking Away from the Math*. Recuperado el 15 de febrero de 2019, de <http://sofia.nmsu.edu/~breakingaway/>.
- Calleja De La Vega, L. (2003). Creatividad matemática y resolución de problemas. *Sigma*, 22, 25-33.
- Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. En Tall D; *Advanced Mathematical Thinking*, 42-53. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Esquivias Serrano, M. T. (2004). Creatividad: definiciones, antecedentes y aportaciones. *Revista Digital Universitaria*, 5 (1). Recuperado el 22 de febrero de 2021, de <http://www.revista.unam.mx/vol.5/num1/art4/art4.htm>.
- Fortes, E. C., & Andrade, R. R. (2019). Mathematical Creativity In Solving Non-Routine Problems. *The Normal Lights*, 13, 108-135.
- Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Haavold, P., Hwa Lee, K., & Sriraman, B. (2018). Creativity in Mathematics Education. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 1-10.
- Hadamard (1945). *The psychology of invention in the mathematical field*. New York: Dover publication, INC. Princeton university press.
- Haylock, D. W. (1987). *A framework for assessing mathematical creativity in school children*. Norwich: Springer.
- Kwon, O. N., Park, J. S., & Park, H. J. (2006). Cultivating Divergent Thinking in Mathematics through an Open-Ended Approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 51-61.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, 129-145.



Algunas consideraciones sobre el pensamiento divergente y la creatividad a partir de la resolución de un problema geométrico con múltiples vías de solución

C. F. Chávez Castiblanco y O. J. Rojas Velázquez

- Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. *Proceedings of the 31st International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 161-168.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution Spaces of Multiple-Solution Connecting Tasks. *Canadian journal of science, mathematics*, 233–251.
- Leikin, R., & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 45, 159-166.
- Minerva, F. (2006). *El proceso de investigación científica*. Zulia, Venezuela: Universidad del Zulia.
- Pitta-Pantazi, D., Paraskevi, S., & Constantinos, C. (2012). Spatial visualizers, object visualizers and verbalizers: their mathematical creative abilities. *ZDM Mathematics Education*, 45, 199–213.
- Runco, M. A. (2008). Commentary: Divergent Thinking Is Not Synonymous With Creativity. *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts*, 93-96.
- Runco, M. A. (2012). Divergent Thinking as an Indicator of Creative Potential. *Creativity Research Journal*, 2 (2), 66-75.
- Runco, M. A. (2017). Divergent Thinking. *Encyclopedia of Creativity, Invention, Innovation and Entrepreneurship*, 1-5.
- Silver, E. A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Analyses*, 75-80.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, 41,13-27.
- Tristan López, A. T., & Mendoza González, L. (2016). Taxonomías sobre creatividad. *Revista de Psicología*, 37.

Carlos Fernando Chávez Castiblanco. Colegio Virginia Gutiérrez de Pineda, Bogotá Colombia, Especialista en educación matemática UPN, Magister en Enseñanza de las ciencias exactas y naturales UNAL. Su principal línea de investigación creatividad geométrica.
E-mail: cfcchavez32@gmail.com

Rojas Velázquez, Osvaldo Jesús: Coordinador de programas de maestría y doctorado de la Universidad Antonio Nariño (UAN, Colombia), Doctor en Ciencias Pedagógicas. Su principal línea de investigación es la visualización en Educación Matemática.
E-mail: orojasv69@uan.edu.co