



## **Propuesta de investigación basada en diseño para el aprendizaje del conteo y la suma en Ghana**

Juan José Santa Engracia de Pedro

Facultad de Educación, Universidad de Valladolid, España, [juanjose.santa-engracia@alumnos.uva.es](mailto:juanjose.santa-engracia@alumnos.uva.es)

Belén Palop

Facultad de Educación, Universidad de Valladolid, España, [belen.palop@uva.es](mailto:belen.palop@uva.es)

*Fecha de recepción: 02-12-2020*

*Fecha de aceptación: 27-12-2020*

*Fecha de publicación: 06-01-2021*

---

### **RESUMEN**

En este trabajo se presenta un ciclo de una investigación basada en diseño (DBR) en Atsiame, Ghana. Sobre una trayectoria hipotética de aprendizaje inicial, se llevan a cabo las de sesiones de intervención en las que, en microciclos de mejora diaria, se analizan los resultados y se rediseña, en caso de ser necesario, la intervención. Basándonos en los trabajos sobre el desarrollo del conteo de Fuson y Hall, nos apoyamos en la metodología CPA de Bruner, así como el descubrimiento guiado para el estudio del proceso de adquisición del conteo. Al terminar la intervención (anticipadamente por motivo de la COVID-19), los alumnos mostraban una mayor comprensión de la construcción del número, del conteo y del concepto de decena, así como un avance en sus estrategias de modelización de cantidades.

**Palabras clave:** Investigación basada en diseño, Experimentos de enseñanza, Matemáticas, CPA, conteo, Ghana.

### **Design-based research proposal for the learning of counting and addition in Ghana**

#### **ABSTRACT**

We present the first cycle of a Design Based Research in Atsiame, Ghana. Starting with a hypothetical learning trajectory, intervention sessions are carried out while performing daily improvement microcycles where results are analyzed and, if needed, redesigned. Using Fuson's frame of reference, we lean on Bruner's CPA and guided discovery to study how children learn to count. When the intervention was finalized (abruptly because of the worldwide COVID-19 pandemic), students showed a better understanding of numbers' construction, counting and tens, as well as an improvement in their number-modelling strategies.

**Key words:** Design Based Research, Mathematics, CPA-model, counting, Ghana.

---

## **1. Introducción**

Las matemáticas han estado presentes en todas las civilizaciones y se consideran esenciales en todos los sistemas educativos del mundo. Los métodos que se proponen en las aulas para su enseñanza-

aprendizaje están muy influenciados por la cultura y las tradiciones en las que el proceso tiene lugar (Eingenheer, 1997, p. 35), aunque los currículos escolares son, sorprendentemente, muy similares y comienzan, indefectiblemente, en la etapa de Educación Primaria por el conteo.

A raíz de la oportunidad de realizar una intervención educativa en un aula de nivel inicial en Ghana (África), surge la posibilidad de investigar el proceso de adquisición del conteo, así como su enseñanza desde otra perspectiva cultural, analizando similitudes y diferencias con España. Para ello y, dado que de forma regular esta escuela recibe maestros españoles como voluntarios, decidimos generar -al mismo tiempo- una propuesta de diseño de la intervención que pueda ser re-implementada y mejorada en el futuro. En este trabajo, presentamos el primer ciclo de una investigación basada en el diseño (DBR por sus siglas en inglés, *Design Based Research*) con la que buscamos entender en este contexto la adquisición del concepto de número, de las palabras número (iniciación al conteo) y la iniciación a la suma, al tiempo que generar un diseño adecuado para su enseñanza, desde el necesario respeto a la cultura y la tradición en la que nuestra propuesta tiene lugar.

La adquisición del conteo ha sido ampliamente estudiada en la literatura, siendo los marcos teóricos de Gelman y Gallistel (1987) y de Fuson y Hall (1982) los más estudiados en las Facultades de Educación en España y los que marcan, en cierto modo, el trabajo en las aulas de Educación Infantil. El nivel de estudio del proceso de adquisición del conteo llega incluso en algunos países a permitir disponer de test estandarizados que establecen los momentos cronológicos en los que se espera que los niños alcancen algunas de las fases definidas (ver, p. ej., Navarro et al. 2010, Van de Rijt, Van Luit y Pennings, 1999).

Para llevar a cabo nuestra intervención debemos también elegir una metodología que, en la medida de lo posible, respete el camino que los alumnos ya llevan realizado. Si bien nuestro objetivo es poder llegar a trabajar desde un enfoque CPA, o Concreto-Pictórico-Abstracto (bajo las ideas de aprendizaje de Brunner), sabemos que puede ser necesario realizar una movilización de los saberes ya adquiridos, consiguiendo en el proceso la fluidez de movimiento entre modelos. Asimismo, sabemos que la cultura en la escuela en la que se realiza la investigación está muy ligada a la memorización y la repetición de cantinelas, por lo que debemos evaluar cómo realizar la transición hacia una metodología más activa en busca de un aprendizaje más significativo y menos memorístico.

El proceso de investigación y diseño se llevó a cabo a través de una intervención in situ por Juan José Santa Engracia (en adelante, JJSE), maestro de Ed. Primaria en prácticas desplazado como voluntario en Ghana, colaborando de manera diaria con Belén Palop, investigadora del área de Didáctica de las Matemáticas. De esta manera, el primer diseño se reajusta a la situación del aula de manera continua, con microciclos de mejora a partir de estas evaluaciones diarias. No tiene sentido esperar hasta el final de la intervención en aula para poder hacer cambios al diseño, ya que hacer eso sería ineficiente (Bakker y Van Eerde, 2015).

## 2. Marco teórico

### 2.1 El conteo

En la etapa de Educación Infantil, según el currículo español, el alumnado debe experimentar y descubrir los principios de las matemáticas. Las formas, el uso del espacio, la clasificación, el conteo... son términos que se desarrollan en esta etapa, favoreciendo el pensamiento lógico-matemático a través del descubrimiento (Arteaga y Macías, 2016). Dentro de todos ellos, el concepto de conteo es especialmente relevante, siendo su desarrollo un objetivo fundamental de esta etapa, por su utilidad tanto en el mundo que los rodea como para sustentar conocimientos posteriores tales como la suma y la resta (Cuida, Sanz y Nieto, 2019).

Numerosos autores han trabajado desde mediados de los años 70 en el estudio de la adquisición de la habilidad de contar por los niños. El trabajo de Gelman y Gallistel (1978) sienta las bases al establecer los siguientes cinco principios del conteo:

- *Principio de correspondencia uno a uno*: El niño asocia una palabra-número a cada objeto, contando todos ellos una única vez.
- *Principio del orden estable*: La secuencia de palabras-número tiene un orden concreto establecido.
- *Principio de cardinalidad*: El último término del recuento es el número total de ítems que hay.
- *Principio de abstracción*: Los principios anteriores son aplicados a cualquier conjunto de ítems.
- *Principio de la irrelevancia en el orden*: El orden en que se cuentan los ítems no tiene importancia.

En 1992, Fuson y Hall publicaron un trabajo de gran impacto en el que profundiza en el uso de los niños de las palabras "uno", "dos" o "siete" y cómo estas se integran con la secuencia numérica, el conteo y la cardinalidad. Así, establece los siguientes cinco niveles de adquisición de la capacidad de contar de manera "verdadera" (*Truly Numerical Counting Level*).

- *Nivel Cuerda*: La secuencia de las palabras número se da de forma ininterrumpida "unodostrescuatro...", no diferenciando las palabras. El alumno repite esta cadena de palabras cuando se le pide que cuente.
- *Nivel Lista Irrompible*: La secuencia comienza por el número uno, las palabras están diferenciadas, asociadas a un objeto cada una, pero siempre se empieza a contar por el uno. En este nivel puede darse o no el principio de cardinalidad. El alumno realiza el recitado de la secuencia tras pedirle que cuente una cantidad de objetos.
- *Nivel Cadena Rompible*: Se conoce la lista de las palabras número, se asume la cardinalidad de un conjunto y se puede empezar por cualquier término de la sucesión. El alumno realiza el conteo a partir de una petición como "cuenta a partir del 5".
- *Nivel Cadena Numerable*: Es capaz de reconocer cuántos términos desea decir después del primero, que puede ser cualquiera de la sucesión. El alumno cuenta tras una tarea como "Aquí hay cuatro objetos y aquí tengo cinco más, cuenta el total".
- *Nivel Cadena Bidimensional*: Se puede comenzar desde cualquier término, reconociendo la cantidad de números que ha de recorrer y puede hacerse tanto en orden natural como inverso. Se comienza a entender la composición de números a partir del conocimiento de los anteriores y los posteriores, dando sentido a la suma y resta.

Numerosos trabajos posteriores al de Fuson y Hall (1992), matizan y cuantifican las edades a las que los niños adquieren uno u otro nivel en distintos países. Según estos autores, esta es en cualquier caso la secuencia evolutiva más probable, pese a que algunos niños puedan seguirla con ligeras variaciones o superponer etapas. De hecho, en Fuson y Hall (1992), afirman que la mayoría de los niños de EE. UU. son competentes a los cinco años para contar 10, 20 o incluso 30 objetos.

## **2.2 Relaciones numéricas y aritmética temprana**

Después del conteo, que podríamos considerar la primera fase de acercamiento a los números, encontramos necesario que aprendan el significado del número y las relaciones entre los mismos. El conteo precede a la suma, que a su vez precede a la multiplicación, pero son las relaciones numéricas básicas las que permitirán establecer el significado de estas operaciones. De esta forma, en una suma como  $5 + 4$  no será necesario hacer un recuento desde el inicio, sino que se podrá empezar desde uno u otro al haber establecido una relación entre ambas cifras, sabiendo discriminar la forma más adecuada de sumar (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001).

La relación numérica establecida se sustenta en la relación parte-todo. Siguiendo con el ejemplo anterior, el número 9 se podría entender como el conjunto de las partes 4 y 5, de la misma manera que

de las partes 6 y 3. Esto implica una visión de la unidad como un todo divisible, que a su vez es capaz de componer otros todos, pero sin dejar de ser la unidad que estamos tratando (Obando, 2003). Este razonamiento cualitativo es el que permite acceder al conocimiento y trabajo del esquema parte-todo, que será fundamental para comprender las relaciones numéricas más complejas (de Castro, Flecha y Ramírez, 2015).

En este sentido, las operaciones de suma y resta pueden asociarse en edades tempranas a las estrategias de conteo mediante las relaciones numéricas simples (Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez, 2013). Las relaciones numéricas sustentadas bajo el esquema parte-todo, por tanto, se convierten en una vía de acceso o de conexión entre el conteo y la aritmética temprana.

El recorrido que parte desde el conteo y pasa por las operaciones aritméticas se culmina con el concepto de decena, que es básico dentro de nuestro sistema de numeración decimal. Este concepto no solo permite entender la representación de aquellas operaciones con resultados de más de una cifra, sino también la base del sistema decimal. La descomposición de números en decenas y unidades será una tarea sencilla si previamente se ha trabajado el esquema parte-todo, facilitando la comprensión de las operaciones aritméticas básicas (Cid, Godino y Batanero, 2002, p. 208).

Habitualmente se recomienda seguir en el aula trayectorias educativas (LT por sus siglas *learning trajectories*) que, a partir del punto en el que se encuentran los niños, les permitan progresar de manera natural al siguiente nivel. En este trabajo usamos la LT de la suma y el conteo de Clements et al. (2020). Los niveles que introducen en este trabajo y que resumimos esquemáticamente aquí son:

- Nivel 1: Números pequeños. Resolver sumas y restas con números pequeños contando sobre una modelización con los dedos o con objetos.
- Nivel 2: Resultados hasta el 20. Resolver sumas y restas como combinación de grupos, añadiendo o quitando de uno de los dos grupos y contando desde ese número.
- Nivel 3: Cambio hasta el 20. Encontrar un sumando, dados el resultado y el otro sumando, añadiendo o quitando de una de las dos cantidades conocidas.
- Nivel 4: Estrategias de conteo: Incluye a todos los niveles anteriores añadiendo estrategias como la subitización y/o la aplicación de la conmutatividad.
- Nivel 5: Partes y todo. Con números hasta el 10 se inicia la comprensión de las partes y el todo utilizando algunos hechos ya memorizados como  $5+5=10$ .
- Nivel 6: Números dentro de números. Entender que los números son una parte de un todo y mantener en la cabeza las partes y el todo simultáneamente, así como resolver problemas de esquema  $x+b=c$  (o Cambio 5)
- Nivel 7: Estrategias avanzadas. Resolver todo tipo de estructuras de problemas con datos de un solo dígito utilizando estrategias de descomposición de hasta 3 partes para un todo, como  $7+8=7+7+1$ , así como sumas de varios dígitos.
- Nivel 8: Resolución de problemas. Resolver todo tipo de estructuras de problemas con uno o dos dígitos con diversas estrategias y combinaciones conocidas.

### 2.3 El Modelo Concreto-Pictórico-Abstracto

El modelo Concreto-Pictórico-Abstracto (CPA) tiene origen en las ideas de Jerome Bruner, quien proponía que el profesor debía crear situaciones didácticas en las que el alumnado desarrollase los conceptos mediante la resolución de los problemas propuestos, estimulando su pensamiento y favoreciendo las relaciones entre iguales (Alonso, López y de la Cruz, 2013).

La educación matemática por la que Zoltan Dienes abogaba, se basa en el principio del dinamismo que entiende que toda la abstracción y, por lo tanto, toda la matemática, arranca de la experiencia. Enlazados con este principio, sostiene que a) las matemáticas son una actividad creativa y así debe ser su educación;

b) que los conceptos y estructuras deben relacionarse con los conjuntos cognitivos con los que tienen mejor transferencia; y c) que la habilidad matemática está relacionada con la habilidad para transformar una situación a su expresión simbólica (Bart, 1970).

Se plantea siguiendo estos principios una metodología de acercamiento al concepto que evoluciona desde el uso de material concreto a la representación pictórica del problema y, posteriormente, a la utilización de símbolos y de un lenguaje más abstracto (Espinoza et al 2016).

Esta secuencia debe ser acompañada por el estudio de la relación de los números, buscando estimular el trabajo de un pensamiento de carácter profundo, que permita obtener un aprendizaje significativo (Fonseca, Hernández y Mariño, 2017). Dicho aprendizaje, según López (2017), ha de basarse en la comprensión del objeto matemático y de los algoritmos que se lleven a cabo, favoreciendo el entendimiento de la materia y dejando de lado la mecanización.

Para asentar un conocimiento nuevo o comenzar la búsqueda de la solución de un problema es necesario que exista primero una comprensión y una modelización por parte del alumno. Si el alumnado entiende las representaciones matemáticas, sea en la fase del modelo que sea, y tiene la posibilidad de crear unas nuevas, mejorará su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos y matemáticos (Alsina y Coronata 2015).

Esta modelización ha de partir, además, de unos supuestos reales que sean familiares al niño, haciéndose necesario conectar las situaciones vividas en el entorno con los aprendizajes dados en la escuela, permitiendo así la modelización del conocimiento matemático (Alsina, Aymerich y Barba, 2008). De esta forma estaremos dando un sentido al "porqué" y al "para qué" del aprendizaje.

### 3. Contexto de aplicación

#### 3.1 Contexto cultural

La intervención se lleva a cabo en Ghana, país situado al Oeste de África, que bordea el golfo de Guinea, entre Costa de Marfil y Togo (CIA, 2020). Dentro del país, el centro en el que realizaremos la intervención está al lado de Atsiame, un pequeño poblado de unos 150 habitantes, que se encuentra al sur del país, en la región de Volta, muy cercano al pueblo de Abor.

El desarrollo económico de Ghana ha venido de la mano de la minería, aumentando la riqueza general del país (Campbell, 2009). Sin embargo, en Atsiame no encontramos minas, sino huertos, siendo el campo la fuente de trabajo de la población y su modo de subsistencia. Por este motivo, hay familias que no cuentan con los recursos económicos suficientes para costear el material educativo (cuadernos, lápices...).

El idioma en el que se imparte la educación es mayoritariamente el inglés, idioma oficial en Ghana, que convive con otras muchas lenguas, entre las que se destacan el Asante (hablado por un 16% de la población), el Ewe (14%) o el Borón (4.9%) (CIA, 2020).

El colegio *Atsiame-Heluvi Basic School* se encuentra situado entre dos pueblos: Atsiame, de unos 150 habitantes, a 2 kilómetros, y Heluvi, de 200 habitantes aproximadamente, a 1.5 kilómetros. Los niños acuden de los dos pueblos cercanos: Atsiame y Heluvi, y tienen el Ewe como idioma materno. En esta escuela se atienden las etapas educativas de "*Primary Education*" y de "*Junior Secondary School*". Además de esto, existen dos clases de "*Pre-School Education*". Dado que solo se puede acceder a la educación Primaria cuando se alcanza un mínimo nivel de comprensión del inglés, es normal que el alumnado repita algún curso en esa etapa inicial. De hecho, no es hasta, aproximadamente, 6º de Educación Primaria cuando los niños alcanzan cierta competencia comunicativa en esta lengua.

La clase en la que se realiza el estudio es el curso equivalente a 1º de Educación Primaria de la escuela Atsiame-Heluvi Basic School (Basic One según su ley educativa). Esta clase está compuesta por 36 alumnos, de entre 3 y 14 años, de los cuales solo el 30% tienen materiales de escritura. Dado la elevada ratio de alumnos por profesor, no es fácil realizar una atención individualizada que pueda responder a las problemáticas individuales, generando cierta desmotivación y dificultando la evaluación continua (Traverso, 1999). A este problema se suma la heterogeneidad madurativa en el aula que puede ser una barrera si no fomentamos el trabajo colaborativo y la interacción entre los miembros del grupo (Molina, 2007).

La intervención deberá basarse en un modelo en el que el maestro comience creando modelos matemáticos que los niños sean capaces de interiorizar (reglas, patrones, significados, funcionamiento de operaciones...) para después poder nombrarlos en inglés, trabajando primero la comprensión profunda del contenido y dando después el nombre que lo representa (Kasule y Mapolelo, 2005).

### **3.2 Metodología docente**

Se trata de una intervención de corta duración en un país africano con una educación bastante arcaica. La forma principal de aprendizaje en cualquier materia es la memorización, en ocasiones acompañada de la música. El Servicio de Educación de Ghana (Ghana Education Service o GES) realizó cambios significativos en la escolarización de los niños del país, aumentando la cantidad de personas que podían acceder a la educación desde el año 2004 (UNESCO, 2016; Knoema Education Statistics, 2020). No obstante, centrarse en los aspectos cuantitativos de la educación aumentando el número de alumnos en los centros ha hecho que los aspectos relativos a la calidad de la enseñanza se dejaran de lado, priorizando los números en detrimento de los aspectos cualitativos (Ampiah, 2011). Este cambio ejecutado por el GES, si bien ha conseguido dar respuesta al problema del acceso a la educación, ha conseguido crear otro: una educación de muy baja calidad, donde los niños y adolescentes que vivencien este tipo de enseñanzas no tendrán, por lo general, un nivel educativo adecuado.

Es fundamental respetar la cultura del país y del centro educativo en el que se realiza el voluntariado, pero hay que tener en cuenta que la transferencia de nuevas metodologías docentes a los centros en los que los voluntarios están asignados también uno de los objetivos de la ONGd ADEPU. Una de las metodologías activas con las que más se trabaja en las aulas de matemáticas que no supone una disrupción total con el sistema al que los alumnos están acostumbrados, es el aprendizaje por descubrimiento.

“El aprendizaje por descubrimiento es entendido como actividad autorreguladora de resolución de problemas, que requiere la comprobación de hipótesis como centro lógico del acto de descubrimiento” (Barrón, 1993). Este tipo de aprendizaje permite al alumnado formular hipótesis a partir de los datos, materiales e ideas que haya dado el docente, pudiendo ser confirmadas o refutadas tanto por el mismo alumno como por sus compañeros.

Este último matiz abre la puerta al aprendizaje cooperativo, donde el alumnado trabaja conjuntamente para aprender, mediante el empleo didáctico de grupos pequeños donde el alumnado trabaja conjuntamente para maximizar tanto su propio aprendizaje como el de los demás (Johnson, Johnson y Holubec, 1994).

El trabajo colaborativo, en el que prima la comunicación también será algo fundamental. Las tareas propuestas deben estar organizadas de forma que el alumnado se encuentre en un contexto de argumentación y colaboración, siendo el docente un facilitador del aprendizaje. Esto hará posible que se hagan conjeturas y que se elaboren diferentes razonamientos ante la situación propuesta, siendo un reto para ellos y consiguiendo un aprendizaje conjunto en el que se corrijan los errores (Chan Chun, 2009).

La aplicación de estos dos principios metodológicos unidos consigue crear un sistema mediante el cual se fomenta el debate y la discusión constructiva dentro del aula. De esta manera, el alumnado tendrá la oportunidad de acceder al conocimiento mediante el descubrimiento propio, pero siempre se verá apoyado por el resto, pudiendo ser refutado en cualquier momento, por lo que deberá tener claras sus ideas para poder defenderlas.

Dichas metodologías, además, se alejan del método de enseñanza bajo un enfoque de destrezas, en el que prima la memorización y la repetición, acercándose a un enfoque conceptual e investigativo (descartando por limitaciones de lenguaje el enfoque de resolución de problemas), donde el alumnado podrá desarrollar la adquisición progresiva de los conceptos mediante un proceso que lo implica como protagonista de su propio aprendizaje (Baroody, 2003; de Castro, 2007).

Bajo el paraguas de estas metodologías y concretando en la educación matemática, se tratará de contribuir al desarrollo y mejora de la competencia matemática.

La competencia matemática debe estar relacionada con la capacidad de llevar a cabo tareas matemáticas, vinculadas con la comprensión del uso de nociones y procesos que permitan resolverlas, así como la argumentación de la conveniencia de su uso (Chamorro, 2003). En el libro de esta autora, además, se vinculan una serie de dimensiones que han de trabajarse para la adquisición de la competencia, estando relacionadas con la comprensión conceptual, el desarrollo de destrezas procedimentales, el pensamiento estratégico, las capacidades comunicativas y los valores actitudinales. También expone una serie de consideraciones didácticas a tener en cuenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje del número. Estas consideraciones expresan la importancia de trabajar el número dentro de su sistema de numeración, de tratarlo como un objeto cultural, de no abusar del uso de algoritmos sin dar sentido a los procedimientos y, sobre todo, de tener en cuenta el “para qué” tenemos la necesidad del número.

### 3.3 El inglés como segundo idioma

Otra peculiaridad del contexto de la intervención es que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe tener lugar en inglés, segundo idioma tanto para el docente como para los alumnos. Hace décadas que EE. UU. ha demostrado un gran interés por investigar la influencia del idioma vehicular en el aula en el aprendizaje de los niños (ver de Araujo, et al. 2018). El elevado porcentaje de alumnos que llegan a las aulas estadounidenses sin un conocimiento profundo del inglés y sus, sistemáticamente, peores resultados académicos (Barrow y Markman-Pithers, 2016) han obligado al país a tomar medidas que remedien esta situación. Los programas para facilitar el aprendizaje a los estudiantes ESL (*English as a Second Language*) se centran en un entorno en el que la mayoría de los emisores y receptores tienen un código común (el inglés) que el alumno ESL no comparte. La solución mayoritariamente aceptada suele consistir en proporcionar refuerzos fuera del aula para facilitar la adquisición del idioma. Estos refuerzos se ven favorecidos por los tiempos que el alumno pasa fuera del aula, que favorecen la adquisición de ese código a través de la inmersión.

La intervención que se describe sucede en Ghana, donde el profesor es ESL y tiene el español como primer idioma, mientras que los niños son ESL y tienen el Ewe como primer idioma. La comunicación entre ellos debe ser necesariamente en inglés y el docente no tiene la capacidad de, por una parte, hacer referencia a la lengua materna de los niños y, por otra, comprender las conversaciones que entre los niños suceden en Ewe. Afortunadamente, los temas de estudio: el conteo y la suma, se basan en el lenguaje casi universal de las matemáticas y podremos trabajar hacia la abstracción del concepto de cantidad dejando para etapas posteriores las grandes dificultades que surgen en cuanto se intenta abordar la resolución de problemas de enunciado verbal.

### **3.4 La motivación de los alumnos**

Debemos incidir de manera especial en la importancia de la motivación para el desarrollo de la competencia matemática, dado que la intervención tiene lugar en un contexto cultural donde el premio y el castigo (mayoritariamente el segundo) dirige el comportamiento de los alumnos. Sabemos que la motivación es un aspecto fundamental dentro de la educación, puesto que orienta los comportamientos de las personas hacia un objetivo concreto que se desea conseguir, definiendo su conducta hacia la consecución de ese objetivo (Naranjo, 2009).

Podemos distinguir dos tipos de motivación: intrínseca, que la que el individuo posee y activa por sí mismo cuando le interesa, y la extrínseca, que depende exclusivamente de factores externos, ya sean ambientales o de una persona que sea capaz de crearla. El aprendizaje que se da bajo estos dos tipos de motivación es totalmente diferente. Mientras que bajo la motivación intrínseca el aprendizaje del alumno es significativo, dado que está motivado hacia una tarea que es de su gusto y cuya realización es motivante en sí misma, el aprendizaje que se da bajo la motivación extrínseca es secundario y no garantizable, puesto que la motivación supone el medio para conseguir otro fin (Farias y Pérez, 2010).

En el colegio donde se realiza la intervención la motivación de los niños hacia el aprendizaje es muy baja. Teniendo en cuenta el sistema de enseñanza y destacando el uso de violencia por parte del docente en numerosas ocasiones, el alumnado más que sentirse motivado hacia el conocimiento, ve como una obligación repetir lo que el docente propone.

Los profesores, en ocasiones, utilizan la música para introducir o explicar contenidos, momento en el que se observa que los niños realmente disfrutan de estar en la escuela, al no sentir el miedo a la violencia a la vez que están aprendiendo.

Está claro que la motivación intrínseca, aquella que queremos conseguir de cara al aprendizaje, se pone de manifiesto en un contexto no violento y ameno para el alumnado, donde pueda aprender sin miedo. El alumnado está motivado para el aprendizaje, pero las situaciones tradicionales de la enseñanza del colegio donde realizamos la intervención no permiten que aparezca esa motivación.

## **4. Metodología**

### **4.1. Investigación Basada en el Diseño**

Históricamente, dentro del ámbito educativo, la enseñanza y la investigación han estado disociadas, de la misma forma que lo estaban los contenidos teóricos y los prácticos, asociándose los conocimientos teóricos a las universidades y los prácticos a la escuela (Latorre, 2003; Sotos, 2018). A día de hoy, aún se conserva la concepción elevada del investigador, situándose en una jerarquía superior al maestro, posición desde la que se le otorga un poder y una legitimidad sobre sus actos (Blanco y Gimeno, 2010). No obstante, encontramos que poco a poco los maestros van encontrando determinadas metodologías de investigación que pueden aplicar a su aula, tales como la que se presenta aquí, con el fin de mejorar la calidad educativa.

Para poder realizar nuestra investigación sobre el proceso de aprendizaje al tiempo que avanzar en el diseño de una secuencia adecuada (Bakker y Van Eerde, 2015), hemos optado por hacer una Investigación Basada en el Diseño (DBR). Mediante un proceso cíclico de Análisis → Diseño → Implementación se busca, a través de la cuidadosa evaluación de los resultados de la implementación, realizar un rediseño que mejore al anterior y sobre el que iterar en la siguiente vuelta del ciclo.



Dadas las circunstancias en las que sucede la intervención, se realiza únicamente el primer ciclo de Análisis, Diseño e Implementación. Es necesario tener en cuenta la exigencia del contexto, que nos ubica en un aula desconocida a priori, sin tener un dominio del primer idioma de los alumnos que, a su vez, tampoco hablan inglés de manera fluida y con una mínima evaluación inicial de la situación del aula. Por este motivo, se realizan evaluaciones diarias de las sesiones y se planifican los pequeños reajustes del diseño inicial.

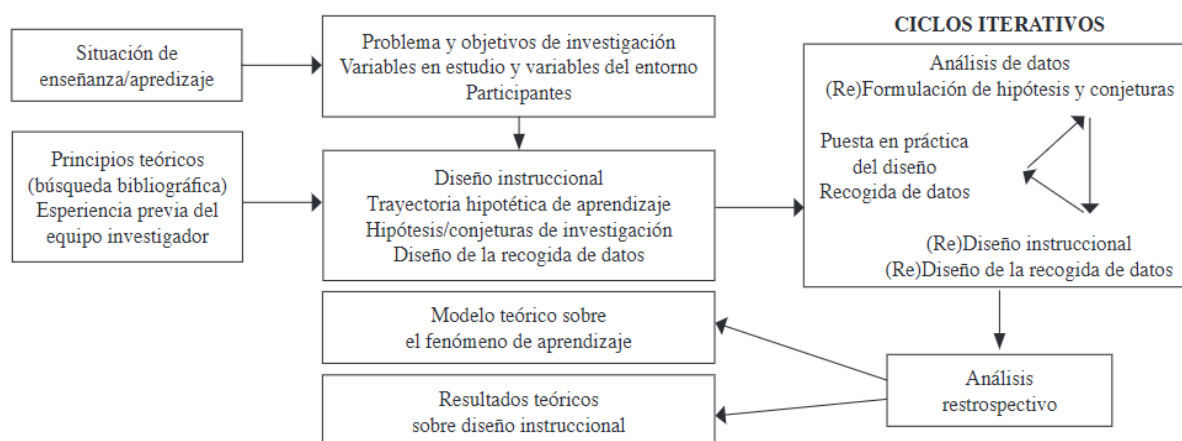


Figura 1. Esquema de la investigación basada en diseño. Fuente: Molina et al. (2011).

El punto en el que accedemos al primer ciclo de mejora continua es, por lo tanto, el del Análisis. Una vez fundamentado el marco teórico sobre el tema y establecido el contexto de aplicación, debemos realizar una evaluación inicial de los alumnos que nos permitan entender en qué momento de su aprendizaje se encuentran para acompañarlos desde ahí hasta los siguientes niveles.

De este modo, se parte de la evaluación inicial anteriormente descrita, que permite llevar a cabo el ciclo simplificado en cada sesión, consiguiendo mejorar la calidad de la actuación docente, al tiempo que realizar una observación sistemática del objeto de estudio: la adquisición del concepto de número.

Gracias a este modelo, el maestro podrá adaptarse a un contexto totalmente nuevo, con un idioma, una cultura y una forma de vida totalmente diferente a la que está acostumbrado; dicha metodología favorece conocer la realidad en la que el maestro se encuentra inmerso, ahondando en su cultura y analizando los problemas, necesidades, recursos, capacidades, potencialidades y limitaciones tanto del entorno como del alumnado, pudiendo dar sentido a la tarea docente partiendo desde la base social y bajo el esquema conocer-actuar-transformar (Colmenares, 2012; Bru y Basagoiti, 2004).

#### 4.2. Muestra

La clase de Basic One, equivalente a 1º de Ed. Primaria, está compuesta por 36 alumnos de las siguientes edades y sexos:

Tabla 1. Cantidad de alumnos del aula Basic One

	3-5 años	6-8 años	9-11 años	12-14 años
Niñas	2	10	3	2
Niños	1	6	7	5

El paso a *Basic Two* se realiza a criterio del tutor según la evaluación del alumno, por lo que de entre estos 36 alumnos el porcentaje de repetidores es del 66%, siendo especialmente llamativo el caso de los niños de mayor edad, algunos de los cuales han llegado a hacer hasta 6 repeticiones de este curso.

## 5. Desarrollo

### 5.1. Evaluación inicial

Dado que el marco teórico nos ubica las edades de una trayectoria hipotética de aprendizaje para un niño promedio en una cultura occidental que, habitualmente, está en un aula segregada por edad, dedicamos la primera sesión *in situ* a la realización de una evaluación inicial. No disponemos de test validados, por lo que realizamos una valoración informal con la colaboración del tutor realizando cinco propuestas de actividades con distintos niveles de dificultad:

Tabla 2. *Evaluación inicial.*

Actividad	Participan	Descripción	Evaluación
Sumas simbólicas de números de dos dígitos con llevadas	2 niños	El tutor nombra a dos niños de 9 años que, en la pizarra, resuelven las operaciones con la estrategia de modelizar ambas cantidades con rayitas verticales y proceder a contar el total de rayitas al terminar comenzando desde el 1.	Estos dos niños tienen adquirido el nivel de cadena rompible con cantidades hasta, incluso, la centena.
Conteo manipulativo (Evaluación de los principios del conteo y nivel)	32 niños	JJSE reparte a cada niño cierta cantidad de hojas de un árbol (<20) y pide que las cuenten.	No todos los niños participan en la actividad (algunos simplemente no contestan, se alejan del docente u observan a los que trabajan). Aquellos que sí lo hacen muestran que, más de mitad, está en el nivel de lista irrompible.
Suma manipulativa (Evaluación del concepto de suma)	24 niños	JJSE intenta continuar con el trabajo manipulativo pidiendo que sumen las hojas que ahora dispone en dos montones.	Los niños muestran desconcierto y no saben cómo abordar la actividad, demostrando no tener experiencia previa en el trabajo con matemáticas manipulativas.
Suma simbólica (Evaluación de las estrategias de suma)	20 niños	JJSE propone la realización de sumas en nivel abstracto en la pizarra. Comienza con un solo dígito y aumenta los valores conforme los niños resuelven sus propuestas.	Incluso en los valores más altos (200+200), todas las sumas las intentan modelizar con rayas verticales, realizando un conteo desde el uno.
Sumas de decenas y centenas (Evaluación de otras estrategias de suma)	20 niños	JJSE escribe una serie de sumas con un dígito seguido de ceros (1+1, 10+10, 100+100, 1000+1000, 100+50) con el objetivo de romper la estrategia del conteo desde el 1.	Algunos niños reconocen un patrón en las sumas, pero ninguno resuelve correctamente 100+50.

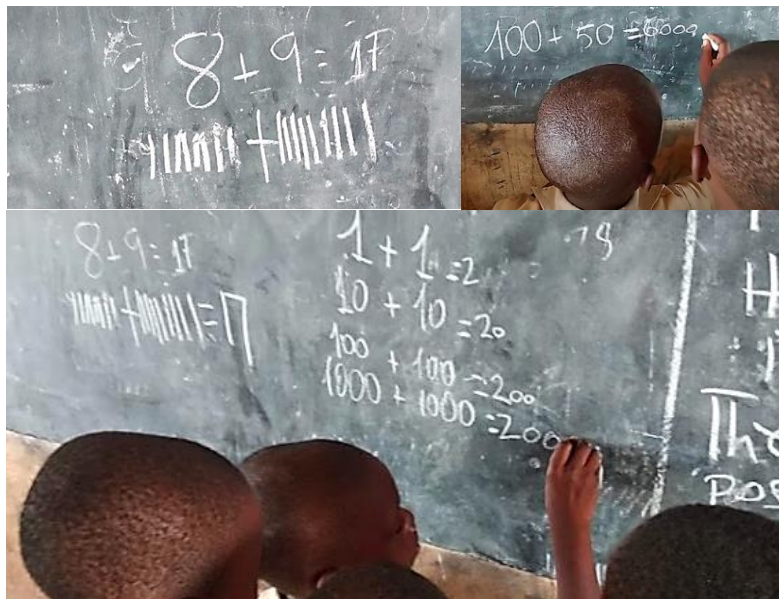


Figura 2. Algunas producciones de la sesión de evaluación. Fuente: Elaboración Propia

## 5.2. Ciclo 1. Análisis

A partir de la evaluación inicial, clasificamos tres estadios en los que podemos ubicar a los alumnos del aula:

Tabla 3. Niveles del alumnado según los modelos teóricos.

Nivel	Niveles de Fuson y Hall (1992)	Principios de Gelman y Gallistel (1978)	LT de suma y resta de Clements et al. (2020)
1	Los niños se encuentran en el nivel cuerda, conociendo las palabras número, pero diciendo todas juntas en retahíla.	Se observa que solo han adquirido el principio del orden estable, conociendo el orden de la secuencia. El resto de los principios no se muestran.	Los niños no son capaces de realizar sumas ni restas al no haber adquirido los principios básicos para ello, por lo que no se considera que están en el nivel 1 todavía.
2	Los niños tienen un nivel de lista irrompible, asociando un número a cada objeto y comenzando siempre por el uno.	Se demuestra la adquisición de los principios de correspondencia uno a uno, del orden estable y de cardinalidad. No se aprecia la adquisición del principio de abstracción, puesto que solo son capaces de contar rayas verticales, ni el principio de irrelevancia del orden, dado que siempre cuentan las líneas en el mismo sentido.	Los niños se encuentran entre el nivel uno y el dos, pudiendo realizar sumas y restas de números hasta el 20, pero no siendo capaces de abstraer el concepto de "grupo" para empezar a contar desde él.
3	Los niños muestran un nivel de cadena rompible, pudiendo comenzar el conteo en cualquier número.	Se aprecia la adquisición de los mismos principios que tienen los niños del grupo anterior	Los niños son capaces de realizar sumas y restas básicas con números grandes, pero no de hacer grupos, ni entienden los esquemas de parte-todo. Han superado, por tanto, el nivel 1 y el nivel 2, pero no los posteriores. No obstante, realizar sumas y restas con números grandes es propio del nivel 7, por lo que se deduce que han saltado del nivel 2 al 7, ignorando los que hay entre ellos.

En el aula *Basic One* tenemos dos alumnos en el tercer nivel (ambos de 9 años de edad), 26 en el segundo nivel y 8 en el primer nivel. La heterogeneidad en todos los sentidos del grupo con el que vamos a trabajar y, de manera particular, de los niveles en los que se encuentran, nos obligan a plantearnos un diseño que atienda a cada uno de los niños desde el punto en el que se está en este momento, buscando que todos ellos pasen al siguiente escalón.

### 5.3. Ciclo 1. Diseño

A partir de la información recogida en la fase de análisis, se realiza una revisión de los contenidos e indicadores de aprendizaje del currículum de Ghana. Se busca con ello establecer los objetivos concretos de la intervención y la medida en la que, desde el punto en el que se encuentran los niños, se puede caminar en la dirección marcada por la legislación. Encontramos que determinados contenidos propios del área de EP pueden ser adquiridos por el alumnado, mientras que otros todavía no, dado que no existe una base donde sustentarlos. Por este motivo, se hace también una revisión del currículo de la etapa anterior (*Kindergarten*), en el que se encuentran contenidos adecuados para el nivel actual del alumnado de la clase.

Comprobamos que el currículo establece que en este nivel los niños deben ser capaces de realizar sumas, tal y como el docente nos enseñó en la primera actividad. Esta situación puede explicar por qué la trayectoria de aprendizaje esperada en España para niños de estas edades ha sido alterada aquí, siendo capaces de realizar sumas de cantidades elevadas (p.ej.  $27+34$ ) a través de la representación de ambas cantidades con un modelo de palitos y comenzando el conteo total desde el 1, al encontrarse en la fase de cadena irrompible.

Consideramos imprescindible mantener este objetivo a largo plazo, al tiempo que procuramos que nuestro trabajo afiance la base del conteo y cubra las lagunas detectadas. Por este motivo, buscamos realizar una intervención *eficiente*, entendida como que, dentro de una limitación temporal de no más de 10 sesiones, podamos ayudar a los niños a progresar, al menos, al siguiente nivel del punto en el que se encuentran y así poder continuar con el currículo con una base algo más sólida.

Cada uno de los niveles identificados tendrá asignadas tareas acordes a la situación en la que se encuentra y los objetivos que perseguimos. Sin embargo, los alumnos no tendrán conciencia de estas diferencias, puesto que se ajustarán las variables didácticas para cada grupo manteniendo las mismas actividades para todos (por ejemplo, variando el número de elementos o de dígitos con los que trabajan). Realizamos con todo lo anterior un primer esquema de diseño. En la siguiente tabla proporcionamos una visión global de cuáles son las etapas en las que proponemos avanzar en estas 10 sesiones.

Tabla 4. *Diseño original de intervención*

Sesión	Objetivos	Diseño de la sesión
1	Número y numeración como objetos culturales.	Presentación de número, cantidad de elementos, palabras-número en inglés y en Ewe.
2-3	Introducción a los esquemas parte-todo.	Inicio del trabajo con el modelo CPA. Parte-Todo hasta el 10. Paso de cadena irrompible a cadena rompible (adición y sustracción de cantidades pequeñas basada en el conteo)
4-5	Esquemas parte-todo hasta el 10.	Composición de números hasta el 10 (en función del nivel) y afianzamiento del esquema parte-todo. Modelización manipulativa de las sumas (niveles 1 y 2 según LT de Clements et al. (2020))
6	Concepto de decena.	Composición y concepto de decena.
7-10	Sumas y restas. Concepto de decena.	Modelización manipulativa de decena. Tabla de posición. Sumas y restas manipulativas de grupos centrados en la decena.

## 5.4. Ciclo 1. Implementación

Describimos a continuación la implementación de las sesiones en el aula. Es importante destacar que, como hemos dicho anteriormente, el diseño está vivo y se retoca sesión a sesión, reformulando y ajustando según se avanza en la investigación. En cada una de las sesiones realizamos una breve descripción de cómo se ha llevado a cabo la sesión. No se detallarán por motivos de espacio en cada sesión los ajustes realizados en las variables didácticas para la atención a cada uno de los tres niveles dentro del aula, pero en todas las sesiones se buscó la diferenciación de los tres proporcionando tareas similares, pero con distintos niveles de reto. Además de la explicación del desarrollo, realizamos una evaluación de cada sesión que, durante la implementación, se realizó mediante chat entre los autores del trabajo. Tras la evaluación se detallan los ajustes que se proponen al diseño original a raíz de los resultados en el aula.

### 5.4.1. Sesión 1

En la primera parte, mediante *flashcards* con los números representados pictóricamente mediante puntos, se cuenta tanto en inglés como en ewe. En la segunda parte se dibuja la tabla de la Figura 3, que los niños deben rellenar, estando también en los dos idiomas. Finalmente, se les propone copiar la misma tabla en su cuaderno. Al ver que los niños que no tienen cuaderno no pueden realizar la tarea, se les propone escribirlo en el suelo de tierra.

Number	Objects (DRAW)	English	Ewe
1	•	ONE	Deke
2	••	TWO	Eve
3	•••	THREE	Els
4	••••	FOUR	Ene
5	•••••	FIVE	Abi

Number	Objects (DRAW)	English	Ewe
6	••••••	SIX	
7	•••••••		
8	••••••••		
9	•••••••••	NINE	
10	••••••••••		
11	•••••••••••		
12	••••••••••••		
13	•••••••••••••		
14	••••••••••••••		
15	•••••••••••••••		

Figura 3. Tabla de conteo en dos idiomas. Fuente: elaboración propia

### Análisis

El desarrollo de las actividades demuestra que los niños conocen los números en ambos idiomas de forma oral, pero no escrita, en cuyo caso solo los dominan (parcialmente) en inglés. Se observa que el alumnado no utiliza su idioma nativo para las matemáticas, sino que utilizan el inglés.

Se utiliza en un inicio la metodología tradicional (Actividad 1), pasando a la metodología por descubrimiento (Actividad 2). El alumnado demuestra poder trabajar en ambas metodologías, siguiendo órdenes en la primera, y generando debate en la segunda.

La posibilidad de copiar en el suelo supone una fuente de motivación para aquellos alumnos que no disponen de material para ese fin.

### Ajustes de diseño

En las próximas sesiones, dada su efectividad para cubrir la diversidad de los tres niveles del aula, seguiremos introduciendo actividades de aprendizaje por descubrimiento y proponiendo la escritura en el suelo. Se descarta el trabajo en el primer idioma de los niños.

### 5.4.2. Sesión 2

Se exploran las reflexiones de los alumnos en asamblea bajo la pregunta ¿qué es el dos? Se lanza la propuesta de explorar las relaciones del número tres, realizando primero las composiciones en la pizarra

con todo el grupo clase y después de forma individual en el cuaderno/suelo. Se proporcionan, por primera vez, materiales manipulativos (hojas).

### *Análisis*

En la segunda parte de la sesión, el movimiento libre en el aula genera el debate y la interacción entre el alumnado, poco habituado a la verbalización de hechos matemáticos. La heterogeneidad del grupo es muy enriquecedora en este momento, ya que el aprendizaje entre pares permite salvar la barrera idiomática profesor-alumnos y, en particular, toman las riendas los niños de Nivel 3 que explican la actividad en ewe a sus compañeros y les ayudan a comprender el objetivo.

En esta actividad descubrimos que hay algunos alumnos de Nivel 1 que aún no han asumido el principio de correspondencia uno a uno. Al trabajar con el material manipulativo también muestran cierta confusión con el propio concepto de número, puesto que únicamente asocian el conteo y la numeración a los palitos verticales.

### *Ajustes de diseño*

Algunos alumnos de Nivel 1 necesitan disponer de mayor variedad de manipulativos para reforzar el principio de abstracción. Además, debemos introducir más momentos de trabajo individual o en pequeño grupo para ir rompiendo la dinámica de copiar irreflexivamente de la pizarra (si se dispone de material). Debemos estimular tanto la verbalización como la elaboración de sus propias producciones matemáticas.

#### *5.4.3. Sesión 3*

En la primera actividad se introducen las regletas de Cuisenaire, explorando junto al alumnado el material y haciendo hincapié en el concepto de unidad y en la composición de números en base al material manipulativo. En la segunda se trabaja por grupos con las regletas buscando relaciones numéricas de los números hasta el 10 de la misma forma que se hizo en la sesión anterior.

### *Análisis*

Los niños de los niveles dos y tres consiguen llevar a cabo la actividad prevista y, con ayuda de algunos ejemplos, son capaces de transformar las representaciones que han llevado a cabo con las regletas en sumas simbólicas. Los alumnos del grupo de Nivel 1, con la ayuda del docente, también son capaces de realizar la actividad. En solo dos sesiones, los niños que no tienen materiales han aprendido a utilizar el suelo para hacer sus producciones escritas.

Las variables didácticas introducidas (distintas cantidades y/o número de regletas) son útiles para llegar a la ZDP de casi todos los niños. Detectamos que los niños que tenemos identificados en el Nivel 3 tienen aún más

### *Ajustes de diseño*

Las producciones escritas favorecen la reflexión en el alumnado, por lo que habrán de incluirse en las sesiones posteriores.

#### *5.4.4. Sesión 4*

La primera actividad surge a propuesta del maestro nativo y consiste en cantar una canción con los números del 1 al 10 en orden ascendente y descendente. A continuación, realizamos un juego bautizado como "*the adding game*" (el juego de la suma), en el que cada alumno dispone de una cantidad de material manipulativo (hojas de un árbol en este caso) y, tras juntarse con un compañero (actividad en parejas), ambos deben calcular cuántas hojas tienen en total. Se les propone que tomen nota del cálculo realizado expresado como una suma de las dos cantidades.

### *Análisis*

La música es un elemento cultural fundamental en el contexto en el que estamos, haciéndose notar también en la escuela, donde el maestro nativo conoce un gran número de canciones. En este caso, la letra de la canción son las palabras número en sentido natural e inverso. El alumnado aprende la primera parte de la canción (orden natural) sin dificultades, lo que no sucede con la segunda parte, donde presentan más dificultades.

La segunda actividad no sucede de la manera prevista por el docente: El alumnado cogió más material del que el docente les había dado, puesto que había en abundancia en el suelo del patio y de la clase. Al disponer de demasiadas hojas, los alumnos han alterado las variables didácticas y solo los dos alumnos del Nivel 3 pueden llegar a contar los montones de hojas de toda la clase. De manera natural, se genera una actividad de ampliación para los dos alumnos que más avanzados están, pero los alumnos de los otros dos niveles no pueden llevar a cabo la actividad. Sin embargo, vemos que los alumnos de Nivel 2 comienzan a mostrar interés por aprender de los niños de Nivel 3.

### *Ajustes de diseño*

El material manipulativo debe ser escogido con cautela puesto que, como nos ha ocurrido en este caso, puede transformarse en un agente distractor. El interés que suscitan las habilidades de los niños de Nivel 3 y su posición de liderazgo deben ser aprovechados en futuras actividades.

#### *5.4.5. Sesión 5*

Se comienza cantando la misma canción que en la sesión anterior añadiendo saltos en la letra para empezar desde cualquier número. A continuación, con regletas de Cuisenaire, deben formar el número 10 de tantas formas como puedan. La actividad comienza uniendo dos regletas y pasamos con aquellos niños que lo consiguen a realizar composiciones de tres regletas. De nuevo, se les pide anotar los cálculos en el soporte que tienen disponible. Finalmente, escribimos a cada niño en la mano la grafía de una cantidad y debe buscar a un "*ten friend*", es decir, otro niño con el que las cantidades anotadas en sus manos sumen 10.

### *Análisis*

La canción favorece la adquisición de todos los niveles del conteo descritos por Fuson y Hall, (1992). Los alumnos situados en el Nivel 1 poco a poco van pasando desde el nivel de cuerda en el que se encontraban a los siguientes diferenciando los términos en la sucesión, conociendo las palabras número y su secuencia, comenzando a contar desde cualquier término y pudiendo hacerlo en orden ascendente y descendente. Los alumnos del Nivel 2 son capaces de llenar los huecos de aprendizaje que tenían, accediendo a los niveles de cadena irrompible, numerable y bidimensional. Los alumnos del nivel tres también llenan dichos huecos, accediendo a los niveles de cadena numerable y bidimensional.

En la segunda actividad el reto propuesto lleva al alumnado a la exploración del nivel 2 de la LT de Clements et al. (2020), sumando regletas que representan grupos de objetos. La progresiva familiarización que están teniendo con este material los ayuda a modelizar y comprender los retos propuestos.

El rotulador no es indeleble y a muchos niños se les borra la cantidad que hemos escrito en su mano. Este problema se soluciona al dar a cada uno una regleta, que es un material inmutable y no puede borrarse como el número que tenían en la mano. Además, da la posibilidad de cambiar el número cuando el maestro considere oportuno.

Se recogen las combinaciones realizadas por el alumnado para sumar 10 en dos columnas donde resulta evidente la simetría, buscando la introducción a la propiedad conmutativa, pero siendo conscientes de que aún no es posible tratar esta propiedad, que se encuentra en el nivel 5 de la LT de Clements et al. (2020).

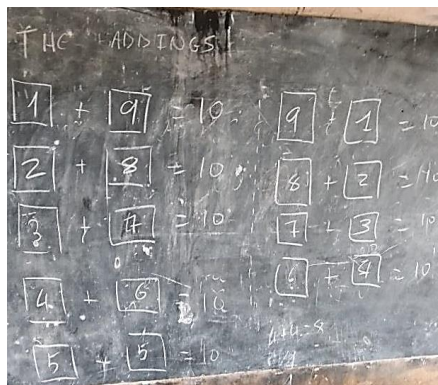


Figura 4. Tabla para interiorizar la propiedad conmutativa previo a su formalización. Fuente: elaboración propia.

### Ajustes de diseño

Dado que la canción está ayudando a asentar los niveles del conteo descritos por Fuson y Hall (1992), se cantará a partir de ahora en todas las sesiones al inicio de la clase.

#### 5.4.6. Sesión 6

La sesión comienza con una tabla similar a la de la Sesión 2, en la que se pide que dibujen una cantidad de objetos de libre elección.

A continuación, con hojas sueltas y ramas con una decena de hojas, el docente hace un conteo alternando las hojas sueltas, conjuntos de hojas y las ramas-decena. El docente en prácticas hace “magia” al cambiar 10 hojas por una rama y comprobar que el número total sigue siendo el mismo.

En la segunda actividad, con la ayuda del profesor nativo, se explica la “magia” anterior, introduciendo el concepto de decena. Se propone la modelización de diferentes cantidades mediante los materiales manipulativos utilizados. Además, se permite que el alumnado vaya a las clases de Kindergarten (previo acuerdo con los profesores) para realizar el “truco de magia”.

### Análisis

Se aprecia que el alumnado del Nivel 1 ha adquirido el principio de abstracción, que previamente habían adquirido los de Nivel 2 y Nivel 3, puesto que son capaces de contar grupos de objetos independientemente de cuales sean, rompiendo el esquema previo donde sólo concebían el conteo de palitos.

La rama con 10 hojas que sustituye a las 10 hojas sueltas provoca muchísima curiosidad y admiración en los niños. Aprovechamos estas emociones y las incipientes habilidades de verbalización matemática para seguir estimulando el aprendizaje entre pares.

Gracias a esto, el alumnado está verbalizando los términos matemáticos referentes a las palabras número y los conceptos de decena y unidad, así como realizando grupos para que, posteriormente, sea más sencillo sumar. Al haber trabajado el número 10 previamente de forma tan reiterada, el alumnado comprende de forma más sencilla este paso.

### Ajustes de diseño

Se observa que ni los alumnos del Nivel 1 ni los del Nivel 2 tienen adquirida la subitización de pequeñas cantidades (hasta el 6). Sin esta habilidad, resulta muy complejo continuar con el trabajo de las fases de la LT de Clements et al. (2020), por lo que decide proponer actividades y otros modelos (distintos de los palitos verticales) que favorezcan el trabajo de subitización como, por ejemplo, los juegos con dados.



#### **5.4.7. Sesión 7**

Comenzamos trabajando la subitización de números utilizando la misma disposición que en los dados (que son utilizados también en Ghana en diversos juegos de azar y con los que los niños están familiarizados). Sobre el juego tradicional de la rayuela, al que los niños suelen jugar en sus ratos libres, proponemos la escritura de los números con patrones de puntos y sugerimos a los niños que alternen una y otra representación.

Introducimos la tabla de posición para comenzar la formalización del trabajo con decenas y unidades, haciendo una carrera por grupos en la que tienen que representar diferentes cantidades en la tabla de posición dibujada en la pizarra.

#### **Análisis**

Al juego de la rayuela, ya conocido por ellos, se le ha añadido el conteo, teniendo que realizarlo en orden natural e inverso. Se observa que, de los 36 alumnos de clase, 32 son capaces de jugar sin dificultad, conociendo la lista de palabras número en ambos sentidos.

La tabla de posición es un recurso también entendido con facilidad por los integrantes de los tres niveles, lo cual facilitará la comprensión y mejorará las estrategias de sumas y restas.

#### **Ajustes de diseño**

Por efecto de la COVID-19 el maestro en prácticas tuvo que abandonar Ghana apresuradamente, por lo que no hay una sesión posterior.

### **5.5. Ciclo 2. Análisis**

Al inicio de la intervención, habíamos detectado que los niños no estaban siguiendo las mismas trayectorias de aprendizaje que se suelen seguir en España, presentando numerosas lagunas. A medida que hemos avanzado en la implementación de nuestro diseño, que pretendía cubrir alguna de estas lagunas, hemos visto cómo las carencias en la adquisición de algunos de los principios hacían imposible la evolución de los niños hasta los niveles siguientes. De esta manera, aunque fueran capaces de realizar sumas de cantidades elevadas, no se había producido una adquisición del significado estas cantidades. En definitiva, lo que hemos podido comprobar es que las lagunas que se han generado al no existir una instrucción que las tenga en cuenta, resultan un obstáculo para el aprendizaje de los niños. No solo hemos podido constatar esto, sino que hemos visto cómo el trabajo que no parte del nivel en el que cada niño está y lo acompaña hasta el siguiente, provoca lagunas en algunos casos insalvables -como ha sucedido para los niños que tenemos de, incluso, 12 años de edad y que siguen en Nivel 2.

Comprobamos que en apenas 10 sesiones es posible, con los alumnos situados en el Nivel 2 y en el Nivel 3, reestructurar sus conocimientos para rellenar algunas de las lagunas que provocan un aprendizaje poco significativo, llevando el trabajo de las matemáticas desde el conteo hasta el concepto de decena. Con los alumnos del Nivel 1 sería necesario ir más despacio, haciendo hincapié de forma más profunda y con más tiempo en los conceptos básicos que se han tratado. De hecho, creemos que el trabajo que se les está proponiendo puede suponer un obstáculo didáctico al no estar siguiendo una secuencia alineada con los niveles indicados en el marco teórico.

La división en base a grupos por niveles ha funcionado razonablemente bien. Al tener una clase con 36 personas y una gran heterogeneidad en cuanto a ritmos de aprendizaje, nivel de maduración y conocimientos ha sido necesario categorizar, dentro de lo posible, al alumnado en el nivel que más le conviene. El desconocimiento de la situación y del entorno sólo ha posibilitado realizar tres grupos más o menos homogéneos en cuanto a conocimientos y ritmos de aprendizaje, dando la posibilidad al docente de adaptar su actuación a las individualidades de cada uno. Por lo tanto, se considera que sería

adecuado crear grupos de trabajo estables que permitan al docente pedir agrupaciones homogéneas o heterogéneas, así como realizar más propuestas de trabajo colaborativo.

Al romper sus esquemas iniciales, basados en la modelización de números mediante palitos verticales, e insistir en tocar las matemáticas mediante los materiales manipulativos (basándonos en el enfoque CPA), unido a las representaciones que se posibilitan dejando pintar en el suelo, los alumnos de todos los niveles pueden adquirir el principio de abstracción.

Tanto la música como otros elementos culturales, así como el diálogo con el docente nativo permiten aumentar la motivación, contextualizando las actividades en algo conocido por ellos, consiguiendo unir las matemáticas que importamos desde España con las tradicionales de Ghana, acercando ambos modelos y pudiéndolos trabajar sin realizar una ruptura cultural abrupta.

## 5.6. Ciclo 2. Diseño

A la vista de la intervención realizada y del análisis de la intervención, proponemos realizar diversos cambios en el diseño. En la Tabla 5 se muestra el rediseño con el que se iniciaría el segundo ciclo de intervención. Dejamos por lo tanto esta propuesta disponible para que, en el siguiente curso, se pueda realizar una intervención que permita profundizar en qué aspectos de la trayectoria de aprendizaje de los alumnos de Nivel 1 debe ser mejorada. El Nivel 2 consideramos que ha sido bien atendido y que la propuesta que realizamos es adecuada.

Tabla 5. Rediseño del primer ciclo.

Sesión	Objetivos	Diseño y rediseño de las sesiones
1	Número y numeración como objetos culturales.	<i>Diseño:</i> Presentación de número, cantidad de elementos, palabras-número en inglés y en Ewe. <i>Rediseño:</i> Comenzar con la canción de los números (y añadir esta rutina en las 10 sesiones). Sobre el diseño anterior, mantener todo salvo la columna en Ewe. Intercalar ejercicios de subitización y trabajar con distintas disposiciones de los elementos.
2-3	Introducción a los esquemas parte-todo.	<i>Diseño:</i> Inicio del trabajo con el modelo CPA. Parte-Todo hasta el 10. Paso de cadena irrompible a cadena rompible (adición y sustracción de cantidades pequeñas basada en el conteo) <i>Rediseño:</i> Mantener el diseño anterior prestando atención a introducir la escritura en el suelo y la verbalización reflexiva como herramientas de trabajo en matemáticas. También comenzar con la iniciación de los niños en el trabajo con metodologías activas.
4-5	Esquemas parte-todo hasta el 10.	<i>Diseño:</i> Composición de números hasta el 10 (en función del nivel) y afianzamiento del esquema parte-todo. Modelización manipulativa de las sumas (niveles 1 y 2 según LT de Clements et al. (2020)) <i>Rediseño:</i> Introducir las regletas con juegos como "la cara de 100" o "la carrera de regletas" con un dado. Dedicar de manera previa al trabajo con regletas un tiempo a la familiarización de los niños con ellas. Atender con más dedicación al Nivel 1 para afianzar los principios del conteo. Facilitarles para ello mayor cantidad de unidades y actividades que incidan en el conteo de manera manipulativa.
6	Concepto de decena.	<i>Diseño:</i> Composición y concepto de decena <i>Rediseño:</i> Introducir, además de las ramas con 10 hojas, los bloques de base 10. Igual que con las regletas, proponer algunos juegos de familiarización con el material de manera previa a su uso.
7-10	Sumas y restas. Concepto de decena.	<i>Diseño:</i> Modelización manipulativa de decena. Tabla de posición. Sumas y restas manipulativas de grupos centrados en la decena. <i>Rediseño:</i> Mantener el diseño anterior añadiendo una evaluación final similar a la inicial que permita conocer la evolución de cada uno de los niños.

## 5. Resultados y conclusiones

Al comenzar la intervención, el contexto era totalmente desconocido. Un contexto sobre el que apenas hay datos y sobre el que no hemos recibido previamente formación didáctica.

Los resultados de la intervención han sido obtenidos mediante la observación, la toma de fotos y vídeos y la anotación de los sucesos diarios mediante un cuaderno de campo, para su posterior análisis.

Al comenzar la evaluación, vemos que los niños han adquirido algunas habilidades relacionadas con el conteo a través del trabajo repetitivo de ciertas actividades como pueden ser representar cierta cantidad con palitos verticales o contar cantidades elevadas de palitos. Si bien la sensación inicial es que los niños del aula están trabajando en la suma con números de dos cifras en vertical, la evaluación inicial nos permite ubicar, al menos, tres niveles diferentes dentro del aula de entre los cuales, ninguno parece ser suficiente para enfrentarse a las sumas en vertical. Teniendo en cuenta las fases y niveles descritos en el marco teórico, establecemos cuáles son las lagunas que los niños presentan y procuramos entender si, efectivamente, el trabajo que realizan está permitiendo la adquisición de estos niveles de manera implícita. En las 8 sesiones de intervención observamos que la falta de un trabajo deliberado en estos aspectos ha generado lagunas que, como muestra el amplio número de niños repetidores, no llega a cubrirse a través de la insistencia en los mismos ejercicios.

Al permitirnos el docente realizar una parada en los contenidos previstos por él y dedicar unas semanas a afianzar competencias previas, observamos que, en poco tiempo, la mayoría de los niños avanza con sorprendente rapidez hacia una comprensión más significativa del sistema de numeración y los números hasta el 20.

Es necesario destacar en este sentido:

- El alumnado ha aprendido que las matemáticas no solo se recitan, sino que también se hablan, se tocan y se descubren. Gracias a la metodología empleada, la clase de matemáticas ha pasado de ser un momento de copiar de la pizarra con lápiz y papel (los que tienen), a entenderse también como un momento de descubrimiento y discusión. Hemos iniciado tanto a los niños como al docente en otro enfoque para el quehacer matemático. Desafortunadamente, al haberse interrumpido la estancia con motivo de la COVID-19, no hemos podido dar continuidad a estas actividades y esta formación (indirecta) del docente, uno de los objetivos principales de estas intervenciones de voluntariado.
- Se ha reforzado la interiorización del conteo, consiguiendo que prácticamente todos los niños sean capaces de alcanzar todos los niveles descritos por Gelman y Gallistel (1978) y enumerados en el marco teórico.
- El concepto de número, las relaciones numéricas y la aritmética temprana se han podido trabajar con cierta facilidad con los niños de los Niveles 2 y 3. Consideramos que todo el trabajo anterior, si bien no trabajaba siguiendo las mismas trayectorias de aprendizaje que nosotros hemos propuesto, ha generado ciertos esquemas que, en pocas sesiones, hemos podido relacionar y conectar, cubriendo para ello las lagunas que hemos encontrado sobre las trayectorias de aprendizaje.
- Han sido introducidos al concepto de decena, cerrando el círculo que se empezó a trabajar con el objetivo de llegar a ese punto, el cual seguirán trabajando mediante un material adecuado: la tabla de posición. Esto implica que han trabajado al número dentro de su sistema de numeración, tal y como propone Chamorro, (2003).

A la vista de estos resultados, es posible elaborar una serie de conclusiones. No obstante, dado que mediante la metodología de investigación empleada no solo se ha podido impartir el contenido matemático, sino que también se han explorado opciones metodológicas y didácticas, estos aspectos también deben ser tenidos en cuenta.

La lección magistral expositiva ha sido necesaria cuando se ha requerido la explicación de un contenido muy concreto y novedoso. No obstante, la metodología que mejor ha funcionado en el contexto concreto que tratamos, es muy parecida a la metodología por descubrimiento que describen Garrido, Perales y Galdón (2007). No es exactamente igual, dado que esta está propuesta para las ciencias experimentales, pero se extraen los principios básicos de exploración de la realidad y del conocimiento mediante materiales que están a su alcance. Estas metodologías han funcionado estando acompañadas por una discusión continua entre los miembros de la clase, los cuales comparten sus diferentes puntos de vista y aprenden juntos, factor fundamental y que ha conseguido que el aprendizaje por descubrimiento junto al aprendizaje cooperativo no solo sea posible, sino funcional.

Los materiales manipulativos tienen un potencial enorme, tanto motivacional como didáctico, pero son un arma de doble filo. Usar regletas, hojas, ramas... hace que cualquier actividad sea realizada con más ganas, puesto que les encanta utilizarlas; no obstante, su uso puede complicarse como se ha apreciado en las sesiones, dado que si tienen acceso libre al material suelen querer más, no haciendo caso a la actividad sino al material en sí. De este hecho aprendemos que es necesaria una introducción inicial de los materiales concretos para que, una vez el alumno ha satisfecho su curiosidad inicial, pueda centrar su atención y utilizarlo como herramienta de aprendizaje. Esto implica que hay que tratarlo con cautela, usándolo, pero de forma controlada, para que no genere distracciones y se pueda aprovechar todo su potencial.

Todos estos puntos han sido explorados y constatados mediante la IBD que se ha llevado a cabo. Este tipo de investigación ha dotado al autor de la capacidad de hacer los cambios necesarios para que la práctica educativa fuera coherente con el entorno en el que se encuentra, forzándolo a tener que reflexionar cada día y a tener que buscar las mejores alternativas para llevar a cabo en el aula.

Gracias a esto, la metodología, la gestión y elección de recursos y las actuaciones dentro del aula han podido adaptarse al contexto, mejorando la calidad docente y logrando llevar a cabo un proceso satisfactorio de enseñanza-aprendizaje junto al alumnado.

## **Agradecimientos**

El primer autor quiere agradecer a ADEPU la oportunidad que le ha brindado, permitiéndole ir a Ghana a realizar las prácticas y a Mr. Maxwell, el tutor del aula Basic One, toda su ayuda. Ambos autores quieren agradecer a Carlos de Castro las innumerables discusiones, recomendaciones y lecturas propuestas con las que han podido mejorar sustancialmente este trabajo.

## **Referencias**

- Alonso, C., López, P. y de la Cruz, O. (2013). Crecer tocando. *Tendencias pedagógicas*, 21, 249-262.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Alsina, Á., Aymerich, C. y Barba, C. (2008). Una visión actualizada de la didáctica de la matemática en educación infantil. *Revista de Didáctica de las Matemáticas* (47), 10-19.
- Ampiah, J. G. (2011). Quality Basic Education in Ghana: Prescription, practice and problems. *University of Cape Coast, Ghana*.
- Arteaga, B. y Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. Logroño: Unir.
- Bakker A. y Van Eerde D. (2015). An Introduction to Design-Based Research with an Example from Statistics Education. In: Bikner-Ahsbahr A., Knipping C., Presmeg N. (Eds.). *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Advances in Mathematics Education* (pp. 429-466). Springer, Dordrecht.

- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: the integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody y A. Dowker (Ed.). *The development of arithmetic concepts and skills* (1-35). Mahwah: Taylor and Francis.
- Barrón, A. (1993). Aprendizaje por descubrimiento: principios y aplicaciones inadecuadas. *Enseñanza de las ciencias*, 11(1), 3-11.
- Barrow, L., y Markman-Pithers, L. (2016). Supporting Young English Learners in the United States. *The Future of Children*, 26(2), 159-183.
- Bart, W. M. (1970). Mathematics education: the views of Zoltan dienes. *The School Review*, 78(3), 355-372.
- Blanco, N. y Gimeno, J. (2010). *Saberes e incertidumbres sobre el currículum*. Madrid: Ediciones Morata.
- Bru, P. y Basagoiti, M. (2004). *La Investigación-Acción Participativa como metodología de mediación e integración socio-comunitaria*. Comunidad.
- Campbell, B. (2009). *Mining in Africa. Regulation and development*. Norwich: Pluto Press.
- Castro, E., Cañadas, M. C. y Castro-Rodríguez, E. (2013). Pensamiento numérico en edades tempranas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 1-11
- Chamorro M. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson.
- Chan Chun, E. (2009). Mathematical Modelling as Problem Solving for Children in the Singapore Mathematics Classrooms. *Journal of Science and Mathematics Mathematical Modelling Education in Southeast Asia*, 32(1), 36-61.
- CIA. (2020). África: Ghana. The world Factbook.
- Cid, E., Godino, J. D. y Batanero, C. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada
- Clements, D. H., Sarama, J., Baroody, A. J., & Joswick, C. (2020). Efficacy of a learning trajectory approach compared to a teach-to-target approach for addition and subtraction. *ZDM Mathematics Education*, 52, 637-648.
- Colmenares, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 3(1), 102-115
- Cuida, A., Sanz, A.M. y Nieto, T. (2019). El papel de los dedos en el desarrollo de las habilidades lógico-matemáticas en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2), 77-91.
- de Araujo, Z., Roberts, S. A., Willey, C., & Zahner, W. (2018). English Learners in K-12 Mathematics Education: A Review of the Literature. *Review of Educational Research*, 88(6), 879-919.
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (11), 55-77.
- De Castro, C., Flecha, G. y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, (26), 86-108.
- Eingenheer, N. (1997). Un nuevo enfoque sobre el conocimiento matemático del profesor. En UNESCO-Santiago (Ed.), *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en educación* (pp. 35-41). Santiago de Chile, UNESCO-Santiago-OREALC. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001159/115928so.pdf>
- Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J. y Márquez, Fespino. (2016). Qué y cuánto aprenden de matemáticas los estudiantes de básica con el Método Singapur: evaluación de impacto y de factores incidentes en el aprendizaje, enfatizando en la brecha de género. *Calidad de la educación*, (45), 90-131.
- Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la enseñanza de las matemáticas y la administración. *Formación universitaria*, 3(6), 33-40.
- Fonseca, R., Hernández, R., Mariño, L. (2017). Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático. II Encuentro Internacional en Educación Matemática.
- Fuson, K. y Hall, J. (1992). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). New York: Academic Press
- Garrido, J. M., Perales, F. J., y Galdón, M. (2007). *Ciencia para educadores*. Madrid: Pearson.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Johnson, D., Johnson, R. y Holubec, E. (1994). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. México: Paidós.
- Kasule, D. y Mapolelo, D. (2005). Teachers' strategies of teaching primary school mathematics in a second language: A case of Botswana. *International Journal of Educational Development*, 25(6), 602-617.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up*. Washington DC: National Research Council.

- Knoema. (2020). Ghana – Tasa de escolarización neta. *Atlas mundial de datos*. Recuperado de <https://knoema.es/atlas/Ghana/topics/Educación/EducaciónPrimaria/Tasa-neta-de-escolarización>
- Latorre, A. (2003). *La investigación-acción*. Conocer y cambiar la práctica educativa. España: Graó.
- Ley de Educación de Ghana (2019), National Council for Curriculum and Assessment, Ministry of Education. Recuperado de: <https://nacca.gov.gh/wp-content/uploads/2019/04/MATHS-LOWER-PRIMARY-B1-B3.pdf>
- López, I. A. (2017). Utilizando TouchMath para enseñar nociones de aritmética a un niño con TEA. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 62-74.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 29(1), 075-088.
- Molina, S. (2007). Los grupos interactivos: una práctica de las comunidades de aprendizaje para la inclusión del alumnado con discapacidad. [Tesis doctoral, Universidad de Barcelona].
- Naranjo, M. L. (2009). Motivación: perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Revista Educación*, 33(2), 153-170.
- Navarro, J., Aguilar, M., Marchena, E., Alcalde, C. y García, J. (2010). Evaluación del conocimiento matemático temprano en una muestra de 3º de Educación Infantil. *Revista de Educación*, 352, 601-615
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*, 8(2), 157-182.
- Sotos, M. (2018). María Antonia Canals y la Didáctica de las Matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 55-66.
- Traverso, J. (1999). Seguimiento y evaluación continua en las aulas masificadas. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 431-440.
- UNESCO Institute for statistics. (2006). *Country basic information: the republic of Ghana*. Recuperado de [http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user\\_upload/archive/Countries/WDE/2006/SUBSAHARAN\\_AFRICA/Ghana/Ghana.htm](http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/archive/Countries/WDE/2006/SUBSAHARAN_AFRICA/Ghana/Ghana.htm)
- Van de Rijt, B., Van Luit, J. & Pennings, A. H. (1999). The construction of the Utrech Early Mathematical Competence Scales. *Educational and Psychological Measurement*, 59(2), 289-309.

Juan José Santa Engracia de Pedro. Maestro de Educación Primaria por la facultad de educación de Segovia, Universidad de Valladolid. Estudiante del máster de Investigación aplicada a la educación en la Universidad de Valladolid.

Email: [juanjose.santa-engracia@alumnos.uva.es](mailto:juanjose.santa-engracia@alumnos.uva.es)

Belén Palop del Río. Profesora Titular del Departamento de Didáctica de las CC. Experimentales, Sociales y de la Matemática.

Email: [belen.palop@uva.es](mailto:belen.palop@uva.es)