

Propuestas de Innovación para la enseñanza de los números primos

María José Peña Carrilero y María José Madrid
Universidad de Córdoba

Resumen: *Las dificultades que presentan muchos alumnos durante la etapa de la educación secundaria obligatoria en su aprendizaje de contenidos matemáticos han llevado a la aparición durante los últimos años de un amplio grupo de recursos y actividades que buscan facilitar la comprensión de ideas y contenidos matemáticos así como de las conexiones entre ellos. Desde este contexto, este trabajo propone una serie de actividades innovadoras para el trabajo con los números primos que desarrolladas en el aula junto con las actividades habituales pueden favorecer tanto la comprensión de los contenidos de la unidad como el desarrollo de las competencias básicas por parte de los alumnos.*

Palabras Clave: *Educación matemática, números primos, innovación, competencias.*

Innovative ideas for the teaching of prime numbers

Abstract: *The difficulties that many students present during their stage of secondary education in their process of learning mathematical contents have led to the realization during the last years of a large group of resources and activities aimed at facilitating the understanding of mathematical ideas and content as well as the connections between them. From this context, this paper suggests a series of innovative activities to work with prime numbers that if are developed in the classroom along with the usual activities can contribute to both help understanding the contents of the unit and develop basic skills by students.*

Keywords: *Mathematics education, prime numbers, innovation, skills.*

INTRODUCCIÓN

El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria incluye en el primer curso de esta y más específicamente en su bloque de números como contenido mínimo la divisibilidad de números naturales y el desarrollo de dicho contenido implica

el trabajo con los números primos. La importancia del completo y correcto aprendizaje de estos contenidos es clave tanto por su necesidad en los futuros cursos de matemáticas como por su aplicación en diversas áreas. Sin embargo en numerosas ocasiones los alumnos presentan grandes dificultades y cometen números errores al trabajar con ellos.

A su vez, el decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía indica que “con la intención de favorecer el desarrollo de las capacidades del alumnado, se integrarán de forma horizontal en todas las materias las competencias básicas” (p.15).

Considerando las competencias básicas de la educación secundaria obligatoria como el: “conjunto de destrezas, conocimientos y actitudes adecuadas al contexto que todo el alumnado que cursa esta etapa educativa debe alcanzar para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la integración social y el empleo” (p.17).

El currículo de la educación secundaria obligatoria deberá incluir al menos las siguientes competencias básicas: Competencia en comunicación lingüística, competencia matemática, competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y competencia digital, competencia social y ciudadana, competencia cultural y artística, competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal.

La enseñanza en las aulas debe tener por tanto la doble función de buscar que los alumnos realicen aprendizajes significativos de los contenidos y a su vez desarrollen competencias básicas tanto de carácter personal como social. Con este fin durante los últimos años se ha concedido una gran relevancia a la realización de experiencias de innovación en el aula, de hecho en el decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía se manifiesta que “la Consejería competente en materia de educación impulsará la investigación, la experimentación y la innovación educativas, incentivando la creación de equipos de profesores y profesoras, así como la colaboración con las Universidades andaluzas” (p.23).

Sin embargo no todas las experiencias docentes son innovadoras, para caracterizar una innovación esta debe suponer una mejora en los resultados obtenidos tanto por profesores como por alumnos, empleando el mismo esfuerzo que antes de la innovación o al menos se deben obtener los mismos resultados en el proceso de enseñanza aprendizaje pero disminuyendo el esfuerzo necesitado (de Haro,2009). En definitiva no importa lo novedosa, diferente o motivadora que sea la experiencia si al ser llevada a cabo en el aula esta no mejora el aprendizaje significativo por parte de los alumnos o al menos permite obtener el mismo resultado de aprendizaje con menos esfuerzo.

Innovar tampoco implica hacer algo nuevo en un sentido absoluto, basta con que lo sea para el que lo ponga en práctica y suponga una mejora significativa en su actividad docente. De nuevo, no es necesario para innovar disponer de grandes presupuestos, ni conocer los últimos recursos tecnológicos, lo importante es seleccionar y utilizar las herramientas, técnicas o recursos nuevos que puedan ser prácticos para el aula y desechar aquellos que no lo son (de Haro, 2009.)

Siguiendo con esta idea de innovación, en este artículo se presenta una propuesta para trabajar las matemáticas en el aula poniendo énfasis tanto en el desarrollo de las diferentes competencias por parte del alumnado durante esta etapa educativa como en favorecer

su proceso de aprendizaje de los números primos y su capacidad para realizar conexiones entre este y otros temas. Con este objetivo se proponen varios recursos que se han agrupado en tres grandes ámbitos en los que junto con la competencia matemática, presente en todas las actividades que se realicen en la materia de matemáticas, se pondrá énfasis en el desarrollo de alguna de las otras competencias.

El primer ámbito se refiere a recursos de expresión y comunicación, las competencias que se trabajaran a través de ellos son:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia cultural y artística
- Competencia en el tratamiento de la información y competencia digital.

El segundo ámbito se refiere a recursos de relación e interacción, las competencias que se trabajaran a través de ellos son:

- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
- Competencia social y ciudadana.

Finalmente el tercer y último ámbito se refiere a recursos de desarrollo personal, en este caso las competencias sobre las que se pondrá énfasis son:

- Competencia para aprender a aprender
- Competencia en la iniciativa personal y espíritu emprendedor

RECURSOS DE EXPRESIÓN Y COMUNICACIÓN

Se plantean cuatro actividades relacionadas con los números primos y en las que junto con la competencia matemática se pondrá especial énfasis en desarrollar alguna de las competencias previamente mencionadas.

Brainstorming

Los números primos se trabajan con los alumnos de 1ºESO y los docentes suelen escoger esta unidad entre las primeras a desarrollar al principio de curso. Se trata por tanto de alumnos que, en su mayoría, se encuentran en el proceso de transición de la Educación Primaria a la Educación Secundaria y será favorable fomentar su participación en la clase procurando que se sientan cómodos y adaptados al nuevo contexto. Con este fin, se desarrollará una lluvia de ideas (brainstorming) con los principales conceptos a tratar en el tema y buscando recordar los contenidos previos que ya deben conocer de



Figura 1. Portada del libro

la Educación Primaria y que facilitaran el aprendizaje de los nuevos contenidos. Se potenciará que el mayor número de alumnos posibles participen, expresando con sus propias palabras sus ideas matemáticas y a su vez se anotarán en la pizarra las ideas que vayan surgiendo. Se fomentará por tanto la competencia en comunicación lingüística.

Idiomas y procedencia lingüística

En muchas ocasiones conocer más sobre el significado de una palabra permite comprender mejor su significado, en este caso se comenzará a trabajar con la frase en italiano: “Il due é il primo numero primo”.

Se planteará a los alumnos que creen que significa, para después traducirla y centrarse e centrarse en el origen de la expresión lingüística “número primo”.

Esta procede del latín primus (cuyo significado es primero) por que estos números son los “primeros” a partir de los cuales se obtienen todos los demás por medio de la multiplicación.

Se tratará en definitiva de una actividad con carácter interdisciplinar en la que se podrá ver la conexión de las matemáticas con materias que los alumnos consideran muy alejadas como lengua e idiomas, y en la que se fomentaran tanto las competencias en comunicación lingüística como la competencia cultural y artística.

Recursos literarios: La soledad de los números primos

Se realizará la lectura del libro *La soledad de los números primos* escrito por el físico teórico Paolo Giordano y publicado por primera vez en italiano en 2008. Se leerán partes del libro relativas con la temática en clase, se debatirá sobre él, fomentando por tanto las competencias en comunicación lingüística y la competencia cultural y artística.

TIC, investigación y autoconocimiento

La actividad consistirá en una búsqueda y selección, ya sea en páginas de internet, en videos, revistas, libros o cualquier otro fuente, de datos históricos y curiosidades sobre los números primos (por ejemplo que el número primo más grande que se conoce tiene 17425170 dígitos), el concepto de divisibilidad o algunas de las otras cuestiones que se hayan explicado en clase. Los resultados seleccionados se comentaran posteriormente en clase, indicando la fuente de dónde se ha obtenido la información. En el caso de que no se disponga en el centro de de medios tecnológicos o de otro tipo para realizar la búsqueda será el profesor el que realice la exposición de datos y curiosidades y los alumnos deberán realizar un comentario u opinión sobre lo que más ha llamado su atención. En esta actividad se desarrollarán las competencias en comunicación lingüística y la digital y tratamiento de la información.

RECURSOS DE RELACIÓN E INTERACCIÓN

Se plantean dos actividades relacionadas con los números primos y en las que junto con la competencia matemática se pondrá especial énfasis en desarrollar alguna de las competencias previamente mencionadas.

Recursos multimedia. La importancia de los números primos y sus aplicaciones en la vida real

En este caso serán la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico y la competencia digital y tratamiento de la información las principales a desarrollar.

Video: Los números primos y la criptografía informática

Se reproducirá el siguiente video de 3 minutos de duración:

<https://www.youtube.com/watch?v=13FDISVAdAQ>

A continuación se hablará sobre el mismo, destacando los siguientes hechos sobre la seguridad informática:

- Una de las aplicaciones más habituales de los números primos es su uso para la seguridad en Internet.
- Es lo que se denomina criptografía de clave pública (también llamada asimétrica).
- Dos números primos son combinados para generar un sistema de clave pública y privada que permite intercambiar mensajes con seguridad a través de Internet.
- Un conocido algoritmo de encriptación de claves es AES (Advanced Encryption Standard).

Después serán los alumnos los que podrán realizar las preguntas o comentarios que les hayan surgido.

Recursos históricos

En la primera clase de la unidad didáctica se incluirá una sección titulada “Un ápice de Historia”, donde se enseñen de manera breve y concisa aspectos históricos relacionados con la unidad. Algunas propuestas para trabajar con la historia de las matemáticas y los números primos son las siguientes:

Gauss y los números primos

El alemán Karl-Friedrich Gauss nació en 1777 y murió en 1855 y es considerado el príncipe de las matemáticas. Gauss fue un niño prodigio, que desde muy temprana edad destacó por sus habilidades matemáticas. Entre sus muchos trabajos y contribuciones en el campo de las ciencias, destacaremos aquellos relacionados con los números primos (Collette, 1985)

- Durante su etapa en el colegio, formuló la hipótesis del Teorema de los números primos, que describe cómo están distribuidos los números primos en el conjunto de los números naturales. En otras palabras, formalizó el hecho de que el número de números primos disminuya cuando nos desplazamos a números mayores, razonable pues para que un número sea primo no debe ser divisible por ningún número menor salvo 1.
- A los 24 años en su obra *Disquisitiones arithmeticae*, demostró el Teorema fundamental de la aritmética: Todo número natural se puede representar como el producto de números primos de una y sólo una manera. Por ejemplo $12 = 2^2 \cdot 3$ o $125 = 5^3$

Corrigiendo el Calendario

"En la Navidad de 1582, Gregorio XIII atendía distante a un jesuita que estaba visiblemente alterado.

–Ruego a Su Santidad –interpeló el jesuita, Christopher Clavius– me conceda la autorización para justificar el cambio de calendario. ¡Las críticas han llegado al extremo de acusarnos de robarle 10 días al calendario!

Gregorio XIII levantó la cabeza y respondió:

–Eso no es más que un ataque de herejes e ignorantes. La Comisión de Sabios determinó que nuestros cálculos de la duración del año eran erróneos y que nuestro calendario estaba atrasado en 10 días.

El Papa continuó:

–Al 4 de octubre de 1582 le siguió el 15 de octubre, pero no robamos 10 días al calendario sino que recuperamos lo que el calendario anterior tomó sin corresponderle.

De haber seguido así, habríamos terminado por celebrar la Navidad en verano".

Extraído de Matemáticas 1ESO Avanza. Editorial Santillana página 24.

RECURSOS DE DESARROLLO PERSONAL.

Gamificación: El juego en el aula de matemáticas

Siguiendo con la propuesta de innovación en el estudio de los números primos, se ha querido resaltar a De Guzmán (1984) que afirmó: “El juego bien escogido y bien explotado puede ser un elemento auxiliar de gran eficacia para lograr algunos de los objetivos de nuestra enseñanza.” Por eso a lo largo de esta actividad se plantearán una serie de actividades consistentes en distintos juegos, la mayoría de ellos interactivos, relacionados con los contenidos de la unidad y que favorecen además del desarrollo de la competencia matemática y la competencia digital otras como la competencia para aprender a aprender o la competencia en la iniciativa personal y espíritu emprendedor.

- Juego interactivo para aplicar los criterios de divisibilidad: Number Cop http://hotmath.com/hotmath_help/games/numbercop/numbercop_hotmath.swf
- Juego interactivo para identificar números primos: Derriba a los primos <http://www.ematematicas.net/destructor.php>

- Juego interactivo para ayudar a asimilar los conceptos relacionados con los números primos (factores, múltiplos, divisores): Verdadero o falso
<http://escritorioalumnos.educ.ar/datos/recursos/juegos/juego-vof/intro.html>
- Juego con hojas de dibujo para identificar los números primos del 1 al 100 con facilidad: Juego de números primos
<http://neoparaiso.com/imprimir/juegos-de-numeros-primos.html>
- Juego deportivo: Se realizarán una serie dorsales que llevarán pintados números primos y compuestos. Cada alumno tomará un dorsal (con su correspondiente número) y deberá encontrar a sus divisores. El profesor tendrá asignado el dorsal número 1. Una vez haya finalizado el juego de localizar a los divisores se comentarán los resultados en clase.

CONCLUSIONES

El trabajo en el aula con los números primos suele realizarse a través de ejercicios y problemas rutinarios que impiden en muchas ocasiones que el alumno alcance un aprendizaje significativo y sea capaz de conectar estos contenidos matemáticos con otros temas. A lo largo de este trabajo se presentan una serie de actividades que combinadas en el aula con las actividades habituales, favorecerán tanto el aprendizaje de los contenidos como el desarrollo de las competencias básicas en los alumnos.

Aunque estas actividades representan una pequeña parte dentro del inmenso número de recursos que pueden encontrarse y utilizarse para trabajar estos contenidos, sí suponen una propuesta de actuación en el aula con un carácter innovador que se puede utilizar para otros muchos contenidos adaptándose a las especificidades de cada uno de ellos.

REFERENCIAS

- Ajoy, D. (2014). *Juego de números primos* [Juego para imprimir]. Recuperado de:
<http://neoparaiso.com/imprimir/juegos-de-numeros-primos.html>
- Collette, J.-P. (1985). *Historia de las matemáticas II*. Madrid: Siglo XXI de España Editores, S.A.
- Decreto 231/2007, de 31 de julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la educación secundaria obligatoria en Andalucía, BOJA, 156, 8 de agosto de 2007.
- Educ.ar. (s.f). *Verdadero o falso* [Juego interactivo]. Recuperado de:
<http://escritorioalumnos.educ.ar/datos/recursos/juegos/juego-vof/intro.html>
- Giordano, P. (2009). *La soledad de los números primos*. Salamandra.
- De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Santa Cruz de Tenerife. Sociedad Canaria de Matemática Isaac Newton, 49-85.
- De Haro, J.J. (2009). Algunas experiencias de innovación educativa. *ARBOR ciencia, pensamiento y cultura*, CLXXXV Extra, 71-92.
- Hotmath, Inc. (s.f). *Number Cop* [Juego interactivo]. Recuperado de:
http://hotmath.com/hotmath_help/games/numbercop/numbercop_hotmath.swf
- Pino, M. (s.f). *Derriba a los primos*. [Juego interactivo]. Recuperado de
<http://www.ematematicas.net/destructor.php>

REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, BOE, 5, 5 de enero de 2007, 677-773:

<http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

Redes, Divulgación y Cultura. (8 octubre, 2013). *Los Números primos y la criptografía informática* [Archivo de video]. Recuperado de:

<https://www.youtube.com/watch?v=13FDISVAdAQ>

Varios Autores. (2011). *Matemáticas IESO Avanza*. Madrid: Santillana.