



## **La argumentación en los currículos de Educación Matemática Infantil**

Claudia Cornejo-Morales

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, [claudia.cornejo.morales@gmail.com](mailto:claudia.cornejo.morales@gmail.com)

Ángel Alsina

Facultad de Educación y Psicología, Universidad de Girona, España, [angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)

*Fecha de recepción: 3-04-2020*

*Fecha de aceptación: 15-06-2020*

*Fecha de publicación: 4-10-2020*

### **RESUMEN**

Considerando la importancia de la argumentación en matemáticas para promover el pensamiento crítico y las sociedades democráticas, se presenta una descripción y comparación entre las principales propuestas curriculares internacionales sobre la argumentación y su desarrollo en las matemáticas de los primeros años. Esta comparación se realiza considerando a la argumentación desde un enfoque integrador que contempla aspectos contextuales y funcionales. Así, este análisis se formula alrededor de cuatro componentes: 1) la relación entre argumentación y aprendizaje; 2) la relación entre la argumentación y otras competencias o habilidades; 3) función de la argumentación (¿para qué se argumenta?); y 4) carácter de la argumentación (¿cómo se argumenta?). El principal resultado de esta comparación da cuenta de la importancia de la argumentación en las propuestas internacionales y su fuerte relación con la demostración y la prueba.

**Palabras clave:** Educación matemática, argumentación, currículum, Educación Infantil.

### **Role of argumentation in the curriculums in Early Childhood Mathematics Education**

#### **ABSTRACT**

Considering the relevance of argumentation in mathematics to promote critical thinking and democratic societies, a description and comparison between the main international curricular proposals on argumentation and its development in the mathematics of the first years is presented. This comparison is made considering the argumentation from an integrative approach that contemplates contextual and functional aspects. Thus, this analysis formulates around four components: 1) the relationship between argumentation and learning; 2) the relationship between argumentation and other competences or skills; 3) function of argumentation (why is it argued?); and 4) character of the argument (how is it argued?). The main result of this comparison shows the importance of argumentation in international proposals and its strong relationship with demonstration and proof.

**Key words:** Mathematics education, argumentation, curriculum, Early Childhood Education.

## 1. Introducción

Desde las primeras edades los niños son poderosos aprendices de las matemáticas, evidencian este poder a través de sus acciones tanto en el juego como en el aprendizaje estructurado y demuestran una amplia gama de prácticas de pensamiento matemático, incluyendo conexiones, argumentación, sentido numérico, cálculo mental, razonamiento algebraico, razonamiento espacial y geométrico y datos y sentido de probabilidad (Perry y Dockett, 2007).

En este artículo vamos a centrarnos en la argumentación por su importante papel tanto en la construcción de sociedades más democráticas como en el desarrollo del pensamiento crítico. Por un lado, esperamos que, en la escuela, los estudiantes argumenten para aprender y, a la vez, esperamos que aquello que aprenden les permita argumentar, tanto para expresar su opinión de manera fundamentada como para comprender las posiciones de otros para llegar a acuerdos, lo cual es clave para la construcción de sociedades democráticas (Cornejo-Morales y Goizueta, 2019). Y, por otro lado, la argumentación en los niveles iniciales es también la base para el desarrollo del pensamiento crítico, entendido como una experiencia transformadora que nos facilita una mejor comprensión de nuestro papel en el mundo (Alsina y Planas, 2008).

Las preguntas básicas del pensamiento crítico - ¿qué está pasando?, ¿por qué está pasando?, ¿qué implicaciones tiene este hecho?, ¿con qué otros hechos está relacionado?, etc. - nos implican en las situaciones que queremos explicar y conllevan un cierto grado de compromiso. Esta implicación no tiene viaje de retorno, nos cambia a nosotros y también al mundo que nos rodea. Adoptar un posicionamiento crítico ante una situación quiere decir perseverar en el intento de entender esta situación, aunque el esfuerzo sea exigente en cuanto al tiempo, los niveles de concentración y la dedicación personal (Alsina y Planas, 2008, p. 19).

Para desarrollar la argumentación en los primeros años, y por consiguiente en el resto de los niveles educativos, es importante que los estudiantes tengan oportunidades para desarrollar argumentos y argumentaciones funcionales y contextualizadas.

Para Müller y Perret-Clemont (2009) la argumentación es una actividad cognitiva que implica las habilidades de lógica y razonamiento. El diálogo es una parte importante de la argumentación, lo que significa que involucra todas las dimensiones de un individuo: cognitiva, comunicativa, afectiva, etc. Esto es lo que lo hace valioso en situaciones educativas. Es también lo que lo hace una actividad particularmente delicada y difícil, que sólo parece surgir en ciertos contextos. Argumentar no es una actividad trivial, pues requiere el uso del lenguaje y otras herramientas cognitivas, y la capacidad de reconocer la posición de otro. La capacidad de desarrollar una argumentación compleja, es decir, para justificar y/o negociar, entre otros, se desarrolla gradualmente en los niños durante su escolaridad (Krummheuer, 2013). Según Krummheuer (2007) la argumentación no es sólo un objetivo didáctico, en el sentido de que el profesor diseña las tareas matemáticas para que los estudiantes alcancen esta meta y puedan argumentar en un nivel matemático sofisticado, es algo más. Si pensamos en términos de un campo interactivo en las situaciones cotidianas de la clase de matemáticas, la argumentación también aparece como una característica principal de ella, aunque de una manera diferente: con respecto al aprendizaje de las matemáticas se suele suponer que la participación en las argumentaciones, que parecen ser bastante explícitas y sofisticadas, es una condición previa para la posibilidad de aprender, no sólo el resultado deseado. En este sentido, aprender matemáticas es un aprendizaje argumentativo. Una potencialidad del papel social de la argumentación en el aprendizaje se refiere al hecho de que las actividades argumentativas incluyen prácticas para las que los participantes se sienten altamente comprometidos y motivados.

Los lineamientos sobre qué matemáticas enseñar en los primeros años, cómo enseñarlas y qué habilidades son necesarias para ser matemáticamente competentes, se cristaliza en las directrices curriculares. Observamos que, progresivamente, la argumentación se ha ido posicionando como un

elemento transversal en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática por su presencia en los currículos de matemáticas de diversos organismos y países, sobre todo a partir del momento en el que el NCTM (2000) establece que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para el razonamiento y la demostración, que entre otros aspectos incluye la habilidad para desarrollar y evaluar argumentos, junto con las demostraciones matemáticas.

Considerando esta presencia cada vez más explícita, nos preguntamos ¿qué características tiene la argumentación en cada una de estas directrices curriculares? Y ¿en qué se parecen o se diferencian? Así, el objetivo central de este estudio es caracterizar de qué manera se concibe la argumentación en las principales propuestas curriculares internacionales en los primeros años y comparar esta caracterización a partir de unas categorías previamente establecidas. Esto nos permitirá contar con una visión panorámica en torno al tratamiento otorgado a la argumentación en el aula de matemáticas de los primeros años, y de este modo tener claridad, en parte, acerca de la importancia y el rol que cada currículum le entrega.

## 2. Marco conceptual

El marco conceptual que sustenta esta investigación, es decir, que determina las categorías para realizar el análisis comparativo, se basa en cuatro ideas fundamentales. La primera es establecer nuestro posicionamiento sobre la argumentación en el aula de matemáticas en los primeros años. La segunda es establecer la relación que, en cada currículum, se observa entre la argumentación y el aprendizaje. La tercera es identificar y caracterizar la relación que se establece, en cada currículum, entre la argumentación y otras habilidades a desarrollar. Y la cuarta, es identificar que función y carácter de la argumentación predomina en cada propuesta.

### 2.1. La argumentación en el aula de matemáticas en los primeros años

Adaptando ideas anteriores sobre argumentación (Boero 2011; Toulmin, 1958) y argumentación en el aula de matemáticas (Douek, 2007; Krummheuer, 1995; Goizueta & Solar, 2019), entenderemos a la argumentación como una actividad comunicativa y situada por medio de la cual los niños y niñas entregan razones (para otros o para sí mismos) para justificar y convencer (o convencerse) sobre cierta posición o cuestionarla reflexivamente (Cornejo-Morales, Goizueta y Alsina, 2020).

El elemento y producto central de la argumentación son los argumentos que corresponden tanto a las producciones orales y escritas a través de las que se justifica o cuestiona, como a sus reconstrucciones lingüísticas *a posteriori*, mediante las que los niños y niñas -o un observador- expresan sintéticamente el aspecto argumentativo de tales producciones. Así, la argumentación se constituye en términos de pertinencia (i.e. en relación con lo que es adecuado u oportuno), en una situación determinada y en un contexto específico.

### 2.2. Relaciones entre argumentación y aprendizaje

Al referirnos a la argumentación en el aula de matemáticas, se alude directamente a la relación intrínseca entre el aprendizaje y la argumentación, donde los diferentes enfoques del aprendizaje inciden en la manera en la que se concibe la argumentación. La argumentación puede entenderse como un poderoso vehículo para llegar a la comprensión compartida, como un conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento crítico, o como una herramienta para el posicionamiento social, entre otros.

En consideración de las distintas perspectivas y comprensiones sobre el aprendizaje, las relaciones entre aprendizaje y argumentación son por lo menos dos. Una de ellas se relaciona con que la argumentación puede consistir en aprender a razonar, a explicar o a desafiar y, por otro lado, puede consistir en

aprender a lograr una meta específica. Andriessen, Bakker y Suthers (2003) distinguen dos relaciones entre el aprendizaje y la argumentación. La primera es "aprender a argumentar" (*learning to argue*) y la segunda, "argumentar para aprender" (*arguing to learn*). "Aprender a argumentar" implica la adquisición de habilidades generales como justificar, desafiar, contraponer o conceder. En contraste, "Argumentar para aprender" a menudo se ajusta a una meta específica cumplida a través de la argumentación, y en un marco educativo, donde la meta (implícita) es entender o construir conocimiento matemático específico. Según Schwarz (2009), estos dos enfoques no son independientes, sino que están entrelazados y son inseparables en el aula. Sin embargo, esta distinción es útil para identificar los objetivos de los investigadores y los lineamientos de diversas propuestas, entre otros.

### 2.3. Relación de la argumentación con otras dimensiones

La argumentación se relaciona con otras competencias o habilidades entre las que destacan la demostración y la comunicación en matemáticas. A continuación, damos cuenta de estas relaciones y caracterizaremos nuestra mirada en este sentido.

Al estudiar lo que se ha dicho sobre la relación entre argumentación y demostración se pueden encontrar dos posicionamientos claros (Codina y Lupiáñez, 1999). Uno de ellos indica que la relación entre estas dos ideas no existe, es decir, que argumentación y demostración no son lo mismo en consideración de sus características y objetivos. Por otro lado, el posicionamiento antagónico da cuenta de un desarrollo desde la argumentación hacia la demostración en matemáticas, es decir, que el desarrollo de la argumentación, durante su escolaridad, les dará herramientas a los sujetos para formular demostraciones más sofisticadas.

Nuestra mirada sobre la argumentación enfatiza en la diferencia que existe entre estas dos prácticas, sin embargo, las consideramos complementarias para la formación de estudiantes en matemáticas. En los niveles iniciales no podríamos hablar de una demostración formal, pero sugerimos el desarrollo de un lenguaje matemático claro, organizado y secuenciado para la comunicación y argumentación de una idea o proposición matemática con el objetivo de verificarla o comprobarla.

Nuestra definición de argumentación da cuenta de la relación que tiene la argumentación con la comunicación en matemáticas, ya que al considerar a la argumentación como una actividad comunicativa y situada estamos planteando la unión que existe entre ellas. Esta relación tiene que ver con la comprensión de la comunicación como una competencia transversal a la matemática, que promueve su aprendizaje en todos los niveles. A través de la comunicación, las ideas de los sujetos que interactúan llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación. Mientras argumentamos una idea, también la estamos comunicando con una cierta intencionalidad y un propósito específico. Para nosotros la argumentación se caracteriza por ser altamente comunicativa, ya que permite la conversación, la discusión y el diálogo en el aula de matemáticas.

En los niveles iniciales es aún más difícil separar la argumentación de la comunicación en matemática. En estos niveles, la formación de los estudiantes tiene un carácter holístico, es decir, que las competencias y los contenidos se trabajan entrelazados para promover el desarrollo de los estudiantes. Por ejemplo, en los niveles iniciales, los estudiantes aprenden a reconocer fonemas y grafemas, a decodificar y a la vez, están conociendo la secuencia numérica e identificando la cardinalidad de una colección, en una misma actividad.

### 2.4. Función y carácter de la argumentación

Las ideas de función y carácter de la argumentación se enmarcan dentro de una noción teórica-metodológica, denominada Situación Argumentativa (SA), que permite caracterizar la argumentación en un episodio de clase de matemáticas en las primeras edades. Con la SA pretendemos responder a dos

cuestionamientos centrales: ¿qué características tiene la argumentación en los primeros años? y ¿cómo identificar argumentos en los primeros años? Para abordar el primer cuestionamiento nos interesa registrar quiénes interactúan, qué hacen y cómo se argumenta. Abordar el segundo cuestionamiento implica interpretar qué quieren decir los estudiantes, qué argumentos formulan, por qué los formulan y cómo lo hacen cuando hablan sobre un tema matemático.

La SA contempla 5 elementos estructurales: 1) argumento (¿qué se argumenta? y ¿por qué?); 2) interacción (¿quiénes argumentan?); 3) función de la argumentación (¿para qué se argumenta?); 4) carácter de la argumentación (¿cómo se argumenta?); y 5) matemática (¿sobre qué se argumenta?). Para este análisis comparativo consideraremos la función de la argumentación y el carácter (Cornejo-Morales, Goizueta y Alsina, 2020).

#### 2.4.1. Función de la argumentación

Se inspira en las funciones de la demostración matemática propuestas por De Villiers (1993). Siguiendo a este autor, entendemos la función de la argumentación como el significado, propósito y utilidad que tiene un argumento en un contexto específico. El autor propone cinco funciones de la demostración matemática: (1) verificación, concerniente al establecimiento de la inferibilidad de una afirmación dentro de una cierta teoría; (2) explicación, concerniente al esclarecimiento y comprensión de las nociones y relaciones que permiten la inferencia; (3) sistematización, concerniente a la organización de varios resultados dentro de un sistema de axiomas, conceptos fundamentales y teoremas; (4) descubrimiento, concerniente al hallazgo o invención de nuevos resultados o relaciones; y (5) comunicación, concerniente a la difusión del conocimiento matemático.

Hemos adaptado las funciones de De Villiers para la demostración al caso de la argumentación, cambiando el foco desde las matemáticas de la educación superior hacia las matemáticas de los primeros años. Este componente responde la pregunta: ¿para qué argumentan los estudiantes?

La argumentación tiene la función de verificar cuando, a través de ella, se establece el valor epistémico de una afirmación dentro de un determinado sistema compartido de conocimientos. La argumentación tiene la función de explicar cuando permite comprender las nociones y relaciones matemáticas que están detrás de una proposición a partir de ideas conocidas. La argumentación tiene la función de comunicar cuando se dan a conocer ideas (razonamientos, procedimientos, estrategias, técnicas o definiciones) sobre un tema matemático para dialogar sobre ellas con otros. La argumentación tiene la función de descubrir cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a *nivel local* como parte de su actividad matemática; en cambio, tiene la función de sistematizar cuando se llegan a establecer nuevas relaciones o comprensiones a *nivel global* (Cornejo-Morales, Goizueta y Alsina, 2020).

#### 2.4.2. Carácter de la argumentación

Responde al *cómo* argumentan los niños y niñas y se basa en las ideas de Krummheuer (2013), quien identifica dos tipos de argumentación en el aula de los primeros años: diagramática y narrativa. La argumentación diagramática recurre al uso de diagramas (i.e. recursos materiales o pictóricos) que 'materializan' los elementos que se ponen en juego en la conversación, de modo que se hacen tangibles y pueden ser manipulados por los participantes. Los diagramas pueden ser objetos tangibles (ej., cubos encajables o regletas) o representaciones pictóricas. La manipulación de los diagramas muestra el proceso llevado a cabo para realizar una tarea y se constituye en el argumento justificativo (Cornejo-Morales & Goizueta, 2019). La argumentación narrativa requiere de una narración, a través de la que se establece una secuencia entre afirmaciones, donde unas funcionan como causas de otras. En el aula, estas narraciones suelen referirse a secuencias de acciones realizadas para resolver un problema.

### 3. Método

Se han seleccionado seis propuestas para identificar, analizar y comparar las características de la argumentación en matemáticas que promueven, con base en los siguientes criterios: 1) orientaciones curriculares internacionales que han influido de forma notable en el diseño de los currículos de matemáticas de otros países; b) orientaciones curriculares nacionales de los autores del estudio. Considerando estos criterios, se han analizado cuatro propuestas internacionales: Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), *Common Core State Standards* (CCSS, 2010), *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics* (NCTM, 2011) y *Programme for International Student Assessment* (OECD, 2017), junto con las directrices curriculares de Chile y España.

Para describir cada documento a modo general se ha realizado un análisis del contenido (Bardin, 1991). Luego, siguiendo el mismo método de análisis, se han comparado las propuestas considerando las siguientes categorías de análisis: 1) las relaciones entre la argumentación y el aprendizaje; 2) los elementos centrales de la SA; y 3) la relación de la argumentación con otras competencias o habilidades.

### 4. Análisis y resultados

La descripción de los resultados se realiza considerando los objetivos planteados: 1) identificar y describir cada propuesta de manera general; 2) identificar y describir el rol de la argumentación en matemáticas; y 3) comparar las tres categorías de análisis en cada propuesta.

#### 4.1. National Council of teachers of Mathematics (NCTM)

El NCTM, fundado en 1920, proporciona servicios, propuestas e investigaciones relacionados con la educación matemática en Estados Unidos y Canadá, aunque su reconocido prestigio ha provocado que su impacto sobrepase estas fronteras. En 1980 publica un documento que contenía recomendaciones generales para la matemática escolar en Estados Unidos (NCTM, 1980). Después de la primera versión de sus principios y estándares (NCTM, 1989) y de los estándares de evaluación (NCTM, 1995), en 2000 publica los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), que describen las expectativas sobre el aprendizaje matemático de los escolares durante un amplio periodo que va de los 3 a los 18 años. Posteriormente, este organismo publica los *Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence* (NCTM, 2006), donde se identifican los temas matemáticos más importantes para cada nivel. Los Puntos Focales han sido uno de los documentos utilizados en la creación de los *Common Core State Standards* de 2010, que han sido adoptados por la mayoría de los estados americanos como base para los nuevos planes de estudio de matemáticas desde preescolar hasta grado 12. Finalmente, en relación con nuestro objeto de análisis, en 2011 publican la propuesta "*Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Grades Pre-K-8*" (NCTM, 2011).

##### 4.1.1. Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000)

Esta propuesta describe el conocimiento matemático que los estudiantes de todos los niveles deben adquirir, desarrollar y usar adecuadamente una vez que hayan finalizado su formación. Además, trata de dar respuesta a la pregunta: ¿qué contenidos y procesos matemáticos deberían conocer y ser capaces de usar los estudiantes a medida que progresan en su escolarización?

Se estructura en cinco estándares de contenido (Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de Datos y Probabilidad) y cinco de proceso (Resolución de Problemas, Razonamiento y

Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación), en 4 etapas: 1) etapa Pr-K-2 (3-8 años); 2) etapa 3-5 (9-11 años); 3) etapa 6-8 (12-14 años); etapa 9-12 (15-18 años).

Para efectos analíticos, nos enfocaremos en los estándares de proceso "Razonamiento y Demostración" y "Comunicación" en la etapa Pr-K-2, pues a pesar de ser de interés central la argumentación, entendemos su potencial en términos comunicativos.

### **Razonamiento y demostración**

En los Principios y Estándares, la argumentación se trabaja en el estándar de proceso llamado "Razonamiento y Demostración". Según esta propuesta las personas que razonan y piensan analíticamente tienden a percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos; se preguntan si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan, y conjeturan y demuestran (NCTM, 2000, p. 59).

Según el NCTM (2000) en todos los niveles educativos se debería: (i) reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas, (ii) formular e investigar conjeturas matemáticas, (iii) desarrollar y evaluar argumentos matemáticos y demostraciones, y (iv) elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración, desde Pr-K a grado 12.

A continuación, describimos los principales aspectos sobre el estándar de "Razonamiento y Demostración" tratados por la NCTM (2000) en los primeros niveles. Cabe destacar que para cada nivel o etapa de la escolaridad se plantean dos preguntas claves que sustentan y orientan las descripciones para cada nivel. Las preguntas son: ¿Cómo debería ser el razonamiento y la demostración en cada nivel? y ¿Cuál debería ser el papel del profesor en el desarrollo del razonamiento y la demostración en cada nivel? Y proponen ejemplos de tareas que den cuenta de los aspectos a desarrollar en cada nivel.

La tabla 1 presenta una síntesis de los aspectos claves del razonamiento asociados a la pregunta ¿cómo debería ser el razonamiento y la demostración en cada nivel? para la etapa Pr-K-2 (3-8 años).

*Tabla 1.* Aspectos centrales del estándar "Razonamiento y Demostración" para los primeros años

<i>Etapa Pre-K-2</i>	
	En esta etapa los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"><li>– Generalizan a partir de ejemplos y contraejemplos y cuestionan su trabajo y el de otros.</li></ul>
<i>Características del estándar en el nivel</i>	<ul style="list-style-type: none"><li>– Combinan métodos para justificar sus respuestas: la percepción, las pruebas empíricas y las cadenas cortas de razonamiento deductivo basado en hechos aceptados.</li><li>– Formulan conjeturas y llegan a conclusiones que, desde su punto de vista, son lógicas y defendibles.</li></ul>
<i>¿Cómo deberían ser el razonamiento y la demostración?</i>	Se espera que los estudiantes: <ul style="list-style-type: none"><li>– Sean capaces de explicar lo que piensan, dando razones.</li><li>– al final de esta etapa, utilicen propiedades para justificar sus posicionamientos.</li><li>– Expongan cadenas de razonamiento para verlas y usarlas eficazmente.</li><li>– Descubran y demuestren verdades matemáticas generales utilizando ejemplos concretos.</li></ul>

En esta propuesta, se entiende al razonamiento y la formulación de argumentos en matemáticas como una herramienta que permitirá que los estudiantes entiendan y formulen demostraciones en los niveles superiores. Para ellos la madurez, las experiencias y el creciente conocimiento matemático, promueven el desarrollo del razonamiento a lo largo de los primeros años.

## Comunicación

Según el NCTM (2000) la comunicación es un proceso esencial en las matemáticas y en la educación matemática, ya que se concibe como un camino para compartir y aclarar las ideas. A través de la comunicación, las ideas llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación. El proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y a hacerlas públicas (NCTM, 2000, p. 64).

En cada nivel educativo se espera que los estudiantes sean capaces de (procedimentalmente): (i) organizar y consolidar su pensamiento matemático mediante la comunicación; (ii) comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas; (iii) analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás, y (iv) usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas (NCTM, 2000).

Que los estudiantes tengan que organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación tiene que ver con que ellos ganen perspicacia en su pensamiento cuando presentan sus métodos para resolver problemas, cuando justifican su razonamiento a otros o cuando hacen preguntas sobre algo que es extraño para ellos. La reflexión y la comunicación son procesos entrelazados en el aprendizaje de las matemáticas. Con la atención explícita y la planificación de los profesores, la comunicación con propósitos de reflexión puede llegar a ser una parte natural de dicho aprendizaje. Por otro lado, cuando los estudiantes deben comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas, se requieren oportunidades para poner a prueba sus ideas, sobre la base de un conocimiento compartido con la comunidad matemática de la clase, para ver si pueden ser entendidas y si ellos son suficientemente convincentes. Para apoyar con eficacia el discurso en el aula, los profesores tienen que propiciar un ambiente en el que los alumnos se sientan libres para expresar sus ideas.

En la tabla 2 se presenta una síntesis de los aspectos claves de la comunicación asociados a la pregunta ¿Cómo debería ser la comunicación? para la etapa Pr-K-2.

Tabla 2. Aspectos centrales del estándar "Comunicación" para los primeros años

Etapa Pre-K-2	
<i>Características del estándar en el nivel</i>	En esta etapa los estudiantes: – Hablan de sus experiencias propias – Han desarrollado habilidades para hablar y escuchar, las que están generalmente más desarrolladas que las relativas a la lectura y escritura
<i>¿Cómo debería ser la comunicación?</i>	En esta etapa se espera que los estudiantes: – Organicen y esclarezcan sus ideas matemáticas – Usen vocabulario pertinente a su edad y sus conocimientos – Comuniquen sus ideas matemáticas con claridad – Sean capaces de solicitar aclaraciones sobre un tema que no logren entender – Planteen problemas usando materiales y recursos tecnológicos

Los alumnos de los primeros niveles (etapa Pr-K-2), necesitan la ayuda de los profesores para compartir sus ideas matemáticas con los demás, de manera que sean suficientemente claras para ser comprendidas, ya que sus capacidades lingüísticas y de argumentación recién comienzan a desarrollarse. En estos niveles, aprender a ver las cosas desde el punto de vista del otro es un gran desafío para los niños.

La comunicación escrita debería desarrollarse de modo semejante. En los primeros niveles se puede contar con otros medios de representación, distintos a la oralidad, como dibujos o esquemas para comunicar ideas matemáticas. Gradualmente, irán escribiendo palabras y frases.



#### 4.1.2. *Common Core State Standards (CCSSM, 2010)*

Se estructuran en estándares para la práctica matemática y estándares para el contenido matemático. En concreto, se describen ocho prácticas matemáticas para todas las etapas: 1) Dar sentido a los problemas y perseverar en resolverlos; 2) Razonar de manera abstracta y cuantitativa; 3) Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás; 4) Modelar matemáticamente; 5) Usar las herramientas adecuadas estratégicamente; 6) Prestar atención a la precisión; 7) Buscar y usar las estructuras; y 8) Buscar y expresar regularidades. En relación con los estándares de contenido, en la etapa de Educación Infantil consideran cinco dominios: 1) contar y los números cardinales; 2) operaciones y pensamiento algebraico; 3) números y operaciones con decimales; 4) medición y datos; y 5) geometría.

Esta propuesta contempla ideas asociadas a la argumentación y a la comunicación en cuatro de sus estándares de la práctica matemática: 1) Dar sentido a los problemas; 2) Razonar de manera abstracta y cuantitativa; 3) Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás; y 4) Prestar atención a la precisión.

##### *Estándar 1: Dar sentido a los problemas y perseverar en resolverlos*

En este estándar se espera que los estudiantes sean capaces de explicarse a sí mismos el significado de un problema y de buscar soluciones. Además, se espera que analicen datos, limitaciones, relaciones y objetivos, que hagan conjeturas sobre la solución de un problema y planifiquen su resolución. Resulta importante que sean capaces de monitorear y evaluar su progreso, cambiando estrategias de ser necesario. Los estudiantes de los primeros niveles usan objetos o imágenes concretas para ayudar a conceptualizar y resolver un problema. Se espera que un estudiante competente verifique sus respuestas y se pregunte si tienen sentido en el contexto del problema propuesto y comprendan las ideas de otros para resolver tareas de mayor complejidad.

##### *Estándar 2: Razonar de manera abstracta y cuantitativa*

En este estándar se espera que los estudiantes le den sentido a las cantidades y a sus relaciones al resolver problemas. Asimismo, se promueve el desarrollo de dos habilidades para resolver problemas que involucran relaciones cuantitativas: la capacidad de descontextualizar (abstraer una situación dada y representarla simbólicamente y manipular los símbolos representativos como si tuvieran una vida propia, sin necesariamente atender a sus referentes) y la capacidad de contextualizar, es decir, volver al problema según sea necesario durante el proceso de manipulación. El razonamiento cuantitativo implica crear una representación coherente del problema en cuestión; considerando las unidades involucradas; prestar atención al significado de las cantidades, no solo a cómo calcularlas; y conocer y usar de manera flexible diferentes propiedades.

##### *Estándar 3: Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás.*

Para este estándar se espera que los estudiantes entiendan y usen suposiciones, definiciones y resultados establecidos anteriormente para la construcción de argumentos, hagan conjeturas y construyan una progresión lógica de enunciados para explorar la verdad de sus conjeturas; analicen situaciones dividiéndolas en casos y que reconozcan y usen contraejemplos. Se promueve la justificación de conclusiones y la comunicación de estas ideas a otros, formulando argumentos plausibles que consideran el contexto del cual surgieron.

Se espera que los estudiantes comparen la efectividad de dos argumentos plausibles, distinguan la lógica correcta o el razonamiento de lo que es defectuoso y, si hay un defecto en un argumento, explicarlo. Los estudiantes de los primeros años pueden construir argumentos utilizando referentes concretos como objetos, dibujos, diagramas y acciones. Tales argumentos pueden tener sentido y ser correctos, a pesar de que no están generalizados o formales hasta grados posteriores. Más tarde, los estudiantes aprenden a determinar los dominios a los que se aplica un argumento. Los estudiantes de todos los

grados pueden escuchar o leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido y hacer preguntas útiles para aclarar o mejorar los argumentos.

*Estándar 4. Prestar atención a la precisión.*

En este estándar se espera que los estudiantes se comuniquen precisamente con los demás, usen definiciones claras en la discusión con otros y en su propio razonamiento, indiquen el significado de los símbolos que eligen para trabajar de manera consistente y apropiada, especifiquen unidades de medida y etiquetar ejes para aclarar la correspondencia con las cantidades en un problema. Calculan con precisión y eficiencia, expresan respuestas numéricas con un grado de precisión apropiado para el contexto del problema. En los primeros niveles se espera que entreguen explicaciones formuladas entre ellos y para cuando llegan a la escuela secundaria, se espera que hayan aprendido a examinar las afirmaciones y a hacer uso de las definiciones.

Cabe destacar que en esta propuesta los contenidos y estándares se trabajan entrelazados y que los estándares para la práctica matemática no son disjuntos, es decir, se trabajan solapados e interconectados de acuerdo con las tareas propuestas.

*4.1.3. Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics (NCTM, 2011)*

El NCTM presenta la serie de libros "*Essential Understanding*" en conjunto con un llamado para mejorar el currículo de matemáticas escolar considerando los lineamientos de *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence* (NCTM, 2006) y *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making* (NCTM, 2009).

Los libros "*Essential Understanding*" son un recurso para profesores interesados en enriquecer y extender su propio conocimiento de temas matemáticos particulares de manera que beneficien su trabajo con los estudiantes. El libro de esta colección que nos resulta de interés es *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Grades Pre-K-8* (NCTM, 2011), con atención en la etapa Pre-K-2. Este libro se centra en el conocimiento esencial para los maestros sobre el razonamiento matemático, y está organizado en torno a una gran idea, respaldada por múltiples ideas más pequeñas e interconectadas: entendimientos esenciales.

En esta propuesta el "Razonamiento Matemático", en concordancia con los Principios y Estándares (2000), se entiende como el desarrollo, la justificación y el uso de generalizaciones para hacer matemáticas en todos los niveles desde PK a 8. Tal como se mencionó en el apartado anterior, esta propuesta se desarrolló en torno a una gran idea sobre razonamiento matemático e ideas secundarias e interconectadas llamadas conocimientos esenciales. La gran idea se relaciona con el proceso para llevar a cabo un razonamiento, donde el Razonamiento Matemático se entiende como un proceso evolutivo de conjeturas, y se logra generalizando, investigando por qué, y desarrollando y evaluando argumentos.

La tabla 3, que se presenta a continuación, da cuenta de la gran idea y de los conocimientos esenciales para este estándar.

En esta propuesta, la argumentación se entiende como una herramienta para lograr realizar demostraciones matemáticas formales. El razonamiento implica hacer conjeturas, generalizar, refutar y justificar. Asimismo, se propone como válido un solo tipo de argumento, el argumento lógico. Se espera que los estudiantes, con el tiempo, abandonen los argumentos por autoridad, sus propias percepciones sobre un conocimiento, los ejemplos y contraejemplos para justificar y explicar por qué un argumento es verdadero y formular argumentos basados en conocimientos ya adquiridos.

*Tabla 3. Grandes ideas y conocimientos esenciales, Essential Understanding*

<i>Gran idea (Big Idea): El Razonamiento Matemático es un proceso evolutivo de conjeturas que se desarrolla generalizando, investigando por qué, y formulando y evaluando argumentos</i>	
<i>Conocimientos esenciales (Essential Understandings)</i>	
<i>Conjeturando y Generalizando</i>	<i>Essential Understanding 1:</i> La conjetura implica razonar sobre las relaciones matemáticas para desarrollar enunciados que tentativamente se consideran verdaderos pero que no se sabe que sean verdaderos. Estas declaraciones se llaman conjeturas.
	<i>Essential Understanding 2:</i> La generalización implica identificar elementos comunes entre los casos o extender el razonamiento más allá del rango en el que se originó.
	<i>Essential Understanding 3:</i> La generalización implica identificar la aplicación de la generalización mediante el reconocimiento del dominio relevante.
<i>Investigando por qué</i>	<i>Essential Understanding 4:</i> Conjeturar y generalizar implica usar y aclarar el significado de términos, símbolos y representaciones.
	<i>Essential Understanding 5:</i> El razonamiento matemático implica investigar varios factores potenciales que pueden explicar por qué una generalización es verdadera o falsa.
<i>Justificando y Refutando</i>	<i>Essential Understanding 6:</i> Una justificación matemática es un argumento lógico basado en ideas ya entendidas.
	<i>Essential Understanding 7:</i> Una refutación matemática implica demostrar que una afirmación particular es falsa.
	<i>Essential Understanding 8:</i> La justificación y la refutación implican evaluar la validez de los argumentos.
	<i>Essential Understanding 9:</i> Una justificación matemática válida para una declaración general no es un argumento basado en autoridad, percepción, consenso popular o ejemplos.

Desde este prisma, el razonamiento matemático es esencial para los estudiantes de Pre-K a octavo grado. Conjeturar y generalizar, investigar por qué, y justificar y refutar les ayudará a comprender la esencia de las matemáticas y a prepararlos para seguir estudiando matemáticas. El razonamiento puede integrarse en las actividades matemáticas cotidianas, lo que permite a los estudiantes expresar sus propias ideas (conjeturar y generalizar) y desarrollar métodos para verificar sus ideas matemáticas (justificar y refutar). El razonamiento matemático es un vehículo para involucrar a los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje pues tendrán la oportunidad de darle sentido a las matemáticas que aprenden (NCTM, 2011, p. 54).

#### **4.4. Programme for International Student Assessment (OECD, 2017)**

Para PISA la competencia matemática se define como la capacidad para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Para ayudar a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas a su alrededor y a emitir juicios y decisiones bien fundamentados que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Para la competencia matemática, PISA se organiza de acuerdo con procesos y capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a los procesos. Los procesos matemáticos describen lo que los sujetos hacen para conectar el contexto de un problema con las matemáticas y así resolverlo. Los procesos son tres: (1) Formular las situaciones matemáticamente, (2) emplear conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos e (3) interpretar, aplicar y evaluar los resultados matemáticos. Las capacidades sustentan cada uno de los procesos descritos y la competencia matemática en la práctica. Las siete capacidades matemáticas fundamentales empleadas en los marcos de PISA 2015 son: (1) comunicación, (2) matematización, (3) representación, (4) Razonamiento y argumentación, (5) Diseño de estrategias para resolver problemas, (6) Utilización de operaciones y de un lenguaje de carácter simbólico, formal y técnico, y (7) Utilización de herramientas matemáticas. En este caso nos interesa profundizar en la mirada sobre la capacidad de comunicar y de razonar y argumentar.

La matemática implica la capacidad de comunicar pues los sujetos perciben la existencia de algún desafío y reconocen y comprenden una situación problemática con naturalidad. La lectura, decodificación e interpretación de situaciones les permite formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema. Durante el proceso de resolución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez que se ha encontrado una solución, el individuo que resuelve el problema puede tener que presentarla a otros y exponer una explicación o justificación. Complementariamente, la capacidad de razonamiento y argumentación" implica procesos de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas (OCDE, 2017, p. 71).

Se proponen relaciones entre los procesos y las capacidades. En la tabla 4, se observan las relaciones entre los procesos y las capacidades que nos resultan de interés en este análisis.

**Tabla 4.** Relación entre los procesos y las capacidades de comunicar y argumentar según PISA (2017)

	<i>Formulación matemática de las situaciones</i>	<i>Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos</i>	<i>Interpretación, aplicación y evaluación de los resultados matemáticos</i>
<i>Comunicación</i>	Leer, decodificar e interpretar las declaraciones, preguntas, tareas, objetos o imágenes, para crear un modelo mental de la situación	Articular una solución, mostrar el trabajo asociado a la obtención de esta y/o resumir y presentar los resultados matemáticos intermedios	Elaborar y presentar explicaciones y argumentos en el contexto del problema
<i>Razonamiento y argumentación</i>	Explicar, defender o facilitar una justificación de la representación identificada o elaborada de una situación del mundo real.	Explicar, defender o facilitar una justificación de los procesos y procedimientos utilizados para determinar un resultado o solución matemática. Relacionar datos para llegar a una solución matemática, hacer generalizaciones o elaborar un argumento de varios pasos. En PISA-D se ha añadido "seleccionar una justificación adecuada".	Reflexionar sobre soluciones matemáticas y elaborar explicaciones y argumentos que apoyen, refuten o proporcionen una solución matemática a un problema contextualizado.

#### 4.5. Currículum de Chile

La Educación Parvularia atiende a los niños desde su nacimiento hasta los 6 años. Este nivel se divide en tres cursos llamados Nivel 1 (Sala Cuna, 0 a 2 años), Nivel 2 (Medio, 2 a 4 años) y Nivel 3 (Transición, 4 a 6 años).

Los contenidos matemáticos y habilidades de la Educación Parvularia se desarrollan en el documento Bases Curriculares de la Educación Parvularia (BCEP). Este referente define qué y para qué deben aprender los párvulos desde los primeros meses de vida hasta el ingreso a la Educación Básica, según requerimientos formativos que emanan de las características de la infancia temprana, contextualizada en nuestra sociedad del presente (Ministerio de Educación, 2018, p. 9).

Las BCEP entregan los lineamientos, orientaciones y contenidos mínimos necesarios para la formación de estudiantes integrales en los niveles iniciales de la escolaridad chilena. Las BCEP se organizan según Ámbitos, Núcleos y Objetivos de aprendizaje, descritos para los tres niveles que contempla. Los ámbitos para el aprendizaje constituyen campos curriculares donde se organizan y distribuyen los objetivos de

aprendizaje, y son tres: Desarrollo Personal y Social, Comunicación Integral e Interacción y Comprensión del Entorno. Cada ámbito contiene Núcleos de aprendizaje, que corresponden a focos de experiencias para el aprendizaje, en torno a los cuales se integran y articulan los objetivos de aprendizaje. Los Núcleos para el aprendizaje se organizan en torno a cada ámbito. Así, el ámbito Desarrollo Personal y Social tiene tres núcleos de aprendizaje asociados: Identidad y autonomía, Convivencia y ciudadanía y Corporalidad y Movimiento. El ámbito Comunicación Integral contempla los núcleos Lenguaje verbal y Lenguajes artísticos. El tercer ámbito, Interacción y Comprensión del Entorno, considera los núcleos de Exploración del entorno natural, Comprensión del entorno sociocultural y Pensamiento Matemático. Finalmente, cada núcleo contiene a los Objetivos de aprendizaje los que establecen los aprendizajes que se esperan de los párvulos en cada nivel educativo.

Cabe destacar que, en este nivel, no se describen de manera explícita las habilidades a desarrollar por los estudiantes en cada uno de los núcleos, estas habilidades están implícitas en cada uno de los objetivos de aprendizaje o en los objetivos transversales del ámbito Desarrollo Personal y Social.

En este estudio nos interesa en particular analizar y profundizar en los objetivos de aprendizaje del núcleo Pensamiento Matemático, para el nivel 3 (Transición) que considera el Pre-Kínder y Kínder.

En el núcleo de "Pensamiento Matemático" se espera potenciar en los niños y las niñas, las habilidades, actitudes y conocimientos relacionados con el pensar lógico y los números, que les permitan comunicar y resolver situaciones prácticas cotidianas. De esta manera, amplían sus recursos para comprender y actuar en el entorno, intercambiando significados con otras personas (Bases Curriculares para la Educación Parvularia, 2018, p. 96).

La argumentación no se describe como una habilidad de desarrollar en las matemáticas de la Educación Parvularia, esto implica que no existe un posicionamiento explícito sobre su desarrollo en el nivel. Sin embargo, puesto que en la Educación Parvularia y sus bases curriculares se describen los conocimientos, actitudes y habilidades de los estudiantes de forma transversal y holística, podremos encontrar aspectos de la argumentación en general en otros núcleos no relacionados con la matemática.

A continuación, se presenta una tabla que sistematiza los objetivos de aprendizaje por ámbito y núcleo de aprendizaje relacionados con la argumentación en los niveles de Prekínder y Kínder.

*Tabla 5.* Presencia de la Argumentación en general y en matemáticas en el currículum de preescolar, Prekínder y Kínder (Chile)

<i>Ámbito</i>	<i>Núcleo</i>	<i>Objetivos de Aprendizaje</i>
Desarrollo Personal y Social	Identidad y Autonomía	Comunicar sus preferencias, opiniones, ideas, en diversas situaciones cotidianas y juegos.
	Convivencia y Ciudadanía	Reconocer progresivamente requerimientos esenciales de las prácticas de convivencia democrática, tales como: escucha de opiniones divergentes, el respeto por los demás, de los turnos, de los acuerdos de las mayorías.
Comunicación Integral	Lenguaje Verbal	Comunicar oralmente temas de su interés, empleando un vocabulario variado e incorporando palabras nuevas y pertinentes a las distintas situaciones comunicativas e interlocutores.
Interacción y Comprensión del Entorno	Exploración del Entorno Natural	Comunicar sus observaciones, los instrumentos utilizados y los hallazgos obtenidos en experiencias de indagación en el entorno natural, mediante relatos, representaciones gráficas o fotografías.
	Comprensión del entorno sociocultural	Ampliar sus estrategias de indagación utilizando diversas fuentes, instrumentos y tecnologías de la información y comunicación, que le permitan expandir su entorno.
	Pensamiento Matemático	Comunicar el proceso desarrollado en la resolución de problemas concretos, identificando la pregunta, acciones y posibles respuestas.

La tabla anterior da cuenta de un enfoque basado en la comunicación de las ideas en general y de las ideas matemáticas en particular. En sólo un objetivo del Núcleo Pensamiento Matemático se desarrollan aspectos relacionados con la argumentación, y aunque el objetivo se enuncia en términos comunicacionales, seguir pasos para la resolución de un problema simple y dar cuenta de ellos es un aspecto argumentativo de carácter inicial. Dar cuenta de la heurística para resolver un problema, permite que los estudiantes secuencien eventos, donde uno es consecuencia del otro, y el orden de realización importa, pues incide en el resultado de un problema.

En consideración de las ideas sobre argumentación en los niveles iniciales, y en términos de Krummheuer (2013), al final de este nivel se espera que los estudiantes comuniquen sus ideas matemáticas y sus procedimientos, basados en elementos relacionados con la Argumentación Narrativa. En esta argumentación se necesita de una narración, mediante la cual se establece una relación secuencial de eventos, donde unos funcionan como causas de otros. Estas narraciones pueden referirse a secuencias de acciones realizadas para resolver un problema y obtener un resultado. La resolución de una tarea puede verse como una narración, que funciona como argumento, en la que una secuencia de acciones se corresponde con una secuencia de relaciones inferenciales (Cornejo-Morales & Goizueta, 2019).

#### 4.5. Currículum de España

La Educación Infantil en España se organiza en dos ciclos (0-3 años y 3-6 años) y tres áreas diferenciadas (Conocimiento de sí mismo y autonomía personal; Conocimiento del entorno; y Lenguajes: comunicación y representación) para las que se describen objetivos y criterios de evaluación para la etapa, los bloques de contenido y los contenidos específicos de cada uno de los dos ciclos. En este estudio nos interesa profundizar en los lineamientos propuestos en el segundo ciclo (3-6 años).

En el currículum de Infantil en España la argumentación y sus aspectos comunicativos se observan de forma transversal en las diferentes áreas, bloques, objetivos y contenidos de aprendizaje propuestos, es por esta razón que daremos cuenta de aquellos elementos que propicien la argumentación en los niveles iniciales. La tabla que presentamos a continuación nos permite visualizar los objetivos y contenidos que intervienen y tienen elementos asociados a la argumentación en el segundo ciclo de la educación infantil.

*Tabla 6.* Presencia de la Argumentación en Educación Infantil, segundo ciclo (España)

Segundo Ciclo		
Área	Objetivos	Contenidos
Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	4. Identificar necesidades, sentimientos, emociones o preferencias, y ser progresivamente capaces de denominarlos, expresarlos y comunicarlos a los demás, identificando y respetando, gradualmente, también los de los otros.	<p>Bloque 1: El cuerpo y la propia imagen.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificación y expresión de sentimientos, emociones, vivencias, preferencias e intereses propios y de los demás. Iniciación a la toma de conciencia emocional y participación en conversaciones sobre vivencias afectivas.</li> <li>- Voluntad y esfuerzo para la adaptación progresiva de la expresión de los propios sentimientos y emociones, adecuándola a cada contexto. Asociación y verbalización progresiva de causas y consecuencias de emociones básicas, como amor, alegría, miedo, tristeza o rabia.</li> </ul> <p>Bloque 3: La actividad y la vida cotidiana.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Planificación secuenciada de la acción para realizar tareas. Aceptación de las propias posibilidades y limitaciones en la realización de estas. Disposición favorable a la realización de tareas en grupo.</li> <li>- Discusión, reflexión, valoración y respeto por las normas colectivas que regulan la vida cotidiana.</li> </ul>

*Tabla 6 (continuación). Presencia de la Argumentación en Educación Infantil, segundo ciclo (España)*

<p>Conocimiento del entorno</p>	<p>2. Relacionarse con los demás, de forma cada vez más equilibrada y satisfactoria, interiorizando progresivamente las pautas básicas de comportamiento social y ajustando su conducta a ellas.                  5. Representar atributos de elementos y colecciones, y establecer relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación, iniciándose en las habilidades matemáticas.</p>	<p>Bloque 1. Medio físico: elementos, relaciones y medida.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos. Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia.</li> <li>- Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.</li> <li>- Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).</li> <li>- Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.</li> </ul> <p>Bloque 3: Cultura y vida en sociedad</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adopción progresiva de pautas adecuadas de comportamiento y normas básicas de convivencia. Disposición para compartir y para resolver conflictos mediante el diálogo de forma progresivamente autónoma.</li> </ul>
<p>Lenguajes: comunicación y representación</p>	<p>1. Apropiarse progresivamente de los diferentes lenguajes para expresar sus necesidades, preferencias, sentimientos, experiencias y representaciones de la realidad.                  3. Utilizar la lengua como instrumento de comunicación, de representación, aprendizaje y disfrute, de expresión de ideas y sentimientos, y valorar la lengua oral como un medio de regulación de la conducta personal y de la convivencia.                  4. Comprender las intenciones comunicativas y los mensajes de otros niños y adultos, familiarizándose con las normas que rigen los intercambios comunicativos y adoptando una actitud favorable hacia la comunicación, tanto en lengua propia como extranjera.</p>	<p>Bloque 1: Lenguaje Verbal. Escuchar, hablar y conversar.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilización y valoración progresiva de la lengua oral para evocar y relatar hechos, para explorar conocimientos, expresar y comunicar ideas y sentimientos y como ayuda para regular la propia conducta y la de los demás.</li> <li>- Uso progresivo, acorde con la edad, de léxico variado y con creciente precisión, estructuración apropiada de frases, entonación adecuada y pronunciación clara.</li> <li>- Participación y escucha activa en situaciones habituales de comunicación. Acomodación progresiva de sus enunciados a los formatos convencionales, así como acercamiento a la interpretación de mensajes, transmitidos por medios audiovisuales.</li> <li>- Utilización adecuada de las normas que rigen el intercambio lingüístico, respetando el turno de palabra, escuchando con atención y respeto.</li> </ul>

En los niveles iniciales se puede apreciar que la propuesta española trabaja elementos asociados a la argumentación desde la transversalidad, es decir, desde diferentes enfoques y contenidos. Se aprecia una fuerte presencia de los aspectos comunicativos de la argumentación y también se evidencia el uso de recursos orales y concretos para la construcción de explicaciones y justificaciones. En este nivel, no se enfatiza en la argumentación en matemáticas, aunque considerando la transversalidad de competencias y saberes podría trabajarse, pero no es explícito.

## 5. Comparación curricular

Identificar y caracterizar los elementos de cada propuesta tiene como objetivo poder comparar sus elementos centrales. En este apartado se profundiza en esta comparación y se presenta una tabla resumen del trabajo realizado, con base en las siguientes categorías: 1) relación con el aprendizaje; 2) relación con otras competencias; 3) función de la argumentación; 4) carácter de la argumentación.

*Tabla 7. Síntesis comparación propuestas curriculares*

<i>Propuesta</i>	<i>Relación con el aprendizaje</i>	<i>Relaciones</i>	<i>Función de la argumentación</i>	<i>Carácter de la argumentación</i>
<i>Principios y Estándares (2000)</i>	Aprender a argumentar	Demostración	Verificar-Explicar	Narrativo
<i>Common Core State Standards (2010)</i>	Aprender a argumentar	Demostración	Verificar	Narrativo
<i>Essential Understanding (2011)</i>	Aprender a argumentar	Demostración	Verificar	Narrativo
<i>Programme for International Student Assessment (2017)</i>	Aprender a argumentar	Demostración	Verificar	Narrativo
<i>Currículum Chile</i>	Argumentar para aprender	Comunicación	Comunicar-Explicar	Narrativo
<i>Currículum España</i>	No es explícito	Comunicación	Explicar	Narrativo

Como puede apreciarse en la tabla anterior, el primer aspecto destacable es que todas las propuestas analizadas consideran de algún modo la argumentación en matemáticas desde las primeras edades de la escolarización, dado el importante papel que ejerce en la construcción del pensamiento matemático. Sin embargo, existen diferencias en relación con las categorías de análisis establecidas.

En primer lugar, sobre la relación de la argumentación con el aprendizaje, los documentos internacionales analizados se focalizan en la visión "aprender a argumentar", de modo que las orientaciones curriculares persiguen la que los estudiantes progresivamente adquieran habilidades generales como justificar, desafiar, contraponer o conceder, en el sentido planteado por Andriessen, Bakker y Suthers (2003); en el currículo chileno, en cambio, el foco se pone en "argumentar para aprender" que, de acuerdo con estos mismos autores, se ajusta a una meta específica cumplida a través de la argumentación, y en un marco educativo, donde la meta (implícita) es entender o construir conocimiento matemático específico; y, finalmente, en el currículo español el enfoque no es claro, ya que como se ha indicado no se enfatiza en la argumentación en matemáticas.

Respecto a la relación con otras competencias o habilidades, todas las orientaciones internacionales se vinculan a la demostración, lo cual significa que en estos documentos la argumentación se interpreta como una herramienta para poder demostrar; en las directrices curriculares de Chile y España, en cambio, no se hace prácticamente hincapié a estos vínculos, y se considera que la argumentación se lleva a cabo en situaciones de comunicación, es decir, de interacción, negociación y diálogo en el aula de matemáticas.

También existen diferencias en los documentos analizados en relación con las funciones de la argumentación en matemáticas. Por un lado, las directrices internacionales subrayan las funciones de verificar, con un alto componente asociado a la refutación, de lo que se desprende que en las primeras edades los estudiantes experimentan y prueban, y a partir de ahí, verifican o refutan sus hipótesis y conjeturas. En Chile y España, en cambio, y como consecuencia de la relación entre argumentación y aprendizaje, se impulsa la idea que la principal función de la argumentación en las matemáticas de las primeras edades es explicar, es decir, permite aclarar y comprender las nociones y relaciones que permiten la inferencia, en el sentido planteado por De Villiers (1993).



Finalmente, en todos los documentos analizados el carácter de la argumentación es narrativo, y no se incide en la argumentación diagramática, es decir, no se fomenta que se utilicen diagramas (i.e. recursos materiales o pictóricos) para mostrar el proceso llevado a cabo para realizar una tarea, lo cual se constituye en el argumento justificativo, de acuerdo con Cornejo-Morales y Goizueta (2019).

## 6. Consideraciones finales

Esta investigación responde a la necesidad de conocer cómo diversas propuestas entienden la argumentación en los primeros años y repensar la educación inicial en términos competenciales, donde la argumentación resulta un elemento fundamental pues entrega la oportunidad de formar y desarrollar estudiantes críticos, reflexivos e intelectualmente autónomos, capaces de comprender y construir la sociedad a la que pertenecen (Alsina y Planas, 2008; Cornejo-Morales y Goizueta, 2019). Para eso, debemos conocer los lineamientos curriculares y aún más, conocer sobre qué argumentan los y las estudiantes en la clase de matemática de los primeros años, para qué lo hacen, cómo lo hacen, y quiénes están involucrados en esta formulación, para así proponer secuencias, actividades y programas adecuados a las necesidades de los estudiantes de matemáticas de los primeros años.

Los datos obtenidos han puesto de manifiesto que todas las propuestas analizadas consideran de algún modo la argumentación en matemáticas desde las primeras edades de la escolarización; sin embargo, existen algunas diferencias substanciales en el enfoque. De acuerdo con nuestras categorías de análisis, algunas de las diferencias más relevantes se refieren a cómo se concibe la relación entre argumentación y aprendizaje, la relación entre la argumentación y otros procesos matemáticos y las funciones de la argumentación, como ya se ha indicado en el análisis comparativo realizado. A modo de síntesis, la visión cambia según si se trata de las orientaciones internacionales consultadas (NCTM, 2000; CCSSM, 2010; *Essential Understanding*, 2011 y PISA, 2017) o de las orientaciones de los países de los autores del estudio: en el primer bloque de currículos, se asume que argumentar implica la adquisición de habilidades generales como justificar, desafiar, contraponer o conceder (Andriessen, Bakker y Suthers, 2003); se vincula la argumentación con el proceso de demostración y con la función de verificación, principalmente (De Villiers, 1993); mientras que en el segundo bloque de currículos las relaciones entre argumentación y aprendizaje se conciben a la inversa (Chile) o bien no se explicitan (España), se vincula la argumentación con el proceso de comunicación y con la función de explicar.

Quizás el aspecto más relevante de este estudio es que permite evidenciar que en las orientaciones curriculares analizadas, de un modo u otro se ha dejado atrás la visión tradicional de la enseñanza de las matemáticas en los niveles iniciales, que se ha focalizado en el desarrollo de aprendizajes mecánicos (como por ejemplo reseguir el trazo de los números para aprender a representar cantidades discretas con su notación convencional; identificar figuras geométricas por su nombre más que justificar de qué tipo de forma se trata a partir del análisis de sus propiedades geométricas; etc.). Esta visión clásica dejaba muy poco margen para que se argumente, cuestione y discuta en las clases de matemáticas, lo cual es fundamental.

El paso siguiente es que estas directrices curriculares lleguen a la práctica escolar, por lo que en futuros estudios será necesario analizar con más detalle la presencia de la argumentación en matemáticas durante los primeros años. Para realizar este análisis, será necesario diseñar e implementar herramientas que permitan discriminar para qué se argumenta, cómo se argumenta y quiénes están involucrados en la argumentación, como ya se ha indicado. Con ello, se va a contribuir al desarrollo profesional del profesorado, que va a disponer de datos para poder promover la argumentación en matemáticas durante los primeros años, de acuerdo tanto con la literatura sobre la argumentación en matemáticas en los primeros años como con las orientaciones curriculares analizadas.

## Agradecimientos

Esta investigación está financiada por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID), a través de la Beca de Doctorado Nacional convocatoria 2017 folio 21171532 y por el Proyecto EDU2017-84979-R subvencionado por FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades –Agencia Estatal de Investigación (España).

## Referencias

- Alsina, A., & Planas, N. (2008). *Matemática Inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid, España: Narcea.
- Andriessen, J., Baker, M., & Suthers, D. (2003). Argumentation, computer support, and the educational context of confronting cognitions. En J. Andriessen, M. Baker, & D. Suthers (Eds.), *Arguing to learn: Confronting cognitions in computer-supported collaborative learning environments* (pp. 1–25). Dordrecht: Kluwer.
- Bardin, L. (1991). *Análisis de contenido*. Madrid, España: Ediciones Akal.
- BOE (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
- BOE (2007). Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil.
- Boero, P. (2011). Argumentation and proof: Discussing a “successful” classroom discussion. En M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 120-130). Rzeszów, Polonia: ERME.
- Codina, A. & Lupiáñez, J. (1999). El razonamiento matemático: Argumentación y demostración. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/805/>
- Cornejo-Morales, C. & Goizueta, M. (2019) El tránsito entre argumentos diagramáticos y narrativos en preescolar. Orientaciones y propuestas. *Revista UNO*, 85, 28-31.
- Cornejo-Morales, C., Goizueta, M. & Alsina, A. (2020). Modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil. Artículo entregado para la publicación.
- De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Epsilon*, 26, 15-30.
- Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181), Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.
- Goizueta, M. & Solar, H. (2019). Relaciones entre la argumentación en el aula de matemáticas y la mirada profesional del profesor. En R. Olfos, Ramos, E. & Zakaryan, D. (Eds.), *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática* (241-280). Barcelona, España: Graó.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60-82.
- Krummheuer, G. (2013). The relationship between diagrammatic argumentation and narrative argumentation in the context of the development of mathematical thinking in the early years. *Educational Studies in Mathematics*, 84, 249-265.
- Lannin, J., Ellis, A., Elliot, R., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Grades Pre-K–8*. Reston: NCTM.
- Ministerio de Educación (2018). *Nuevas Bases para la Educación Parvularia*. Chile.
- Müller, N., & Perret-Clermont, A. N. (Eds.) (2009). *Argumentation and education: Theoretical foundations and practices*. Dordrecht, Países Bajos: Springer Science & Business Media.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Directions for school mathematics for the 1980s*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Thales.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: a quest for coherence*. Reston, V.A.: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. Reston VA: Author.
- National Governors Association. (2010). *Common core state standards*. Washington, DC.
- OCDE (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias, Versión preliminar*, OECD Publishing, París.
- Perry, B., & Dockett, S. (2007). Early childhood mathematics education research: What is needed now?. En Watson, J. & Beswick, K. (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice. Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, vol. 2*, 870-874. Adelaide: MERGA.
- Schwarz, B. B. (2009). Argumentation and learning. En Muller Mirza & A. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and education* (pp. 91-126). Nueva York, Estados Unidos: Springer.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.

**Claudia Cornejo-Morales**. Profesora de Primaria especializada en Matemática y Ciencias de la Universidad de Santiago (USACH, Chile) y Magíster en Didáctica de la Matemática por la Universidad Alberto (UAH, Chile), actualmente Profesora del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV, Chile). Entre sus intereses investigativos se encuentra la comunicación y argumentación en las matemáticas de los primeros años de la escolaridad y la formación de profesores de educación inicial y primaria.

Email: [claudia.cornejo.morales@gmail.com](mailto:claudia.cornejo.morales@gmail.com)

**Ángel Alsina**. Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (España). Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y en América Latina.

Email: [angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)