

La base de orientación no lineal: estudio de tres grupos clase ante un mismo ciclo de resolución de problemas de patrones

Alba Torregrosa

Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen: *El presente estudio toma como objetivo caracterizar y comparar la última fase de una Base de Orientación No Lineal desarrollada por tres grupos de sexto de educación primaria. Mostramos a nivel teórico, el proceso de justificación, creación y evaluación de la base de orientación no lineal, así como las destrezas y procesos metacognitivos que en ella aparecen. Se realiza un análisis cualitativo de las tres bases elaboradas atendiendo a su naturaleza matemática y a su dependencia del contenido matemático. Los resultados muestran que las bases elaboradas por los tres grupos contienen abundantes procesos metacognitivos de carácter genérico.*

Palabras clave: *Base de orientación no lineal, educación primaria, problemas de patrones, evaluación.*

The non-linear orientation base: study of three class groups before the same pattern problem solving cycle

Abstract: *This study aims to characterize and compare the last phase of a Non-Linear Orientation Base developed by three groups of sixth graders. At the theoretical level, we show the process of justification, creation and evaluation of the non-linear orientation base, as well as the skills and metacognitive processes that appear in it. A qualitative analysis is made of the three bases elaborated, according to their mathematical nature and their dependence on the mathematical content. The results show that the bases elaborated by the three groups contain numerous metacognitive processes of generic character.*

Keywords: *Non-linear orientation base, primary education, pattern problems, assessment.*

1. INTRODUCCIÓN

La competencia matemática, dentro del currículo catalán, está dividida en cuatro dimensiones: resolución de problemas, conexiones, razonamiento y prueba, y comunicación y representación (Departament d'Ensenyament, 2016). Seleccionar problemas no rutinarios permite al alumnado conectar dichas dimensiones y trabajarlas de manera transversal. Un problema no rutinario es una actividad contextualizada en la cual el resolutor se enfrenta a una situación para la que no conoce una respuesta inmediata y por lo tanto, no puede aplicar un algoritmo directo a partir de los datos seleccionados. Para resolver el problema, se requiere de un proceso reflexivo de toma de decisiones, con la finalidad de seleccionar y desarrollar eficazmente la estrategia y/o método a seguir (Mayer, 1985). La complejidad de trabajar dichos problemas con el alumnado reside en dos aspectos principales. En primer lugar, cómo el docente escoge y dinamiza los problemas en el aula. En segundo lugar, cómo el alumnado al resolver el problema, desarrolla y evalúa el desempeño en las dimensiones matemáticas y por ende, la competencia matemática en toda su complejidad. Es en este último aspecto donde enfocaremos el presente trabajo.

Entre los seis y los doce años, cuando el alumnado se enfrenta a la resolución de un problema “de lápiz y papel”, encontramos poco orden en el proceso de resolución, falta de planificación y estructuración, así como abundante lenguaje matemático que no se explica, justifica, ni argumenta (Villalonga y Deulofeu, 2015). Gran parte del alumnado tiende a leer el enunciado, escoger la primera estrategia o método que le viene en mente, desarrollarlo y escribir la respuesta. Dentro de este proceso, encontramos producciones desordenadas, desestructuradas y con un vago proceso de reflexión, revisión y verbalización del pensamiento y la acción.

En el presente estudio exponemos y justificamos un instrumento llamado base de orientación no lineal (Torregrosa, Albarracín, Deulofeu, en prensa) que se ha mostrado efectivo ante las problemáticas antes expuestas. El estudio se divide en una primera parte teórica donde mostramos el proceso de creación, desarrollo y justificación de la base de orientación no lineal, y en una segunda parte donde mostramos tres bases de orientación desarrolladas por tres grupos de alumnos distintos, al trabajar el mismo ciclo de resolución de problemas.

2. LA BASE DE ORIENTACIÓN NO LINEAL

Justificación del instrumento y características generales

La base de orientación no lineal es un instrumento de autorregulación matemática creado y desarrollado por Torregrosa, Deulofeu, Albarracín (2019) que parte de las directrices de la base de orientación de la acción de Jorba y Sanmartí (1996). La base de orientación no lineal (BONL a partir de este momento) pretende ser una guía de orientación que incluye destrezas matemáticas y procesos metacognitivos que el alumnado puede usar al resolver un problema. Cuando nos referimos a destrezas matemáticas, nos referimos a productos cognitivos, es decir, conceptos y procedimientos matemáticos que el alumnado ha aprendido en su educación obligatoria, como pueden ser los algoritmos de

operaciones básicas, los procedimientos de construcción geométrica o las definiciones matemáticas (Puig, 1996). Cuando nos referimos a procesos metacognitivos, hablamos de aquellas acciones de regulación, evaluación y monitoreo que desarrolla un resolutor ante un problema matemático (Clarke, 1989).

Así pues, cuando el alumnado se enfrenta a la resolución de un problema matemático, usa y desarrolla tanto procesos cognitivos como metacognitivos. La línea que separa los términos cognición y metacognición es sumamente fina. La mayoría de procesos mentales que desarrollamos, son de carácter metacognitivo pero necesitamos de los procesos cognitivos para que se produzcan. Para ejemplificar la diferenciación entre un proceso cognitivo y uno metacognitivo, usaremos una situación ficticia; Paula se encuentra resolviendo ejercicios de matemáticas y se le plantea el siguiente enunciado: *He construido con mi hermano 4 torres de cubos y cada torre tiene 3 pisos. Cuando apile las torres, ¿Cuántos pisos tendré en total?* Posiblemente, si Paula ha aprendido las tablas de multiplicar, use el producto 4×3 para resolver el ejercicio. Que Paula retenga en su memoria a largo plazo el producto $4 \times 3 = 12$, es una destreza matemática y por lo tanto, un proceso cognitivo. Que Paula comprenda que tiene cuatro torres y que como cada torre tiene el mismo número de piezas, puede realizar el producto 4×3 , es un proceso metacognitivo ya que está regulando, monitoreando y evaluando la situación que se le plantea.

La BONL difiere de la base de orientación de la acción de Jorba y Sanmartí (1996) en dos aspectos principales. En primer lugar, la base de orientación de la acción, se crea en un contexto de procedimientos teóricos y prácticos de la ciencia y la matemática tales como la construcción de una mediatriz, la caracterización de un ser vivo o la construcción de un gráfico de barras (figura 1). En cambio, la BONL se crea y aplica en la resolución de problemas matemáticos tal y como los hemos descrito anteriormente (Mayer, 1989). En segundo lugar, la BONL, tal y como su propio nombre indica, tiene un carácter no lineal, es decir, no se presenta en un formato listado paso a paso, sino que tiene un formato de árbol ramificado, dado que el proceso de resolución de un problema no es en ningún caso lineal. Este formato propicia que el alumnado no tome los pasos de la BONL como una receta o un guion que se debe seguir del paso inicial al paso final, sino que puede hacer uso de las destrezas y procesos metacognitivos a su placer usando ítems presentes en una fase de resolución o en otra (Polya, 1945).

Construcción de una base de orientación no lineal

Como hemos comentado anteriormente, la base de orientación no lineal es un instrumento de autorregulación matemática (De Corte y Verschaffel, 2003) que tiene como objetivo orientar al alumnado en el proceso de resolución de un problema. Para que dicho instrumento tenga sentido para el alumnado, es de suma importancia que sea él mismo quien lo construya (Sanmartí, 2010). Estudios anteriores (Jorba y Sanmartí, 1996) han mostrado que las bases de orientación más efectivas son aquellas que el alumnado construye, evalúa, aplica y reconstruye al trabajar en actividades de un mismo contenido. Así pues, la primera premisa que debemos tener en cuenta, es que el instrumento debe ser construido por el alumnado con la supervisión del docente.

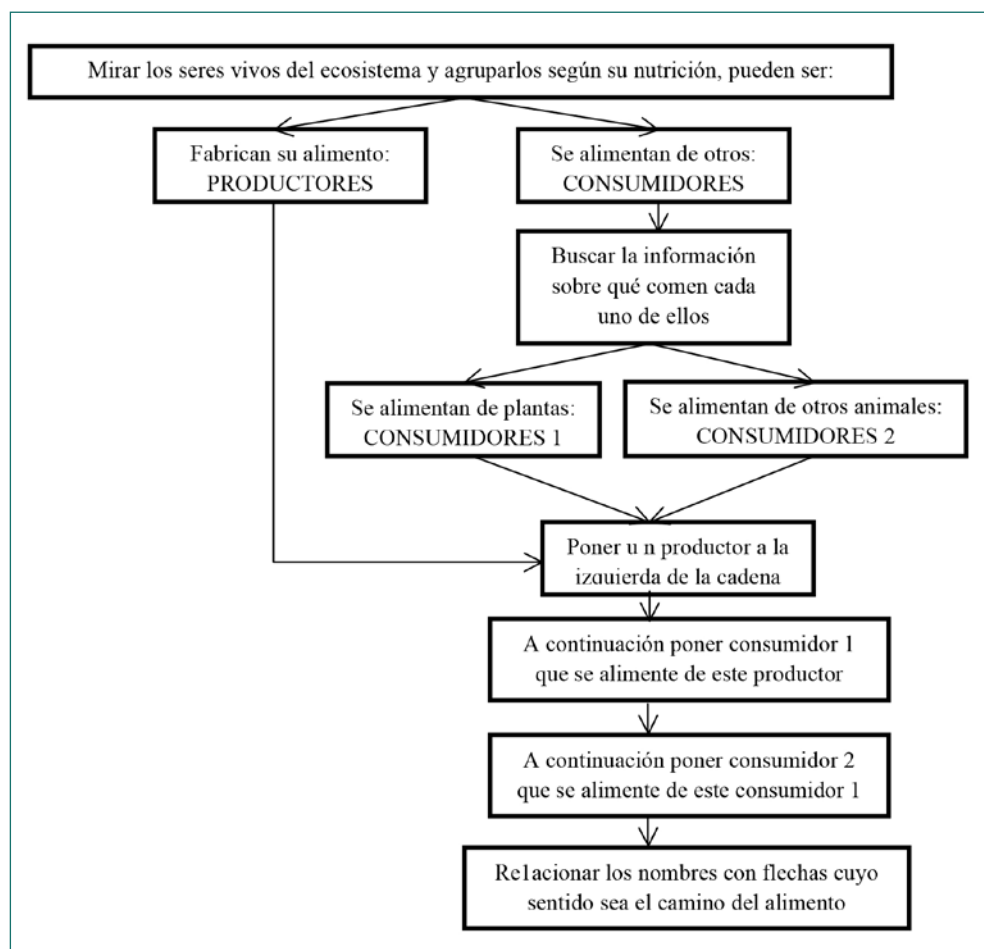


Figura 1. Base de orientación de la acción; construir una cadena trófica (García y Sanmartí, 1998, p. 12)

Para iniciar la construcción de una base de orientación no lineal, se recomienda que el alumnado resuelva un primer problema matemático, que le servirá como referente del contenido que aparecerá en la base (Villalonga y Deulofeu, 2017). A continuación, debemos tener en cuenta cómo validamos la utilidad y rigurosidad matemática de la base que estamos creando. Recordemos que la base de orientación no lineal, no es un instrumento que se crea y permanece inmutable, sino que evoluciona a medida que el conocimiento del alumnado y su uso también evolucionan. En cualquier caso, el modo en el que evaluamos la construcción y desarrollo de la BONL nos servirá tanto para saber qué grado de apropiación del instrumento tiene el alumnado, como para validar su rigor científico. La evaluación formadora (Sanmartí, 2010) es uno de los métodos más efectivos para evaluar el uso de la base de orientación no lineal, ya que es el propio alumno quien realiza dicha evaluación. Dentro de la evaluación formadora, encontramos

la autoevaluación y la coevaluación que son herramientas muy efectivas para autorregular la competencia matemática, e incluso lo son más aún si ante un mismo problema, se realizan las dos (Torregrosa, Albarracín, Deulofeu, en prensa).

Al construir cuestionarios de autoevaluación y coevaluación, debemos tener en cuenta la edad del alumnado. En los primeros cursos de educación primaria, recomendamos escalas numéricas de satisfacción, pictogramas, dianas, o bien, selección de ítems en formato rúbrica (Cano, 2015). En los últimos cursos de educación primaria, los formularios escritos sirven al alumnado, y al propio profesorado, como fuente de información, de detección de puntos de mejora y de visibilización de los procesos metacognitivos. Al construir dichos cuestionarios, debemos tener en cuenta que tienen como objetivo observar qué destrezas matemáticas y procesos metacognitivos ha llevado a cabo el alumnado en las distintas fases del problema, que no aparecen en sus producciones escritas y/o en la conversación en gran grupo. Así pues, las preguntas que se formulan deben perseguir dicha finalidad (tabla 1).

Tabla 1. Ejemplificación de las preguntas en el cuestionario de autoevaluación (elaboración propia)

PREGUNTA	JUSTIFICACIÓN
Imagina que tienes que explicar a un compañero de cuarto de primaria el problema que acabas de resolver. Él no ha visto el problema ni sabe de qué trata. Explícale que te pedía el problema y qué pasos has seguido desde el inicio al final para resolverlo	Abstracción de las destrezas y procesos generales ha llevado a cabo el alumnado que no aparecen en las producciones escritas
Cuando has terminado de leer el problema por primera vez, ¿qué es lo primero que has pensado que podrías hacer para resolverlo? Basta que cuentes la primera idea que se te ha ocurrido.	Abstracción de los ítems referentes a la fase de planificación
Mientras resolvías el problema, ¿ha habido algún momento en que has cambiado la manera en la que la estabas resolviendo? ¿En qué momento ha sido y porque has cambiado lo que habías pensado al principio?	Abstracción de los ítems referentes a la fase de planificación entorno la regulación y monitoreo metacognitivo
¿Qué conocimientos de matemáticas crees que has utilizado para resolver el problema?	Abstracción de los ítems referentes a la fase de aplicación del plan
¿Crees que has revisado el problema mientras el estabas haciendo, cuando has terminado o en todo momento? ¿Qué es lo que has revisado? (Las operaciones, los dibujos, el enunciado, lo que has escrito...). Cuéntalo.	Abstracción de los ítems referentes a la fase de revisión

Una vez el alumnado ha resuelto el problema, se ha comentado en gran grupo y han realizado la autoevaluación y coevaluación, se produce una lluvia de ideas en gran grupo entorno a la pregunta “qué destrezas matemáticas y procesos mentales hemos llevado a cabo al resolver el problema”. Dichas ideas deben anotarse en gran grupo y estructurarse atendiendo a las fases de Polya (1945): entender el problema, elaborar un plan de acción, ejecutar el plan de acción y revisar el proceso. En los primeros cursos de educación primaria, recomendamos que el formato escrito de la BONL esté acompañado de pictogramas y que las ideas que aparezcan sean esencialmente concretas. En cursos superiores, el formato escrito y justificado, se muestra como el más adecuado. Una vez finalizado el proceso de resolución, evaluación y lluvia de ideas, tendremos elaborada la primera fase de la BONL. Esta primera fase, será la que el alumnado usará para resolver el siguiente problema que se le proponga usando la base como guía de orientación y apoyo a la resolución. Una vez el alumnado termine este segundo problema y se evalúe de nuevo, se procederá a ampliar y/o modificar la base de orientación no lineal con nuevas destrezas y procesos metacognitivos que el alumnado haya llevado a cabo. De este modo, llegaremos a la segunda fase de la BONL. Este proceso debe repetirse tantas veces como el docente considere necesario atendiendo al nivel de concreción que se desee obtener en la base. Usamos el término “fase” al nombrar las modificaciones que sufre la base, puesto que dicho instrumento evoluciona a medida que el alumnado desarrolla nuevas destrezas y procesos. Por lo tanto, aparecen formatos de la base que pertenecen a un momento concreto dentro del proceso de enseñanza –aprendizaje– evaluación.

Atendiendo a la etapa educativa en la que nos encontramos, educación primaria, las bases de orientación más efectivas son aquellas de carácter específico, es decir, que contienen destrezas matemáticas y procesos metacognitivos propios de un contenido matemático concreto. A medida que el alumnado consolida la creación, evaluación y uso de la base de orientación no lineal, las bases específicas pueden ir ampliándose hasta volverse más generales, con la finalidad de abarcar problemas referentes a diversos contenidos matemáticos, así como procesos metacognitivos más complejos (figura 2).

Al trabajar en el ámbito de resolución de problemas matemáticos, es evidente que al crear BONL específicas, aparecerán ítems que serán comunes entre las distintas bases, como por ejemplo, seleccionar los datos relevantes, remarcar la pregunta o revisar la explicación escrita del proceso de resolución. En cambio, encontraremos ítems que serán específicos del contenido matemático, como por ejemplo, continuar el patrón de una figura a partir del dibujo – en el caso de trabajar con problemas de patrones –. Por lo tanto, el proceso óptimo para trabajar con la base de orientación no lineal, es generar una primera base entorno un contenido concreto y abstraer aquellos ítems que son comunes en el ámbito de resolución de problemas, que usaremos para generar una nueva base entorno un contenido distinto (figura 3). De este modo, el alumnado mantiene ítems comunes a los distintos problemas, los cuales va traspasando de una base a la siguiente, y añade ítems específicos del contenido.

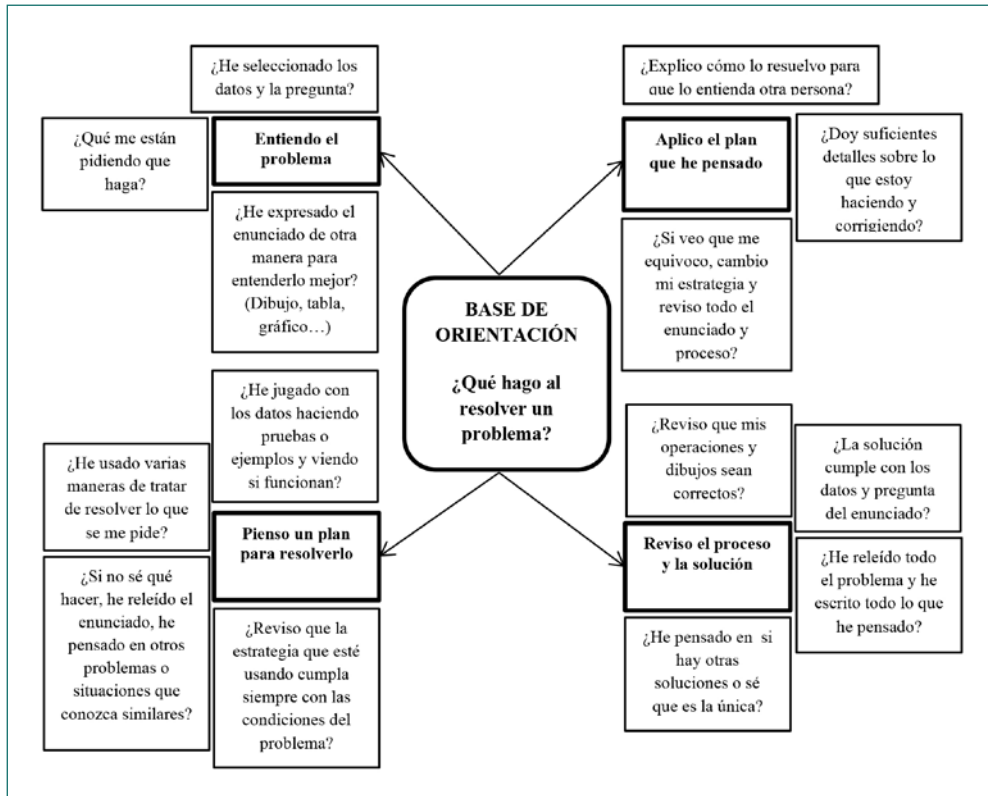


Figura 2. Ejemplificación de una base de orientación no lineal de carácter general (elaboración propia)

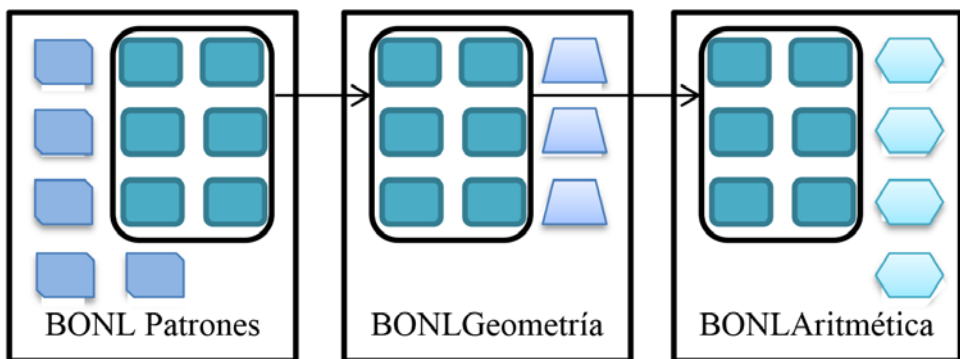


Figura 3. Distinción entre los ítems comunes y específicos de la BONL (elaboración propia).

3. OBJETIVO, DISEÑO Y MÉTODO DEL ESTUDIO

El objetivo del presente estudio es comparar y caracterizar tres bases de orientación no lineales, creadas a partir de un mismo ciclo de resolución de cuatro problemas de patrones matemáticos. Los datos del presente estudio se recogieron en tres centros del área metropolitana de Barcelona, con tres grupos de alumnos de sexto de educación primaria a los que llamaremos grupos A, B y C.

El grupo A pertenece a un centro concertado que trabaja la resolución de problemas una hora a la semana desde el curso 2017-2018. La docente elaboró una base de orientación de la acción (Jorba y Sanmartí, 1996) un curso antes de iniciar la recogida de datos del presente estudio. Dicha base, se entregó al alumnado para que tuviera una guía de los ítems principales que deben aparecer en las resoluciones escritas. Así pues, el alumnado conoce el instrumento base de orientación de la acción, pero nunca ha construido una base de orientación no lineal ni ha autoevaluado ni coevaluado sus producciones.

Los grupos B y C, pertenecen a un centro público que no trabaja la resolución de problemas como dimensión particular dentro del área de matemáticas. El alumnado habitualmente, realiza ejercicios de matemáticas y problemas extraídos de las pruebas de competencias básicas de la Generalitat de Catalunya (Consell superior d'avaluació, 2013a). La resolución de problemas de patrones y lógica matemática, no se encuentra dentro de la tipología de problemas que trabajan. Además, no conocen el instrumento base de orientación de la acción ni por ende, la base de orientación no lineal.

Para proceder al diseño del estudio, en primer lugar, se seleccionaron cuatro problemas de lógica y patrones matemáticos que se presentarían de más sencillo a más complejo según la complejidad de hallar el patrón. Atendiendo a la extensión temporal del ciclo metodológico presentado, que tiene una duración de 8 horas por grupo, consideramos que la selección de cuatro problemas es un uso suficiente de la BONL para poder apreciar sus características básicas, así como su uso y reflexión. Todos los problemas contaban con un dibujo explicativo dentro del enunciado para facilitar la comprensión del mismo (Villalonga y Deulofeu, 2015). Antes de empezar cada sesión, se leía el enunciado en gran grupo y resolvíamos aquellas dudas que no afectarían al proceso de resolución. La finalidad que perseguíamos con este acto era evitar los errores o malentendidos con los conceptos implicados en el enunciado que pudieran dificultar el proceso de resolución (Mayer, 1985).

Como método de feedback de la BONL que el alumnado elaboraría entre un problema y el siguiente, creamos dos cuestionarios, uno de autoevaluación y otro de coevaluación. En la autoevaluación, se pedía al alumnado que expusiera detalladamente cómo había resuelto el problema (método o estrategia) y que indicara si en algún momento había sufrido un atasco durante el problema. Ésta pregunta responde a la necesidad de detectar posibles cambios de estrategia y visualizar, a partir de la construcción de la primera base, si los alumnos acuden a ella para solventar sus posibles dudas o bloqueos (Villalonga y Deulofeu, 2017). En la coevaluación, se pedía al alumno que detallara cómo creía que su compañero había resuelto el problema, si consideraba que su resolución era correcta y si observaba algún posible bloqueo en la producción escrita. Además, se pidió que anotasen puntos fuertes y aspectos a mejorar que pudieran ayudar al compañero en sus próximas resoluciones. A partir de la creación de la primera base

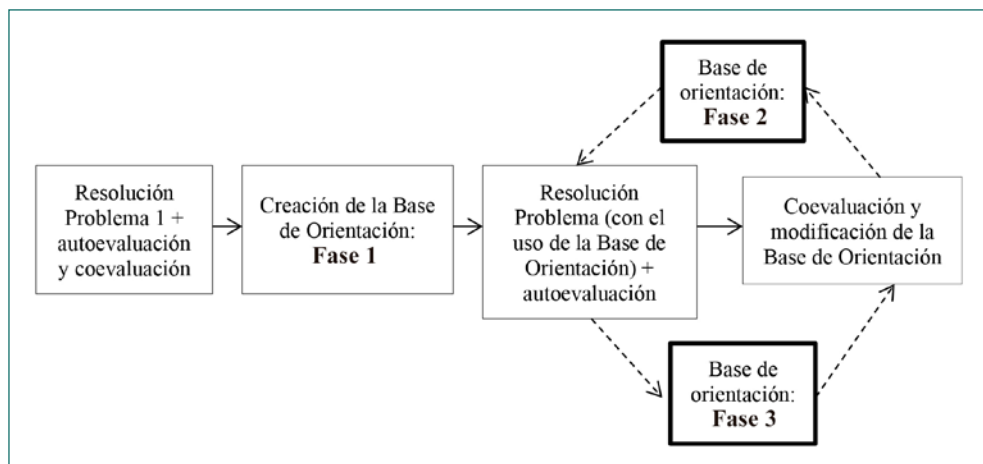


Figura 4. Ciclo metodológico llevado a cabo.

de orientación (que se producía al resolver y evaluar el primer problema), añadíamos una pregunta a los cuestionarios de evaluación donde pedíamos al alumnado que indicara que ítems de la base había usado – tanto él mismo como su compañero – y si consideraba que los había usado una sola vez o más de una vez. Ésta pregunta fue formulada ante la necesidad de observar el uso de ítems referentes a procesos mentales que no se verbalizaban por escrito.

Para llevar a cabo el método expuesto que incluye resolución, evaluación y construcción/modificación de la base, se programaron un total de 4 sesiones de 2 horas de duración cada una y se siguió, con cada uno de los tres grupos clase, el mismo ciclo de resolución que observamos en la figura 4. En la primera sesión, el alumnado resolvía el primer problema propuesto y se autoevaluaba creando así la primera fase de la BONL. Esta fase, se usaba al resolver el segundo problema y posteriormente, el alumnado se autoevaluaba y coevaluaba de nuevo generando la segunda fase de la BONL. Este ciclo se repetía hasta llegar al último problema. Así pues, se obtenían un total de 3 fases de desarrollo.

4. ANÁLISIS DE DATOS

Los datos del presente estudio los conforman las tres bases de orientación no lineales elaboradas por los tres grupos clase participantes. Se ha decidido seleccionar sólo la tercera y última fase, puesto que es la más avanzada y consideramos que muestra de un modo completo las destrezas y procesos metacognitivos llevados a cabo durante todo el ciclo metodológico.

Con la finalidad de comparar y caracterizar las tres bases de orientación, se ha procedido a categorizar los ítems que pueden aparecer en las bases de dos modos distintos. El primer modo hace referencia a la distinción entre destrezas matemáticas y procesos metacognitivos tal y como se han descrito en el marco teórico. El segundo modo, hace

referencia a la naturaleza matemática de estas destrezas y procesos. Se han establecido tres categorías:

- a) Ítems independientes del contenido: Dichos ítems se encuentran en todas las actividades de resolución de problemas independientemente del contenido
- b) Ítems específicos de problemas de patrones: Dichos ítems se encuentran específicamente en la resolución de problemas de patrones
- c) Ítems dependientes del contenido: Dichos ítems pueden encontrarse en la resolución de problemas de patrones pero pueden ser usados en otros problemas que traten distintos contenidos matemáticos

Así pues, cada ítem que aparece en la última fase de las tres BONL creadas, será categorizado atendiendo a su naturaleza matemática y a su dependencia del contenido.

5. RESULTADOS

Con la finalidad de mostrar los resultados de forma ordenada, se presentarán tres apartados distintos donde se mostrará la caracterización de la BONL en fase 3 para cada uno de los grupos participantes.

La caracterización de las bases se presentará en formato tabla para su mayor comprensión. Para cada uno de los ítems, se marcará con una cruz si corresponde a una destreza (D) o a un proceso metacognitivo (PM) y por otro lado, también se marcará si es independiente del contenido (IC), dependiente del contenido (DC) o específico de problemas de patrones (EC).

Caracterización de la fase 3 perteneciente al grupo A

Tal y como podemos observar en la tabla 2, 9 de los 13 ítems que componen la base de orientación no lineal del grupo A, hacen referencia a procesos metacognitivos. En contraposición, sólo 4 de los 13 ítems hacen referencia a destrezas matemáticas. Un total de 7 de los 9 ítems referentes a procesos metacognitivos, indican que estos procesos se producen independientemente del contenido del problema. Por lo tanto, son procesos metacognitivos que pueden ser aplicados en otros contextos de resolución de problemas sin perder su funcionalidad.

En cuanto a las destrezas observadas, 3 de éstas 4 son específicas de problemas de patrones. Apreciamos que el alumnado hace referencia al dibujo o la continuación del patrón o serie como destreza básica para resolver un problema de patrones matemáticos. En contraposición, no observamos ningún ítem referente al trabajo de patrones a partir de modos aritméticos, por ejemplo, comparativa del crecimiento de la sucesión, a partir de la organización de los números en formato tabla. Por lo tanto, apreciamos que el alumnado reconoce la ampliación dibujo como el método más efectivo en todas las fases del problema: entender, planificar y resolver, y revisar.

Tabla 2. Caracterización de los ítems pertenecientes a la fase 3 (Grupo A)

Fase	Ítems fase 3	D	PM	IC	DC	EC
Entender	Leer muchas veces para entender el problema		x	x		
	Leer entre líneas lo que me insinúa el problema		x	x		
	“Disecionar” el problema		x	x		
	Coger los datos y la pregunta		x	x		
	Entender qué significa el dibujo del enunciado y buscar el patrón que sigue	x				x
Razonar y resolver	Pensar en la operación o dibujo que tengo que hacer		x		x	
	Seguir el patrón i dibujarlo	x				x
	Repasar el enunciado y palabras clave		x	x		
Revisar	Dibujar para comprobar que he hecho bien la operación o el patrón	x				x
	Revisar las operaciones		x		x	
	Rehacer las operaciones	x			x	
	Revisar que la solución tenga sentido, esté ordenada y con buena letra		x	x		
	Buscar otras maneras de resolver el problema		x	x		

Podemos concluir que la base en fase 3 construida por el grupo A, es una base de carácter generalmente metacognitivo, con ítems referentes al uso del dibujo como método para hallar el patrón. La BONL generada, se muestra a medio camino entre específica y general atendiendo al tipo de dependencia de algunos ítems respecto al contexto.

Caracterización de la fase 3 perteneciente al grupo B

Tal y como observamos en la tabla 3, 14 de los 20 ítems de la BONL generada por el grupo B, pertenecen a procesos metacognitivos. En contraposición, 6 de los 20 ítems pertenecen a destrezas matemáticas. Como en el caso del grupo A, dichas destrezas se relacionan con hallar el patrón mediante la ampliación del dibujo del problema, aunque observamos que el grupo B añade referencias a hallar el patrón a partir de métodos aritméticos (observar los ítems referentes a hacer pruebas con números, calcular mentalmente y operar con los números extraídos del dibujo). Es por este último motivo, que los ítems referentes al dibujo pasan a ser condicionales (sólo si se necesitan).

Tabla 3. Caracterización de los ítems pertenecientes a la fase 3 (Grupo B)

Fase	Ítems fase 3	D	PM	IC	DC	EC
Entender	Leo las veces que haga falta		x	x		
	Quito del enunciado lo que me distrae		x	x		
	Selecciono los datos importantes		x	x		
	Selecciono la pregunta		x	x		
	Dibujó para entender el patrón (si hace falta) y miro el dibujo de diferentes maneras (horizontal, vertical y entero)	x				x
	Organizo mentalmente la hoja		x	x		
	Hago pruebas	x		x		
Razonar	Razono qué tengo que hacer con las pruebas que he hecho		x	x		
	Busco un camino fácil o rápido para llegar a la solución		x	x		
	Reviso paso a paso antes de pasar al siguiente		x	x		
Resolver	Calculo mentalmente	x			x	
	Hago operaciones y las explico	x			x	
	Amplio el dibujo para resolver el problema (si lo necesito)	x				x
	Explico el camino que he elegido para resolver el problema		x	x		
Revisar	Reviso los datos del enunciado		x	x		
	Reviso las operaciones		x		x	
	Reviso la respuesta y la marco en otro color, con un recuadro o círculo		x	x		
	Vuelvo a leer el enunciado y lo que yo he hecho		x	x		
	Dibujó para revisar y corroborar el proceso y la solución y miro que el dibujo continúe igual que el del enunciado	x				x
	Reviso que haya explicado con detalle lo que hago y pienso		x	x		

Un aspecto relevante de la BONL del grupo B es la división que experimentan las fases razonar y resolver. Inicialmente, estas dos fases se encontraban unidas pero el alumnado, a medida que resuelve los problemas propuestos, decide dividir dichas fases

puesto que toma consciencia de que hay destrezas y procesos propios de la planificación que deben disgregarse del desarrollo propio del plan de acción (Torregrosa, Albarracín, Deulofeu, 2019). Esta división nos muestra que el alumnado, a partir del ciclo metodológico elaborado, da especial relevancia a la planificación del problema, tal y como lo hacen los resolutores expertos (Schoenfeld, 1992).

Los procesos metacognitivos que aparecen en la base del grupo B son, de manera generalizada, aplicables a otra tipología de problemas. Por lo tanto consideramos que el alumnado, aunque ha desarrollado una base de carácter general, hace referencias específicas a destrezas propias de los problemas de patrones, tanto a modo aritmético como a través del dibujo.

Caracterización de la fase 3 perteneciente al grupo C

Tal y como observamos en la tabla 4, 11 de los 15 ítems de la base, son referentes a procesos metacognitivos. En contraposición, 4 de los 15 ítems de la base hacen referencia a destrezas relacionadas principalmente con el dibujo. En el caso del grupo C, el alumnado reconoce que debe planificar la estrategia a seguir y ponerla en práctica. En caso de que la estrategia no surja efecto, aparece un ítem referente al cambio de estrategia. Este hecho nos muestra que el alumnado, como en el caso del grupo B, reconoce la importancia de la planificación. En este caso, el grupo C, añade importancia al cambio de estrategia al no llegar a una solución coherente con lo que pide el enunciado. Este proceso muestra una anticipación al bloqueo absoluto durante la resolución y una revisión constante del proceso llevado a cabo (Villalonga y Deulofeu, 2015).

Podemos concluir que la base en fase 3 construida por el grupo C, es una base de carácter generalmente metacognitivo, con ítems referentes al uso del dibujo como método para hallar el patrón. La BONL generada, se muestra a medio camino entre específica y general atendiendo al tipo de dependencia de algunos ítems respecto al contexto.

Tabla 4. Caracterización de los ítems pertenecientes a la fase 3 (Grupo C)

Fase	Ítems fase 3	D	PM	IC	DC	EC
Entender	Leo las veces que haga falta		x	x		
	Quito del enunciado lo que me distrae		x	x		
	Selecciono los datos importantes		x	x		
	Selecciono la pregunta		x	x		
	Pongo los números en el dibujo del enunciado	x				x
Razonar y resolver	Analizo qué estrategia tengo que seguir		x	x		
	Hago lo que me piden con la estrategia que he elegido		x	x		
	Cambio la estrategia si la primera no me sale		x	x		
	Dibujo el patrón de la figura	x				x
	Cuento mentalmente	x			x	
Revisar	Dibujo para revisar que las operaciones “cuadren” con el dibujo del enunciado	x				x
	Reviso las operaciones		x		x	
	Reviso la respuesta		x	x		
	Reviso los datos del enunciado		x	x		
	Vuelvo a leer el enunciado y lo que he escrito		x	x		

6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Una vez mostrada la caracterización de cada una de las bases en fase 3 elaboradas por cada grupo, nos parece interesante comparar, en primer lugar, tanto el formato general de dichas bases como las destrezas y procesos metacognitivos que en ellas aparecen.

En primer lugar observamos, como punto en común, que las bases de orientación no lineales que ha generado el alumnado son de carácter genérico, pese a que el contenido del problema era específico de patrones y lógica. Este hecho nos muestra que iniciar la construcción de una BONL a partir de problemas de lógica y patrones matemáticos, puede ser un buen mecanismo para que el alumnado tome consciencia del proceso de construcción y uso de la base, puesto que este contenido no tiene especificidades y destrezas matemáticas tan definidas como podría ser la aritmética o la geometría (Torregrosa, Albarracín, Deulofeu, en prensa). Así pues, las tres bases caracterizadas se muestran como eminentemente generales y poco específicas atendiendo al contenido.

En segundo lugar, queremos resaltar que el proceso de resolución de un problema cuenta con multitud de procesos metacognitivos referentes al monitoreo, regulación y evaluación de la situación planteada (Clarke, 1989). Aproximadamente el 75% de los ítems que aparecen en las bases, hacen referencia a procesos metacognitivos que además, pueden ser aplicados en multitud de problemas distintos. Así pues, el alumnado da suma importancia a los procesos de autorregulación del proceso (Schoenfeld, 1989) que son claves durante el proceso de resolución.

En tercer lugar, observamos que ante un mismo ciclo de resolución, alumnado de grupos y centros distintos, han elaborado bases de orientación de estructura y formato similar. Este hecho nos muestra que el alumnado tiene integradas las fases de resolución de Polya (1945) durante la educación primaria y que además, esta tipología de problemas les permite añadir ítems referentes a las cuatro dimensiones curriculares: resolución de problemas, conexiones, razonamiento y prueba, y comunicación y representación (Departament d'Ensenyament, 2016).

Como puntos diferenciales, observamos que la base elaborada por el grupo B, es la que presenta más detalle en los procesos metacognitivos que el alumnado ha desarrollado. Además, el uso del condicional en los ítems referentes al dibujo muestra que el alumnado ha percibido la importancia de buscar métodos aritméticos más efectivos a nivel temporal (Deulofeu y Villalonga, 2018). En el grupo C, aparece explícitamente la selección de una estrategia, así como el cambio de estrategia en caso de que la inicial no “funcione”, es decir, no cumpla con los requisitos del enunciado o no desemboque en una respuesta coherente con lo que se pide. Este posible cambio de estrategia nos muestra que el alumnado revisa y autorregula su proceso en distintos momentos y no sólo al final del mismo (Sanmartí, 2010). En cuanto al grupo A, que era el único que había trabajado anteriormente con bases de orientación de la acción (García y Sanmartí, 1998), no encontramos diferencias significativamente relevantes en la BONL elaborada con respecto a los dos otros grupos de alumnos. La diferencia más significativa se halla en las producciones escritas del alumnado, ya que las resoluciones del grupo A, son más detalladas desde el primer problema, están mejor estructuradas así como mejor planificadas.

Como conclusión final debemos añadir la importancia que presenta examinar los procesos metacognitivos del alumnado durante la resolución de problemas matemáticos. Las destrezas (Puig, 1996) que el alumnado desarrolla en educación primaria son relevantes, pero sin los procesos metacognitivos (Wilson y Clarke, 2004), dichas destrezas no serían usadas eficazmente. Así pues, comprender cómo el alumnado regula y evalúa el proceso de resolución, en qué momento lo hace y cómo lo hace, potenciará que el docente pueda asesorar y orientar mejor al alumnado durante la resolución de problemas matemáticos. La base de orientación no lineal, así como la evaluación que actúa como método de feedback, ayuda al alumnado a verbalizar por escrito el proceso de regulación y evaluación, y permite, tanto al docente como al alumno, tomar consciencia del desarrollo de la competencia matemática.

Agradecimientos

Agradecemos a los grupos de sexto de primaria del centro les Corts de Barcelona y la escuela Sant Francesc de Sabadell, así como a la dirección de ambos centros y sus respectivos docentes, su colaboración en el presente estudio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cano, E. (2015). Las rúbricas como instrumento de evaluación de competencias en Educación Superior: ¿Uso o abuso?. *Profesorado*, 19(2), 265-280.
- Consell superior d'avaluació (2013). *L'avaluació de sisè d'educació primària 2013*. Quadern nº 26. Barcelona: Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya.
- De Corte, E., y Verschaffel, L. (2003). El desarrollo de habilidades de autorregulación en la solución de problemas matemáticos. *Revista pensamiento educativo*, 32, 286-305.
- Departament d'Ensenyament (2016). Desplegament de les competències bàsiques. Currículum educació primària. Decret 142/2007, DOGC núm. 4915.
- Deulofeu, J. y Villalonga, J. (2018). Resolución de problemas y regulación del aprendizaje. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 153-176.
- García, M., y Sanmartí, N. (1998). Las bases de orientación: un instrumento para enseñar a pensar teóricamente en biología. *Alambique: Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 16, 8-20.
- Jorba, J., y Sanmartí, N. (1996). *Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de regulación continua: Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Mayer, R. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In Silver, E. A. (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, 123-138. Lawrence Erlbaum: Hillsdale, NY.
- Polya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares
- Sanmartí, N. (2010). *Avaluar per aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació. Direcció General de l'Educació Bàsica i el Batxillerat.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition. En A. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive science and mathematics education*, 189- 215. Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, NY.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem solving. En L.B. Resnick, B.L. Klopfer (Eds.) *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*, 83-103. Association for Supervision and Curriculum Development: Washington D.C.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-making Mathematics. Grouws, D. (Ed.), *Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370, Macmillan: New York.
- Torregrosa, A., Albarracín, L. y Deulofeu, J. (En prensa) Orientación y coevaluación: Dos aspectos clave para la evolución del proceso de resolución de problemas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*.

- Torregrosa, A., Albarracín, L. y Deulofeu, J. (2019) Estadios evolutivos de una base de orientación no lineal. En *19 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Actas JAEM 2019*. A Coruña: FESPM, AGAPEMA.
- Torregrosa, A., Deulofeu, J. y Albarracín, L. (En prensa) Caracterización de procesos metacognitivos en la resolución de problemas de numeración y patrones matemáticos. *Educación matemática*.
- Villalonga, J., y Deulofeu, J. (2015). La base de orientación en la resolución de problemas. En FESPM, SEMRM (Eds.), *Actas JAEM 2015. 17 Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, 36 - 68. Pedro Ángel Sánchez Martínez, S.L.U: Cartagena, España.
- Villalonga, J., y Deulofeu, J. (2017). La base de orientación en la resolución de problemas: “Cuando me bloqueo o me equivoco.” *REDIMAT*, 6(3), 256-282.
- Wilson, J., y Clarke, D. (2004). Towards the modelling of mathematical metacognition. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 25-48.