

¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas

Ángel Alsina (Universidad de Girona. España)

Fecha de recepción: 19 de septiembre de 2020

Fecha de aceptación: 25 de marzo de 2021

Resumen

Se presentan cinco recomendaciones para mejorar las prácticas de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria, con base en los fundamentos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM): 1) planificar y gestionar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos; 2) promover prácticas de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad que consideren tanto al alumnado como al profesorado; 3) considerar contextos informales, intermedios y formales en todas las secuencias de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, con distinto protagonismo según el nivel escolar; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, en todos los itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad; y 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad. Se concluye que estas recomendaciones pueden contribuir a una enseñanza más eficaz a través del diseño e implementación de prácticas productivas, que promuevan la alfabetización estadística y probabilística del alumnado de 3 a 12 años.

Palabras clave

Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, alfabetización estadística, alfabetización probabilística, itinerario de enseñanza, práctica docente, desarrollo profesional del profesorado, Educación Infantil, Educación Primaria.

Title

What can teachers do to improve the teaching of statistics and probability? Essential Recommendations from the Mathematics Teaching Itineraries Approach

Abstract

Five recommendations are presented to improve the teaching practices of Statistics and Probability in Early Childhood and Primary Education, based on the foundations of the Mathematics Teaching Itineraries Approach (EIEM, by its acronym in Spanish): 1) plan and manage teaching of statistics and probability through mathematical processes; 2) promote statistical and probability teaching practices that consider both students and teachers; 3) consider informal, intermediate and formal contexts in all sequences of statistics and probability, with different prominence depending on the school level; 4) guarantee the principle of progressive abstraction, from concrete to abstract, in all itineraries of statistics and probability; and 5) have objective criteria to select teaching contexts of statistics and probability. It is concluded that these recommendations can contribute to more effective teaching through the design and implementation of productive practices that promote statistical and probabilistic literacy among students aged 3 to 12 years.



Keywords

Teaching statistics and probability, statistical literacy, probabilistic literacy, teaching itinerary, teaching practice, teachers' professional development, Early Childhood Education, Primary Education.

1. Introducción

La preocupación por mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria tiene una larga trayectoria, aunque los esfuerzos se intensifican desde que dichos conocimientos se incorporan de forma explícita en el currículum. A nivel internacional, este fenómeno se produce a finales de la década de los ochenta del siglo pasado, cuando el *National Council of Teachers of Mathematics* incluye el bloque “Datos y Azar” como un área temática en *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics* (NCTM, 1989). Asumiendo que la alfabetización estadística y probabilística del alumnado es una necesidad, más que una opción, progresivamente se va extendiendo la enseñanza de estos contenidos hacia las primeras edades, hasta que en *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2003) se indican estándares de contenido de “Análisis de datos y probabilidad” a partir de los 3 años. A nivel español, la Estadística se introduce en el currículum de Educación Primaria en el marco de la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE), de 3 de octubre de 1990, con un bloque de contenidos denominado “Organización de la información”, mientras que la probabilidad no se incorpora hasta 2006, con la Ley Orgánica de Educación (LOE) 2/2006, de 3 de mayo, dentro de un bloque de contenidos denominado “Tratamiento de la información, azar y probabilidad”. En Educación Infantil, la Estadística y la Probabilidad todavía no están presentes de forma explícita en el currículum vigente (Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil), y únicamente se mencionan algunos conocimientos numéricos relativos a la cuantificación y comparación cuantitativa entre colecciones de objetos (Alsina, 2012), que pueden interpretarse como un primer acercamiento a las tablas de recuento y de frecuencias. En este mismo documento legislativo, la omisión a la probabilidad es absoluta.

Por un lado, *la presencia de la Estadística y la Probabilidad en los currículos de matemáticas de los primeros niveles no garantiza que su enseñanza en el aula sea óptima y se promueva la alfabetización estadística y probabilística*, que se refieren respectivamente a: a) la capacidad de las personas para interpretar datos, evaluarlos críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos (Gal, 2002); y b) la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real (Gal, 2005). En este sentido, diversos estudios revelan lagunas de conocimientos por parte del profesorado en activo para enseñar estos contenidos (Pierce y Chick, 2011; Vásquez y Alsina, 2015a, 2017a, 2019a). Y, por otro lado, *la omisión de estos contenidos en dichos currículos no implica necesariamente que no se enseñen en la escuela*, de manera que son diversas las investigaciones que ponen de manifiesto que el profesorado aborda estos conocimientos en sus prácticas de enseñanza desde la etapa de Educación Infantil (Alsina y Salgado, 2019; Beltrán-Pellicer, 2017; entre otros).

Esta compleja trama de presencias y ausencias en el currículum junto con los déficits formativos del profesorado ha generado una preocupación constante por parte de la investigación en educación estadística y probabilística para promover la mejora de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad

desde las primeras etapas. En el contexto español, por ejemplo, destacan las contribuciones de Batanero y sus colaboradores (Batanero, 1998, 2000, 2002, 2013; Batanero y Díaz, 2004; Batanero y Godino, 2004; Godino, Batanero y Cañizares, 1987; entre otros), que han servido de motor para que, progresivamente, otros autores hayan realizado contribuciones con esta misma finalidad (Alsina, 2012, 2017, 2018a; Alsina y Vásquez, 2016, 2017; Alsina y Salgado, 2019; Alsina, Vásquez, Muñiz-Rodríguez y Rodríguez-Muñiz, 2020; Anasagasti y Berciano, 2016; Vásquez y Alsina, 2019b; Vásquez, Díaz-Levicoy, Coronata y Alsina, 2018; entre otros).

El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM, a partir de ahora), propuesto por Alsina (2018b, 2019a, 2020a), pretende ser una aportación más que, de manera sencilla pero no por ello menos rigurosa, contribuya a que el profesorado pueda avanzar hacia una enseñanza más eficaz y hacia la implementación de prácticas productivas en el aula de matemáticas en general y, como no, orientadas también a la mejora de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en particular. En este artículo, se asume que “una enseñanza eficaz requiere conocer lo que el alumnado sabe y lo que necesita aprender, y luego estimularlo y ayudarlo para que lo aprenda bien” (NCTM, 2003, p. 17). De acuerdo con la *National Commission on Teaching and America's Future* (1996), para ser eficaz, el profesorado debe conocer y entender profundamente las matemáticas que enseña y ser capaz de hacer uso de este conocimiento con flexibilidad. Necesita comprender a sus alumnos y alumnas y confiar en ellos como aprendices de matemáticas y como seres humanos, y ser cuidadosos al elegir y utilizar las estrategias pedagógicas y de evaluación. Además, la eficacia docente requiere reflexión y esfuerzos continuos para conseguir mejorarla (Alsina y Mulà, 2019). Por otro lado, por práctica productiva en educación matemática se entiende “una acción o destreza educativa útil y provechosa para promover el aprendizaje de las matemáticas con sentido en todos los niveles escolares” (Alsina, 2020b, p. 2).

Desde este prisma, y con base en los fundamentos del EIEM, en este artículo se presentan diversas recomendaciones esenciales para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria.

2. Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria

Muy sintéticamente, el EIEM se aleja de una visión de la enseñanza de las matemáticas basada en la repetición y la práctica de ejercicios que presentan los libros de texto como principales estrategias didácticas para “aprender” matemáticas, y en su lugar, plantea que es necesario “fomentar la comprensión más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición” (Alsina, 2019a, p. 11). Para garantizar estos aspectos, dicho enfoque recomienda plantear la enseñanza de los conceptos e ideas matemáticas, sean de la naturaleza que sean, a partir de itinerarios de enseñanza, asumiendo que la palabra “itinerario” se refiere a una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles:

1. Enseñanza en contextos informales: la enseñanza del contenido matemático se inicia en situaciones reales o realistas, como por ejemplo el entorno inmediato, o bien materiales manipulativos y juegos, en los que el conocimiento de la situación y las estrategias se utilizan en el contexto de la situación misma, apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia.



2. Enseñanza en contextos intermedios: la enseñanza del contenido prosigue en contextos que hacen de puente entre los contextos reales o realistas de la fase previa y los contextos formales de la fase posterior, como por ejemplo algunos recursos literarios (cuentos y canciones) y tecnológicos (*Applets*, robots educativos programables, etc.), que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático.
3. Enseñanza en contextos formales: la enseñanza del contenido finaliza en contextos gráficos y simbólicos, como por ejemplo las fichas y los libros de texto, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico.

En definitiva, el EIEM pretende ajustar la enseñanza de los conceptos e ideas matemáticas a las necesidades reales de los niños y niñas para aprender matemáticas y, para ello, se fundamenta en tres grandes pilares interrelacionados entre ellos (Alsina, 2020a): a) la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygostsky, 1978), de cuya perspectiva interesa que la educación se concibe como un fenómeno social y cultural que se basa en el lenguaje y en la interacción como herramientas fundamentales para promover el desarrollo de procesos psicológicos superiores, junto con la idea de que el pensamiento intelectual depende de la construcción autorregulada del conocimiento, que va de un proceso interpsicológico a un proceso intrapsicológico a través de procesos de internalización; b) el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Tigchelaar, Melief, van Rijswijk y Korthagen, 2010), de cuyo modelo interesa que, a través de la reflexión sistemática, se impulsa la integración de las experiencias personales, los conocimientos y las propias representaciones sobre lo que es enseñar y aprender, razón por la cual se usa el término “realista-reflexivo”. Desde esta visión, se asume que el profesorado debería conocer muchas maneras de actuar y ejercitarlas en la práctica, es decir, debería disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente (Korthagen, 2001); y c) y la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal (1991), que impulsa el uso de situaciones de la vida cotidiana o problemas contextualizados como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas. Además, se apoya en la interacción en el aula, junto con la idea de que al alumnado se le debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un docente en lugar de intentar transmitir una matemática preconstruida.

Considerando estos fundamentos teórico-metodológicos, junto con otras aportaciones subyacentes que permiten dotar de sentido y enriquecer la práctica docente, como por ejemplo la visión del NCTM (2003) acerca del conocimiento matemático o el planteamiento de Godino, Batanero, Cañadas y Contreras, J.M. (2015) sobre la articulación de la indagación y la transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a continuación se describen cinco recomendaciones iniciales para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria.

2.1. Planificar y gestionar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos

Uno de los ámbitos de investigación en educación estadística y probabilística se ha focalizado en analizar y diagnosticar los conocimientos de los alumnos, los futuros maestros y los maestros en activo

sobre distintas habilidades o procesos matemáticos que se ponen en juego cuando se aprende y se enseña Estadística y Probabilidad en la escuela, como por ejemplo en el marco de la resolución de problemas (Cañizares, 1997; Vásquez y Alsina, 2015b), el lenguaje involucrado en su aprendizaje (Vásquez y Alsina, 2017b, 2019c) o bien la representación a través de tablas y gráficos (Arteaga, Batanero, Contreras, J.M. y Cañadas, 2016), etc. Estos estudios revelan déficits de quien aprende y/o de quien enseña, razón por la cual parece necesario ofrecer orientaciones específicas para llevar a cabo una planificación y gestión de la enseñanza de los contenidos de Estadística y Probabilidad que se organice con base a estos procesos, por su relevancia en el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística.

Uno de los organismos que más ha contribuido a ofrecer una visión ampliada del conocimiento matemático que considere de forma explícita los procesos matemáticos es el NCTM (2003) que, como es sabido, considera cinco estándares de procesos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación. Este planteamiento curricular, de acuerdo con Alsina (2016), implica partir de un enfoque mucho más globalizado que no se limite a trabajar los contenidos aisladamente, sino de forma integrada con los procesos para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando las estrategias creativas de resolución de problemas, la elaboración de hipótesis, la argumentación, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar y representar planteamientos y resultados. Desde este prisma, al diseñar una práctica de enseñanza, es altamente recomendable tomar decisiones acerca de qué procesos van a seleccionarse para trabajar un determinado contenido o conjunto de contenidos matemáticos. Con base a ello, ¿cómo se puede materializar esta recomendación para el caso de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria? En la Figura 1 se ofrecen algunas orientaciones en forma de preguntas que debería plantearse el profesorado para promover una enseñanza de estos contenidos a través de los procesos.

Resolución de problemas	Razonamiento y prueba	Conexiones	Comunicación y representación
¿Qué reto voy a plantear al alumnado? una investigación estadística a partir de un contexto de vida cotidiana; un experimento estocástico con un material manipulativo; un juego de azar, etc.	¿Qué buenas preguntas/preguntas efectivas voy a plantear para que expliquen, argumenten y justifiquen sus acciones?	¿Desde qué disciplina voy a plantear el reto?; ¿con qué otras áreas de las matemáticas se puede relacionar el aprendizaje?	¿Cómo voy a fomentar la interacción? por parejas, en pequeño grupo, etc. ¿Qué vocabulario específico deben aprender? ¿Qué tipo de representación deben hacer? Verbal, tabular, gráfica, ...

Figura 1. Planificación y gestión de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos. Fuente: elaboración propia.

A modo de ejemplo, en la transcripción de la Tabla 1 se puede observar cómo, a partir del planteamiento de un reto y de preguntas breves por parte de la maestra, el alumnado comunica, argumenta y, progresivamente, se introduce en la probabilidad intuitiva.



Analizando los números que pueden salir en un dado

Maestra: Vamos a coger un dado... ¿Cuántos números tiene?
Niña S: Seis.
Maestra: ¿Tiene seis números? Lo comprobamos... Busca el número 1, ¿tiene el 1?,
Niña S: Sí.
Maestra: ¿Tiene el 2?
Niños: 3, 4, 5, 6...
Maestra: Entonces, ¿qué números pueden salir al tirar el dado?, es decir, ¿cuál es el espacio muestral de este dado?
Niños: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
Maestra: ¿Tiene el 8?
Niños: Noooo.
Maestra: Ah, entonces el 8 no pertenece al espacio muestral. ¿Y el 10?
Niño R: Tampoco, ese nunca puede salir. Es imposible.
Maestra: Vale, entonces podemos decir que el espacio muestral es todo lo que pueda salir, ¿sí?

Tabla 1. Gestión de la enseñanza de la probabilidad a través de los procesos matemáticos.

De acuerdo con Alsina (2020a), es altamente recomendable que todas las actividades de los tres niveles del EIEM (contextos informales, intermedios y formales) estén impregnadas de esta visión. A efectos prácticos esto significa que, sea cual sea el contenido de Estadística o Probabilidad que se planifique y el contexto de enseñanza en el que se lleve a cabo una determinada actividad, cuestiones como la actividad heurística, la argumentación, la comunicación o la representación, deben tener un lugar destacado en la práctica de enseñanza. Este planteamiento no implica, sin embargo, que en la planificación y gestión de una actividad deban considerarse siempre todos los procesos matemáticos explícitamente y de manera conjunta. Si bien la resolución de problemas o el planteamiento de retos debería ser el eje articulador de todas las actividades (*Ministry of Education Singapore*, 2012), una determinada actividad se puede focalizar en el uso de lenguaje probabilístico y la argumentación a través del planteamiento de buenas preguntas, en otra puede interesar promover la representación a través de gráficos estadísticos, etc. De todas formas, desde un punto de vista competencial, cuantos más procesos matemáticos estén implicados en una actividad, más rica es desde un punto de vista competencial.

2.2. Promover prácticas de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad que consideren tanto al alumnado como al profesorado

Godino et al. (2015) y Godino y Burgos (2020) plantean que, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es necesario considerar el debate entre los modelos centrados en la transmisión de conocimientos y los modelos centrados en la construcción de conocimientos: los primeros sostienen que la eficacia del proceso de estudio está ligada más a la acción docente que al descubrimiento del alumnado y, en consecuencia, focalizan su trabajo en el modelo instruccional directo y transmisivo (Boghossian, 2006), y los segundos basan su enfoque en el aprendizaje por indagación del alumnado, con un apoyo subsidiario del profesorado (Artigue y Blomhøj, 2013). Tal como se muestra en la Figura 2, y siguiendo los planteamientos de Godino et al. (2015) y Godino y Burgos (2020) acerca de la articulación de la indagación y transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el EIEM recomienda también la combinación de ambos modelos en la práctica docente (Alsina, 2020a).



Figura 2. Articulación de la enseñanza de las matemáticas a partir de la indagación del alumnado y las explicaciones del profesorado. Fuente: elaboración propia.

Este planteamiento implica, pues, que tanto el alumnado como el profesorado tienen un papel relevante en el aula: el alumnado construyendo su conocimiento en momentos determinados y el profesorado proporcionándolo en otros. Dicho de otra manera, se considera imprescindible combinar momentos de indagación por parte del alumnado con las explicaciones directas del profesorado, como se ilustra en el episodio de la Tabla 2. Este episodio, que forma parte de un estudio exploratorio en el que se analiza cómo un grupo de alumnos y alumnas de 7-8 años empiezan a usar el lenguaje probabilístico (Vásquez y Alsina, 2017c), muestra una práctica docente que se inicia con el planteamiento de diversas preguntas por parte del maestro para promover que los alumnos y alumnas piensen, busquen, averigüen, analicen o inspeccionen la multiplicidad de términos, expresiones orales y escritas, e incluso símbolos y representaciones que se pueden usar para referirse a situaciones de incertidumbre; y sigue con algunas explicaciones por parte del maestro para aclarar ideas.

Indagando y ofreciendo explicaciones acerca del lenguaje probabilístico

Maestro: ¿A qué nos referimos cuando decimos que algo es imposible, posible, seguro o incierto?

Alumno: algo es imposible cuando no hay posibilidad de que suceda o su posibilidad de suceder es muy pequeña.

Maestro: ¿puedes dar algún ejemplo?

Alumno: ganarse el Kino, mi mamá dice que es imposible ganarlo.

Maestro: Diego (alumno) no es que sea imposible ganar el Kino, sino que más bien es muy difícil ganárselo, por lo que se dice que es poco posible ganarlo.

Alumno: entonces ¿es cosa de suerte? ya que puede suceder pero no ocurre muy a menudo.

Tabla 2. Integración de la indagación del alumnado y las explicaciones del profesorado.

En este contexto, se inicia la discusión en torno a estos conceptos y comienzan a brotar una diversidad de términos y expresiones verbales vinculadas con las palabras “imposible”, “posible”, “seguro” e “incierto” y, para finalizar el episodio, el maestro ofrece una serie de definiciones para los términos “imposible”, “posible”, “seguro” e “incierto” (Figura 3).

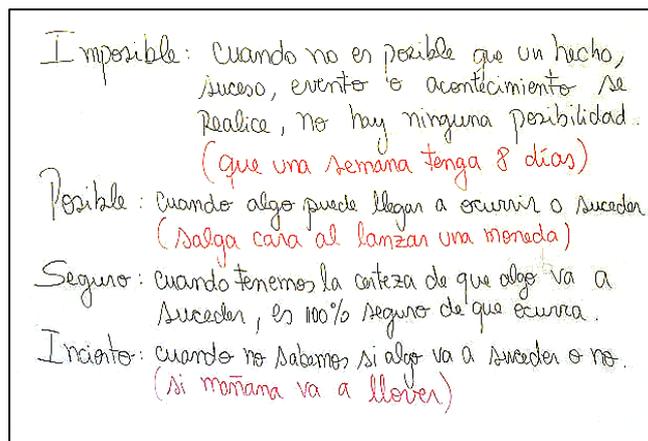


Figura 3. Definiciones proporcionadas por el maestro para “imposible”, “posible”, “seguro” e “incierto”.

Fuente: Vásquez y Alsina (2017c).

En síntesis, a partir de la combinación de momentos de indagación en los que el alumnado razona, argumenta y aporta explicaciones con base en su propia experiencia (p. ej., “ganarse el Kino, mi mamá dice que es imposible ganarlo”) junto con las aclaraciones y definiciones dadas por el maestro (p. ej., “Diego (alumno) no es que sea imposible ganar el Kino, sino que más bien es muy difícil ganárselo, por lo que se dice que es poco posible ganarlo”, se empieza a introducir un vocabulario de carácter cualitativo para asignar posibilidades de ocurrencia.

2.3. Considerar contextos informales, intermedios y formales en todas las secuencias de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, con distinto protagonismo según el nivel escolar

Como se ha indicado, el EIAM plantea la enseñanza de las matemáticas a partir de secuencias intencionadas que consideran contextos informales (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos), contextos intermedios (recursos literarios y tecnológicos) y contextos formales (recursos gráficos). Alsina (2020a) indica que existe cierta tendencia a considerar que los contextos informales son exclusivos de las primeras edades, mientras que en los últimos niveles de Educación Primaria se debe pasar directamente a lo formal o abstracto, sin espacio para lo situacional o concreto. En el EIAM se quiere romper rotundamente con esta visión y, en su lugar, se asume la relevancia de todos los contextos en todas las edades, aunque con diferente protagonismo: mientras que en los primeros niveles se requiere una presencia más destacada de contextos informales para que los niños y niñas puedan visualizar las ideas matemáticas de manera concreta, en los últimos cursos se puede hacer mayor uso de contextos intermedios y formales para que avancen hacia la formalización e institucionalización de los aprendizajes, sin olvidar que los contextos informales son imprescindibles para enseñar nuevas ideas matemáticas en cualquier edad. Esta idea, llevada a la práctica escolar, significa que ni lo situacional es exclusivo de los primeros niveles ni lo formal de los últimos, sino que es importante tener presente que el alumnado pasa por distintos niveles de comprensión al aprender una nueva idea o concepto matemático (Gravemeijer, 1994): situacional, referencial, de generalización y de formalización, que están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva. De acuerdo con este autor, en el nivel situacional, el conocimiento de la situación y las estrategias son utilizadas en el contexto de la situación misma (generalmente con recursos de fuera de la escuela); el nivel referencial es donde aparecen los modelos, descripciones, conceptos y procedimientos que esquematizan el problema, pero siempre referidos a la situación particular; el nivel

general se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel anterior pero propiciando una focalización matemática sobre las estrategias que supera la referencia al contexto; y, finalmente, en el nivel formal se trabaja con los procedimientos y notaciones convencionales.

Con base en estas consideraciones, a continuación, se describen una selección de recursos para plantear itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, asumiendo también las recomendaciones de proyectos de prestigio internacional como el Proyecto GAISE (GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Franklin et al. 2007), que se centran principalmente en enseñar el pensamiento estadístico como un proceso investigativo de resolución de problemas y toma de decisiones; centrarse en la comprensión conceptual; integrar datos reales con un contexto y propósito; fomentar el aprendizaje activo; o bien usar tecnología para explorar conceptos y analizar datos.

2.3.1. Contextos informales para la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria: contextos reales, materiales manipulativos y juegos

En el marco de la Estadística y la Probabilidad, lo situacional, es decir, los contextos reales, los proyectos, etc. tienen un papel muy relevante. En este sentido, por ejemplo, Hahn (2014) considera que el contexto es ineludible, ya que los datos se definen como “números en contexto” (Cobb y Moore, 1997). En relación a los proyectos, que pueden ser planteados por el profesorado o escogidos libremente por el alumnado, Batanero y Díaz (2004) indican que, en lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, se trata de presentar las diferentes fases de una investigación estadística: planteamiento de un problema, decisión sobre los datos a recoger, recogida y análisis de datos y obtención de conclusiones sobre el problema planteado.

Siguiendo estas fases, en Alsina (2018a, 2019a) se presentan distintas investigaciones estadísticas realizadas por alumnado de Educación Infantil y Primaria, respectivamente, que parten de contextos reales. En las imágenes de la Figura 4, por ejemplo, se observa cómo un grupo de niños y niñas de 5 años recogen datos sobre qué tipo de vehículos pasan por una rotonda que hay delante de la escuela durante un tiempo determinado, los organizan en una tabla de frecuencias y posteriormente los representan e interpretan a partir de un gráfico concreto, usando piezas de madera.



Figura 4. Investigación estadística en Educación Infantil a partir de un contexto real “¿qué vehículos pasan por la rotonda?” Fuente: Alsina (2018a).

En la secuencia de imágenes de la Figura 5, se muestran también las diferentes fases de una investigación estadística en la que un grupo de niños y niñas de 7 años analizan cómo afecta la temperatura en el crecimiento de los ajos, plantados en el invernadero y en el huerto de la escuela respectivamente: primero recogen la temperatura en el interior del invernadero y en el huerto, después

¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas

Á. Alsina

registran los datos en una tabla de doble entrada, los representan usando multicubos y, finalmente, los interpretan para responder la pregunta planteada.

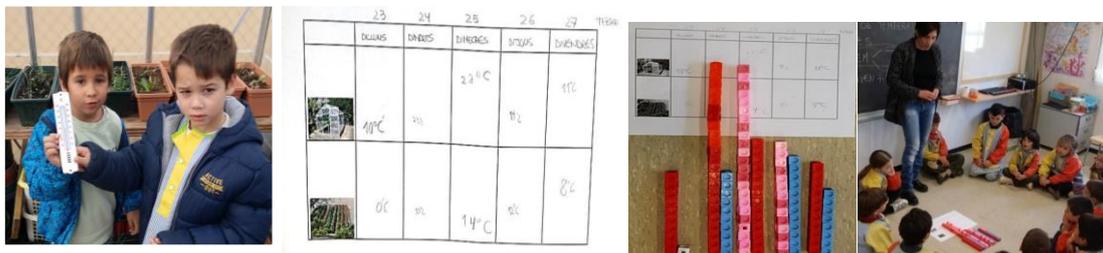


Figura 5. Investigación estadística en Educación Primaria a partir de un contexto real “¿cómo afecta la temperatura en el crecimiento de las plantas? Fuente: Alsina (2019a).

Más recientemente, y con el propósito de ofrecer orientaciones al profesorado de Educación Primaria para desarrollar la alfabetización estadística y probabilística del alumnado a partir de contextos reales, en Alsina et al. (2020) se describen doce experiencias de Estadística y Probabilidad a partir de datos reales extraídos de la pandemia ocasionada por la COVID-19 (en la sección 2.4.2 se describe una adaptación de una de estas experiencias).

Todavía dentro de los contextos informales, son diversos los autores que enfatizan la importancia de utilizar también otros recursos para enseñar Estadística y Probabilidad en las primeras etapas escolares, como los materiales manipulativos y los juegos. Batanero (2013, p. 5), por ejemplo, indica que “los niños están rodeados de azar desde que nacen, en sus juegos (echar a suertes, juegos de datos, cartas...)”, haciendo alusión a la enseñanza de la probabilidad. Alsina (2019a) muestra una amplia selección de recursos lúdico-manipulativos organizados en tres grupos de edad (6-8 años; 8-10 años; y 10-12 años). En la Figura 6 se presenta una selección de algunos de ellos.

Recursos lúdico-manipulativos para enseñar Estadística y Probabilidad				
6-8 años	 <p>Ruleta de colores: para hacer diversos lanzamientos y analizar los resultados.</p>	 <p>Ositos de colores (u otros materiales contables): p. ej., para contabilizar en una tabla de recuento en qué color se detiene la flecha en la ruleta de colores.</p>	 <p>Gomets: p. ej., para contabilizar en una tabla de recuento los resultados de una votación en clase.</p>	 <p>Cubos para representar datos cualitativos (mascota; mes de nacimiento; fruta preferida) y datos cuantitativos (nº hermanos; nº televisores en casa), etc.</p>

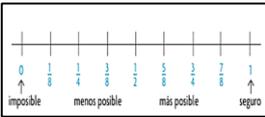
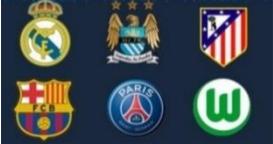
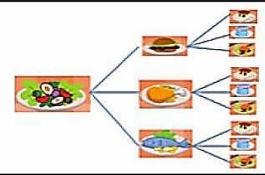
<p>8-10 años</p>	 <p>Policubos para representar datos (cada cubo puede tomar un valor de 5, 10, etc.).</p>	 <p>Láminas con situaciones de incertidumbre, para comparar la posibilidad de ocurrencia.</p>	 <p>Panel de apoyo para clasificar situaciones de incertidumbre, según sean seguras, probables o imposibles.</p>	 <p>Panel de apoyo (100 cm. x 30 cm. aproximadamente) para cuantificar situaciones de incertidumbre del contexto del alumnado.</p>
<p>10-12 años</p>	 <p>Pequeña máquina de Galton: calculando las medias de varias repeticiones, se puede constatar a qué número se asemeja la probabilidad del nº de bolas que se recoge en cada puerta.</p>	 <p>Materiales de apoyo para plantear problemas en los que interviene la probabilidad, como por ejemplo: ¿cuántos calcetines debemos descolgar para estar seguros de tener por lo menos un par completo?</p>	 <p>Escudos de equipos para hacer simulacros de todas las combinaciones posibles, sin repetir ninguna, en un sorteo de los emparejamientos para una competición.</p>	 <p>Tarjetas de apoyo para representar mediante diagrama de árbol el cálculo de probabilidades en situaciones equiprobables.</p>

Figura 6. Selección de recursos lúdico-manipulativos para enseñar Estadística y Probabilidad en Educación Primaria. Fuente: Alsina (2019a).

2.3.2. Contextos intermedios para la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria: recursos tecnológicos

Los contextos intermedios hacen referencia al uso de recursos literarios y tecnológicos. Sin infravalorar los primeros (el lector interesado puede encontrar una selección en Alsina (2019a), en este artículo se hace hincapié en los recursos tecnológicos (*Applets* y lenguajes de programación visual), por su impacto en la escuela en general y en la enseñanza de las matemáticas en particular.

Cuando los recursos tecnológicos empezaron a hacerse un hueco en las prácticas de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, Batanero (1998) ofreció ya algunos ejemplos de las múltiples posibilidades que brinda Internet en el campo de la educación estadística, dedicando una sección a los *softwares* educativos. Años más tarde, y después de que la cantidad y calidad de estos recursos haya aumentado exponencialmente, Contreras, J.M., Ruiz, Molina y Contreras, J. (2016) aportan una amplia selección de recursos virtuales para trabajar la probabilidad, que organizan en cinco grupos: juegos para la enseñanza de la probabilidad, recursos para la exploración de conceptos, recursos sobre problemas de probabilidad, lecciones virtuales y libros de texto y, finalmente, video-tutoriales de probabilidad. En

Alsina (2019a) se puede encontrar también una selección actualizada de *Applets*, junto con otros recursos como los lenguajes de programación visual. En relación a los *Applets*, se mencionan algunas de las páginas web actuales que ofrecen recursos de más calidad:

- *NRICH* (<https://nrich.maths.org>): los *Applets* se presentan organizados en dos grupos: a) “*Understanding information*”, con recursos centrados en la Estadística (de 5 a 11 años); b) “*How Likely?*”, con recursos centrados en la probabilidad (de 7 a 11 años).
- *Illuminations* (<https://illuminations.nctm.org>): esta página web ofrece también una gran variedad de *Applets* sobre Estadística y Probabilidad, ordenadas por dos criterios (por su novedad o por orden alfabético), aunque la mayoría de los recursos más novedosos no son de acceso libre. A modo de ejemplo, en la Figura 7 se presenta un recurso abierto denominado “*Bobbie Bear*” en el que se presenta un problema de combinatoria que consiste en encontrar todas las maneras posibles de vestir al oso con dos pantalones y cuatro camisetas:



Figura 7. “*Bobbie Bear*” de *Illuminations*. Fuente: <https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Bobbie-Bear/>.

- *PuntMat* (<http://appletspuntmat.blogspot.com.es>): se puede encontrar una selección de *Apps* para trabajar contenidos de Estadística y Probabilidad, con la procedencia siempre indicada. Diversos de ellos son recursos extraídos de las páginas web anteriores.

En relación a los lenguajes de programación visual, tanto *Scratch* como *GeoGebra* ofrecen también la posibilidad de apoyar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, principalmente en Educación Primaria. En el caso de *Scratch*, se puede acceder a numerosos proyectos previamente diseñados que trabajan diversos aspectos asociados a las investigaciones estadísticas, en especial la representación de datos. A modo de ejemplo, en la Figura 8 se presenta un proyecto en el que se introducen datos simulados correspondientes a las notas obtenidas por un número determinado de alumnos y alumnas y se obtiene un gráfico de sectores con los porcentajes correspondientes.

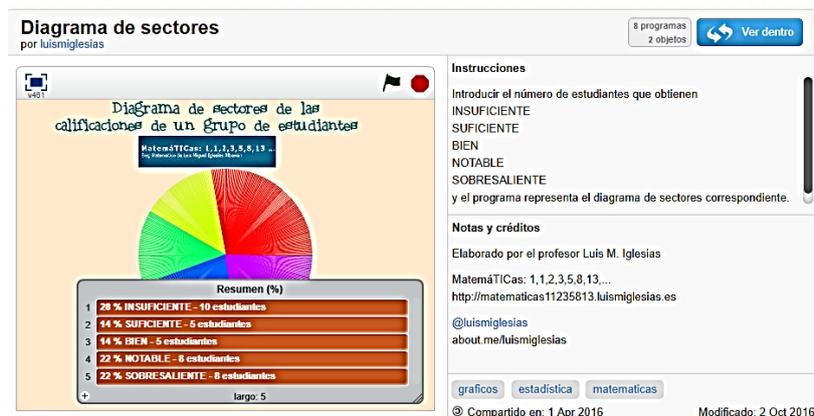


Figura 8. Construcción de un gráfico de sectores a partir de un proyecto de *Scratch*. Fuente: <https://scratch.mit.edu/projects/103795414/>.

Asimismo, si el alumnado está familiarizado con *Scratch*, se puede incentivar que diseñen proyectos sencillos usando los distintos bloques, sobre todo en los últimos niveles.

En cuanto a *GeoGebra*, dispone de muchos comandos para trabajar conocimientos de Estadística y Probabilidad. A pesar de que la mayoría son para niveles superiores a la Educación Primaria, Alsina (2019a) indica que algunos se pueden empezar a introducir en los últimos cursos de esta etapa, como por ejemplo diversos comandos referentes a las medidas de tendencia central como “media”, “mediana”, “moda”, u otros referentes a la “muestra” para definir el espacio muestral, etc.; a la vez, se puede usar también para representar datos a partir de gráficos de distinto tipo. Los comandos de probabilidad, en cambio, son más adecuados para Educación Secundaria.

2.3.3. Contextos formales para la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria: recursos gráficos

En el último nivel de los itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad se pueden incorporar recursos gráficos para ayudar a formalizar los aprendizajes realizados en los contextos previos. En este sentido, el recurso por excelencia son los cuadernos de actividades y los libros de texto, que han sido ampliamente analizados por la investigación en educación estadística y probabilística, tanto en Educación Infantil (Cuida, Espina, Alsina y Novo, 2021; Vásquez, Díaz-Levicoy y Arteaga, 2020) como en Educación Primaria, donde se ubican la mayoría de estudios (Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y Gea, 2016; Vásquez y Alsina, 2015c, 2017b). La mayoría de estos estudios revelan omisiones, diversas carencias y/o una mala articulación entre niveles, por lo es imprescindible que el profesorado disponga de conocimientos especializados que le permitan hacer una elección adecuada.

Además de los libros y los cuadernos de actividades, existen otros recursos gráficos que pueden ayudar a institucionalizar el conocimiento estadístico y/o probabilístico trabajado a lo largo de un itinerario de enseñanza. Se puede utilizar, por ejemplo, el recurso gráfico “Which One Doesn't Belong?” (*WODB*), propuesto por el profesor de matemáticas norteamericano Christopher Danielson (<http://wodb.ca>). Este recurso consiste en presentar al alumnado cuatro situaciones distintas, con el objeto de que argumenten cuál de ellas no pertenece al grupo. En la Figura 9, por ejemplo, se muestra una tarea *WODB* con cuatro histogramas.



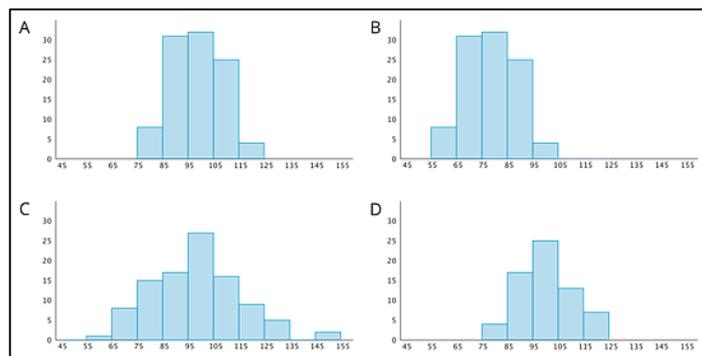


Figura 9. Ejemplo de WODB para profundizar en el conocimiento de los histogramas. Fuente: <https://access.openupresources.org/curricula/our6-8math/en/grade-6/unit-8/lesson-8/index.html>.

Una posible gestión en el aula puede consistir en escribir individualmente las propias ideas o argumentos, compartirlas en pequeño grupo y, finalmente, discutir las en gran grupo.

2.4. Garantizar el principio de abstracción progresiva en todos los itinerarios de enseñanza de Estadística y la Probabilidad, desde lo concreto hacia lo abstracto

Alsina (2020a) aclara que no es indispensable planificar itinerarios de enseñanza que incluyan todos los contextos incluidos en los tres niveles del EIEM para garantizar la comprensión del alumnado. Es decir, no se trata de diseñar e implementar secuencias de enseñanza lineales en las que deban diseñarse actividades a partir de contextos reales, materiales manipulativos, juegos, recursos literarios, tecnológicos y gráficos, respectivamente; sino de respetar el principio de abstracción progresiva, de manera que las secuencias contengan más de un contexto, se inicien en un contexto informal y concluyan en un contexto intermedio y/o formal.

En un ejercicio de ingeniería didáctica, esto implica que el profesorado debe conocer diversas maneras de actuar y tener criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente, de acuerdo con el segundo fundamento del EIEM (Korthagen, 2001). Desde este prisma, y considerando el conjunto de recursos que pueden incluirse en un itinerario, el profesorado es el responsable de tomar decisiones acertadas durante la práctica docente acerca de cuándo es necesario iniciar una secuencia a partir de un contexto real, un material manipulativo o un juego; seguir con un recurso literario o tecnológico; y finalizar con un determinado recurso gráfico, que puede ser una actividad del libro de texto, un WODB, etc. Dicho de otra manera, se trata de tener presente que, a través de los diversos contextos que componen un itinerario de enseñanza y las actividades que se plantean en cada contexto, debe garantizarse primero la visualización de las ideas matemáticas de manera concreta mediante situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos o juegos; a continuación ofrecer apoyos para avanzar hacia la esquematización y generalización progresiva, usando recursos literarios o bien tecnológicos; y terminar la secuencia con recursos que promuevan la representación con notaciones convencionales, es decir, la simbolización y la abstracción, para asegurar así la formalización del conocimiento matemático, de acuerdo con las posibilidades del alumnado. A modo de ejemplo, a continuación, se presentan dos ejemplos de itinerarios, para Educación Infantil y Primaria respectivamente.

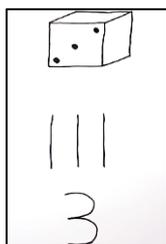
2.4.1. Itinerario 1: Ejemplo de itinerario de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil

El itinerario que se describe a continuación, adaptado de Alsina, Cornejo-Morales y Salgado (2021), está pensado para que el alumnado de 5-6 años empiece a familiarizarse con el análisis de la posibilidad de ocurrencia y la recogida, organización, representación e interpretación de datos. El itinerario incluye cuatro recursos: se inicia con un experimento estocástico a partir de un juego con dados, sigue con un cuento pensado para trabajar nociones elementales de Estadística y un tutorial de *YouTube* para presentar el cuento en formato digital, y finaliza con diversos *WODBs*.

En el primer nivel del itinerario se presenta al alumnado el experimento estocástico de la Figura 10 (en este caso concreto, a través de un tutorial ya que la actividad se ha llevado a cabo durante el periodo de confinamiento en España a causa de la COVID-19):

Lanzamiento de un dado

- Hoy lo primero que tenemos que hacer es coger un dado y lanzarlo. Después tendréis que registrar el resultado (de forma concreta, pictórica o numérica) a elección vuestra (se le indica en el tutorial con apoyo de una imagen).



- Os proponemos una cosa: ¿os animáis a hacer 10 lanzamientos y después lo registráis? ¿qué datos os salieron? Después volvéis a hacer 10 lanzamientos y comparáis los resultados con los lanzamientos anteriores. ¿Qué números salen más veces?, ¿por qué?, ¿y menos?, ¿por qué?
- Cuando lanzáis el dado, ¿qué resultados son posibles que salgan?, ¿el 8 es posible?, ¿o no?, ¿por qué? Seguro que el 9 no sale, porque no aparece en el dado; ¿y el 1?, ¿será posible?... ah sí, mirad (mostrando una cara del dado con un punto)

Figura 10. Experimento estocástico con dados. Fuente: <https://youtu.be/-o6QVgtkzI4>.

Las subtareas asociadas a la tarea de la Figura 10 consisten en registrar el resultado de cada lanzamiento de forma concreta, pictórica o numérica; indicar la frecuencia de aparición de cada número al realizar los lanzamientos; identificar, en ambas tandas, qué número se obtiene con mayor y menor frecuencia al lanzar el dado; o bien identificar todos los casos posibles al lanzar un dado, es decir, el espacio muestral. Para ayudar a realizar estas subtareas con éxito puede ser muy útil utilizar tablas de recuento, que son un eslabón imprescindible para las tablas de frecuencias, tal como se indica en Alsina et al. (2020). Estas tablas de recuento, previas a la tabla de frecuencias, pueden realizarse con signos no organizados (como p. ej., palitos o X) u organizados (en bloques de dos, p. ej.), tal como se muestra en la secuencia de la Figura 11.

Tabla de recuento con signos no organizados		Tabla de recuento con signos organizados, en bloques de dos		Tabla de frecuencias	
Valor 1 XX	→	Valor 1 XX	→	Valor del dado	Frecuencia
Valor 2 ///		Valor 2 // /		Valor 1	2
Valor 3		Valor 3		Valor 2	3
Valor 4 + + + +		Valor 4 + + + +		Valor 3	0
Valor 5 ^		Valor 5 ^		Valor 4	4
Valor 6		Valor 6		Valor 5	1
				Valor 6	0

Figura 11. Tablas de recuento y de frecuencias a partir de diez lanzamientos de un dado. Fuente: Elaboración propia.

Para seguir avanzando en el análisis de la posibilidad de ocurrencia junto con la recogida, organización, representación e interpretación de los datos, en el segundo nivel del itinerario se puede presentar el cuento “*Lemonade for Sale*”, de Stuart J. Murphy. Se trata de un cuento para niños y niñas de 6 a 10 años en el que se trabajan aspectos asociados al recuento de datos y su representación a través de gráficos. Este cuento, en inglés, también se puede también visualizar a través de un enlace de *YouTube* (Figura 12).

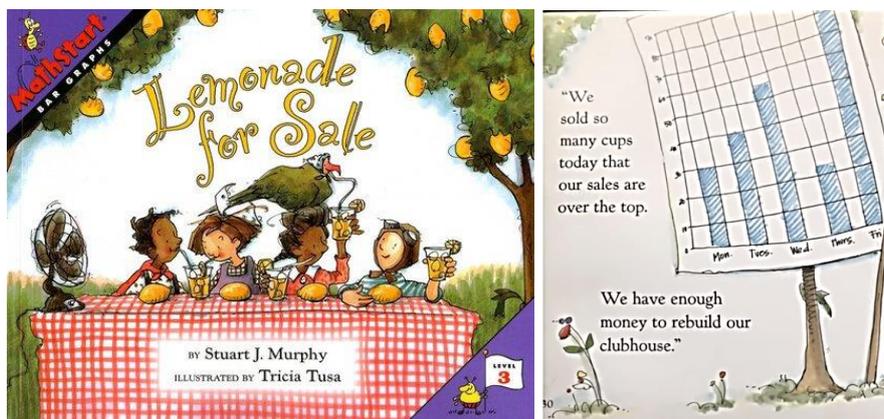


Figura 12. Portada e interior del cuento “*Lemonade for Sale*”. Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=Tk9KWw4q9Fk&ab_channel=firstgradeSmes.

Finalmente, en el nivel 3 del itinerario, y retomando el experimento estocástico con dados del primer nivel del itinerario, se puede presentar una colección de *WODBs* en los que el alumnado debe formalizar lo aprendido en las propuestas previas, a través de la comunicación y la argumentación, tal como se ha indicado. Tal como se muestra en las Figuras 13 a 15, se pueden presentar *WODBs* con situaciones de incertidumbre para comparar la posibilidad de ocurrencia al lanzar un dado; con diversas tablas de recuento y/o frecuencias; o bien con distintos gráficos concretos.

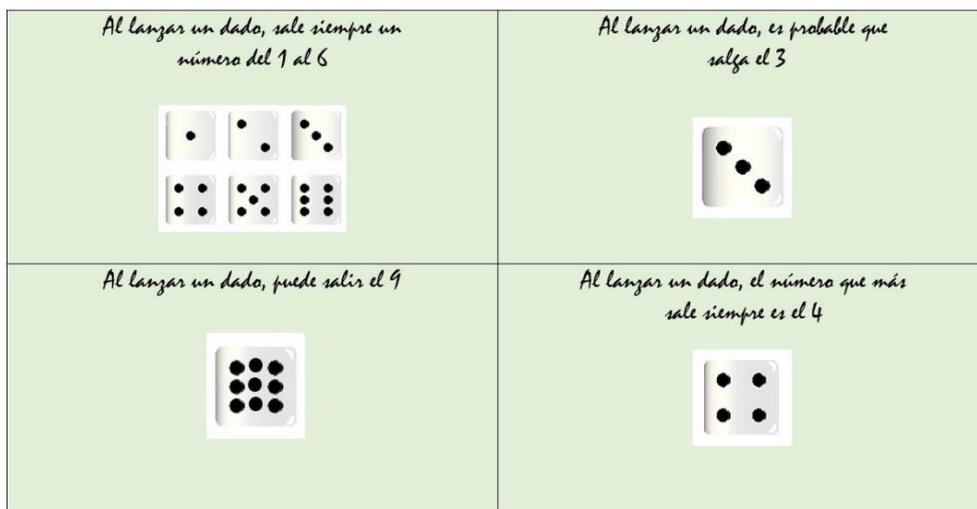


Figura 13. WODB con situaciones de incertidumbre para comparar la posibilidad de ocurrencia al lanzar un dado. Fuente: elaboración propia.

<table border="1"> <tbody> <tr><td>Valor 1</td><td>//</td></tr> <tr><td>Valor 2</td><td>///</td></tr> <tr><td>Valor 3</td><td></td></tr> <tr><td>Valor 4</td><td>////</td></tr> <tr><td>Valor 5</td><td>/</td></tr> <tr><td>Valor 6</td><td></td></tr> </tbody> </table>	Valor 1	//	Valor 2	///	Valor 3		Valor 4	////	Valor 5	/	Valor 6		<table border="1"> <tbody> <tr><td>Valor 1</td><td>//</td></tr> <tr><td>Valor 2</td><td>/</td></tr> <tr><td>Valor 3</td><td></td></tr> <tr><td>Valor 4</td><td>///</td></tr> <tr><td>Valor 5</td><td>//</td></tr> <tr><td>Valor 6</td><td>////</td></tr> </tbody> </table>	Valor 1	//	Valor 2	/	Valor 3		Valor 4	///	Valor 5	//	Valor 6	////
Valor 1	//																								
Valor 2	///																								
Valor 3																									
Valor 4	////																								
Valor 5	/																								
Valor 6																									
Valor 1	//																								
Valor 2	/																								
Valor 3																									
Valor 4	///																								
Valor 5	//																								
Valor 6	////																								
<table border="1"> <tbody> <tr><td>Valor 1</td><td>^^</td></tr> <tr><td>Valor 2</td><td>^^^</td></tr> <tr><td>Valor 3</td><td></td></tr> <tr><td>Valor 4</td><td>^</td></tr> <tr><td>Valor 5</td><td>^^</td></tr> <tr><td>Valor 6</td><td>^^</td></tr> </tbody> </table>	Valor 1	^^	Valor 2	^^^	Valor 3		Valor 4	^	Valor 5	^^	Valor 6	^^	<table border="1"> <tbody> <tr><td>Valor 1</td><td>/</td></tr> <tr><td>Valor 2</td><td>+/+</td></tr> <tr><td>Valor 3</td><td></td></tr> <tr><td>Valor 4</td><td>+/+/+</td></tr> <tr><td>Valor 5</td><td></td></tr> <tr><td>Valor 6</td><td>+/+</td></tr> </tbody> </table>	Valor 1	/	Valor 2	+/+	Valor 3		Valor 4	+/+/+	Valor 5		Valor 6	+/+
Valor 1	^^																								
Valor 2	^^^																								
Valor 3																									
Valor 4	^																								
Valor 5	^^																								
Valor 6	^^																								
Valor 1	/																								
Valor 2	+/+																								
Valor 3																									
Valor 4	+/+/+																								
Valor 5																									
Valor 6	+/+																								

Figura 14. WODB con diversas tablas de recuento. Fuente: elaboración propia.

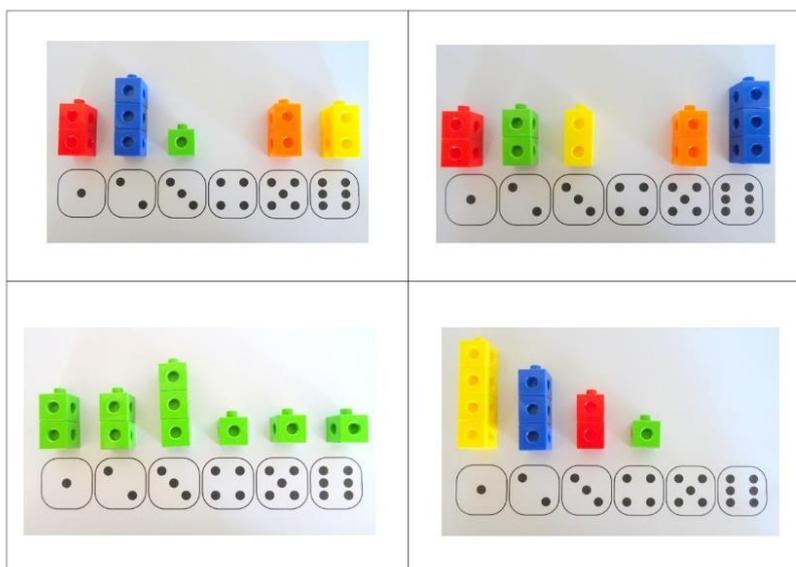


Figura 15. WODB con diversos gráficos concretos. Fuente: elaboración propia.

2.4.2. Ejemplo de itinerario de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Primaria

En este segundo ejemplo de secuencia de enseñanza, adaptado de Alsina et al. (2020), se describe una experiencia pensada para que el alumnado de 10-12 años compare probabilidades y analice situaciones problemáticas donde la probabilidad de ocurrencia puede cambiar a partir de la información de la que se disponga. El itinerario, como se describe a continuación, incluye tres contextos: se inicia a partir de datos reales obtenidos de la COVID-19, sigue con un recurso tecnológico para representar datos y finaliza con el trabajo a partir del lápiz y papel.

Para iniciar la actividad a partir de un contexto real y generar diálogo entre el alumnado, se parte de la base que uno de los efectos de la infodemia asociada a la COVID-19 ha sido considerar que el virus afecta más a los hombres que a las mujeres. Por esta razón se muestra al alumnado una compilación de titulares de prensa extraídas de periódicos de distintos países (Figura 16):



Figura 16. ¿Qué nos dice la prensa sobre el COVID-19? Fuente: Alsina et al. (2020).

A partir de estos titulares, se discute acerca de: ¿por qué se da esta tendencia?, ¿cuáles son las razones que hay detrás?, y se plantea la pregunta: ¿existe en Chile diferencia de género en la probabilidad de seleccionar al azar a una persona con COVID-19? Más concretamente, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar al azar a un hombre entre los contagiados por COVID-19? Con esta pregunta en mente, el alumnado debe analizar los gráficos de la Figura 17.

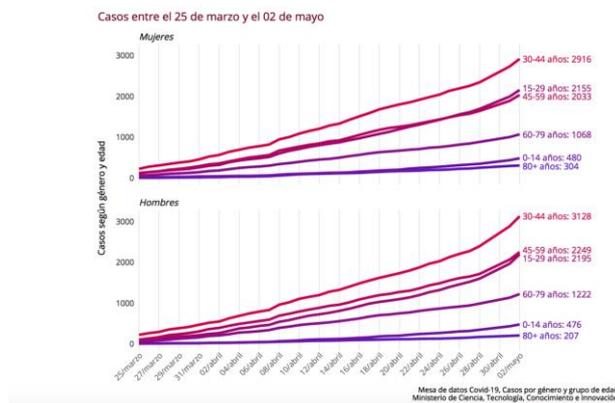


Figura 17. Casos por género y grupo de edad en Chile a 2 de mayo de 2020. Fuente: Alsina et al. (2020).

Seguidamente, se indica al alumnado que busquen datos actualizados de su país (o bien se proporciona directamente la fuente) y se solicita que construyan ellos mismos un gráfico en el que representen los casos según género y edad, utilizando un recurso digital, como por ejemplo las posibilidades que ofrecen *Excel* y *Word* de *Microsoft Office* para representar datos.

En este segundo nivel del itinerario, se puede aprovechar también para discutir acerca de qué tipo de gráfico es factible y cuál no para representar los casos según género y edad, o bien cuál es el más adecuado y por qué: un gráfico de barras (simple, agrupado/doble, agrupado/apilado), un histograma, un gráfico de sectores, un gráfico de línea, etc. Además, se pueden analizar también otros tipos de gráficos que se pueden encontrar fácilmente en los medios digitales como las coropletas, los mapas de burbujas, etc. De este modo, se puede ampliar el conocimiento referente a los gráficos y llegar a algunas conclusiones sobre las finalidades de cada tipo.

Finalmente, ya en el tercer nivel del itinerario, se puede pedir al alumnado que calculen las respectivas probabilidades, tanto de los datos correspondientes a mayo como de los actuales, que los comparen y obtengan conclusiones que aporten una visión más objetiva sobre cómo afecta el coronavirus en función del género.

2.5. Disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad

El profesorado en activo y los futuros docentes tienen a su alcance una cantidad impresionante de recursos para enseñar matemáticas. Estos recursos son de procedencia muy distinta, desde expertos en el campo de la educación matemática hasta la gran cantidad de propuestas de distintos tipos que pueden encontrarse en Internet, algunas veces sin ningún filtro que garantice su calidad. Alsina (2020a) indica que este alud de recursos requiere que el profesorado, a través de la formación inicial y permanente, disponga de conocimientos matemáticos y didácticos adecuados para tener criterios objetivos, es decir,

respaldados por la investigación, para seleccionar recursos que garanticen un buen aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, ya se ha hecho referencia repetidamente al papel del aprendizaje realista para que el profesorado pueda disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente (Korthagen, 2001). En relación a la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria, pues, la reflexión sistemática es imprescindible para indagar sobre interrogantes que genera la planificación de actividades, como por ejemplo ¿cómo puedo saber si un material manipulativo es adecuado para enseñar un determinado contenido de estadística o probabilidad?, ¿del conjunto de *Applets* que conozco, cual es el mejor?, ¿qué libro de texto, de los que me ofrecen las editoriales, propone actividades de estadística y probabilidad de mejor calidad pedagógica? o ¿qué otros contextos, aparte del libro, puedo utilizar para garantizar el aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad con comprensión?

Si bien es cierto que al aprendizaje realista empodera al profesorado para disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente, desde el EIEM se considera que es necesario complementar estos criterios fundamentados en la reflexión sistemática con otras herramientas de análisis que permitan seleccionar cualitativamente los recursos que se tienen al alcance. En este sentido, y en coherencia con la primera recomendación acerca de la aplicación del EIEM en el aula, que se centra en la planificación y gestión de la enseñanza de los contenidos a través de los procesos matemáticos, se considera que, mediante una gestión adecuada, un buen recurso debería facilitar la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, las conexiones y/o la representación. En este sentido, Alsina (2020a) propone como herramienta de análisis, el instrumento validado *Evaluating the Teaching of Mathematics through Processes* (ETMAP, por las siglas en inglés), que permite orientar al profesorado sobre qué aspectos se deben considerar para llevar a cabo una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos matemáticos y, a la vez, permite analizar la presencia de estos procesos en sus prácticas de enseñanza. Este instrumento aporta siete indicadores para cada proceso, y puede consultarse íntegramente en Alsina, Maurandi, Ferre y Coronata (2021).

La educación matemática, en el marco de distintos modelos teóricos, ofrece otras herramientas que permiten realizar análisis objetivos. En este sentido, se destacan por ejemplo los criterios de idoneidad didáctica propuestos por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos: idoneidad epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional, y ecológica, que pueden consultarse íntegramente en Godino, Batanero, y Font (2007). Cabe señalar que la idoneidad mediacional, en concreto, permite valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.

Asimismo, para el caso concreto de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, existe alguna pauta de observación de clases que puede servir también para analizar la potencialidad de los diversos contextos y recursos. A modo de ejemplo, la pauta de observación de clases de probabilidad para Educación Primaria diseñada por Vásquez, Alsina, Pincheira, Gea y Chandía (2020), ofrece orientaciones específicas sobre los siguientes aspectos:

- Tareas probabilísticas: problemas, ejercicios, experimentos estocásticos, etc., que promuevan el razonamiento por medio de la exploración y la reflexión, que relacionen los diferentes significados de la probabilidad y que permitan contrarrestar los sesgos de razonamiento probabilístico en situaciones de incertidumbre.

- Razonamiento probabilístico: formulación, interpretación, obtención y validación de situaciones de incertidumbre para modelarlas, escapando a los sesgos probabilísticos y creencias erróneas.
- Conexiones probabilísticas: conexión de ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos sobre azar y probabilidad, tanto con otros contenidos matemáticos como con niveles escolares anteriores o posteriores.
- Comunicación probabilística: interacción, negociación y diálogo para promover el aprendizaje de las ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos de azar y probabilidad.
- Lenguaje probabilístico: múltiples lenguajes (verbal, numérico, simbólico, tabular y gráfico) utilizados para promover una comprensión adecuada.

3. Consideraciones finales

La enseñanza de la Estadística y la Probabilidad ha adquirido un mayor protagonismo en las últimas décadas, sobre todo por su importante contribución a la formación de ciudadanos y ciudadanas que tengan más y mejores conocimientos para analizar críticamente la gran avalancha de datos que recibimos diariamente a través de diferentes medios (audiovisuales, radiofónicos, impresos y, por supuesto, digitales) y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre.

Como ya se ha indicado, una de las consecuencias directas de este fenómeno ha sido la incorporación de la Estadística y la Probabilidad en el currículo de matemáticas de las primeras etapas escolares, para que los niños y niñas puedan iniciar el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística desde edades muy tempranas. En concreto, el NCTM (2003) ha avanzado su enseñanza a partir de los 3 años, lo cual implica que el profesorado tanto de Educación Infantil como de Educación Primaria debe disponer de un amplio abanico de conocimientos, tanto disciplinares como didácticos, que permitan llevar a cabo una enseñanza eficaz de la Estadística y la Probabilidad.

Sin embargo, una parte del profesorado no ha recibido una formación inicial o permanente que permita implementar prácticas productivas y, a su vez, el currículo tampoco ha venido acompañado de orientaciones específicas que ayuden al profesorado a realizar con éxito esta labor (Alsina, 2017). Para amortiguar estas lagunas, la investigación en educación estadística y probabilística viene desarrollando, desde hace ya varias décadas, contribuciones relevantes para mejorar los conocimientos tanto disciplinares como didácticos que moviliza el profesorado de Educación Infantil y Primaria para enseñar Estadística y Probabilidad (Alsina, 2012, 2017, 2018a; Alsina y Vásquez, 2017; Alsina y Salgado, 2019; Alsina et al., 2020; Anasagasti y Berciano, 2016; Batanero, 1998, 2000, 2002, 2013; Batanero y Díaz, 2004; Batanero y Godino, 2004; Franklin et al. 2007; GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Godino, Batanero y Cañizares, 1987; Vásquez y Alsina, 2019b; Vásquez et al., 2018; entre otros).

Para seguir avanzando en esta dirección, en este artículo se han descrito un conjunto de recomendaciones para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a partir de los fundamentos teórico-metodológicos del EIEM (Alsina, 2018b, 2019a, 2020a): a) la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygostsky, 1978); b) el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Tigchelaar et al., 2010); y c) la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal (1991), junto con otras aportaciones que pueden contribuir también al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas, como la visión del NCTM (2003) acerca del conocimiento matemático o el planteamiento de Godino et al. (2015) sobre la articulación de la indagación y la transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.



En concreto, se han ofrecido cinco recomendaciones para aplicar el EIEM en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil y Primaria: 1) planificar y gestionar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación; 2) promover prácticas de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad que se caractericen por combinar momentos de indagación por parte del alumnado con las explicaciones directas del profesorado, con el propósito de acabar con polémicas y discusiones recurrentes acerca de la instrucción directa como “mal método” para impartir clase o los modelos indagativos como métodos que “dejan solos” al alumnado en su proceso de aprendizaje; 3) considerar contextos informales, intermedios y formales en todas las secuencias de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, con distinto protagonismo según el nivel escolar, asumiendo de esta forma que ni lo situacional es exclusivo de los primeros niveles ni lo formal de los últimos; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, en todos los itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad; y 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad, teniendo en cuenta la gran diversidad de recursos disponibles.

Consideramos que estas recomendaciones, junto con otras que puedan generarse a partir de la aplicación progresiva del EIEM en el aula, pueden ayudar al profesorado de Educación Infantil y Primaria a llevar a cabo prácticas productivas que promuevan la alfabetización estadística y probabilística del alumnado de 3 a 12 años. Para ello, será necesario seguir diseñando e implementando itinerarios de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad como los que se proponen en Alsina (2019a) o en este mismo artículo, junto con investigaciones que analicen los efectos de la aplicación del EIEM desde diversas dimensiones: las actitudes del alumnado hacia los distintos contextos de enseñanza de la estadística y la probabilidad; el rendimiento en función del tipo de contexto; las concepciones y conocimientos del profesorado sobre la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a partir de los diferentes contextos; etc. En estos momentos ya se han empezado a diseñar algunos estudios, y esperamos poder aportar los primeros resultados en un futuro no muy lejano que permitan mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en el aula.

Bibliografía

- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 33(1), 7-29.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2018a). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Madrid: Editorial Paraninfo.
- Alsina, Á. (2018b). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio: itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.
- Alsina, Á. (2019a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Alsina, Á. (2020a). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159.

- Alsina, Á. (2020b). Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. *Saber & Educar*, 28, 1-13.
- Alsina, Á. y Mulà, I. (2019). Advancing towards a transformational professional competence model through reflective learning and sustainability: The case of mathematics teacher education. *Sustainability*, 11, 4039.
- Alsina, Á. y Salgado, M. (2019). Ampliando los conocimientos matemáticos en Educación Infantil: la incorporación de la probabilidad. *REXE- Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 18(36), 225 – 240.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 199-212.
- Alsina, Á., Cornejo-Morales, C., y Salgado, M. (2021). ¿Cómo, para qué y sobre qué se argumenta en el marco de la probabilidad intuitiva? Un estudio de caso múltiple en Educación Infantil. *Revista Paradigma*, 12(1), 285-312.
- Alsina, Á., Maurandi, A., Ferre, E., y Coronata, C. (2021). Validating an Instrument to Evaluate the Teaching of Mathematics Through Processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 559–577.
- Alsina, Á., Vásquez, C., Muñoz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñoz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 104, 99-128.
- Anasagasti, J. y Berciano, A. (2016). El aprendizaje de la estadística a través de pbl con futuros profesores de primaria. *Contextos Educativos, Revista de Educación*, (extra 1), 31-43.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J.M., y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 15-40.
- Artigue, M., y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 797–810.
- Batanero, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. *UNO*, 15, 13-26.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Biaix*, 15, 2-13.
- Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 95-120). Universidad de Alicante.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, y F. Viseu, (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. y Godino, J.D. (2004). Didáctica de la Estadística y Probabilidad para Maestros. En J.D. Godino (ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 405-439). Universidad de Granada.
- Beltrán-Pellicer, P. (2017). Una propuesta sobre probabilidad en educación infantil con juegos de mesa. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 53-61.
- Boghossian, P. (2006). Behaviorism, constructivism, and Socratic pedagogy. *Educational Philosophy and Theory*, 38(6), 713-722.
- Cañizares, M. J. (1997). Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias. Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Granada.



- Cobb, G., y Moore D. (1997). Mathematics, statistics and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104(9), 801-823.
- Contreras, J.M., Ruiz, K., Molina E., y Contreras, J. (2016). Internet para trabajar la probabilidad. *Aula de Innovación Educativa*, 251, 28-34.
- Cuida, A.; Espina, E.; Alsina, Á.; Novo, M.^a L. (2021). La educación estadística y probabilística en proyectos editoriales de Educación Infantil. *Bolema*, 35(69), 389-412.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P., y Gea, M^a. M. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria: un estudio comparativo entre España y Chile. *Bolema*, 30(55), 713-737.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2005). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education. GAISE Report*. American Statistical Association. Recuperado de http://www.amstat.org/education/gaise/GAISEPreK-12_Full.pdf
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- GAISE College Report ASA Revision Committee (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education College Report 2016*. Recuperado de <http://www.amstat.org/education/gaise>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Nueva York, US: Springer.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. y Burgos, M. (2020). Interweaving transmission and inquiry in mathematics and sciences instruction. En K. O. Villalba-Condori et al. (Eds.), *CISSETC 2019, CCIS 1191* (pp. 6–21). Springer Nature Switzerland AG.
- Godino, J. D., Batanero, C., Cañadas, G. R., y Contreras, J. M. (2015). Articulación de la indagación y transmisión de conocimientos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En B. D'Amore y M. I. Fandiño (Eds.), *Congreso Internacional Didáctica de la Matemática. Una mirada internacional empírica y teórica* (pp. 249-269). Bogotá: Universidad de la Sabana.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987): *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht, Países Bajos: Freudenthal Institute.
- Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: a design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 239-251.
- Korthagen, F. A. (2001). *Linking practice and theory. The pedagogy of realistic teacher education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- LOGSE (1990). Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. *BOE (Boletín Oficial del Estado)*, 238, de 4 de octubre de 1990, 28927-28942.
- LOE (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *BOE (Boletín Oficial del Estado)*, 106, de 4 de mayo de 2006, 17158-17207.
- Ministry of Education Singapore (2012). *Mathematics Syllabus. Primary One to Six*. Singapore: Curriculum Planning and Development Division.
- National Commission on Teaching and America's Future (1996). *Whats Matters Most: Teaching for America's Future*. Nueva York: National Commission on Teaching and America's Future.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

- Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *BOE (Boletín Oficial del Estado)*, 5, de 5 de enero de 2008, 1016-1036.
- Pierce, R. y Chick, H. (2011). Reacting to quantitative data: Teachers' perceptions of student achievement reports. En J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, y S. Thornton. (Eds.), *Mathematics: traditions and [new] practices: Proceedings of the 34th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 631–639). Adelaide, SA: AAMT
- Tigchelaar, A., Melief, K., Van Rijswijk, M., y Korthagen, K. (2010). Elementos de una posible estructura del aprendizaje realista en la formación inicial y permanente del profesorado. En O. Esteve, K. Melief, y Á. Alsina (Eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado* (pp. 39-64). Barcelona: Octaedro.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015a). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27-48.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015b). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de Educación Primaria sobre probabilidad: Diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *BOLEMA*, 29(52), 681-703
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015c). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19(2), 441-462.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017a). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del Conocimiento Didáctico-matemático. *Educación Matemática*, 29(3), 79-108.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017b). Proposiciones, procedimientos y argumentos sobre probabilidad en libros de texto chilenos de educación primaria. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 21(1), 433-457.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017c). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema*, 31(57), 454-478.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019a). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 23(1), 393-419.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019b). Diseño, construcción y validación de una pauta de observación de los significados de la probabilidad en el aula de Educación Primaria. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 14, 1-20.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019c). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae, Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 21(3), 131-154.
- Vásquez, C., Alsina, Á., Pincheira, N. G., Gea, M. M. y Chandía, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 25-43.
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C., Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., y Arteaga, P. (2020). Objetos matemáticos ligados a la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *Bolema*, 34(67), 480-500.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge (Mass): Harvard University Press.



¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas

Á. Alsina

Ángel Alsina. Departamento de Didácticas Específicas, Área de Didáctica de las Matemáticas. Facultad de Educación y Psicología, Plaça Sant Domènec, 9, 17004 Girona (Catalunya).

Profesor Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y en América Latina.

Email: angel.alsina@udg.edu