Épsilon - *Revista de Educación Matemática* *2018, nº 99, 55-64*

Explicando la diferencia entre perímetro y área con el tangram

Alexander Maz-Machado
Clara Argudo Osado
María Rodríguez Baiget
Universidad de Córdoba

Resumen: *El uso del tangram en los entornos escolares como una herramienta para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no es nuevo. De todos modos, un tangram se puede explotar de muchas maneras diferentes en el entorno educativo. Este artículo intenta mostrar cómo se puede usar el tangram para explorar la relación entre dos conceptos matemáticos: área y perímetro. Ambos conceptos reciben buena parte de la atención en el currículo de los primeros años de la educación primaria y en adelante, a lo largo de toda la educación obligatoria. Aún así, los estudiantes de todas las edades a menudo muestran confusión o falta de comprensión sobre la diferencia entre el área y el perímetro. Por lo tanto, la conceptualización de área y perímetro, así como los aspectos de cuya relación plantean mayores dificultades en el desarrollo del concepto de los alumnos, precederán la descripción del tangram y el área y el perímetro de sus partes. También se propondrán algunas actividades centradas en el área y el perímetro.*
Palabras Clave: *Tangram, área, perímetro, geometría.*

Explaining the difference between area and perimeter using Tangram

Abstract: *The use of tangrams in school settings as a tool for enhancing mathematics teaching and learning is not new. All the same, a tangram can be educationally exploited in many different ways. This paper attempts to show how tangrams can be used in exploring the relation between two mathematical concepts: area and perimeter. Both concepts are given a good share of attention in the curriculum from the earlier years of Primary Education and on, all throughout compulsory education. Still, students at all ages often show confusion or lack of comprehension about the difference between area and perimeter. Therefore, conceptualisation of area and perimeter, as well as the aspects of whose relation pose greater difficulties in children's concept development, will*

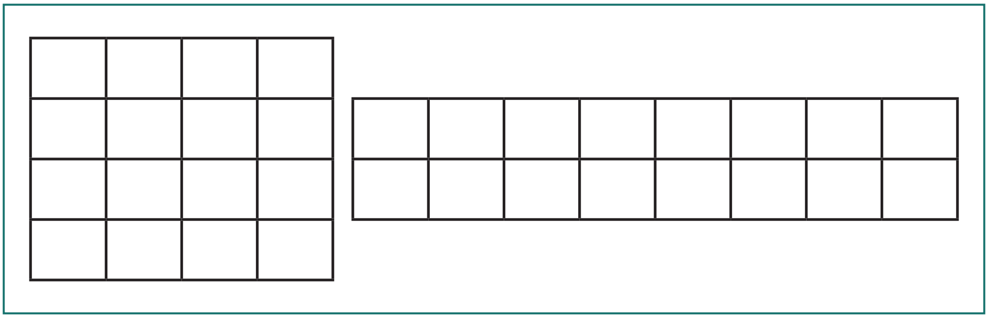


Figura 1. Polígonos con áreas iguales y perímetros distintos.

precede description of the tangram and the area and perimeter of its parts. Some area and perimeter focused activities will also be proposed.
Keywords: *tangram, area, perimeter, compulsory education, geometry.*

Sabemos que el perímetro de un polígono es el contorno del mismo y su medida expresa una longitud lineal. También que que el área del polígono es la superficie acotada por el perímetro y su medida expresa un valor de superficie. Por lo tanto cada uno se refiere a cosas diferentes.

Estos conceptos se enseñan desde la educación primaria y se utilizan en los demás niveles de educación, tanto en secundaria y bachillerato como en la universidad. Son lo que se considera como conceptos básicos que toda persona debe saber y distinguir. Sin embargo, en muchas ocasiones los alumnos no tienen clara la diferencia y creen que hay algún tipo de relación o dependencia entre ellos.

A modo de ejemplo de esta situación, comentamos que recientemente en un examen de una asignatura de matemáticas a maestros en formación se les pregunto que indicaran si era verdadera o falsa la afirmación: Si el valor del área de dos polígonos es igual, entonces, el valor de sus perímetros también es igual. Sorpresivamente el 68% de los alumnos respondió que era verdad cuando un simple ejemplo permite ver que la falsedad de la afirmación. En la Figura 1, ambos polígonos tienen la misma área $16u^2$ pero el primero tiene un perímetro de 16u mientras que el del segundo es 20u.

Consideramos que es necesario incidir sobre estos conceptos dada su importancia dentro del currículo establecido para toda la educación obligatoria en España. A nivel nacional, en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato se establece, entre otros también relacionados con el tema, el siguiente contenido para Matemáticas de 1º y 2º de ESO: “Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.”; para Primaria, en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria es destacable el siguiente estándar de aprendizaje evaluable: “4.4. Utiliza la composición y descomposición para formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras.”. No obstante, en normativas autonómicas como la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la

Comunidad Autónoma de Andalucía, se refiere expresamente la utilización del tangram como estrategia metodológica de la siguiente manera:

> el uso de materiales manipulativos como el tangram, los pentominós o los geoplanos favorecen la enseñanza y el aprendizaje del cálculo de longitudes y área (…) Conviene utilizar contextos geométricos y potenciar el aprendizaje de las expresiones algebraicas que son muy necesarias para aplicar fórmulas en el cálculo de áreas y volúmenes.

EL TANGRAM

El tangram es un juego matemático recreativo en el que se reta a los jugadores a componer una figura, similar a la dada por una silueta, utilizando únicamente y todas y cada una de las piezas del juego. Estas piezas son planas y tienen una forma y tamaño determinados, guardando siempre entre sí ciertas relaciones geométricas. Se trata, por lo tanto, de un rompecabezas de reorganización de piezas. A diferencia de otros puzles de "piezas dentadas" (*jigsaw*, en inglés), en los que cada pieza encaja solamente en una posición concreta, en el tangram hay generalmente más de una manera de completar la figura.

Diversos autores ya ha señalado su potencial como apoyo en la enseñanza de aspectos tan variados como el desarrollo de la creatividad (Piraquive, López-Fernández & Llamas, 2015), el dominio matemático (Tchoshanov, 2011) de las fracciones (Rodríguez & Sarmiento, 2002) y en mayor medida para geometría (Siew, Chong, & Abdullah, 2013; Fernández, 2003).

El tangram chino de 7 piezas o *tans* es el más popular y el que utilizamos para esta experiencia. Sus piezas, con formas geométricas sencillas, son el resultado de descomponer un cuadrado según se indica en la figura 1 (FIGURA): 2 triángulos grandes, 1 triángulo mediano, 2 triángulos pequeños, 1 cuadrado y 1 romboide.

Las perímetros y áreas de las 7 piezas se pueden expresar fácilmente tomando como unidad básica el cateto del triángulo pequeño (TABLA MEDIDAS). El motivo por el que este triángulo pequeño —isósceles y rectángulo— es la unidad más conveniente es que, en primer lugar, la longitud de cada uno de los lados de todas las demás piezas geométricas es múltiplo entero de uno de sus lados: o bien de los catetos (1x, 2x), o bien de la hipotenusa (de nuevo 1x, 2x, siendo que la hipotenusa es Lraiz2). Si estas longitudes de los lados son útiles para calcular los perímetros de las piezas o de las figuras que se compongan utilizándolas, se cumple, en segundo lugar, que el triángulo pequeño es contenido (en área) un número también entero de veces (1, 2, 3 o 4) por cada pieza.

Dadas estas características, los alumnos no necesitan realizar cálculos abstractos o comprender expresiones como las anteriores para establecer relaciones entre las medidas de los lados de las diferentes piezas y figuras geométricas ni entre las medidas de sus áreas. Para ello basta con manipular (rotar, mover, apilar) las piezas y compararlas visualmente (FIGURA VISUAL). Conclusiones del tipo "el lado corto del triángulo grande mide el doble que el lado corto del triángulo pequeño" o "el triángulo mediano tiene un área que es 2 veces el triángulo pequeño" son accesibles para los alumnos de primaria, especialmente para los de mayor edad, y secundaria en base a sus experiencias matemáticas previas en la escuela y en la vida cotidiana. Es en este punto donde reside el especial interés del tangram para la comprensión de las relaciones entre área y perímetro, aunque, en realidad,

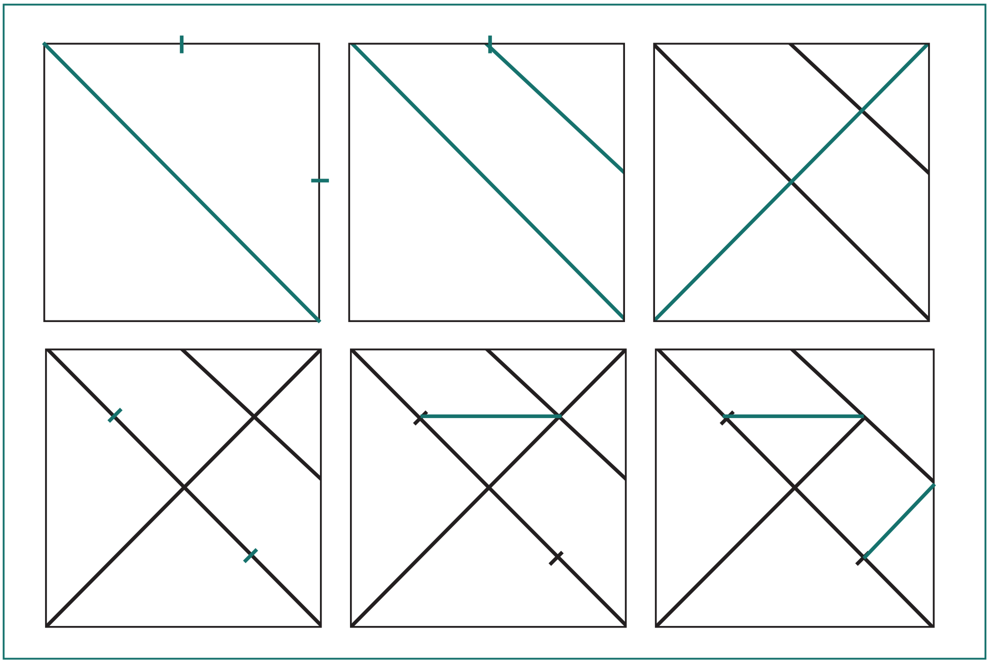
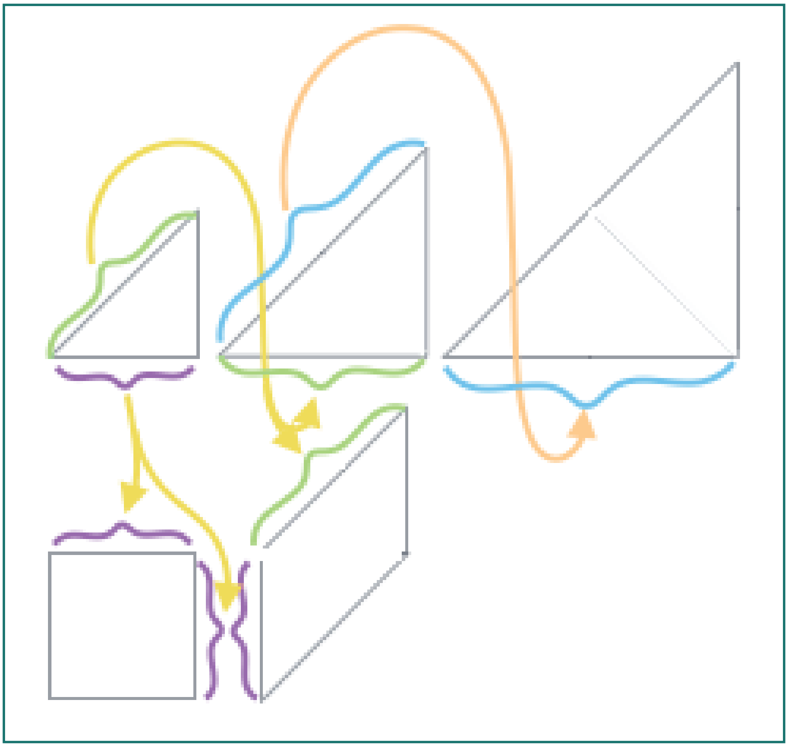


Figura 1.



haciendo esto también se desarrolla o prepara (en el caso de los más pequeños) de forma subyacente el establecimiento de unidades de referencia no convencionales, así como el lenguaje algebraico (2l, 4l, etc.).

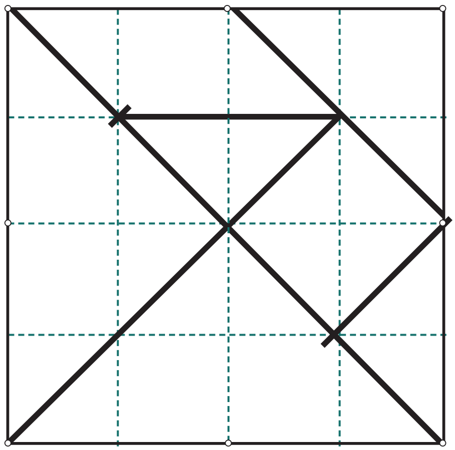
En cualquier caso, las piezas del tangram tienen los siguientes valores (en función del lado del cuadrado, que es también el lado corto del triángulo pequeño):

Pieza	**Nº de piezas iguales**	**Figura**	**Lados**	**Perímetro**	**Área**
1	2	Triángulo pequeño (T1)	Lado corto (catetos): l Lado largo (hipotenusa): $l\sqrt{2}$	$P_{T1} = l + l + l\sqrt{2} = 1\,(2 + \sqrt{2}) = 3{,}4142l$	$S_{T1} = \frac{l^2}{2}$
2	1	Triángulo mediano (T2)	Lado corto (catetos): $l\sqrt{2}$ Lado largo (hipotenusa): $2l$	$P_{T2} = 1\sqrt{2} + l\sqrt{2} + 2l = 2l\,(1 + \sqrt{2}) = 4{,}8284l = P_R$	$S_{T2} = 2S_{T1} = l^2$
3	2	Triángulo grande (T3)	Lado corto (catetos): $2l$ Lado largo (hipotenusa): $2l\sqrt{2}$	$P_{T3} = 2\text{l}+2\text{l}+2\text{l}\sqrt{2} = 2l\,(2 + \sqrt{2}) = 6{,}8284l$	$S_{T3} = 2S_{T2} = 4S_{T1} = 2l^2$
4	1	Cuadrado (Q)	l	$P_Q = 4l$	$S_Q = S_{T2} = 2S_{T1} = l^2$
5	1	Trapecio (R)	Lado largo: $l\sqrt{2}$ Lado corto: l	$P_R = l + l + l\sqrt{2} + l\sqrt{2} = 2l\,(1 + \sqrt{2}) = 4{,}8284l = P_{T2}$	$S_R = S_Q = S_{T2} = 2S_{T1} = l^2$

Teniendo en cuenta estos valores, se calcula que, siempre que estén en juego todas las piezas del tangram, la figura formada tendrá un área total de 8 veces el cuadrado del lado corto del triángulo pequeño:

$$S_{TOTAL} = 2\left(\frac{l^2}{2}\right) + l^2 + 2\,(2l^2) + l^2 + l^2 = 8l^2;$$

resultado al que los alumnos podrían también llegar a partir de la propia construcción de las figuras del tangram, aplicando conocimientos básicos Educación Secundaria como es el teorema de Pitágoras, o utilizando como unidad el área del cuadrado (Q), es decir, contando cuántas veces cabe un cuadrado como el de la pieza (*tan*) en el cuadrado de partida mediante la manipulación de las piezas y la comparación visual:



Las áreas de las piezas se relacionan entre sí de forma que todas son el doble o el cuádruple que la del triángulo pequeño:

$$S_R = S_Q = S_{T2} = 2S_{T1} = \frac{1}{2}\,S_{T3}$$

Sin embargo, las razones entre los perímetros de las piezas, a diferencia de las de las áreas, no se corresponden todas con números tan sencillos. Es por ello que puede ser más interesante desde un punto de vista pedagógico, especialmente en primaria, pedir a los alumnos que ordenen tanto áreas como perímetros de mayor a mayor, pues este es un ejercicio que les resulta familiar desde los primeros cursos y en base al cual también puede intuirse la independencia entre área y perímetro:

$$P_{T1} < P_{T2} = P_R < P_Q < P_{T3}$$

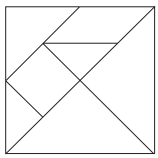
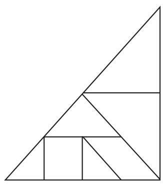
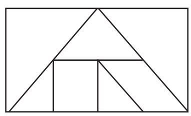
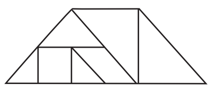
$$S_{T1} < S_{T2} = S_R < S_Q < S_{T3}$$

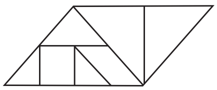
Así pues, antes siquiera de pasar a construir figuras, los alumnos ya podrían observar y/o medir las propias piezas del tangram para, en primer lugar, practicar y familiarizarse con el tangram y las tareas de medición para el trabajo con figuras compuestas por varias piezas y, en segundo, tantear las relaciones entre área y perímetro en sí, que es el objetivo de esta experiencia.

ACTIVIDAD

Se entregará un juego de Tangram por parejas (si la actividad se realiza en primaria) o individualmente (si es en secundaria).

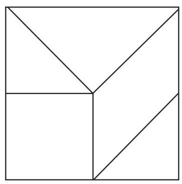
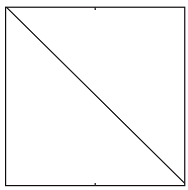
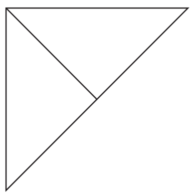
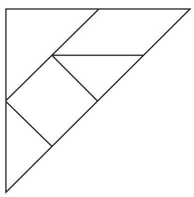
El alumno debe construir las figuras de la primera columna y luego ir completando las filas. Para ello deberán medir y hallar el perímetro y el área de cada una. Los alumnos de secundaria pueden además --o en lugar de esto-- expresar perímetro y área en función del lado del triángulo pequeño. En cualquier caso, las expresiones de las tablas siguientes serán aplicables a las medidas de todos los tangram similares al del modelo descrito en este trabajo, sea cual fuere su tamaño. En las tablas presentadas a los alumnos, se dejarán en blanco las columnas E, F y G.

A	B	C	D	E	F	G
Nº	**Nº de piezas**	**Figura**		**Valor del Perímetro**	**Formula del área**	**Valor del área**
1	7	Cuadrado		$P_1 = l\,(2 + 7\sqrt{2}) =$ $11{,}8995l$	$S_1 = b \cdot h$	$S_1 = (2l\sqrt{2})^2 = 8l_2$
2	7	Triángulo		$P_2 = 4l\,(2 + \sqrt{2}) =$ $P_4 = P_5 = 13{,}6568l$	$S_2 = \frac{b \cdot h}{2}$	$S_2 = \frac{4l \cdot 4l}{2}$ $= 8l_2$
3	7	Rectángulo		$P_3 = 12l$	$S_3 = b \cdot h$	$S_3 = 4l \cdot 2l$ $= 8l^2$
4	7	Trapecio		$P_4 = 4l\,(2 + \sqrt{2}) =$ $P_2 = P_5 = 13{,}6568l$	$S_4 = h\,\frac{a + b}{2}$	$S_4 = h\,\frac{2l + 6l}{2} = h$ $2l\,\frac{8l}{2} = 8l^2$

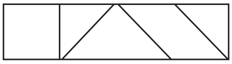
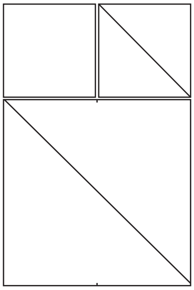
A	B	C	D	E	F	G
Nº	**Nº de piezas**	**Figura**		**Valor del Perímetro**	**Formula del área**	**Valor del área**
5	7	Paralelogramo		$P_5 = 4l\,(2+\sqrt{2}) =$ $P_2 = P_4 = 13{,}6568l$	$S_5 = b \cdot h$	$S_5 = 4l \cdot 2l$ $= 8l^2$

Se les pregunta a los alumnos qué tienen en común todas las piezas. Y qué tienen diferente (en relación con forma y área). ¿Que puedes decir sobre el área y el perímetro?

Luego les pedimos que repartan las 7 piezas de un tangram para construir pares de figuras iguales:

A	B	C	D	E	F	G
Nº	**Nº de piezas**	**Figura**		**Valor del Perímetro**	**Formula del área**	**Valor del área**
6	7	2 cuadrados	 	$P_{Q1} = l\,(2+7\sqrt{2}) =$ $11{,}899l$ $P_{Q2} = l\,(2+7\sqrt{2}) =$ $11{,}899l$	$S_Q = b \cdot h$	$S_{Q1} = b \cdot h$ $= 8l_2$ $S_{Q2} = b \cdot h$ $= 8l_2$
7	7	2 triángulos	 	$P_{T1} = 4l\,(2+\sqrt{2}) =$ $13{,}66l$ $P_{T2} = 4l\,(2+\sqrt{2}) =$ $13{,}66l$	$S_T = \dfrac{b \cdot h}{2}$	$S_{T1} = 8l_2$ $S_{T2} = 8l_2$

¿Y estas figuras? ¿Qué tienen en común y qué tienen diferente?

A	B	C	D	E	F	G
Nº	**Nº de piezas**	**Figura**		**Valor del Perímetro**	**Formula del área**	**Valor del área**
8	5	Rectángulo A		$P_6 = l + l + l + 2l + 2l + 2l + l = 10l$	$S_6 = b \cdot h$	$S_6 = 2l \cdot 3 = 6l^2$
9	5	Rectángulo B		$P_7 = l + l + l + l + l + l + l + l + l + l = 10l$	$S_7 = b \cdot h$	$S_7 = 4l \cdot l = 4l^2$

Podrías construir otras dos figuras que tengan igual área pero diferente valor de su perímetro?

CONCLUSIONES

Esta comprobado que el Tangram permite visualizar muchos conceptos geométricos y pro tanto es un recurso útil para la enseñanza de la geometría. El hecho de poder manipular, observar y realizar mediciones de las piezas del Tangram en el aula facilita que los alumnos comprendan e interioricen los conceptos de perímetro y de área permitiéndoles distinguirlos. En la actividad propuesta se fomenta que sean capaces de encontrar ejemplos y contraejemplos para la pregunta inicial del artículo respecto a ¿Si el valor del área de dos polígonos es igual, entonces, el valor de sus perímetros también es igual?.

REFERENCIAS

Fernández, M. T. (2003). Geometría para futuros profesores de primaria: experiencias con el tangram chino. *SUMA,* 42, 13-22.

Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado.

Piraquive, C. J., López-Fernández, V., & Llamas, F. (2015). El uso del Tangram como estrategia de aprendizaje para el desarrollo de la creatividad y las inteligencias múltiples. *REIDOCREA,* 4. 74-84.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Rodríguez, C. I., & Sarmiento, A. (2002). El tangram y el plegado: dos recursos pedagógicos para aproximarse a la enseñanza de las fracciones propias. *Revista EMA*, *7*(1), 84-100.

Siew, N. M., Chong, C. L., & Abdullah, M. R. (2013). Facilitating students' geometric thinking through van hiele's phase-based learning using Tangram. *Journal of Social Sciences*, *9*(3), 101.

Tchoshanov, M. (2011). Building students' mathematical proficiency: connecting mathematical ideas using the Tangram. *Learning and Teaching Mathematics*, *2011*(10), 16-23