Epsilón - Revista de Educación Matemática 2010, Vol. 27(2), nº 75, pp. 165-171

Una sesión en ESTALMAT: números y calculadoras

Encarnación Amaro Parrado
IES Virgen de la Cabeza. Marmolejo (Jaén)
Agustín Carrillo de Albornoz Torres
Universidad de Córdoba
José Mª Chacón Íñigo
IES Llanes (Sevilla)
Concepción García Severón
IES Velázquez (Sevilla)

Resumen: *Descripción y justificación de las actividades propuestas a alumnos del primer año del Proyecto Estalmat en una sesión de tres horas. El objetivo es trabajar algunas propiedades de los números trabajando con la calculadora científica e insistir en el buen uso de la misma así como en sus limitaciones.*

El *proyecto para la detección y el estímulo del talento precoz en matemáticas* (ESTALMAT) es ya, después de seis años de andadura exitosa en Andalucía, conocido por muchos profesores de matemáticas, por muchas instituciones que han colaborado en él y por cada vez un sector más amplio de la sociedad.

Los cincuenta alumnos y alumnas de 12, 13 y 14 años seleccionados en una prueba que se realiza en junio y en la que se trata de medir su especial aptitud e interés por las matemáticas, reciben clases durante dos cursos escolares los sábados por la mañana, en las dos sedes que cubren la amplitud de nuestro territorio: Facultad de Ciencias de Granada y Facultad de Matemáticas de Sevilla.

Esta sesión la concebimos para que se incluyera entre las primeras a desarrollar en Primer Curso de ESTALMAT, y así hemos venido haciéndolo a lo largo de las ediciones que lleva ya el proyecto. Lo proponemos así porque los conceptos que se manejan son fáciles y el objetivo que perseguimos es que los chicos, en unos casos observen y deduzcan propiedades sencillas de los números.

En general, estos alumnos le sacan bastante partido a la calculadora, pero no está de más incidir en que este instrumento es una auténtica herramienta matemática que viene en nuestra ayuda para liberarnos de operaciones tediosas y repetitivas, pero que este ahorro hay que emplearlo en pensar en qué queremos que haga por nosotros, cómo tiene que hacerlo (con qué prioridades) y, como siempre, sea “a mano o a máquina”, juzgar el acierto del resultado.

Cuando se destierra la pereza de repetir múltiples veces, con números distintos, una cierta cadena de operaciones, la calculadora puede poner de manifiesto propiedades de las que, en estos niveles, no puede hacerse una demostración formal.

Y también añadimos actividades en los que parece que la calculadora no nos va a servir de ayuda. Pero sí. Sólo hay que pararse a pensar un poco matemáticamente y comprobar que, entre la deducción acertada y la agilidad de la máquina, los resultados brillan.

Mostramos, a continuación, algunas de las actividades que proponemos en la sesión y la resolución con la calculadora, y que creemos que son efectivas para conseguir los objetivos que pretendemos. Desde luego sí podemos asegurar que en el ambiente general de la clase no hemos encontrado mayores dificultades por parte de los chicos para abordarlas, y creemos que se trasmite con ellas un acercamiento a las utilidades de la calculadora así como a la capacidad de generalizar propiedades.

ACTIVIDADES

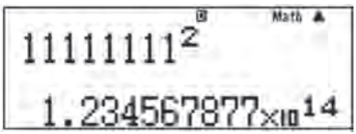
- ¿Qué dice tu calculadora al preguntarle por el resultado de la operación 11111111^2? (mostrar).

  Quizá te ayude ir poco a poco…

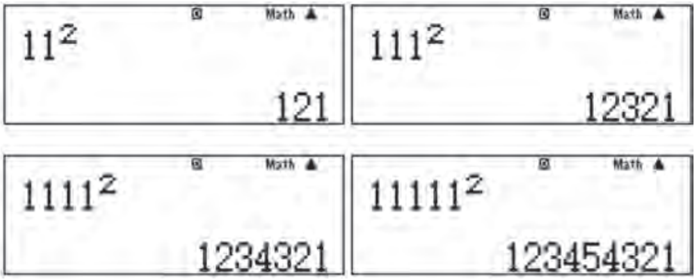
  1^2
  11^2
  111^2
  111^2
  1111^2
  11111^2
  111111^2
  1111111^2

Desarrollo

Al utilizar la calculadora (en las sesiones se utiliza el modelo fx-82ES de Casio con *natural display*, o sea, con escritura natural en pantalla), aparece:



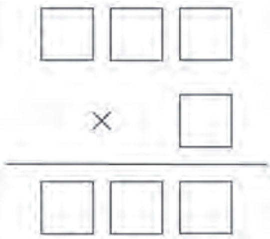
Esta notación no suele ser conocida por el alumnado del primer curso de Estalmat, con lo que no pueden interpretar el resultado; por eso a continuación realizan los cálculos sugeridos.



A partir de este momento ya se aventuran a decir que:

Si ahora le pedimos que cuenten las cifras a partir de la segunda, observan que hay 14, con lo que se puede introducir ya el concepto de notación científica.

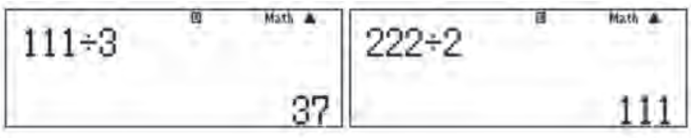
- Encuentra multiplicaciones que cumplan estas condiciones:
  - Las tres cifras del multiplicando son diferentes.
  - De la cifra del multiplicador no se sabe nada.
  - Las tres cifras del resultado del producto son iguales.

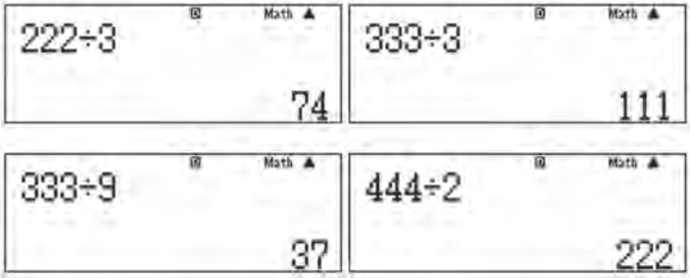


La calculadora y los criterios de divisibilidad pueden ayudarte. Hay más de una solución.

Desarrollo

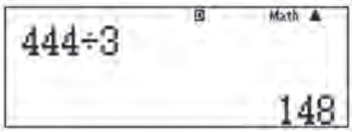
Probando la división con números de 3 cifras iguales:





Hasta aquí observan que no sirve ninguna de las operaciones que han realizado.

Pero en el siguiente paso, ya tienen una solución: 148 × 3 = 444.



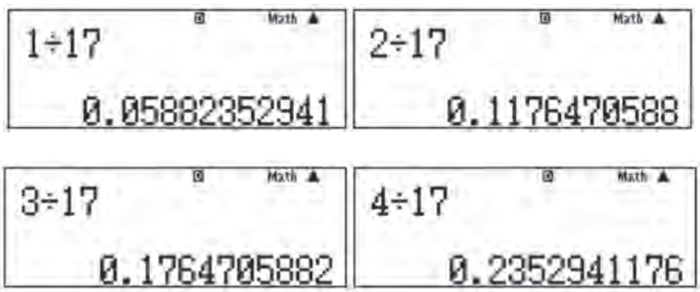
(Han estado trabajando la divisibilidad y los criterios).

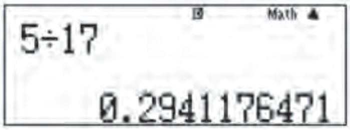
Y así continúan hallando las demás soluciones.

- Alicia ha tratado de investigar el periodo obtenido al dividir por 17. Después de dividir por 17 los números 1, 2, 3, 4 y 5, cree que ya tiene el periodo completo, que supone tiene 16 cifras. Compruébalo utilizando la calculadora.

  Intenta escribir el resultado que se obtendría al dividir 36 entre 17 con veinte cifras decimales.

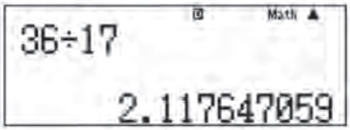
Desarrollo





Con estas operaciones, efectivamente ya creen que tienen todas las cifras del periodo.

Ahora efectúan:



Y ya contestan que $\frac{36}{17}$ = 2'11764705882352941176.

En las dos actividades siguientes utilizan las raíces y las potencias y comprueban por aproximación los resultados. Van probando y llegan a lo pedido.

- Un cubo (hexaedro) tiene un volumen de 200 cm^3. calcula la longitud de su arista con toda la exactitud que permita la calculadora.

  ¿Cuánto suman sus aristas? ¿Cuál es su área total?

- *En las tres actividades que siguen hay que trabajar con alguna estrategia de búsqueda.*

  15.252 es el producto de dos números naturales consecutivos. Hállalos.

  357.627 es el producto de tres números impares consecutivos. Hállalos.

  206.725 es la suma de dos cuadrados perfectos consecutivos ¿Cuáles son?

- ¿Cuál es la última cifra de 3^{26}?

  ¿Cuáles son las dos últimas cifras de 7^{123}?

  Deduce cuál es la última cifra del número resultante de la siguiente operación:

$$17^{1983} + 11^{1983} - 7^{1983}$$

En la actividad anterior observan que la última cifra se van repitiendo cada ciertas potencias de 3 y de 7, respectivamente. Análogo razonamiento siguen para el último apartado y después suman y restan.

- ¿Como harías estas operaciones si la tecla x está estropeada y no pueden utilizarse los paréntesis?

  » 37 x 12

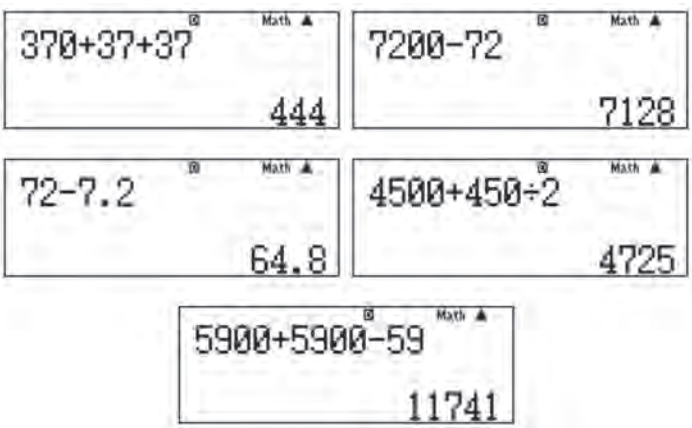
  » 72 x 99

  » 72 x 0.9

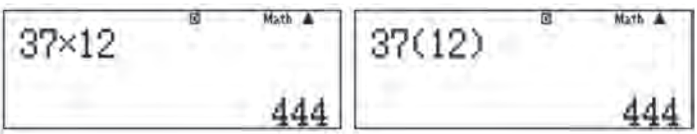
  » 45 x 105

  » 59 x 199

Desarrollo



Nota: en esta actividad, en los primeros años y usando modelos más antiguos de las calculadoras, no era necesario poner la restricción de no usar los paréntesis; con el modelo mencionado más arriba ocurre que son iguales los resultados de operar de la siguiente forma:



con lo que la actividad no tendría sentido.

- Usa la calculadora para obtener $\sqrt{2+\sqrt{2}}$

  Y ahora para obtener $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

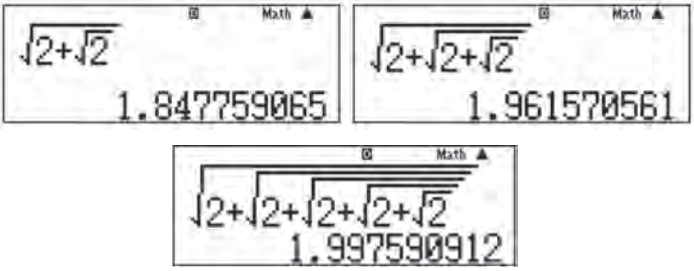
Con esa secuencia debes obtener con la mayor aproximación que te permita la calculadora el valor de:

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}}$$

(Los puntos suspensivos indican que se prosigue así indefinidamente).

Desarrollo

Esta actividad tenía más sentido con otros modelos de la calculadora. En esta sesión de ESTALMAT, la hacen casi directamente:



Probando con más pasos llegan a la conclusión de que *el límite* es 2.