

Modelización matemática en Educación Media. Un estudio de competencias en un grupo de estudiantes

Fabiola Guerrero

Liceo Bolivariano “El Molino”, Valencia. Estado Carabobo.

José Ortiz

Universidad de Carabobo, Campus La Morita, Maracay. Venezuela.

Resumen: *Las actividades de resolución de problemas reales en las clases de matemática, favorece la apropiación de los conceptos matemáticos y a concebir la utilidad de la matemática en la vida cotidiana, lo que conlleva al uso de la modelización como una herramienta que vincula la matemática con la realidad. Se estudiaron las competencias de modelización matemática y los sistemas de representación que utilizan los estudiantes del primer año de un liceo Bolivariano cuando resuelven problemas del mundo real. El estudio fue abordado como un estudio de caso bajo un enfoque cualitativo. Los sujetos participantes fueron 30 estudiantes de 12 a 14 años, organizados en grupos, se les planteó un problema real, previamente validado mediante el juicio de expertos. Los resultados obtenidos permiten concluir que los estudiantes no poseen todas las competencias para llevar a cabo un proceso de Modelización de manera independiente, porque se les dificulta la construcción del modelo matemático. Los sistemas de representación más usados son el lenguaje natural y el numérico, aunque para este nivel deberían hacer uso del sistema algebraico.*

Palabras clave: *Modelización Matemática; Competencias de Modelización Matemática; Sistemas de Representación*

Mathematical modeling in education. Study skills in a group of students

Abstract: *Activities of real problems solving in the classroom encourages the appropriation of mathematical concepts and perceiving the utility of mathematics in everyday life; for this reason we use of mathematical modeling as a tool that links mathematics with reality. it is pertinent to study the mathematical modeling competencies and representation systems that use the students of first year in a high school Bolivarian when they*

solve real world problems. The study was approached as a case study a qualitative approach. The subjects in this study were 30 students from 12 to 14 years, which were organized into groups. It was formulated to the subjects involved, a real problem, previously validated by expert opinion. It was conclude that students do not have the competencies necessary to carry out a modeling process independently; because the low level competency is the construction of the mathematical model. The representation systems used by students were the natural language and numbers, although in this level is considered that students can also use algebraic system.

Keywords: Mathematical Modeling; Mathematical Modeling Competencies; Representation Systems.

INTRODUCCIÓN

En búsqueda de una educación matemática de calidad, se han realizado numerosas investigaciones, entre otras, Aravena, Caamaño, y Giménez (2008); Biembengut y Hein (1999), que consideran necesario ofrecer a los estudiantes situaciones concretas que les permitan organizar información, describir relaciones matemáticas, enfrentar problemas con soluciones múltiples y entender la aplicabilidad de los conceptos y propiedades matemáticas.

De igual manera, se sostiene que el aprendizaje de la matemática requiere de una pluralidad de significados que le permitan al estudiante integrar con sentido los nuevos conceptos con los que ya posee (Rico, 2009). Por lo tanto, se hace relevante que la educación matemática sea contextualizada, enseñada y aprendida con base en objetos reales y sobre objetos reales, y desde la propia realidad del educando. En ese sentido, dada la importancia que presenta la contextualización de la educación matemática con la realidad del estudiante; Ortiz, Rico y Castro, (2004), consideran que la Modelización Matemática debería ser incluida en todos los niveles escolares ya que es una estrategia de enseñanza, que vincula la Matemática con el mundo real. Asimismo, la modelización matemática permite que los estudiantes resuelvan en sus aulas problemas no escolarizados, propios de su mundo físico y social que contribuirán a la apropiación de conceptos y objetos matemáticos, además ayudará a que los estudiantes comprendan y valoren la aplicabilidad de la matemática en sus actividades cotidianas.

Además de la contextualización y el trabajo con situaciones reales, Castro y Castro (1997) y Rico (2009) consideran que en toda actividad matemática deben estar presentes el uso de las representaciones o sistemas de representaciones por parte de los docentes y de los estudiantes, ya que éstas sirven para comunicar las ideas matemáticas e intervienen en la construcción de nuevos conocimientos, razón por la cual los estudiantes deben manejar el mayor número de representaciones posibles sobre un objeto matemático para facilitar su comprensión sobre el mismo. En este sentido, dentro de los principios y estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos, NCTM (2000), se hace hincapié en el uso de los sistemas de representación al señalar que el currículo de Matemática debería hacer énfasis en las representaciones matemáticas para fomentar la comprensión de la misma, de tal manera que los estudiantes puedan, en primer

lugar, crear y usar representaciones para organizar, memorizar y comunicar ideas matemáticas, en segundo lugar, desarrollar un repertorio de representaciones matemáticas que puedan usarse de manera útil, flexible y apropiada y en último usar las representaciones para modelizar, interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

Por otro lado, el estudio del álgebra comprende, lo que para Katz (2007) son las principales ideas de la matemática, la generalización y la abstracción, lo que proporciona un escenario propicio para la resolución de problemas, y problemas propios del mundo real y de la cotidianidad del estudiante, y para el uso de diferentes sistemas de representación, que conduzcan al estudiante a la apropiación y comprensión de un concepto matemático. Esta situación ha sido abordada por Aravena, Caamaño y Giménez (2008), quienes destacan que es necesario que la enseñanza del álgebra se realice mediante situaciones concretas que le permitan al estudiante organizar información, describir relaciones matemáticas, comunicar ideas matemáticas, enfrentar problemas con soluciones múltiples, entender la aplicabilidad de los conceptos y procesos matemáticos entre otros.

Sin embargo, según los profesores que laboran, en el escenario donde se realizó la presente investigación, la matemática es impartida de manera formal y abstracta, desarrollada con actividades ajenas al estudiante, sin vinculación con otras áreas de aprendizaje, ni con su mundo físico y social. Este panorama pareciera indicarnos que la enseñanza y el aprendizaje no se realiza en un contexto de modelización y aplicaciones.

En cuanto a los tópicos específicos del álgebra, la formación de los estudiantes se basa en la ejercitación y manejo de algoritmos, con excesiva formalidad y un alto grado de abstracción, constituidas por axiomas, definiciones y teoremas aislados unos de otros y con poca aplicabilidad en la realidad del estudiante, sin hacer énfasis en los distintos sistemas de representación, planteando la solución a problemas escolares, preparados para que den un resultado esperado, y que en la mayoría de los casos están descontextualizados de su realidad.

A lo largo de los años se ha creído que el aprendizaje del álgebra genera en los estudiantes muchas dificultades que pueden ser disminuidas si se enseña coordinando las diferentes representaciones y partiendo de su realidad como un elemento motivador, sin embargo si se presenta como un montón de técnicas aisladas y como procedimientos formales y mecánicos que deben aplicarse de forma automática para resolver un problema, se está diseñando un escenario para que los estudiantes no se apropien de los conceptos matemáticos, específicamente los relacionados con el álgebra, ni conciban la utilidad de la matemática en sus vidas cotidianas, lo que los conduce a un aprendizaje aparente, memorístico y parcializado de la misma. Esta situación podría ser un factor de gran influencia en el alto índice de estudiantes aplazados, en el bajo promedio en dicha asignatura y en otros aspectos relacionados con el poco éxito escolar.

Por lo dicho anteriormente en la investigación que aquí se reporta, y que forma parte de una más amplia, que se está desarrollando dentro de la Línea de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (Ortiz, 2004), busca estudiar el proceso de modelización matemática que realizan los estudiantes de primer año de educación media cuando resuelven problemas del mundo físico y social. Este estudio comprende en primer lugar

el análisis de las competencias en modelización matemática y en segundo lugar determinar las representaciones utilizadas por los estudiantes al resolver dichos problemas.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS

Es importante conceptualizar lo que se entiende por competencias en modelización matemática y representaciones o sistemas de representaciones.

Para llevar a cabo el proceso de modelización matemática descrito por Blum y Niss (1991), el cual es la base teórica de esta investigación, se hace necesario que los estudiantes adquieran competencias que los ayuden a resolver estos problemas. De acuerdo con Kaiser (2007), el trabajo con modelización matemática en las aulas de clase no es suficiente del todo, sino que es importante trabajar con competencias en modelización que puedan ser desarrolladas por los estudiantes de forma independiente y que puedan ser utilizadas por ellos para comprender y modificar su entorno.

Las competencias en modelización matemática son el conjunto de recursos, habilidades, destrezas y aptitudes que tienen los estudiantes para realizar de forma independiente y exitosa todas las etapas de un proceso de modelización en un contexto determinado. Las competencias en modelización tomadas en cuenta en esta investigación son las descritas por Kaiser (2007) las cuales son: entender un problema del mundo real, construir un modelo de la realidad, crear un modelo fuera de un modelo del mundo real, resolver problemas matemáticos dentro de un modelo matemático, interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real, competencias para cambiar soluciones, si es necesario llevar a cabo otros procesos de modelización y por último competencias sociales: habilidad para trabajar en grupo y comunicarse por la vía matemática.

En cuanto a las representaciones Castro y Castro (1997) las describen como aquellas notaciones simbólicas o gráficas que son específicas para cada noción, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos y sus características y propiedades más relevantes. Por su parte, Rico (2009) las define como todas aquellas herramientas, signos y gráficos, que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y con las cuales los sujetos abordan e interactúan con el conocimiento matemático. Debido a su importancia en la construcción de los conceptos matemáticos y el auge que ha tenido en los últimos años como objeto de investigación, Rico (2009) consideró necesario delimitar el significado de esta noción señalando que el concepto de representación hace notorio una dualidad representante-representado y que la representación sustituye algo que existe y que es distinto. Este trabajo de Rico permite clarificar que no se deben confundir los objetos matemáticos con sus representaciones, ya que una cosa son las herramientas, (signos, símbolos o gráficos) con las que las personas abordan el conocimiento matemático y otra el concepto y los procedimientos matemáticos en sí, es decir, tanto las representaciones como el “algo” que representan están estrechamente relacionados, pero tienen funciones separadas.

Referente a los tipos de representaciones Castro y Castro (1997) sostienen que en la adquisición y elaboración de nuevos conceptos intervienen dos tipos de representaciones

que se encuentran estrechamente vinculadas, las representaciones internas, que son las que se utilizan para razonar y pensar sobre ideas matemáticas; y las representaciones externas que se utilizan para comunicar esas ideas.

En esta investigación se tomarán en cuenta las representaciones externas, por su carácter observable; dentro de las cuales se encuentran, según Castro y Castro (1997), las representaciones o sistemas de representaciones simbólicas que se basan en signos alfanuméricos estructurados. Y las representaciones o sistemas de representaciones gráficas que son combinaciones de figuras o iconos estructurados. Siendo estas estructuras simbólicas y gráficas las que ayudan a los estudiantes a comprender los conceptos matemáticos, por lo tanto, mientras más sistemas de representación domine el estudiante mayor será su comprensión del concepto.

Diversos investigadores han centrado el estudio de las representaciones de los conceptos matemáticos escolares en diversos sistemas simbólicos y gráficos así como en las relaciones entre ellos, al respecto Castro y Castro (1997) señalan los trabajos de Janvier, Kaput, Goldin y Duval, quienes han encontrado para los contenidos matemáticos de educación secundaria en primer lugar los sistemas numéricos y los algebraicos y en segundo lugar los sistemas basados en las medidas, la recta real, el plano cartesiano entre otros. Además, se pueden mencionar otros sistemas de representación como las configuraciones puntuales, tablas de valores, las representaciones geométricas y el lenguaje natural o expresiones verbales entre muchos otros.

METODOLOGÍA

Esta investigación se aborda como un estudio de caso (Yin, 2003) bajo un enfoque cualitativo. Los sujetos de investigación fueron 30 estudiantes voluntarios del primer año de educación media del Liceo Bolivariano “El Molino”, ubicado en la ciudad de Valencia, Estado Carabobo, Venezuela; con edades comprendidas entre 12 y 14 años, que asisten regularmente a clase, durante el año escolar 2010-2011.

Como medio para recoger la información se planteó, a los participantes, un problema del mundo real, el cual fue discutido en seminario de línea de investigación (Ortiz, 2004) y posteriormente validado mediante el juicio de expertos. El problema fue seleccionado tomando en cuenta los siguientes criterios:

En primer lugar, debía ser un problema derivado de la cotidianidad del estudiante, basado en una realidad con la que los estudiantes se sintieran identificados, de manera que abordarlo fuese relevante y motivador; además al ser un problema con el que ellos se sintieran familiarizados, se les haría más fácil la formación de conjeturas o asunciones.

En segundo lugar, no debería generar una solución única, sino que, por el contrario, desprendiera un abanico de soluciones dependientes de las conjeturas realizadas por los resolutores; tomando en cuenta que uno de los aspectos más importantes dentro del proceso de modelización matemática es la realización de asunciones para entonces así poder encontrar una solución al problema planteado y que la toma de decisiones contribuya al desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes.

Y en último lugar, debía ser un problema que pudiera ser resuelto a través del Álgebra elemental o de la Aritmética, ya que uno de los objetivos es indagar sobre las competencias en modelización matemática que tienen los estudiantes de manera intuitiva, de modo que la resolución del problema no se viera afectado porque los estudiantes no pudieran crear o modificar construcciones generalizadas o modelos matemáticos, sino que pudieran dar una solución y así estudiar todas las competencias de modelización descritas por Kaiser (2007).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se mencionó anteriormente, para efecto de este trabajo, se planteó a los sujetos participantes, un problema del mundo físico y social, en el cual se esperaba que los estudiantes llevaran a cabo el proceso de modelización matemática, para luego analizar las competencias de modelización matemática y determinar las representaciones utilizadas. Estas últimas serían visualizadas en la construcción del modelo matemático que desarrollarían los estudiantes para hallar la solución al problema planteado y que corresponde a la tercera competencia de modelización matemática. El problema es el siguiente:

- La profesora Patricia vive en la Urbanización El Libertador, ubicado en la parroquia Tocuyito del Municipio Libertador, y trabaja en el Liceo Bolivariano “El Molino”, ubicado dentro de la misma parroquia. ¿Cuánto dinero gasta en pasaje la profesora Patricia por un día de trabajo, es decir, en ir de su casa al Liceo y en regresar del Liceo a su casa?

En la tabla 1 se muestran las competencias de modelización matemática que son analizadas y sus diferentes indicadores.

En relación al análisis de las competencias en modelización matemática que poseen los estudiantes del primer año del Liceo Bolivariano “El Molino” y a los sistemas de representación utilizados por ellos, los resultados arrojados por la investigación se muestran en la tabla 2, en la que se puede observar que sólo un grupo posee las siete competencias en modelización descritas por Kaiser (2007) y que son necesarias para llevar a cabo un proceso de modelización Independiente; y en la tabla 3, se resumen los sistemas de representación utilizados por los grupos de estudiantes.

DESCRIPCIÓN Y DISCUSIÓN DEL TRABAJO REALIZADO POR LOS EQUIPOS

Equipo n° 1: Este primer equipo comprendió el problema que se le estaba planteando e identificó las variables involucradas en el mismo, tomó como hipótesis de trabajo la siguiente: “La profesora Patricia camina desde su casa hasta el puente de Tocuyito, de ahí toma una camioneta hasta el Molino (donde se encuentra ubicado el liceo) y de venida uno de sus compañeros le da la cola hasta Tocuyito y de ahí agarra una camioneta hasta su casa”. Como en total aborda dos camionetas y el costo del pasaje es de 2 Bs; en total la profesora Patricia gasta 4 Bs diarios en pasaje.

Competencias de Modelización	Indicadores
Competencia para entender un problema del mundo real	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprende el Problema. ✓ Identifica las variables involucradas en el problema. ✓ Simplifica la información suministrada
Competencia para construir un modelo de la realidad	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Organiza la información relevante para el problema ✓ Elabora asunciones o hipótesis del problema planteado
Competencia para crear un modelo fuera de un modelo del mundo real	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Representa la situación a estudiar ✓ Relaciona las variables tomadas en consideración. ✓ Selecciona símbolos apropiados para representar las variables.
Competencia para resolver problemas matemáticos dentro de un modelo matemático	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Utiliza los métodos matemáticos para lograr resultados y conclusiones ✓ Domina los contenidos matemáticos
Competencia para interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Analiza las implicaciones de la solución encontrada sobre la situación estudiada. ✓ Intenta dar respuesta a las preguntas planteadas.
Competencia para cambiar soluciones, si es necesario llevar a cabo otros procesos de modelización	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Evalúa la validez de los resultados obtenidos ✓ Intenta buscar otras soluciones
Competencia social	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Presenta habilidad para trabajar en grupo ✓ Logra comunicarse por la vía matemática

Tabla 1. Competencias de Modelización Matemática y sus respectivos indicadores

		Equipos						
Competencias	Indicadores	1	2	3	4	5	6	7
Competencia para entender un problema del mundo real	Comprende el Problema.	X	X	X	X	X	X	X
	Identifica de las variables involucradas en el problema.	X	X	X	X	X	X	X
	Simplifica la información suministrada.	X	X	X	X	X	X	X
Competencia para construir un modelo de la realidad	Organiza la información relevante para el problema	X	X	X	X	X	X	X
	Elabora asunciones o hipótesis del problema planteado	X	X	X	X	X	X	X
Competencia para crear un modelo fuera de un modelo del mundo real	Representa la situación a estudiar			X				
	Relaciona las variables tomadas en consideración.			X				
	Selecciona símbolos apropiados para representar las variables.			X				
Competencias para resolver problemas matemáticos dentro de un modelo matemático	Utiliza los métodos matemáticos para lograr resultados y conclusiones			X				
	Domina los contenidos matemáticos			X				
Competencias para interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real	Analiza las implicaciones de la solución encontrada sobre la situación estudiada.	X		X	X	X	X	X
	Intenta dar respuesta a las preguntas planteada.	X		X	X	X	X	X
Competencias para cambiar soluciones, si es necesario llevar a cabo otros procesos de modelización	Evalúa la validez de los resultados obtenidos	X	X	X		X	X	X
	Intenta buscar otras soluciones	X	X	X		X		
Competencias sociales	Presenta habilidad para trabajar en grupo	X	X	X		X	X	X
	Logra comunicarse por la vía matemática							

Tabla 2. Competencias en modelización matemática que poseen los grupos de estudiantes

Equipos Sistemas de R	E 1	E 2	E 3	E 4	E 5	E 6	E 7
Lenguaje Natural	x	x	x	x	x	x	x
Sistema Numérico		x		x	x	x	
Sistema Algebraico			x				

Tabla 3. Sistemas de representación utilizados por los grupos de estudiantes

Se considera que este grupo no construyó un modelo matemático que permitiera calcular cuánto dinero gasta la profesora Patricia en pasaje en un día de trabajo, sin embargo utilizó como sistema de representación el lenguaje verbal para encontrar una solución matemáticamente correcta, que dio respuesta a la situación planteada, en relación a la competencia resolución de problemas matemáticos dentro de un modelo matemático, se considera que no la poseen por no haber construido el modelo matemático. En cuanto a las competencias para cambiar soluciones o llevar a cabo otros procesos, el grupo mostró que era capaz de tomar en cuenta diferentes variables y en función a ellas buscar una solución al problema planteado.

Equipo n° 2 y Equipo n° 5: Estos equipos al igual que el primero comprendieron el problema que se les planteó e identificaron las variables involucradas en el mismo; para resolverlo tomaron como hipótesis la siguiente: “La profesora Patricia agarra cuatro camionetas diarias, cada una le cobra 2 Bs; en total serían 8 Bs”; por lo tanto demostraron poseer las dos primeras competencias. En relación a la competencia que implica construir un modelo matemático, estos equipos no demostraron poseerla, pues no construyeron ningún modelo que permitiera calcular cuánto dinero gasta la profesora Patricia en pasaje en un día de trabajo, sin embargo tomaron en cuenta algunas variables y llegaron a una solución matemáticamente correcta, que dio respuesta a la situación real planteada. El sistema de representación que emplearon fue el lenguaje natural y el sistema numérico (ver Figura 1).

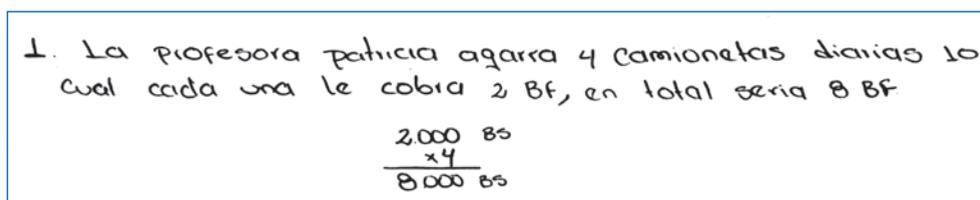


Figura 1. Producción del equipo 2.

Al igual que el equipo anterior la competencia relacionada con la resolución de problemas matemáticos dentro de un modelo matemático, se considera que no la poseen por no haber construido el modelo matemático. En cuanto a la competencia para interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real, se puede concluir que el equipo n° 2 demostró no obtenerla debido a que sólo hallaron la solución al problema, es decir, calcularon cuánto gasta en pasaje si toma cuatro camionetas, pero no dieron ninguna respuesta. Mientras que el equipo n° 5 se puede decir que si la poseen porque dieron respuesta a la situación planteada. Finalmente sobre las competencias para cambiar soluciones o llevar a cabo otros procesos, al igual que el equipo anterior, el grupo n° 2 mostró que era capaz de tomar en cuenta diferentes variables y en función a ellas buscar una solución al problema planteado. Mientras que el equipo n° 5 parece no poseerla.

Equipo n° 3: El equipo número 3 demostró comprender el problema planteado e identificó las variables involucradas en el mismo, como lo son el costo del pasaje y la cantidad de camionetas que debe tomar la profesora para llegar de su casa al liceo y de regresar del liceo a su casa. Fue el único equipo que para resolver el problema construyó un modelo matemático al plantear la siguiente ecuación:

$$X = C \cdot P$$

Llamaron X a la incógnita, es decir, el gasto en bolívares por concepto del pasaje

Llamaron C, a la cantidad de camionetas que debe tomar la profesora

Y llamaron P, al costo del pasaje

Para hallar una solución tomaron la siguiente hipótesis “la profesora Patricia agarra dos camionetas de ida al liceo y dos de venida, en total son cuatro camionetas” al resolver la ecuación obtuvieron como resultado que la profesora Patricia gasta 8 Bs en pasaje por un día de trabajo. Sin embargo este equipo no obtuvo esta sola respuesta si no que consideró otras hipótesis por ejemplo: “La profesora Patricia agarra dos camionetas de ida al liceo, de regreso le dan la cola hasta Tocuyito y de ahí agarra una camioneta hasta su casa” o “Si camina de su casa a la parada de Tocuyito y de ahí agarra una camioneta hasta el liceo, y de regreso agarra dos camionetas”.

En relación a los sistemas de representación utilizados por el equipo, se evidencian el sistema algebraico y el sistema verbal. En cuanto a la competencia para interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real, se puede decir que demostraron poseerla, debido a que se preocuparon por contestar la interrogante planteada. Y en cuanto a las competencias para cambiar soluciones o llevar a cabo otros procesos, este equipo tomó en cuenta varias hipótesis para hallar la solución al problema planteado (ver Figura 2).

Equipo n° 4, Equipo n° 6 y Equipo n° 7: Al igual que los anteriores, estos equipos comprendieron el problema que se les había planteado e identificaron las variables involucradas en el mismo, tomaron como hipótesis para realizarlo lo siguiente: “la profesora agarra dos camionetas de ida y dos de venida” en total gasta 8 Bs. en pasaje en un día de trabajo”. Estos equipos no realizaron ningún modelo matemático para hallar la solución al problema, sólo hallaron una solución en función a la hipótesis que se plantearon.

En cuanto a las representaciones utilizadas en la solución del problema tenemos que los equipos 4 y 6, utilizan el lenguaje natural y el sistema numérico mientras que el equipo 7 (ver Figura 3) sólo utiliza el lenguaje natural.

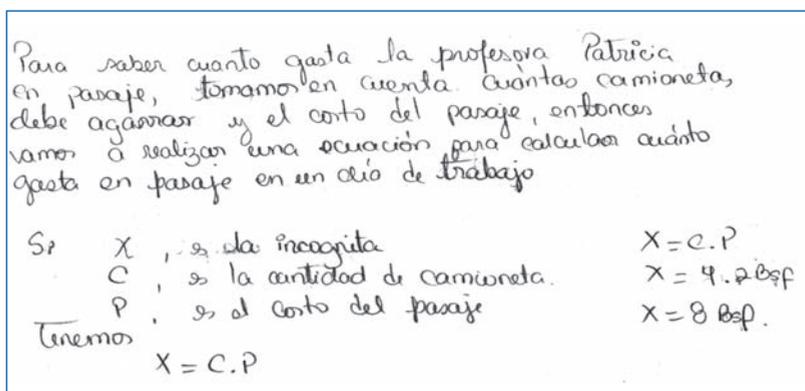


Figura 2. Producción del equipo 3.

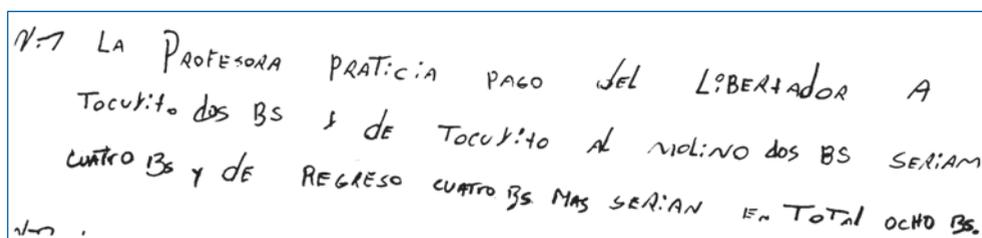


Figura 3. Producción del equipo 7.

Los equipos 4 y 6 tomaron una segunda hipótesis que fue: “Pero si le dan la cola de regreso desde el molino hasta Tocuyito, agarra 3 camionetas”; el equipo n° 4 tomó esta segunda hipótesis y halló el resultado, la profesora Patricia gastaría 6 Bs en pasaje. Mientras que el equipo n° 6 sólo planteó esa situación sin llegar a resolver.

Al igual que los equipos 1, 2 y 3 en relación a la competencia para resolver problemas matemáticos dentro de un modelo matemático, se considera que no la poseen por no haber construido el modelo matemático; la competencia para interpretar resultados matemáticos de una situación del mundo real, se puede decir que los tres equipos la poseen al dar respuesta a la situación planteada; y, en cuanto a las competencias para cambiar soluciones o llevar a cabo otros procesos, los grupos 4 y 6 tomaron en cuenta diferentes variables y en función de ellas buscaron solución al problema planteado.

En cuanto a las competencias sociales, todos los grupos demostraron trabajar en equipo, discutieron sus opiniones y llegaron a conclusiones, además en la fase de discusión le presentaron al resto de sus compañeros el trabajo realizado y los resultados obtenidos de manera eficaz pero con un escaso lenguaje matemático.

CONCLUSIONES

Se concluye que los estudiantes del primer año de educación media poseen algunas competencias de modelización matemática, que aunque no son todas las necesarias para llevar a cabo un proceso de modelización independiente, son suficientes para afirmar que mostraron una modelización de carácter intuitiva, la cual podría “educarse” mediante la realización de actividades adecuadas en el aula, tal como sostienen Ortiz y Dos Santos (2011). Es decir, las competencias de modelización matemática podrían adquirirse con el tiempo y la práctica en las aulas de clase, para lo cual sería conveniente su incorporación en los currículos tal como sugieren Ortiz, Rico y Castro (2007). La competencia que menos poseen los estudiantes es la relacionada a la construcción del modelo matemático, lo cual podría deberse a la manera como el Álgebra es enseñada ya que los estudiantes han sido acostumbrados a resolver problemas tipos. Sin embargo, esto podría superarse si los estudiantes participaran con más frecuencia en actividades de modelización en las clases de matemática.

Por otra parte, los estudiantes abordaron el problema con bastante interés, lo que demuestra que incluir problemas reales en las clases de matemática generaría mayor motivación en los estudiantes hacia el estudio del álgebra. Aunado a esto, el estudio arrojó que los estudiantes presentan un escaso lenguaje matemático, el cual representa una dificultad al momento de comunicar sus ideas.

En cuanto a las representaciones que fueron utilizadas por los estudiantes, se concluye que, todos los grupos usaron el lenguaje natural, y en segundo lugar el sistema más utilizado fue el numérico. Sólo un grupo utilizó el sistema algebraico, a pesar de que en este nivel los estudiantes ya han trabajado expresiones algebraicas.

Las respuestas, dadas por los estudiantes, de cierta manera se relacionan con la enseñanza que han recibido, lo que hace suponer que los docentes podrían no estar haciendo énfasis en el uso de las diferentes representaciones al tratar un concepto matemático, por lo que se sugiere que en las actividades de matemática se trabaje con diferentes representaciones y con la conversión de una representación a otra, tal como lo plantea, Castro y Castro (1997) y Rico (2009).

Finalmente, aunque la mayoría de los estudiantes no mostró poseer la competencia para construir un modelo (sólo un grupo construyó el modelo matemático), se puede afirmar que los estudiantes tienen un potencial para resolver problemas de su entorno físico, natural y social. Esto hace suponer la pertinencia de incluir la modelización matemática en las clases de matemática de secundaria, donde el docente haría mayor énfasis en la construcción de los modelos y en la utilización de varios sistemas de representaciones de manera coordinada, de modo tal que los estudiantes pudieran comprender los conceptos matemáticos que están involucrados en la resolución de los problemas.

RECOMENDACIONES

En este artículo se recomienda en primer lugar, abordar los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas reales, que preparen a los estudiantes para conocer y si es necesario modificar su entorno además, formar a los estudiantes para el estudio del álgebra; y en último lugar se recomienda que las actividades de resolución de problemas se centren en la modelización matemática como herramienta que vincula la matemática con la realidad del educando y que se establezca como prioridad el uso de diferentes sistemas de representación y el traslado de un sistema a otro; para garantizarle al estudiante una mayor comprensión de todas las propiedades y características de un concepto matemático.

REFERENCIAS

- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos Matemáticos a través de Proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(1), 49-92.
- Biembengut, M.S. y Hein, N. (1999). Modelación Matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación Matemática*, 11(1), 119-134.
- Blum, W. y Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Others Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y Modelización. En L. Rico (Coord), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. (cap. 4, pp 95-122). Barcelona: Horsori
- Kaiser, G. (2007). Modelling and Modelling Competencies in School. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics*. Chichester, Reino Unido: Horwood Publishing
- Katz, V. (2007). *Algebra: Gateway to a Technological Future*. Washington, D.C: The Mathematical Association of America.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Autor. [Versión española: *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales]. Disponible en: <http://www.nctm.org/standards/>
- [Recuperado: 2009, Septiembre 15]
- Ortiz, J. (2004). Pensamiento Numérico y Algebraico. *Paradigma*, 25(1), 225-239
- Ortiz, J., Rico, L. y Castro, E. (2007). La Enseñanza del Algebra Lineal Utilizando Modelización y Calculadora Gráfica: un estudio con Profesores en formación. *PNA*, 2(4), 181-189.
- Ortiz, J. y Dos Santos, A. (2011). Mathematical Modelling in High-School Education. A Case Study. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo y G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling*, New York: Springer

- Rico, L. (2009). Sobre las Nociones de Representación y Comprensión en la Investigación en Educación Matemática. *PNA*, 4(1), 1-14
- Yin, R. (2003). *Case Study Research. Design and Methods* (Third Edition, Applied Social Research Methods Series, Vol.5). Beverly Hills, CA: Sage.