

## Una unidad didáctica transversal sobre Topología básica y sus relaciones con los nudos marineros

José Manuel de los Santos Castro

*I.E.S. Punta del Verde (Sevilla)*

Silvia González Galindo

Enrique Martín García Martín

María Teresa Moyano Dávila

Juan Núñez Valdés

*Universidad de Sevilla*

**Resumen.** *En este artículo se presenta un estudio teórico-práctico en forma de unidad didáctica dirigida a los alumnos de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato, referida a la Topología y sus relaciones con los nudos marineros, programada para ser llevada a la práctica en tres años, si bien únicamente se ha podido experimentar en el primero de ellos debido a la pandemia causada por la Covid-19. El principal objetivo es facilitarle al profesorado de Matemáticas de estos niveles nuevos recursos metodológicos que permitan motivar e interesar a los alumnos por esa disciplina.*

**Palabras Claves:** *Unidad didáctica. Enseñanza Secundaria y Bachillerato; Topología; Nudos Marineros; Gamificación.*

## Transversal didactic unit on basic topology and its links to marine knots

**Abstract.** *This article shows a Didactic Unit aimed at Secondary and Baccalaureate Mathematics students and referred to Topology and its applications to sea knots, programmed to be put into practice in three years, which could only be developed in the first of them due to the pandemic caused by Covid-19. The main objective is to provide teachers at these levels with new methodological resources that allow students to be motivated and interested in Mathematics.*

**Keywords:** *Didactic unit. Secondary Education and Baccalaureate; Topology; Sea knots; Games.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Aunque pudiera parecer que son materias que no tienen nada que ver la una con la otra, la fabricación de un nudo marinerio y la Topología presentan algunas características comunes y comparten en cierto modo algunas técnicas de construcción. En Topología, a partir de un trozo de cuerda cerrada se pueden “fabricar” circunferencias, polígonos, otros tipos de curvas cerradas, etc, siempre bajo la condición de “*sin cortar ni pegar*”, indicándose al respecto que todas esas figuras resultantes de “manipular” esa cuerda son “topológicamente equivalentes”. Con referencia a los nudos marineros ocurre una cosa relativamente parecida: a partir de una cuerda se pueden fabricar una serie de nudos que los patrones de barcos usan para atracarlos, amarrarlos y anclarlos, nudos que comúnmente son denominados “nudos marineros”. De ahí que pueda considerarse de manera natural la preparación y construcción de estos nudos como una más de las relaciones de la Topología con la vida real.

Por ello, a raíz de la experiencia recogida en las visitas anuales que realizan los miembros del equipo de investigación en Didáctica y Metodología de las Matemáticas, dirigido por uno de los autores de esta comunicación a Institutos de Secundaria y Bachillerato, los autores, en su momento un profesor universitario, tres alumnos del último curso de un doble grado de Matemáticas y Estadística y un profesor de Secundaria, decidieron elaborar una Unidad Didáctica transversal (en adelante, UD) sobre Topología y juegos topológicos e introducción al conocimiento de los nudos marineros más elementales, como aplicación de dichos juegos, dado que hasta el estado actual de sus conocimientos, esa unidad no se encontraba en la literatura. Y no solo pensaron elaborarla, sino también llevarla después a la práctica y experimentarla en tres centros de enseñanza secundaria.

En este artículo se presentan las principales características teóricas de esa UD (obviamente de manera reducida por razones de extensión. No se olvide que una unidad de estas características puede alcanzar tranquilamente más de 50 páginas), así como una breve descripción de las actividades realizadas en su puesta en práctica en el primero de los años previstos, dada la imposibilidad de haberla podido continuar en los dos siguientes a causa de las restricciones promulgadas con motivo de la pandemia de la Covid-19.

Con la elaboración de esta UD se pretende facilitarle al profesorado de Secundaria y Bachillerato nuevos recursos metodológicos que permitan hacerles ver a los alumnos algunas de las aplicaciones prácticas de las Matemáticas y con ello motivarles e interesarles por su estudio. Para su mejor comprensión se recomiendan las lecturas de (Gardner, 1986), (Grupo Alquerque, 2005), (Web1) y (Web2) sobre juegos topológicos, y (Biosca, 2001) o (Perry, 2009) sobre nudos marineros.

Para terminar esta introducción y con el objetivo de contextualizar temporalmente esta aportación y como ya se ha indicado, es conveniente enfatizar que la redacción de la misma se encuentra enmarcada en plena situación de la pandemia mundial causada por la Covid-19, ya una vez iniciado en España el periodo de confinamiento el 14 de marzo de 2020. Los autores esperábamos que esta situación no se prolongara tanto tiempo, por lo que hasta ahora habíamos decidido esperar un tiempo sin publicarla, al objeto de que la actividad pudiese estar completamente finalizada, decidiendo ya su

publicación en vistas de que la situación no se espera que se resuelva del todo en un tiempo más o menos cercano.

Describimos a continuación las principales partes de las que consta esta UD, centrándonos de manera especial en el comentario de las sesiones puestas en práctica, en las dificultades detectadas en su desarrollo y en las propuestas que se podrían implementar para mejorarlas.

## **2. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

La UD se deseaba poner en práctica en tres Institutos de Enseñanza Secundaria, dos de Sevilla capital, el Ramón Carande y el Punta del Verde y uno de la provincia, el Arrabal de Carmona, dado que los profesores que integraban los departamentos de Matemáticas de los mismos habían dado su consentimiento para que se pudiera experimentar en esos centros (de hecho, el profesor de secundaria autor de este artículo estuvo trabajando en uno de los de Sevilla el primer año y después fue destinado al otro de la capital, mientras que el profesor universitario había sido profesor en la carrera de varios profesores del departamento de Matemáticas del de la provincia, los cuales llevaban ya algún tiempo colaborando con él en estas actividades).

Por las razones de extensión antes indicadas no vamos a extendernos aquí en contextualizar tanto esos centros como los entornos en los que se encuentran o las características de sus departamentos de Matemáticas, que por otra parte pueden consultarse en sus páginas webs respectivas. Tan solo diremos que los tres centros tienen ya una antigüedad y suficiencia probadas y gozan de una muy buena reputación en el ámbito educativo sevillano.

## **3. JUSTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

Esta UD no tiene en principio una justificación normativa para un curso y nivel concretos, pues al tener el carácter de transversal, puede ser puesta en práctica no solo en un nivel sino en los dos últimos cursos de Secundaria y los dos de Bachillerato. De hecho, la idea de los autores era que al segundo año en un mismo centro se realizase no solo con alumnos nuevos sino también pudiesen atenderla alumnos que ya la hubiesen experimentado, al objeto de contrastar el grado de cumplimiento de los objetivos propuestos.

Sin embargo, puede ser muy bien justificada desde el punto de vista histórico. Como ejemplo concreto, sobre juegos topológicos existe una abundante literatura y páginas webs que pueden consultarse sin mayor dificultad (véanse las referencias anteriormente citadas). Asimismo, dentro de las aplicaciones de esta rama de las Matemáticas, la elaboración de nudos marineros data prácticamente del principio de los tiempos y tiene un poso histórico muy bonito de ser narrado. Y también puede ser justificada por su adecuación a la vida real, dado que facilita grandemente la consecución de las capacidades de destreza, soltura, pericia y maña, muy útiles para la resolución de cualquier tipo de problema.

#### 4. OBJETIVOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Dos son los principales objetivos de esta UD. El primero, poner a disposición de los profesores de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato una experiencia ya realizada en la que se muestran una serie de juegos topológicos, normalmente no conocidos por los alumnos de esos niveles, que pueden ser usados por esos profesores para conseguir diferentes objetivos, entre los que destacaríamos, aparte el fundamental de conseguir una mayor motivación e interés de los alumnos por esta disciplina, los de potenciar varias cualidades y habilidades de los alumnos, como pueden ser la visión espacial, la agudeza visual, la imaginación y sobre todo, la capacidad de razonamiento y de utilización de estrategias para conseguir un determinado fin y todo ello con el propósito final de obtener una mayor autoconfianza y autoestima en los alumnos para el estudio de las Matemáticas. Y el segundo, mostrar una posible relación existente entre la Topología y la elaboración de nudos marineros, habida cuenta de que la destreza y la pericia que se pueden conseguir con el dominio y manejo de los juegos topológicos pueden ser muy útiles para construir nudos marineros, tanto los ya conocidos como otros de elaboración propia, siguiendo las mismas o parecidas técnicas que se aplican en la resolución de los juegos topológicos.

#### 5. METODOLOGÍA, CONTENIDOS Y TEMPORIZACIÓN, NÚMERO Y TIPO DE LAS SESIONES

La UD estaba prevista que se llevase a cabo en 10 sesiones a realizar en 3 cursos académicos, 5 en las aulas de los respectivos centros y otras 5 en forma de talleres en el patio de los mismos. Todas las sesiones se realizarían entre febrero y mayo de cada año, de la forma que se describe a continuación:

Tabla 1. Características de las sesiones de la UD

Sesión	Año Académico	Lugar	Tipo sesión	Duración
S1	2018-2019	IES R. Carande	Aula	3 horas
S2	2018-2019	IES R. Carande	Taller	2,5 horas
S3	2019-2020	IES Punta Verde	Aula	3 horas
S4	2019-2020	IES Punta Verde	Taller	2,5 horas
S5	2019-2020	IES R. Carande	Aula	1 hora
S6	2019-2020	IES R. Carande	Taller	2,5 horas
S7	2020-2021	IES Arrabal	Aula	1 hora
S8	2020-2021	IES Arrabal	Taller	2,5 horas

Sesión	Año Académico	Lugar	Tipo sesión	Duración
S9	2020-2021	IES Punta Verde	Aula	1 hora
S10	2020-2021	IES Punta Verde	Taller	2,5 horas

Tal como se ha indicado anteriormente, esta UD estaba planteada para ser desarrollada en 10 sesiones, entre los cursos 2018-19 y 2020-21, si bien la pandemia ocasionada por la Covid-10 solo ha permitido que se realizasen una sesión de aula (la S1) y otra de taller (la S4, que por cierto tuvo lugar exactamente dos semanas antes del 14 de marzo de 2020, fecha de inicio del confinamiento en España a causa de la pandemia).

Por lo que se refiere a los contenidos y a la metodología, la actividad que se realizó en el aula tuvo lugar en el IES Ramón Carande, en tres horas distintas de la mañana del 21 de febrero de 2019, aprovechando las horas de clase del horario del profesor de secundaria autor de este artículo. Se trabajó la primera hora con alumnos de un grupo de 2º ESO, la segunda con alumnos de 4º ESO y la tercera con alumnos de 2º Bachillerato. Su contenido fue el mismo para todos los alumnos independientemente del nivel en el que se encontraban. Es conveniente indicar, asimismo, que se contaba con el permiso de la dirección del centro para la realización de esta actividad, que había informado a su vez a los padres de los alumnos de que esta se iba a realizar.

Una vez ya en clase, uno de los autores les explicó muy brevemente a los alumnos en qué iba a consistir la actividad y los objetivos que se pretendían conseguir con la misma. Después se les pasó un cuestionario anónimo a los alumnos, dándoles entre 5 y 8 minutos para rellenarlo, al objeto de disponer por parte de los autores de una serie de datos que nos permitiesen hacer un análisis cuantitativo de la experiencia, aparte del propiamente cualitativo. Las preguntas de las que constaba este cuestionario, fueron las siguientes (se omiten espacios entre ellas. Véase Figura 1):

Divirtiéndote con la Topología en la clase de Matemáticas  
I.E.S. Ramón Carande  
Sevilla, 28 de marzo de 2019  
CUESTIONARIO

Contesta lo más detalladamente que puedas, por favor, a las siguientes preguntas. Si te falta espacio en algunas de ellas, puedes continuar escribiendo tu respuesta en la parte de atrás de este folio, indicando el número de la pregunta de la que se trata. Muchas gracias.

- 1.- ¿Has oído antes alguna vez la palabra “Topología”?
- 2.- Tanto si la has oído antes como si no, ¿qué crees que significa?
- 3.- ¿Crees que podrías separar los dos clavos entrelazados que aparecen en la figura de la izquierda? Razona tu respuesta.
- 4.- ¿Y los dos tableros de la figura de la derecha?
- 5.- Indica si crees que es verdad o mentira la siguiente frase: “Todos los trucos de magia con cartas pueden ser explicados por las Matemáticas”.

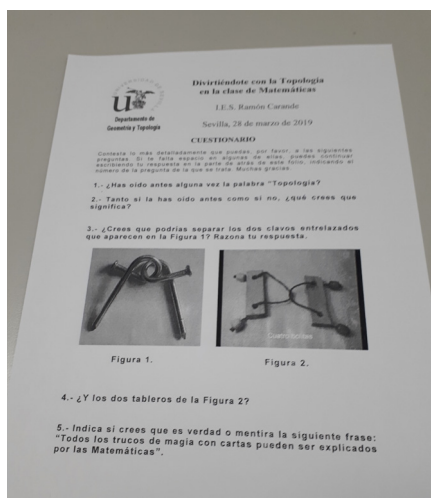


Figura 1. El Cuestionario. Fuente: Elaboración propia

Tras la cumplimentación del cuestionario, se les propuso a los alumnos la realización de una serie de juegos topológicos, de manipulación de objetos geométricos, con breves explicaciones teóricas posteriores de los resultados obtenidos. El objetivo que se pretendía era constatar que un alumno de cualquier nivel de los anteriormente reseñados es totalmente capaz, a pesar de su edad, de comprender a partir de explicaciones muy elementales los principios más básicos de la Topología, disciplina que en la Universidad de Sevilla actualmente se cursa en el segundo de los cuatro años del Grado en Matemáticas, es decir, dos cursos después de la finalización de los estudios de Bachillerato de los alumnos.

Con los cuestionarios ya recogidos y rellenos, uno de los autores les explicó brevemente a los alumnos, antes de empezar a practicar con ellos los juegos topológicos, que:

La Topología es la rama de las Matemáticas dedicada al estudio de las propiedades de los cuerpos geométricos que permanecen inalteradas, es decir, que no cambian, cuando esos objetos se doblan, se estiran, se encogen, se retuercen, etc., pero siempre que se haga sin romper ni separar lo que estaba unido, ni pegar lo que estaba separado.

Por ejemplo, un triángulo es topológicamente equivalente, es decir, es lo mismo, que una circunferencia, ya que podemos transformar uno en otro de forma continua, sin romper ni pegar. Pero una circunferencia no es lo mismo que un segmento, ya que habría que partirla o pegar sus dos mitades al romperla por algún punto.

Tras realizarles algunas preguntas a los alumnos sobre si habían entendido bien lo que se les había comentado e incluso pedirles a dos o tres de ellos que habían contestado afirmativamente que pasaran ellos mismos a explicárselo de nuevo al resto de sus compañeros, lo que por cierto alguno hizo bastante bien, los autores les plantearon a los alumnos la primera actividad: la que podríamos denominar “*Enredados*”.

Para ello, las dos autoras pasaron a atarse cada una de ellas sus muñecas con una cuerda preparada al efecto, de manera que ambas cuerdas quedaran entrelazadas e invitaron al resto de alumnos, que se habían agrupado por parejas a su completa elección, a que hiciesen lo mismo con las cuerdas que se le repartieron a cada pareja (véase la parte superior de la Figura 2, izquierda).

Una vez ya todas las parejas convenientemente entrelazadas, las autoras y sin que el resto de parejas vieran cómo lo hacían, pasaron a soltarse sin mayor problema y a pedirles a las parejas formadas por los alumnos que trataran también de soltarse.

Entre los alumnos, lo más común fue que intentaran desliarse tratando de pasar la cuerda sobre sus cabezas y alrededor de su cuerpo con nulo resultado, pues solo conseguían o volver a la posición inicial o enredarse aún más. Tras varios intentos, al observar que ninguna pareja conseguía el objetivo, las dos autoras procedieron a mostrarles cómo se desataban para intentar que se dieran cuenta de cuál era la clave para resolver esta prueba.

La solución consiste en darse cuenta de que el único “agujero” existente es el pequeño hueco que queda entre la muñeca y la cuerda atada a ella, que es suficientemente pequeño como para que no se la puedan quitar, pero lo suficientemente grande como para que pueda pasar otro trozo de cuerda por medio.

Este juego es muy atractivo ya que requiere la interacción de dos personas e incluso puede asociarse a la magia matemática. Además, para practicarlo tan sólo se necesitan dos trozos de cuerda y dos personas a las que les gusten los retos.

En esta actividad pudimos observar que los alumnos de segundo y cuarto de ESO intentaron buscar la solución de una manera más activa e impulsiva, moviendo su cuerpo y probando distintas posiciones. Por otro lado, los alumnos de bachillerato trataron de afrontar el juego de una manera más intelectual, pues en lugar de moverse trataban de razonar cual era la vía óptima para resolver este enigma.

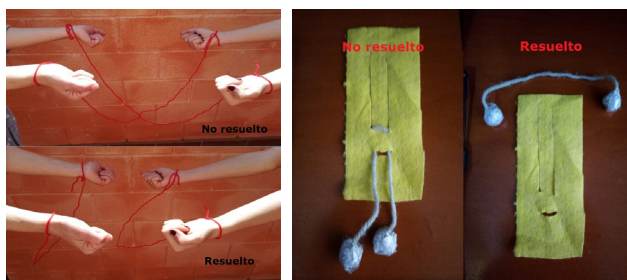


Figura 2. Juego “Enredados” en su estado inicial y resuelto (izquierda) y juego de las Bolas en Fielto en su estado inicial y resuelto (derecha). Fuente: Elaboración propia

En la siguiente actividad se repartieron dos tipos de enigmas para que intentasen resolverlos. Para ello dividimos a los estudiantes en pequeños grupos, de entre 2 y 4 personas, y les dimos uno a cada grupo que, tras resolverlo, tenían que intercambiarlo con otro grupo que tuviese el juego diferente.

En el primer juego, al que llamamos “*Bolas en Fielto*”, tenemos una cuerda con una bola en cada uno de los extremos y un trozo de fieltro, al que le habíamos hecho

varios orificios, entrelazados tal y como se muestra en la Figura 2, derecha. El objetivo es separar el fieltro y la cuerda, advirtiendo que las bolas no se pueden pasar por el orificio pequeño.

En sus primeros intentos, los alumnos trataron de pasar la cuerda por encima del fieltro (lo cual no sirve absolutamente para nada, ya que se vuelve a la posición inicial: es como si le hubieran aplicado la identidad), y posteriormente procedieron a aplicarle distintos movimientos a la cuerda, sin éxito. Algunos, a pesar de las advertencias previas, seguían tratando de pasar la cuerda por el agujero de menor tamaño.

Tras varios intentos y tras ver que algunos grupos no avanzaban, las autoras pasaron a darles un par de pistas a los estudiantes, como por ejemplo que trabajasen con la maleabilidad del fieltro. Finalmente revelaron que la solución consistía en deformar el fieltro, pasando la tira central por el hueco por donde salen los extremos de la cuerda.

El segundo juego, que presentamos como “*El enigma de los tubos*”, consistía en dos tubos al que atamos una anilla a cada uno de ellos mediante cuerdas entrelazadas, de la forma que se muestra en la figura 3. La longitud de la cuerda no es mayor que la longitud del tubo, impidiendo por tanto sacar la anilla por debajo del tubo (Figura 3, izquierda).



Figura 3. El enigma de los tubos en su estado inicial y resuelto (izquierda) y juego de las Coronas Laberínticas, también en su estado inicial y resuelto (derecha).

Fuente: Elaboración propia

Uno de los autores les proporcionó a los alumnos la pista de que, para resolver este juego, la estrategia a seguir era similar a la del juego titulado “*Enredados*”. Algunos estudiantes, haciendo caso omiso a esta pista, trataron de sacar las anillas por los extremos inferiores de cada tubo, llegando incluso a romper algunos de estos. Por lo demás, la mayoría se dieron cuenta de la similitud que presentaba con el juego anteriormente indicado y consiguieron resolverlo rápidamente.

El siguiente juego, al que llamamos “*Coronas Laberínticas*”, estaba provisto de una corona circular que tenía por cada lado un laberinto distinto. Unido a ella había otra corona circular con una abertura y dos salientes que eran por los que tenían que salir del laberinto para conseguir separar ambas piezas, tal y como se muestra en la Figura 3, derecha.

Pasando ahora de las sesiones de aula a los talleres, el único taller realizado tuvo lugar en el IES Punta del Verde, de Sevilla capital, el 27 de febrero de 2020, de 11:30 a 14 horas, con motivo de la celebración conjunta del 28 de febrero (Día de Andalucía,



anticipada al día lectivo anterior) y del V centenario de la vuelta al mundo de Magallanes y Elcano.

Para la realización del taller se montaron dos mesas en el patio del instituto, una de ellas con varios modelos de cada uno de los juegos que se trataron en la actividad de aula, y de otros nuevos, de dificultad similar, para que los alumnos pudieran participar en ellos y otra segunda mesa especialmente destinada a enseñarles los diferentes tipos existentes de nudos marineros y cómo la Topología puede ayudar a formarlos, deshacerlos y sobre todo a crear otros nuevos de mayor o menor consistencia por lo que se refiere a que puedan ser desatados con más o menos facilidad.

En la mesa de los nudos se colocaron varios ejemplares de un boletín sobre nudos marineros y su conocimiento básico, elaborado por los autores de este artículo y a disposición de los alumnos para su consulta, cuyo contenido era el siguiente:

- ACTIVIDAD 1: Considera las letras (en mayúsculas) del abecedario: A B C D E F G H I J K L M N Ñ O P Q R S T U V W X Y Z. Agruparlas según la siguiente propiedad: se puede transformar una en otra de manera continua, deformándola sin romperla ni pegarla. Por ejemplo: I y J estarían en el mismo grupo.
- Actividad 2: Aprender a construir los nudos marineros más básicos y elementales, entre los cuales pueden citarse los siguientes: “Lazo”, “Enganche de cala”, “Enganche de clavo”, “Ballestrinque”, “Medio enganche” y “Ocho”. En lo que sigue, a uno de los extremos de la cuerda lo llamaremos “extremo A” y a los dos extremos, indistintamente, “cuernos”.

### 5.1. El Lazo

El nudo marinerero denominado “lazo” se usa para crear un bucle al final de una cuerda, lo que puede ser útil por varias razones, desde asegurar una cuerda hasta un apilamiento, hasta unir dos cuerdas. La gran ventaja que tiene sobre otros nudos que también se usan para lo mismo es que es muy fácil de deshacer, incluso aunque la cuerda haya estado sometida a una gran tensión. La forma de realizarlo es la siguiente:

- Paso 1: Hacer un pequeño bucle en la cuerda un poco antes del final y después pasar los extremos de la cuerda a través de ese bucle.
- Paso 2: Envolver el extremo alrededor de la cuerda por encima del bucle, girar el extremo hacia abajo y volverlo a pasar por el bucle.
- Paso 3: Tirar con fuerza del extremo de la cuerda por encima del bucle que se ha formado con objeto de ajustar el nudo.

### 5.2. El Enganche de cala

Este nudo es asombrosamente fácil de realizar. Se construye de la siguiente manera:

- Paso 1: Envolver la cuerda alrededor de un lado de la base de un listón que colocaremos debajo de la misma.
- Paso 2: Tirar de la línea a lo largo de la parte superior de la cala y luego enrollarla debajo del cuerno en el otro lado.

- Paso 3: Invertir las direcciones y atravesar la parte superior de la cala en sentido contrario.
- Paso 4: Para terminar el enganche de la cala, invertir la dirección nuevamente como si fuera a envolver nuevamente debajo del cuerno opuesto. Pero en lugar de pasar la línea debajo de ella, formar un pequeño bucle y darle la vuelta. Colocar el lazo que acaba de hacerse sobre el cuerno y tirar con fuerza para que la línea se ajuste sobre sí misma. Después, repetir el mismo proceso, en el segundo cuerno de la cala.

### **5.3. El Enganche de clavo**

Este nudo es útil cuando se quiere asegurar una línea a un riel y puede hacerse de dos formas distintas.

#### **5.3.1. Método 1**

- Paso 1: Envolver la línea una vez alrededor del riel o poste.
- Paso 2: Empezar a enrollar alrededor del riel por segunda vez, con la línea cruzando la parte superior de la primera envoltura. Terminar la segunda vuelta, pero antes de apretarla, pasar el extremo A por debajo. Después, tirar para asegurar el enganche de clavo en su lugar.

#### **5.3.2. Método 2**

Si se está atando un enganche de clavo a un poste con un extremo accesible, se puede hacer este nudo de forma más fácil y rápida, con el mismo resultado.

- Paso 1: Hacer un bucle y pasarlo por el extremo del poste.
- Paso 2: Hacer un segundo bucle y darle la vuelta para que el extremo A quede frente al primer bucle. Después, tirar de él con fuerza.

Hay que tener en cuenta, no obstante, que si la línea no está sometida a una ligera presión todo el tiempo, o si gira sobre el riel o el poste, se puede deshacer. Por ello, no debe usarse nunca este nudo para tareas pesada. En este caso, puede agregarse un nudo de medio nudo encima de un nudo de clavo, para estar seguros.

### **5.4. Nudo de Medio enganche (o nudo por encima de la mano)**

Es el nudo más simple posible de hacer, aunque no es fiable para asegurar nada por sí solo, por lo que se recomienda acompañarlo de otros nudos diferentes. Para formarlo basta pasar el extremo A a través de la cuerda, jalarlo a través del bucle que se acaba de hacer y tirar de él.

## 5.5. El nudo Ocho

Se prepara de la siguiente manera

- Paso 1: Hacer un bucle en la línea.
- Paso 2: Envolver el extremo A sobre la línea y pasarlo de nuevo a través del bucle.
- Paso 3: Tirar de ambos extremos para ajustarlo firmemente, o presionar el nudo para ajustar su posición y luego ajustarlo con fuerza.

## 5.6. Nudo de bonificación: bucle a bucle

Este es más una táctica que un nudo, y además requiere dos cuerdas. Se usa para unir dos líneas con bucles en sus extremos entre sí y es muy fácil y rápido de hacer. Basta con pasar el extremo A de una línea a través del bucle de otra cuerda y luego pasarlo por el bucle en su otro extremo. Luego, tirar del extremo A hasta que los dos bucles se junten.

## 5.7. El nudo Ballestrinque

El ballestrinque es un nudo cuyo origen se encuentra en la tradición náutica. Se usa para sujetar un cabo a un poste o mástil, aunque como puede aflojarse por cambios en la tensión, suele complementarse con un nudo de seguridad sobre la misma cuerda para evitar esta posibilidad. Se prepara según:

- Paso 1: Rodear la cuerda sobre el palo
- Paso 2: Hacer un nudo normal (entrelazando y tirando) alrededor del palo.

Algunos de estos nudos marinos pueden verse en la Figura 4.



Figura 4. Algunos nudos marinos. Fuente: (Perry, 2009) y (Web 3)

## 6. RECURSOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Para las actividades de aula se utilizó el siguiente material, fácil de conseguir e incluso de construir por el propio profesorado, como fue nuestro caso (véase Figura 5):

- a) Cuestionario de 5 preguntas sobre Topología.
- b) 40 cuerdas para entrelazar a los alumnos
- c) Juego topológico de “Enredados”.
- d) Juego topológico de “Bolas en fieltro”.
- e) Juego topológico de “El enigma de los tubos”.
- f) Material de papelería: tijeras, folios, papel celo y tiras de cartulina apropiadas para la experimentación con los diferentes juegos.

Para el taller, además de todos los materiales anteriormente indicados, que se complementaban con otros juegos topológicos más (que no describimos aquí por razones de extensión), como “Pirámide enjaulada”, “pirámides de bolas”, “anillas”, “bucles” y “giros”, entre otros, todos los cuales se trataban en una de las dos mesas que se usaron, en la otra mesa se dispusieron algunos rollos de cuerda, tijeras propias de talleres para el alumnado y varios modelos de cada tipo de nudos marineros básicos y alguno que otro de mayor dificultad, invitándose a los alumnos a que, primero los desenrollasen y luego los volviesen a formar, e invitándolos también a que ellos formasen sus propios nudos y actuasen como profesores ante el resto de sus compañeros, todo ello estando en todo momento asesorados por los componentes de la mesa.



Figura 5. Diversas instantáneas del taller, con las mesas y dos profesoras del centro “piratas” tratando de soltarse. Fuente: Elaboración propia

## 7. EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

En toda unidad didáctica debe existir un apartado referido a la evaluación, que contemple tanto la evaluación del alumnado como la propia autoevaluación de la actividad y del profesorado.

Obviamente, en este caso no ha lugar a una evaluación cuantitativa del alumnado, puesto que no se le ha sometido a ninguna prueba o control que mida sus conocimientos, interés, trabajo o desarrollo de competencias, pero sí cualitativa, pues los autores del artículo sí podemos dar fe del entusiasmo, ilusión y sobre todo ganas de participar y

aprender que mostraron los alumnos de todos los centros en los que se puso en práctica la unidad, tanto en la actividad de aula como, más incluso aún, en la de taller.

También en este punto podemos mostrar las respuestas dadas por algunos grupos de alumnos que realizaron la actividad de aula, al objeto de que le sirva como patrón comparativo a los profesores que se animen a repetirla en sus clases.

En la Tabla 2 se detallan las respuestas de dos grupos de alumnos a las preguntas de dicho cuestionario. En A/B, la A significa el número de respuestas de los 19 alumnos de un grupo de 4º ESO y la B la de los 11 alumnos de un grupo de Bachillerato. Las respuestas SÍ, sin más aclaraciones, se denotarán por Sí (-), mientras que las respuestas SÍ seguida de algún matiz o razón se denotarán por Sí (+). Y análogamente para las respuestas NO. La notación NS/NC denota las respuestas No sabe o No contesta (en ellas se incluyen también las respuestas sin sentido o absurdas dadas por los alumnos).

Tabla 2. Respuestas al cuestionario de alumnos de ESO (izquierda) y Bachillerato (derecha)

Pregunta	Sí (-)	Sí (+)	No (-)	No (+)	NS/NC
1	8/4	3/0	8/5	0/0	0/2
3	3/4	5/3	3/2	3/0	1/2
4	4/4	4/1	5/3	2/2	1/1

- Para la pregunta 2, las respuestas más frecuentes fueron
  - algo relacionado con la tierra: 4/4
  - algo relacionado con juegos de matemáticas: 4/2
  - algo relacionado con medicina: 1
  - NS/NC: 10/5.
- Para la pregunta 5, las respuestas fueron:
  - Verdad: 13/8
  - Falso: 5/1
  - NS/NC: ½.

Por lo que respecta a la autoevaluación de la actividad por parte del profesorado, basta decir que todos los autores del artículo salimos completamente entusiasmados de todas y cada una de las tres sesiones que se desarrollaron, en las que nosotros también aprendimos de los alumnos y estábamos deseosos de incluir algunas de sus intervenciones y reflexiones en las siguientes sesiones, cuya realización ya no fue posible a causa de la pandemia.

Por todo ello y prescindiendo de cuestionarios de autoevaluación de la actividad o rúbricas adecuadas, manifestamos nuestro enorme contento por lo ya realizado y nuestras ganas y deseos de volver a ponerla en práctica cuando la situación sanitaria vuelva a permitirlo.

No obstante, incluimos a continuación un nuevo apartado de la unidad, que completa todo lo anteriormente indicado

## 8. DIFICULTADES DETECTADAS Y PROPUESTAS DE MEJORA

Salvo la imposibilidad de realizar toda la actividad completa tal como estaba programada a causa de la situación pandémica sobrevenida, que nadie podía prever a escasísimos días de su aparición, no se han detectado serias dificultades ni producido graves problemas en las sesiones realizadas, salvo quizás el hecho de que las sesiones con los alumnos de menor edad fueron algo densas y no se pudieron realizar todos los juegos que se habían previsto para las mismas, dado que aparte de la menor falta de concentración y atención que estos alumnos presentaban y a su natural nerviosismo, sí es posible que habría que distinguir mejor entre el tipo y sobre todo el número de los juegos que se proponen para estos alumnos, a diferencia de los propuestos para el último curso de Secundaria o de Bachillerato.

Por ello, y como propuestas de mejora, los autores planteamos las siguientes. La primera, de menor entidad, llevar menos juegos topológicos a las sesiones con los alumnos de menor edad, que sean además ligeramente más básicos que los que se les proponen a los mayores.

La segunda, más general, aunque forzada por la situación que se ha vivido, tener previsto un Plan B de actuación, de tipo virtual u online para seguir realizando la actividad de aula en los tiempos en los que el trabajo presencial no ha sido posible, si bien tenemos que reconocer, con toda sinceridad, que por el momento no nos hemos planteado cómo hacerlo, en parte porque esperamos y deseamos que esta situación finalice en el menor tiempo posible.

La tercera, tratar de ahondar bastante más en las explicaciones de los conceptos matemáticos subyacentes en la actividad, lo cual no se pudo hacer por cuestiones de tiempo.

La cuarta, relativa ya a los talleres, incorporar a las sucesivas ediciones del taller, sobre todo para alumnos de altas capacidades, al objeto de fomentar la diversidad, algunos otros tipos de nudos de mayor complicación. Entre ellos podríamos citar (por orden alfabético) los nudos de/del *Ahorcado*, *As de Guía* (y variantes), *Bandolero*, *Barrilete*, *Boca de lobo*, *Boza*, *Calabrote*, *Cirujano*, *Cuadrado*, *Gancho con vuelta*, *Gaza*, *Llano*, *Llano múltiple*, *Margarita*, *Palangre*, *Pescador*, *Pescador Doble*, *Tejedor* y *Trébol*.

Y la quinta, también para el taller, darles más protagonismo y tiempo a los chavales que hayan resuelto alguno de los juegos o elaborado nudos para que sean ellos mismos los que actúen de monitores o profesores de sus compañeros enseñándoles cómo hacer lo que ellos mismos han hecho. Para ello, obviamente hay que animarlos a esta tarea, ya que en nuestra experiencia nos encontramos con la típica frase o similar: “yo sé hacerlo, pero no sé explicarlo”, ante la que inicialmente cedimos y no tratamos de convencer a sus autores de que hiciesen al menos el intento.

## 9. OTROS APARTADOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

Otros apartados básicos y fundamentales de una Unidad Didáctica, como los de Competencias, Estándares de evaluación, Clima de clase y Atención a la Diversidad, no

se han tratado específicamente en la unidad, aunque pueden considerarse implícitamente comentados en los ya indicados, por lo que omitimos en este artículo un tratamiento más extenso de los mismos. Aparte de estos, los de Conocimientos previos no son necesarios en esta UD y la Bibliografía coincide con la que se da como propia del artículo.

## **10. BREVES REFLEXIONES DE LOS AUTORES**

La puesta en práctica de la UD propuesta ha servido para darles a entender a los alumnos que las Matemáticas no son sólo operaciones aritméticas o de otro tipo sin sentido, sino que estas se aplican y existen en muchas otras ocasiones de la vida cotidiana, que en principio no parecen tener relación alguna con esa disciplina.

Los autores, además, también consideramos muy importante el hecho de que, al menos durante el tiempo que han durado las sesiones, los alumnos se lo hayan pasado bien con las Matemáticas, hayan podido disfrutar con ellas, y librarse de la percepción de que es esta es una disciplina árida y monótona, de la que ellos apenas entienden nada y cuyo único objetivo al cursarla es aprobarla y poder librarse de ella en un futuro próximo.

Por todo ello, los autores creemos firmemente que actividades como esta, aunque no sea posible realizarlas con mucha frecuencia por razones obvias, pueden contribuir mucho a la valoración de la asignatura por parte de los alumnos y pueden ayudar además a que estos tengan una comprensión más completa de lo que son las Matemáticas y las vean de otra forma más atractiva y positiva, que les lleve a interesarse más por ellas, estudiarlas más y conocer sus aplicaciones y disfrutar de las mismas, aunque eso sí, siendo siempre conscientes de que aunque con las Matemáticas se puede “jugar”, estas no son un “juego” y por tanto, requieren de un esfuerzo e interés grandes del alumno para su aprendizaje.

## **11. AGRADECIMIENTOS**

Los autores desean hacer constar la colaboración en el taller y valiosa ayuda prestada en su realización por varios compañeros/as, alumnos/as de los grados y dobles grados de la Facultad de Matemáticas (algunos ya egresados): Sabrina Fortes Lorenzo, Ángela Guisado López, Antonio Hidalgo Torné, María Isabel Prados Gómez, Luis Rabasco González, Zhixiang Chen, y una compañera de la Facultad de Económicas, María del Rocío Romo García, gracias a todos los cuales la actividad tuvo un rotundo éxito y fue muy reconocida y alabada por todo el profesorado y alumnado del centro. A todos ellos, nuestro más sincero agradecimiento (véase Figura 6).



Figura 6. Algunos de los autores y los colaboradores en la organización y desarrollo del taller. Fuente: Elaboración propia

## 12. BIBLIOGRAFÍA

- Biosca Rolland, C. (2001). Enciclopedia de los nudos. Arganda del Rey: Edimat Libros.
- Gardner, M. (1986). Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas. Barcelona: Labor.
- Grupo Alquerque (2005). Juegos Topológicos. Recuperado el 8 de junio de 2021 de [http://www.grupoalquerque.es/ferias/2005/topologicos/j\\_topo.htm](http://www.grupoalquerque.es/ferias/2005/topologicos/j_topo.htm)
- Perry, Gordon (2009). Nudos. Una guía práctica para realizar paso a paso más de 100 nudos. Zaragoza: Paidotribo.
- Web1: Página web de Juegos Didácticos (2017). Recuperado el 8 de junio de 2021 de: <http://thales.cica.es/system/files/JUEGOS-THALES.pdf>
- Web2: Página web de Juegos Topológicos. Materiales Didácticos Bernal (2017). Recuperado el 8 de junio 2021, de <http://www.bemal.net/Juegos-topologicos>
- Web 3. Blog de nudos marineros (sin fecha). Recuperado el 8 de junio de 2021, de <https://blog.clickandboat.com/es/cinco-nudos-marineros-basicos/>