

Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional

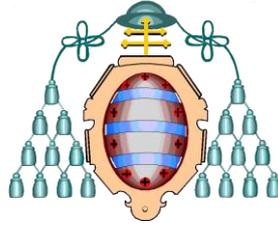
**ANÁLISIS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS EN PRIMERO DE LA ESO**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: Luis Antolín Viñuela Valcarce

Tutor: Luis José Rodríguez Muñiz

Junio de 2014



Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional

**ANÁLISIS DE ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS
MATEMÁTICAS EN PRIMERO DE LA ESO**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: Luis Antolín Viñuela Valcarce

Tutor: Luis José Rodríguez Muñiz

Junio de 2014

INDICE

Introducción	4
Primera Parte: Reflexión sobre las prácticas profesionales	5
1. Análisis y reflexión sobre la práctica.....	6
2. Análisis y valoración del Currículum oficial	11
3. Propuesta de iniciación a la investigación educativa.....	13
Segunda Parte: Programación Didáctica para el primer curso de la ESO y proyecto de iniciación a la investigación educativa	14
A) Programación Didáctica para primero de la ESO de Matemáticas.....	15
1. Condiciones iniciales: contexto del centro y del grupo.....	16
2. Competencias Básicas y contribución de la materia a su adquisición.....	17
3. Objetivos	20
4. Criterios de selección, determinación y secuenciación de contenidos: estructuración de bloques temáticos y unidades didácticas.....	22
5. Temporalización.....	29
6. Metodología	30
7. Recursos, medios y materiales didácticos.....	33
8. Criterios y procedimientos de evaluación y calificación.....	34
9. Actividades de recuperación.....	40
10. Medidas de atención a la diversidad.....	41
B) Proyecto de iniciación a la investigación educativa: Análisis de errores en el aprendizaje de las Matemáticas en primero de la ESO.....	42
1. Problema de investigación. Justificación y fundamentación.....	43
2. Marco teórico y justificación de la investigación.....	45
3. Método de investigación y planificación.....	47
4. Resultados	49
5. Conclusiones e implicaciones educativas.....	63
Referencias Bibliográficas	64
ANEXO 1.- CUESTIONARIO PARA EL PROFESORADO	65
ANEXO 2.- CUESTIONARIO PARA LOS ALUMNOS	67

Introducción

El presente trabajo fin de máster está fundamentado en los estudios cursados en el Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional en la facultad de Formación del Profesorado y Educación, así como en el periodo de prácticas realizado en el Instituto de Educación Secundaria (IES) La Corredoria durante el curso académico 2013/14. Como alumno en la especialidad de Matemáticas he contado con la ayuda de Luis José Rodríguez Muñiz, tutor de prácticas y del Trabajo Fin de Máster (TFM).

Este trabajo podemos dividirlo en dos partes diferenciadas pero complementarias entre sí. La primera consiste en una reflexión sobre las prácticas llevadas a cabo en el IES, en donde se explica cómo han contribuido las asignaturas cursadas en el máster a su realización. A continuación le sigue un comentario del currículum oficial del curso de 1º de la ESO para la asignatura de matemáticas, curso para el cual se realizará una Programación Didáctica. Para acabar, se realizará una introducción al proyecto de iniciación a la investigación educativa llevado a cabo durante las prácticas en el IES.

La segunda parte podemos subdividirla en dos apartados. El primero de ellos consiste en una programación didáctica para el primer curso de la ESO de la asignatura de Matemáticas. Se realizará la programación sobre este curso al tratarse del mismo en el que se va a realizar el Proyecto de iniciación a la investigación educativa. Además, se trata de un curso en el que, sin haber realizado ninguna de las dos unidades didácticas, he llevado a cabo un par de intervenciones parciales, siendo un alumnado conocido que me ha servido de motivación para llevar a cabo la investigación planteada.

El segundo apartado consiste en la realización del proyecto de iniciación a la investigación. Éste fue desarrollado en el tiempo destinado al desarrollo de las prácticas y tomando como muestra al grupo de 1º E de la ESO. La motivación de esta investigación surge del estudio de la programación didáctica del departamento planteada para este curso. Debido a las peculiaridades del IES, caracterizado, entre otros, por su bajo rendimiento académico, los contenidos impartidos se clasifican principalmente como mínimos. Además, el ritmo de la clase implica que va a ser imposible que lleguen a ver algo del bloque de Estadística y Probabilidad, llegando con dificultades al bloque de Geometría. Así mismo, se descarta que este año vayan a explicar ecuaciones de primer grado, viendo, por tanto, los contenidos mínimos del bloque de Álgebra. En resumen, encontrándonos con el segundo trimestre finalizado, los bloques trabajados han sido el de Contenidos Comunes y el de Números. Por tanto, queremos investigar sobre la necesidad de dedicar tanto tiempo a contenidos que supuestamente han sido estudiados en el nivel de Primaria, pues repetir una vez más estos contenidos va en detrimento de aprendizajes que deberían realizarse en este curso y que provoca que, en los cursos posteriores, se expliquen contenidos que se deberían dar ya por conocidos.

Primera Parte: Reflexión sobre las prácticas profesionales.

1. Análisis y reflexión sobre la práctica

En este apartado se analizará la utilidad de las aportaciones que las asignaturas del máster han facilitado a la hora de realizar el Practicum en el Instituto de Enseñanza Secundaria (IES) correspondiente.

Comenzando por la asignatura de “**Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad**”, decir que me proporcionó una formación que dista mucho de la formación postobligatoria que he recibido y, por tanto, necesaria para complementarla en este aspecto. Se trata de una formación que, a mi parecer, resulta muy útil para la inmersión en la dinámica del instituto. No sólo en cuanto a cómo aprenden los alumnos y los fundamentos de las teorías cognitivas, sino también en torno a los aspectos diferenciadores de cada alumno. En cuanto al cómo aprenden, ha resultado interesante conocer el caso particular del aprendizaje de las matemáticas, pues se trata de una asignatura donde la capacidad de abstracción es fundamental. Otros aspectos, como la motivación y la autoestima, han resultado igualmente de interesantes, sobre todo tras observar experimentalmente la influencia de los mismos tanto en los resultados académicos del alumno, como en el comportamiento del mismo dentro de la dinámica del aula. En cuanto a los aspectos diferenciadores del alumnado, permite hacernos una idea de la diversidad que puede llegar a existir en una misma aula. Dentro de estos aspectos diferenciadores, caben mencionar unos trastornos relativamente frecuentes y que influyen en el aprendizaje, como son el TDAH, Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas o de la Lectura y la Escritura, etc. En el transcurso del desarrollo de las prácticas del IES pudo observarse más de un caso de alumnos con TDAH, pudiendo observar in situ las dificultades que presentan a la hora de seguir la clase y el modo en que afectan a la dinámica diaria de la misma. En este sentido, la asignatura se solapa con otras del Máster como son Procesos y Contextos Educativos a la hora de comprender la labor del Departamento de Orientación en cuanto a la función de apoyo que debe suministrar al profesorado, cuyo grado de involucración es mayor cuanto mayor son las dificultades de aprendizaje del alumno, quienes elaboran los criterios para realizar la Adaptación Curricular Individualizada.

En relación a la asignatura de “**Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas**” cabe destacar su aportación acerca de las pautas fundamentales para elaborar una unidad didáctica o una programación didáctica de la asignatura, incidiendo especialmente en la correcta formulación de objetivos de aprendizaje, así como en establecer unos criterios de evaluación y de selección de contenidos apropiados al curso de la programación didáctica desarrollada. Así, se viene complementando lo visto en otras asignaturas del primer cuatrimestre como son Complementos de Formación Disciplinar y Diseño y Desarrollo del Currículum. Además trata aspectos relacionados con la metodología didáctica y los distintos tipos de evaluación aplicados a esta materia. Sin embargo, esto último resulta ineficaz en tanto que estos conceptos se desarrollan casi al término del Practicum, por lo que la aplicación de lo aprendido es inexistente.

Siguiendo con otra asignatura exclusiva de la especialidad de Matemáticas, “**Complementos de Formación Disciplinar**”, destacar que, personalmente,

proporciona una visión acertada sobre cómo enseñar matemáticas de un modo diferente. Gracias a esta asignatura pude observar como erraba al pensar que el mejor modo de enseñar matemáticas es como me las enseñaron, por tanto, sin realizar ninguna innovación en la metodología de enseñanza. Existen multitud de fuentes y recursos que nos pueden ayudar a transmitir esos conocimientos matemáticos que requieren esa capacidad de abstracción que tanto les cuesta a los alumnos en general y gracias a esta asignatura pude descubrir que se puede hacer y cómo hacerlo. Además, en la misma se estudio exhaustivamente el currículo de la ESO y Bachillerato, analizándolo críticamente. Por esta razón, resultó relativamente fácil conocer si en el IES se daban o no los contenidos que en el currículum oficial figuraban. Finalmente, la asignatura permitió ensayar una clase como las que tendríamos en su momento de prácticas en el IES, lo cual sirvió para mejorar la seguridad a la hora de enfrentarse a una clase con alumnos reales, corregir errores en el discurso didáctico, ajustarse al tiempo previsto, escoger los recursos más apropiados a los contenidos a impartir, etc.

La asignatura de “**Diseño y Desarrollo del Currículum**” resultó de gran ayuda durante la estancia del Practicum para realizar convenientemente la Unidad Didáctica. Esta asignatura ofrece una estructura paso a paso sobre cómo realizar correctamente una Unidad Didáctica, por lo que de la misma manera sirve como ayuda o guía a la hora de programar una sesión de aula. No obstante, creo que se debería haber dedicado más tiempo a esta parte de la asignatura en vez de a otras, como puede ser el proceso comunicativo en el aula entre discente y docente, que aparecen en otras asignaturas como, por ejemplo, Procesos y Contextos Educativos.

Por su lado, la asignatura de “**Innovación Docente e Iniciación a la Investigación**” contribuyó principalmente a asentar un espíritu crítico ante las metodologías didácticas a las que estamos acostumbrados, fruto de llevar formándonos durante unos 18 años en un único sistema educativo que, por sólo conocer ese, podemos calificarlo a priori de óptimo. Del mismo modo, contribuyó a sentar las bases para introducirnos la metodología que debe seguirse a la hora de desarrollar una innovación o investigación educativa, partiendo de una observación activa de la realidad en la que nos encontramos para detectar necesidades existentes que pudieran ser mejoradas o formulando hipótesis sobre situaciones observadas que permitan desarrollar una investigación. Cabe destacar, por tanto, la importancia de la asignatura por su aplicabilidad al TFM, en cuanto concede una importancia fundamental a la obligatoria realización de una investigación o una innovación. Así, la necesidad de la asignatura durante el transcurso de las prácticas en el IES es también necesaria, pues permite tomar una actitud de crítica positiva sobre la metodología didáctica del profesor, así como comenzar a plantearse qué investigación o innovación desarrollar en la estancia en el IES. Por ello, la asignatura debería estar ubicada en el primer cuatrimestre, pues sino las ayudas que ofrece pueden llegar muy próximas a la conclusión del periodo de prácticas.

Pasando a la asignatura de “**Procesos y Contextos Educativos**”, cabe destacar que los créditos que se le dedica son necesarios en cuanto a que aporta los conocimientos mínimos necesarios para comprender el funcionamiento de un IES, así como de la dinámica que ocurre en el aula. Para conocer un IES es necesario la lectura

de su documentación interna principal, como pueden ser la Programación General Anual (PGA), el Proyecto Educativo de Centro (PEC), el Proyecto Curricular de Centro (PCC), el Reglamento de Régimen Interno (RRI) o la Memoria Anual de Centro (MAC). Este constituye el primer bloque de la asignatura, quizá el bloque más importante en tanto que es exclusivo de esta asignatura y no se solapa con otras asignaturas del máster. También se hace un repaso en él de las leyes de educación, desde la Ley General de Educación (LGE) de 1970, hasta la actual Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006, analizando incluso algún aspecto de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) más conocida como Ley Wert. Por último, este primer bloque se dedica a la organización interna tanto del profesorado, analizando el Departamento de Orientación (DO), los Departamentos Didácticos, la Comisión de Coordinación Pedagógica (CCP) o el rol del propio tutor; como a la del alumnado, analizando los roles dentro del grupo de alumnos, sus formas de agrupamiento, etc.

El siguiente bloque se centra en aspectos relacionados con la comunicación educativa, centrándose en la resolución de conflictos. Siendo un bloque que entra en resonancia con otras asignaturas, como la de Sociedad, Familia y Educación, resulta difícil de ser tratado de manera teórica y su aplicación práctica por tanto es escasa, pues teniendo en cuenta unos principios básicos mínimos del proceso de interacción docente-discente, el resto surge en su mayor parte de la improvisación y de la personalidad particular del docente. Al bloque 3 le asigno una mayor importancia, pues la función de tutoría resulta novedosa para aquella gente con formación previa diferente a la rama de psicología o pedagogía. Por ello es interesante conocer la implicación que el DO tiene a la hora de desarrollar actividades en sesiones de tutoría de manera conjunta con los tutores. A pesar que mi estancia en el IES no tuvo lugar con un tutor/a, sí que acudí a un par de tutorías donde se estaba desarrollando como actividad el Programa “Ni Ogros ni Princesas”. Se trata de temas en los cuales, normalmente, el docente carece de experiencia, familiaridad en cuanto a formación o seguridad a la hora de tratarlos, por lo que la ayuda del DO es alta y las indicaciones que facilitan permiten realizar el Programa convenientemente. También, acudiendo a un par de citas con familias de alumnos pude presenciar de primera mano cómo se lleva a cabo estas reuniones y cómo son preparadas las mismas por los docentes. En este sentido, cabe destacar cómo el profesor debe estar preparado ante el malestar que los padres de los alumnos puedan manifestar, padres que conceden mayor credibilidad, en la mayor parte de las veces, la versión del alumno a la del profesor. Finalmente, en el bloque 4 se tratan medidas de atención a la diversidad. Se trata de un bloque importante pero que apenas ha sido tratado, pues se le ha dedicado muy poco tiempo en la asignatura. Es una parte más ampliamente tratada en otras asignaturas como Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad.

La asignatura de “**Sociedad, Familia y Educación**” resultó interesante en cuanto al análisis de las desigualdades sociales que tienen lugar en un IES, especialmente relativas a las de tipo socioeconómicas y de etnia. En mi caso ha resultado especialmente interesante al llevar a cabo las prácticas en el IES La Corredoria, instituto caracterizado por un nivel socioeconómico bajo de las familias de los alumnos y por un

alto porcentaje de alumnado de otras etnias, principalmente gitana. Esto conlleva que colaboren con el instituto asociaciones como la Asociación Gitana de Asturias (UNGA) o el Alfalar, ambas entidades que promueven la integración social y dan amparo a los alumnos con problemas familiares, de conducta y académicos, entre otros. Ambos organismos trabajan tanto fuera del horario lectivo como dentro de él, así prestan su tiempo a alumnos que han sido expulsados del centro pero que acuden a él porque no tienen con quién quedarse durante ese tiempo, y si se quedaran solos podrían ser más vulnerables al abandono escolar prematuro, es decir, sin llegar a obtener el título de graduado en ESO. También me pareció útil la parte de la asignatura más orientada a la relación con las familias, aspecto que se solapa con el Bloque 3 de la asignatura de Procesos y Contextos Educativos. Si bien es cierto que en el IES al que asistía no existe una participación activa de las familias en la vida escolar de los alumnos, sí es verdad que cuando ésta se produce suelen existir momentos de tensión, para los cuales hay que tener en cuenta los aspectos que son tratados en la asignatura y llevar la entrevista con las familias de los alumnos bien preparada de cara a tener una actitud lo más profesional posible y saber cómo reconducir un diálogo tenso hacia uno más correcto.

“**Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC)**” resulta ser, a priori, una asignatura esencial a la hora de ejercer la labor docente en una sociedad inundada por las nuevas tecnologías; por lo cual conocer y saber manejar estas herramientas resulta imprescindible para no seguir reproduciendo la misma didáctica que la que hemos recibido nosotros por ejemplo. A pesar de las posibilidades actuales, se sigue manteniendo un marcado conservacionismo de las metodologías didácticas tradicionales, basadas en un 99% en la pizarra y la tiza. Contrariamente a lo que se pueda pensar, esto no es debido exclusivamente por el profesorado de mayor edad, reticente a cambiar su didáctica de aula que lleva aplicando incansablemente y del mismo modo durante toda su vida laboral, sino también por el profesorado más joven, quien no encuentra la manera apropiada para aprovechar estos nuevos recursos didácticos ya sea por desinterés, por el esfuerzo extra que le supone, o por falta de motivación al no encontrar mejora en los resultados académicos de los alumnos en comparación con la metodología tradicional. Si bien es cierto que resulta difícil producir una mejora significativa con la aplicación de los nuevos recursos didácticos, lo que es evidente es que estos producen una mayor motivación e interés en la asignatura por parte del alumnado, aspecto que quedo patente tras realizar una de mis unidades didácticas empleando el retroproyector y el software Geogebra. La asignatura nos permitió conocer distintos recursos que nos podrían ser de utilidad, así como distintas maneras de incorporar las TIC al sistema educativo, como pueda ser el empleo de un blog como herramienta educativa o plataformas tipo Moodle.

Finalmente cabe hablar de la asignatura optativa elegida para el Máster. En un primer momento me planteaba la elección de las asignaturas de “Lengua Inglesa para el Aula Bilingüe” y el “**Uso de los Recursos Informáticos en los Procesos de Cálculo en el ámbito de las Ciencias Experimentales**”. La primera debido a que la opción bilingüe en diferentes asignaturas está en alza y resulta una oferta educativa que suele gustar a las familias y, por tanto, con alta demanda, sobre todo si tenemos en

consideración ejercer de docentes en centros privados o concertados. La segunda porque me parecía que el título sugería conocer en profundidad diferentes recursos didácticos que permitiesen mejorar la metodología didáctica desde el punto de vista de su modernización en cuanto a la inclusión de nuevas tecnologías se refiere. Finalmente me decanté por la segunda opción al disponer ya de un título avanzado de inglés, por lo que consideré que esta optativa podría complementar mejor mi formación. En efecto, a lo largo de la asignatura se estudio en profundidad el manejo del software libre Geogebra y eXeLearning. El primero destaca por su excelente aplicabilidad a la asignatura de matemáticas, donde la comprensión de ciertos conceptos que requieren un alto grado de abstracción se facilita enormemente. El segundo permite implantar metodologías innovadoras tanto a la hora de evaluar ciertos contenidos, como de presentar ciertos contenidos, pudiendo diseñar unidades didácticas por completo mediante esta herramienta y subiéndola a la web para que pueda ser realizada por cada alumno desde la comodidad del hogar. Cabe resaltar que el problema de esta asignatura es su ubicación temporal. Habiéndole podido sacar provecho a la parte de Geogebra, resulta imposible aplicar en la estancia de prácticas aplicación alguna al eXeLearning, salvo que se aprenda a manejar de manera autónoma, en cuyo caso la asignatura no tendría utilidad alguna.

Habiendo introducido la aplicabilidad de las asignaturas del máster a mi experiencia en el desarrollo de las prácticas en el IES La Corredoria, procedo a valorar las prácticas como necesarias, aprovechadas, disfrutadas y vitalmente significativas. Si bien es cierto que el periodo de 3 meses es suficiente para hacerse una idea de la realidad de la profesión de profesor de secundaria y bachillerato, éste se me hizo corto. Creo que es una oportunidad para darse cuenta de si a uno le gusta o no le gusta la enseñanza, teniendo en cuenta tanto los aspectos positivos como los negativos de la profesión. Como crítica al modo de plantearlas, vería más apropiado poder intervenir más activamente en el aula, pues el 75% del tiempo de las mismas las pasé como observador. Exigir al tutor/a del IES que se lleven a cabo un determinado número de intervenciones parciales, aparte de la realización de dos unidades didácticas, ayudaría a disfrutarlas más, ser más consciente de la tarea del profesor y, al fin y al cabo, ejercer y participar activamente como tal. Igualmente, vería apropiado que desde el IES fuesen más flexibles a la hora de poder aplicar nuestros propios criterios de calificación, sin ceñirse tanto a lo establecido por el departamento, ya que nos ayudaría a considerar y valorar más este aspecto y, personalmente, no creo que esto produjese un cambio significativo, ni negativo ni positivo, en los resultados académicos del alumnado, pero sí un mejor aprovechamiento de nuestra experiencia como profesores en prácticas.

2. Análisis y valoración del Currículum oficial

El Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas para la Educación Secundaria Obligatoria, divide los contenidos de la asignatura de matemáticas en seis bloques: contenidos comunes, números, álgebra, geometría, funciones y gráficas, y estadística y probabilidad.

El primero recoge los contenidos relativos al tipo de estrategias de resolución de problemas y actitudes que deberán ir consolidando los estudiantes a lo largo de esta etapa: utilización del lenguaje matemático propio de cada nivel, empleo de técnicas para la resolución de problemas, uso de herramientas tecnológicas y perseverancia y confianza en la propia capacidad. Se trata de un bloque que no existe como tal, sino que sus contenidos están intrínsecamente unidos al de los otros cinco bloques, pues sin este primero, el aprendizaje de los otros cinco bloques sería imposible.

El segundo bloque es el de números. En el primer curso se completan los conocimientos acerca de operaciones con fracciones y números decimales, además de tocar los conceptos de razón y proporcionalidad inversa. Se introducen así mismo los conceptos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo como herramientas, principalmente, para pasar fracciones a común denominador. No obstante, el 80% de los contenidos, si no más, aparecen ya en el currículo del sexto curso de la educación Primaria, siendo, en general, un bloque de repaso con unos pocos conceptos que resultan nuevos o ampliados para el alumnado.

El tercer bloque es el de álgebra. El primer curso es el que introduce por primera vez el uso del lenguaje algebraico para traducir situaciones sencillas en donde existe alguna variable desconocida o incógnita.

En el cuarto se recogen los contenidos relativos a geometría. En el primer curso se incluyen muchos contenidos con los que el alumnado ya está familiarizado desde la etapa de Educación Primaria: elementos de las figuras geométricas, construcciones geométricas simples, clasificación de los triángulos y cuadriláteros, polígonos regulares, medida de ángulos, cálculo y estimación de perímetros y áreas de figuras planas, y simetría de las mismas. Vuelve a ser, al igual que el Bloque 2, un bloque de repaso en su mayor parte, introduciendo como novedad el cálculo de perímetros y áreas en polígonos regulares y no regulares y a figuras asociadas a círculos.

El quinto bloque es el dedicado a funciones y gráficas. Podemos clasificarlo también como un bloque novedoso al presentar nuevos contenidos como la utilización de tablas de valores para organizar datos y de coordenadas cartesianas para la representación de puntos. Además pone énfasis en la traducción de las relaciones de dependencia halladas en situaciones cotidianas a tablas y gráficos, y viceversa.

En el sexto bloque se recogen los contenidos de estadística y probabilidad. Para el primer curso se fija el estudio de fenómenos aleatorios sencillos a través de tablas para la recogida de información, diferentes tipos de gráficos, el cálculo de frecuencias absolutas y relativas, y los parámetros estadísticos moda, mediana y media.

Como se observa, la mayor parte de los contenidos ya se habían visto en el curso previo de 6º de Primaria. A excepción del álgebra, todos los alumnos parten con unos conocimientos que sirven de base para algunos nuevos o ampliados. Por tanto, se debería dedicar más importancia de la que se dedica al bloque de Álgebra, más aun conociendo sus peculiaridades, pues requiere un cierto grado de abstracción que supone muchas dificultades para los alumnos a lo largo de la etapa de la ESO.

3. Propuesta de iniciación a la investigación educativa

El proyecto de investigación, integrado en la programación didáctica y enmarcado en la modalidad de introducción a la investigación educativa, consiste en un análisis de los errores y dificultades encontrados en la unidad didáctica de Fracciones y sus operaciones por parte del alumnado del grupo E de 1º de ESO del IES La Corredoria.

Para ello se realizará una encuesta a docentes y discentes. A los primeros se les preguntará sobre su opinión subjetiva en cuanto a las fortalezas y debilidades de los discentes en cada uno de los seis bloques de contenidos que compone el primer curso de la ESO según el Decreto 74/2007. Este estudio ha contado con la colaboración de 51 docentes de 13 Institutos diferentes. En cuanto a los discentes, se les realizará una prueba para valorar sus capacidades en una unidad didáctica específica. Así mismo, para indagar en el aspecto de la procedencia de las dificultades de aprendizaje se realizará un análisis comparativo de los currículos de 1º de la ESO y del tercer ciclo de la Educación Primaria.

Por tanto, la primera parte del proyecto de investigación que forma parte del presente TFM y que está enmarcado en la modalidad de introducción a la investigación educativa, consiste en un análisis de los errores y dificultades que presenta el alumnado de 1º de ESO, tomando como base una muestra representativa de varios IES de la región. Para su desarrollo, hemos elaborado un cuestionario para docentes que hayan impartido clase a estudiantes de primero de ESO con el objetivo de detectar las debilidades y fortalezas que se observan en estos alumnos.

Para la segunda parte, se llevará a cabo una comparación de los contenidos y objetivos de evaluación entre el primer curso de la ESO y el tercer ciclo de la Educación Primaria. Este análisis permitirá valorar si las dificultades de aprendizaje podrían tener su origen en la mejor o peor adecuación de los currículos

Finalmente, para la última parte de la investigación hemos elaborado un nuevo cuestionario para los alumnos de primero de ESO del centro donde hemos realizado el *practicum* con el fin de comprobar qué fallos son los más frecuentes en relación a una unidad didáctica elegida a partir de los datos obtenidos en el primer apartado. En este caso, la unidad didáctica a analizar será la relativa a fracciones.

**Segunda Parte: Programación Didáctica para el primer curso
de la ESO y proyecto de iniciación a la investigación
educativa.**

**A) Programación Didáctica para primero de la ESO de
Matemáticas**

1. Condiciones iniciales: contexto del centro y del grupo.

El centro para el que se propone esta programación es el IES La Corredoria situado en el barrio que le da su nombre, al Nordeste de la ciudad de Oviedo. Se trata de un barrio que en los últimos años ha sufrido un gran crecimiento demográfico, por lo que se ha visto la necesidad de construir nuevos centros educativos tanto para la enseñanza primaria como secundaria en esta zona. Este centro es un edificio de nueva construcción que se inauguró en el curso académico 2008/2009, por lo que las instalaciones son modernas y se encuentran en muy buenas condiciones.

Al mismo, acuden alumnos principalmente del barrio de La Corredoria, con alumnos también de las zonas de Colloto y Lugones. El barrio de La Corredoria tiene un alto componente de población inmigrante y una importante presencia de etnia gitana. Es creciente el número de inmigrantes integrados en el centro procedentes principalmente de países sudamericanos y de los países del este europeo. Su estructura demográfica es de las más jóvenes del Principado de Asturias. Tal y como queda especificado en la Programación General Anual del instituto, el prototipo de familia que predomina es el constituido por ambos padres conviviendo con 2-3 hijos, aunque también alberga un número significativo de contextos familiares desestructurados, familias con hijos e hijas escolarizados por imperativo legal, etc. En cuanto a la situación cultural y laboral de las familias, el nivel de estudios o titulaciones alcanzados por padres o madres es bajo o muy bajo en un porcentaje del 70% en las madres y del 60% de los padres. El trabajo fuera del hogar de la madre representa 1/3 del total. (Referenciar)

El centro imparte los 4 cursos de la Educación Secundaria Obligatoria así como el Bachillerato, albergando dentro de éste último dos modalidades, la de “Ciencias y Tecnología” y la de “Humanidades y Ciencias Sociales”. Todos estos se imparten gracias a un equipo de 67 docentes más 5 funcionarios no docentes que permiten dar cabida a una media de 620 alumnos cada curso académico. En estos momentos el centro se encuentra en ampliación debido al creciente número de estudiantes que ingresan en el IES cada año. La creación de un total de 8 aulas adicionales permitirá satisfacer la alta demanda que se le exige al mismo.

El grupo clase es muy amplio, en él hay 27 alumnos, de los que 4 pertenecen al grupo de “Ámbito”. Por tanto, normalmente hay 23 alumnos en clase, entre los que hay 4 repetidores. El multiculturalismo que rodea al instituto, también queda patente en esta clase, en la que hay un alumno extranjero, que no presenta problemas con el idioma, y dos alumnos de etnia gitana. Asimismo, hay una alumna diagnosticada con altas capacidades y otras dos que, a pesar de no estar diagnosticadas, destacan académicamente sobre el resto de los discentes. Todo esto es síntoma de la heterogeneidad del grupo, que dificulta la labor del docente a la hora de proponer ejercicios estimulantes para algunos y asequibles para otros.

2. Competencias Básicas y contribución de la materia a su adquisición

La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos. De ahí su carácter básico. Son aquellas competencias que debe haber desarrollado un joven o una joven al finalizar la enseñanza obligatoria para poder lograr su realización personal, ejercer la ciudadanía activa, incorporarse a la vida adulta de manera satisfactoria y ser capaz de desarrollar un aprendizaje permanente a lo largo de la vida.

La inclusión de las competencias básicas en el currículo tiene varias finalidades. En primer lugar, integrar los diferentes aprendizajes, tanto los formales, incorporados a las diferentes áreas o materias, como los informales y no formales. En segundo lugar, permitir a todos los estudiantes integrar sus aprendizajes, ponerlos en relación con distintos tipos de contenidos y utilizarlos de manera efectiva cuando les resulten necesarios en diferentes situaciones y contextos. Y, por último, orientar la enseñanza, al permitir identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter imprescindible y, en general, inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Con las áreas y materias del currículo se pretende que todos los alumnos y las alumnas alcancen los objetivos educativos y, consecuentemente, también que adquieran las competencias básicas. Sin embargo, no existe una relación unívoca entre la enseñanza de determinadas áreas o materias y el desarrollo de ciertas competencias. Cada una de las áreas contribuye al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada una de las competencias básicas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias áreas o materias.

Así, se enumeran en el marco de lo propuesto por la Unión Europea las ocho competencias básicas:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía e iniciativa personal.

Los contenidos trabajados en la asignatura en este curso contribuyen a la utilización de la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. De este modo es cómo la asignatura de matemáticas contribuye a la adquisición de la competencia en comunicación lingüística, puesto que la precisión y la claridad son requisitos del lenguaje matemático que trabaja con elementos tales como conjuntos de

números y sus operaciones, funciones o conceptos básicos de estadística y probabilidad. Además, el propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto. También se incluyen como rasgos de esta competencia las capacidades para representar mentalmente, interpretar y comprender la realidad, habilidades que requiere la resolución de los problemas matemáticos. En estos procesos de resolución de problemas, la traducción del lenguaje cotidiano al matemático es un paso ineludible y, por tanto, resolver problemas matemáticos implica trabajar con el lenguaje en todos los sentidos.

Por otro lado, puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático. Conviene señalar que no todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática, pues a menudo se cae en una enseñanza de tipo memorístico. En este curso se plantearán, siempre que sea posible, problemas con aplicaciones a la vida cotidiana. Además se fomentará el razonamiento lógico en la resolución de dichos problemas, relacionando los datos con la teoría conocida y valorando el significado y coherencia de las soluciones obtenidas.

En cuanto a la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico, se puede considerar que la asignatura contribuye a su consecución en la discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio. La modelización constituye otro referente en esta misma dirección. Elaborar modelos exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo.

La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, interviniendo de dos maneras: enseñando a seleccionar e interpretar la información recibida y a utilizar la tecnología como herramienta de aprendizaje. No menos importante resulta la interacción entre los distintos tipos de lenguaje: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los alumnos.

Esta materia contribuye a la competencia social y ciudadana con su utilización en la descripción de fenómenos sociales, fundamentalmente a través del análisis

estadístico. En concreto, en este curso, el alumnado adquirirá por primera vez conocimientos más rigurosos en el ámbito de la estadística y el de la probabilidad, y se le orientará a utilizarlos para reflexionar de forma crítica.

Las matemáticas contribuyen a la competencia en expresión cultural y artística porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la misma, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo que nos rodea y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado. No sólo se utilizan los conocimientos matemáticos para elaborar construcciones culturales, sino que a menudo el estudio de las matemáticas surge del intento de comprender la belleza presente en la naturaleza, mediante el estudio de las figuras planas y los cuerpos geométricos, de los número pi y phi, etc. Además, el objetivo último será que los utilicen en el desarrollo de su propia creatividad.

Aprender a aprender implica la conciencia, gestión y control de las propias capacidades y conocimientos desde un sentimiento de competencia o eficacia personal, e incluye tanto el pensamiento estratégico, como la capacidad de cooperar, de autoevaluarse, y el manejo eficiente de un conjunto de recursos y técnicas de trabajo intelectual, todo lo cual se desarrolla a través de experiencias de aprendizaje conscientes y gratificantes, tanto individuales como colectivas. Las técnicas heurísticas que desarrolla esta asignatura constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en esta competencia, tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones. También, las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

3. Objetivos

El Decreto 74/2007 establece como objetivos de enseñanza de la asignatura de matemáticas en la etapa de la ESO los siguientes:

- a) Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- b) Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- c) Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
- d) Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- e) Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- f) Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- g) Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- h) Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- i) Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
- j) Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- k) Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

Los objetivos para la asignatura de Matemáticas de este curso de la ESO teniendo en cuenta estos objetivos generales se concretan en los siguientes:

- Incorporar la terminología matemática al lenguaje habitual con el fin de mejorar el rigor y la precisión en la comunicación.
- Identificar e interpretar los elementos matemáticos presentes en la información que llega del entorno (medios de comunicación, publicidad...), analizando críticamente el papel que desempeñan.
- Incorporar los números negativos al campo numérico conocido, realizar operaciones básicas con números fraccionarios y profundizar en el conocimiento de las operaciones con números decimales.
- Iniciar el estudio de las relaciones de divisibilidad y de proporcionalidad, incorporando los recursos que ofrecen a la resolución de problemas.
- Utilizar con soltura el Sistema Métrico Decimal (longitud, peso, capacidad, superficie y volumen).
- Iniciar al alumnado en la utilización de formas de pensamiento lógico en la resolución de problemas.
- Formular conjeturas y comprobarlas, al realizar pequeñas investigaciones.
- Utilizar estrategias de elaboración personal para el análisis de situaciones concretas y la resolución de problemas.
- Organizar y relacionar informaciones diversas de cara a la consecución de un objetivo o a la resolución de un problema, ya sea del entorno de las Matemáticas o de la vida cotidiana.
- Clasificar aquellos aspectos de la realidad que permitan analizarla e interpretarla, utilizando sencillas técnicas de recogida, gestión y representación de datos.
- Reconocer la realidad como diversa y susceptible de ser interpretada desde distintos puntos de vista y analizada según diversos criterios.
- Identificar las formas y las figuras planas, analizando sus propiedades y sus relaciones geométricas.
- Utilizar métodos de experimentación manipulativa y gráfica como medio de investigación en geometría.
- Utilizar los recursos tecnológicos (calculadoras de operaciones elementales) con sentido crítico, como ayuda en el aprendizaje y en las aplicaciones instrumentales de las Matemáticas.
- Actuar en las actividades matemáticas de acuerdo con modos propios de matemáticos, como la exploración sistemática de alternativas, la flexibilidad para cambiar de punto de vista, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, el recurso a la particularización, la sistematización, etc.
- Descubrir y apreciar sus propias capacidades matemáticas para afrontar situaciones en las que las necesiten.

4. Criterios de selección, determinación y secuenciación de contenidos: estructuración de bloques temáticos y unidades didácticas.

En el Decreto 74/2007 se agrupan los contenidos en seis bloques: contenidos comunes, números, álgebra, geometría, funciones y gráficas, y estadística y probabilidad. El primero está contenido en cada una de las unidades didácticas que conforman el temario del curso de primero de la ESO para la asignatura de matemáticas. Así, los contenidos se han estructurado en torno a los cinco últimos bloques. Estos cinco bloques los componen catorce unidades didácticas. En cada unidad didáctica se incluyen contenidos que guardan una estrecha relación entre sí y que dependen unos de otros. El número de objetivos propuestos para cada una varía, así como sus contenidos didácticos, por lo que no todas tendrán la misma duración. Algunos de los bloques podrían intercambiarse entre sí, ya que son autocontenidos. Al realizar la secuenciación de las mismas se ha procurado que el orden en que se impartan sea lógico, es decir, que el alumnado disponga en el momento de impartirlas de los conocimientos necesarios. Para la selección de los contenidos se han tenido en cuenta los criterios establecidos por el Decreto 74/2007. Estos han sido completados atendiendo a las características y nivel del grupo concreto, procurando un orden lógico de los mismos de forma que en el momento de impartirlas dispongan de los conocimientos necesarios, y tratando de no repetir en exceso los contenidos de cursos anteriores. Teniendo en cuenta lo establecido por este texto para cada uno de los bloques, la secuenciación de los contenidos programados para el curso será la siguiente (los contenidos que no son considerados como mínimos, son los marcados en **negrita**):

Bloque 1: Números

1. Los Números Naturales

- Los Números Naturales. Origen y evolución.
- Sistemas de numeración aditivos y posicionales.
- El conjunto de los Números Naturales.
- Expresión de números naturales en distintos sistemas de numeración.
- La recta numérica. Representación de números naturales en la recta.
- El sistema de numeración decimal. Órdenes de unidades y equivalencias.
- Redondeo a un determinado orden de unidades.
- Operaciones con números naturales y sus propiedades: suma, resta, multiplicación y división.
- Expresiones con paréntesis y operaciones combinadas. Prioridad de las operaciones.
- Resolución de problemas aritméticos con Números Naturales. Análisis crítico de las soluciones del problema

2. Potencias y Raíces

- Potencias de base y exponente natural. Expresión y nomenclatura.
- El cuadrado y el cubo. Los cuadrados perfectos. Identificación automática de algunos cuadrados perfectos.
- Propiedades de las potencias.

- Operaciones con potencias.
 - **Potencias de base 10. Descomposición polinómica de un número.**
 - Raíz cuadrada. Concepto. Raíces exactas y aproximadas.
 - Resolución de problemas aritméticos en los que intervienen potencias y raíces.
3. Divisibilidad
- La relación de divisibilidad. Determinación de la existencia, o no, de relación de divisibilidad entre dos números dados.
 - Múltiplos y divisores de un número.
 - Obtener el conjunto de divisores y la serie ordenada de múltiplos de un número.
 - Números Primos y Números Compuestos.
 - Criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 10.
 - **Descomposición de un número en factores primos.**
 - Máximo común divisor (m.c.d.) y Mínimo común múltiplo (m.c.m.).
 - Resolución de problemas de múltiplos y divisores y de m.c.d. y m.c.m.
4. Los Números Enteros
- El Conjunto de los números enteros. Los números negativos.
 - Los enteros en la recta numérica. Representación.
 - Ordenación de un conjunto de números enteros.
 - Valor absoluto y opuesto de un número dado.
 - Operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación y división. Regla de los signos.
 - Operaciones combinadas y con paréntesis con números enteros.
 - Potencias y raíces de números enteros. Cálculo de potencias de base entera y exponente natural. Identificación de la existencia o no de soluciones de radicales
5. Los Números Decimales
- El sistema de numeración decimal. Lectura y escritura. Órdenes de unidades decimales.
 - Tipos de números decimales: exactos, periódicos, otros.
 - Representación de números decimales en la recta numérica.
 - Operaciones con números decimales: suma, resta, multiplicación y división.
 - Aproximación de un decimal a un determinado orden de unidades.
 - Resolución de problemas aritméticos con números decimales.
6. El Sistema Métrico Decimal
- Magnitud. Concepto. Unidad de medida. Unidades arbitrarias y convencionales. Equivalencias de unidades.
 - Las magnitudes fundamentales: longitud, masa y capacidad.
 - Expresiones complejas e incomplejas. Paso de una a otra.
 - Operaciones con cantidades de misma magnitud. Cambios de unidad.

- La magnitud superficie. Unidades y equivalencias.
7. Las Fracciones
- La fracción. Concepto y representación. Comparación de fracciones.
 - Transformación de una fracción en número decimal y viceversa.
 - Equivalencia de fracciones. Identificación. Simplificación de fracciones. Igualdad de productos cruzados. Cálculo del término desconocido.
 - Problemas en los que se calcula la fracción de una cantidad.
 - **Problemas en los que se conoce la fracción de una cantidad y se pide el total (problema inverso).**
8. Operaciones con Fracciones
- Reducción de fracciones a común denominador.
 - Suma y resta de fracciones. Suma y resta de fracciones con enteros.
 - Producto de fracciones. Producto de enteros y fracciones.
 - Fracción inversa de una dada. Fracción de una fracción.
 - Cociente de fracciones. Cociente de fracciones y enteros.
 - Operaciones combinadas. Prioridad de operaciones y uso de paréntesis.
 - Resolución de problemas que emplean operaciones con fracciones.
9. Proporcionalidad y Porcentajes
- Relaciones entre magnitudes.
 - La relación de proporcionalidad directa.
 - **La relación de proporcionalidad inversa.**
 - Aplicación de las propiedades de las fracciones equivalentes para completar pares de valores en las tablas de proporcionalidad.
 - **Método de reducción a la unidad. Regla de tres.**
 - El porcentaje como fracción. Relación entre porcentajes y números decimales.
 - Cálculo de porcentajes sencillos.
 - Resolución de problemas de proporcionalidad.
 - Resolución de problemas de porcentajes con aplicación a la vida cotidiana.

Bloque 2: Álgebra

10. Álgebra

- Codificación de enunciados.
- Monomios. Elementos de un monomio.
- Operaciones con monomios: suma, resta y producto.
- **Ecuación de primer grado. Miembros, términos, incógnitas y soluciones.**
- **Aplicación de técnicas básicas para la resolución de ecuaciones sencillas.**
- **Traducción de enunciados sencillos a lenguaje algebraico.**
- **Resolución de problemas con ayuda de las ecuaciones.**

Bloque 3: Geometría11. Rectas y Ángulos

- Uso diestro de los instrumentos de dibujo. Construcción de segmentos y ángulos.
- Trazado de la mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo.
- Simetría. Eje de simetría. Identificación de figuras con simetría.
- Construcción de figuras geométricas con eje de simetría.
- Ángulos. Elementos, nomenclatura, clasificación y medida.
- Construcción de ángulos de una amplitud dada.
- Construcción de ángulos complementarios, suplementarios, consecutivos, adyacentes, etc.
- Ángulos en los polígonos. Suma de los ángulos de un triángulo y de un polígono de n lados.
- **Ángulos en la circunferencia. Central, inscrito y relaciones.**
- **Aplicación de las relaciones angulares en los polígonos y la circunferencia para obtener medidas indirectas de ángulos en distintas figuras.**

12. Figuras Planas y Espaciales

- Triángulos. Clasificación y construcción. Relaciones entre lados y ángulos. Mediana y baricentro. Altura y ortocentro. Circunferencia inscrita y circunscrita.
- Cuadriláteros. Clasificación. Paralelogramos. Propiedades. Trapecios y trapezoides.
- Polígonos regulares. Apotema. Eje de simetría.
- Circunferencia. Elementos y relaciones.
- Posiciones relativas de recta y circunferencia, y de dos circunferencias.

13. Áreas y Perímetros

- Área y perímetro en el triángulo.
- Área y perímetro en paralelogramos. Obtención razonada de la fórmula. El cuadrado y el rectángulo.
- Área y perímetro del rombo y el trapecio. Justificación de la fórmula.
- **Área y perímetro de cualquier polígono. La triangulación.**
- Área y perímetro de polígonos regulares.
- Área y perímetro de círculos y figuras asociadas (sector y corona circular).
- **Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas que requieren la obtención de un segmento mediante el teorema de Pitágoras.**
- Resolución de problemas de cálculo de áreas y perímetros en situaciones cotidianas.

Bloque 4, y Bloque 5: Funciones, y Estadística y Probabilidad14. Tablas y Gráficas

- Coordenadas cartesianas. Identificación de puntos en el plano y de puntos mediante sus coordenadas.
- Idea de función. Variable dependiente e independiente.
- **Gráficas funcionales. Interpretación de gráficas funcionales en situaciones cercanas a la cotidianidad del alumno.**
- Variables estadísticas cualitativas y cuantitativas.
- Tablas de frecuencias. Construcción. Interpretación.
- Parámetros estadísticos: media, mediana y moda.
- Gráficas estadísticas: diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias, diagrama de sectores. Construcción. Interpretación.
- **Sucesos aleatorios. Reconocimiento.**
- **Cálculo de probabilidades sencillas extraídas de sucesos regulares.**

Los objetivos establecidos para el presente curso en el apartado anterior se concretan para cada unidad didáctica de la siguiente manera:

Unidad 1.- Los Números Naturales

1. Conocer diferentes sistemas de numeración utilizados a través de la historia.
2. Diferenciar los sistemas aditivos de los posicionales.
3. Manejar con soltura las cuatro operaciones básicas con números naturales: suma, resta, multiplicación y división.
4. Aplicar la jerarquía de las operaciones.
5. Resolver problemas con números naturales.
6. Conocer las prestaciones básicas de la calculadora elemental y hacer un uso correcto de la misma.

Unidad 2.- Potencias y Raíces

1. Conocer el concepto de potencia de exponente natural y manejar con soltura sus propiedades más elementales.
2. Manejar con soltura las propiedades elementales de las potencias.
3. Conocer el concepto de raíz cuadrada de un número y saber hallarla.

Unidad 3.- Divisibilidad

1. Identificar relaciones de divisibilidad entre números naturales y conocer los números primos.
2. Conocer los criterios de divisibilidad y aplicarlos en la descomposición de un número en factores primos.
3. Conocer los conceptos de máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números y dominar estrategias para su obtención.
4. Aplicar los conocimientos relativos a la divisibilidad para resolver problemas.

Unidad 4.- Los Números Enteros

1. Conocer los números enteros y su utilidad, diferenciándolos de los naturales.
2. Ordenar los números enteros y representarlos en la recta numérica.
3. Comprender el concepto de valor absoluto de un número.
4. Calcular expresiones con números enteros en operaciones encadenadas y con paréntesis (sencillas).
5. Utilizar los números enteros para expresar información en actividades relacionadas con la vida cotidiana.

Unidad 5.- Los Números Decimales

1. Conocer la estructura del sistema de numeración decimal.
2. Ordenar números decimales y representarlos sobre la recta numérica.
3. Conocer las operaciones entre números decimales y manejarlas con soltura.
4. Resolver problemas aritméticos con números decimales.

Unidad 6.- El Sistema Métrico Decimal

1. Identificar las magnitudes y diferenciar sus unidades de medida.
2. Conocer las unidades de longitud, capacidad y peso del S.M.D. y utilizar sus equivalencias para efectuar cambios de unidad y para manejar cantidades en forma compleja e incompleja.
3. Conocer el concepto de superficie y de su medida.
4. Conocer unidades de superficie (S.M.D.) y usar sus equivalencias para efectuar cambios de unidad y para manejar cantidades en forma compleja e incompleja.

Unidad 7.- Las Fracciones

1. Conocer, entender y utilizar los distintos conceptos de fracción.
2. Ordenar fracciones con ayuda del cálculo mental o pasando a forma decimal.
3. Entender, identificar y aplicar la equivalencia de fracciones.
4. Resolver algunos problemas basados en los distintos conceptos de fracción.

Unidad 8.- Operaciones con Fracciones

1. Reducir fracciones a común denominador, basándose en la equivalencia.
2. Operar fracciones.
3. Efectuar operaciones combinadas con fracciones.
4. Obtener la expresión decimal, exacta o periódica, de una fracción.
5. Resolver problemas con números fraccionarios.

Unidad 9.- Proporcionalidad y Porcentajes

1. Identificar las relaciones de proporcionalidad entre magnitudes.
2. Construir e interpretar tablas de valores correspondientes a pares de magnitudes proporcionales.
3. Conocer y aplicar técnicas específicas para resolver problemas de proporcionalidad.
4. Comprender el concepto de porcentaje y calcular porcentajes directos.
5. Resolver problemas de porcentajes.

Unidad 10.- Álgebra

1. Traducir a lenguaje algebraico enunciados, propiedades o relaciones matemáticas.
2. Conocer y utilizar la nomenclatura relativa a las expresiones algebraicas y sus elementos.
3. Realizar operaciones con monomios de una variable y coeficiente entero: suma, resta y producto.
4. Obtener el valor numérico de una expresión algebraica.

Unidad 11.- Rectas y Ángulos

1. Realizar construcciones geométricas sencillas con ayuda de los instrumentos de dibujo.
2. Identificar relaciones de simetría.
3. Medir, trazar y clasificar ángulos.
4. Operar con medidas de ángulos en el sistema sexagesimal, expresados en grados y minutos.
5. Conocer y utilizar algunas relaciones entre los ángulos en los polígonos y en la circunferencia.

Unidad 12.- Figuras Planas y Espaciales

1. Conocer los triángulos, sus propiedades, su clasificación y sus elementos notables (rectas y circunferencias asociadas).
2. Conocer y describir los cuadriláteros, su clasificación y las propiedades básicas de cada uno de sus tipos. Identificar un cuadrilátero a partir de algunas de sus propiedades.
3. Conocer las características de los polígonos regulares, sus elementos, sus relaciones básicas y saber realizar cálculos y construcciones basados en ellos.

Unidad 13.- Áreas y Perímetros

1. Determinar el perímetro de un polígono.
2. Calcular la longitud de una circunferencia.
3. Obtener el área de figuras planas.
4. Resolver problemas utilizando los distintos conocimientos geométricos.

Unidad 14.- Tablas y Gráficas

1. Dominar la representación e interpretación de puntos en unos ejes cartesianos.
2. Interpretar puntos o gráficas que responden a un contexto.
3. Elaborar e interpretar tablas estadísticas.
4. Representar gráficamente información estadística dada mediante tablas e interpretar información estadística dada gráficamente.
5. Conocer el concepto de variable estadística y sus tipos.
6. Comprender el concepto de suceso aleatorio.
7. Calcular probabilidades sencillas de sucesos regulares.

5. Temporalización.

Estableciendo como la duración del curso de 33 semanas lectivas, se prevé, para cada una de las unidades didácticas del apartado anterior, el tiempo siguiente:

U.D.	Tiempo (en semanas)	Evaluación
1.- Los Números Naturales	2	Primera (13 semanas)
2.- Potencias y Raíces	3	
3.- Divisibilidad	3	
4.- Los Números Enteros	3	
5.- Los Números Decimales	2	
6.- El Sistema Métrico Decimal	3	Segunda (12 semanas)
7.- Las Fracciones	2	
8.- Operaciones con Fracciones	2	
9.- Proporcionalidad y Porcentajes	3	
10.- Álgebra	2	
11.- Rectas y Ángulos	2	Tercera (8 semanas)
12.- Figuras Planas y Espaciales	2	
13.- Áreas y Perímetros	2	
14.- Tablas y Gráficas	2	
TOTAL	33 semanas	

6. Metodología

6.1. Desarrollo del esquema metodológico

Para lograr un grado de significatividad y coherencia en el desarrollo de los contenidos, es preciso relacionar los conocimientos y experiencias previos del alumnado con los nuevos. Por ello se han tenido en cuenta estos principios de intervención educativa, derivados de la teoría del aprendizaje significativo y que se pueden resumir en los siguientes aspectos:

- Partir del nivel de desarrollo del alumnado.
- Asegurar la construcción de aprendizajes significativos.
- Hacer que el alumnado construya aprendizajes significativos por sí mismo.
- Hacer que el alumnado modifique progresivamente sus esquemas de conocimiento.
- Incrementar la actividad manipulativa y mental del alumnado.

El esquema habitual a seguir durante las sesiones de clase será de tipo expositivo, es decir, se desarrollará en los siguientes pasos:

- Presentación de los nuevos conceptos o procedimientos, siempre que sea posible, a través de una situación que justifique la necesidad de su estudio. Esto debería facilitar la comprensión, el recuerdo y la motivación del alumnado.
- Conexión con conceptos o procedimientos ya conocidos y necesarios para el desarrollo de los nuevos. Repaso de los mismos.
- Exposición de los nuevos contenidos: definiciones, resultados o algoritmos.
- Ejemplos: casos particulares de los conceptos explicados o ejercicios de aplicación de los procedimientos.

Siempre que sea posible y exista una adecuación entre el grado de mejora y el tiempo invertido, se procurará un aprendizaje por descubrimiento donde se seguirá un esquema inverso al mencionado, es decir, se formalizará el concepto o procedimiento a partir de un caso particular. Este puede ser el caso de la unidad de proporcionalidad, donde haciendo alusión a ejemplos puedes extraer el significado de magnitudes que son directa o inversamente proporcionales. Todo esto se habrá de tener en cuenta con las características del grupo clase en cuestión. Previo a llevar a cabo esta metodología se procurará una introducción a la unidad que capte la atención del alumnado en general, pues si este no se encuentra motivado y con ganas de aprender, difícilmente este proceso tendrá un mínimo grado de éxito. Para ello se procurará buscar siempre una aplicación a la vida real del concepto o una transversalidad con otras asignaturas para mostrar a los alumnos la potencialidad del concepto que van a aprender. Esto resulta especialmente difícil en 1º de la ESO, donde los conceptos que se les enseña se ubican fundamentalmente en el cálculo numérico.

6.2. Estrategias del profesor, actividades y técnicas de trabajo en el aula

El primer curso de la ESO se considera como un curso de transición donde prima el repaso de aquellos contenidos vistos en la etapa de la educación Primaria. Apenas tiene relevancia en el currículo aquellos contenidos más novedosos, como pueda ser el álgebra y las funciones. Para evaluar el nivel general del grupo-clase se realizará al empezar el curso una prueba de diagnóstico inicial. Estos resultados servirán como referencia del punto de partida a partir del cual deberían comenzar las clases. En este sentido hay que tener en cuenta que los resultados suelen reflejar una situación peor de la real debido a los meses de vacaciones entre el curso anterior y el que acaban de empezar. Por esta razón convendría realizar el examen en la segunda semana de clase.

Por otra parte, con motivo de desarrollar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital se va a utilizar recursos informáticos siempre que esto favorezca la comprensión, visualización e interacción con la materia enseñada o facilite cálculos muy tediosos (Geogebra para la representación de gráficas de funciones o en geometría y hojas de cálculo en estadística). Así mismo, para paliar una de las mayores dificultades con las que se encuentra el grupo, el generalizado desinterés, se fomentará en todo momento la participación del alumnado, ya que por su edad necesitan un seguimiento constante de su evolución. Se procurará así crear un clima de aula en donde preguntar dudas tenga consecuencias positivas, realizar ejercicios en la pizarra por parte del alumnado no sea un modo de evaluación del alumno sino de contribuir a su aprendizaje y, de la misma forma, mejorar la confianza en sí mismos y su capacidad para hablar en público exponiendo su propio trabajo y argumentos.

Promover el hábito de la lectura es uno de los principios pedagógicos promovidos en la actual ley de la educación secundaria obligatoria. Por ello, también en matemáticas habrá que prestar especial atención al desarrollo de la comprensión y expresión oral y escrita, y al manejo del lenguaje. Además, las matemáticas deben constituir para el alumnado un instrumento de análisis crítico de la realidad, que le resultará imprescindible para manejarse en mundos como el del consumo, la publicidad, la política, etc. En este sentido, el trabajo con materiales de contenido matemático, obtenidos a través de distintos medios de comunicación, es fundamental para formar personas que han de ser capaces de comprender y valorar críticamente la información expresada en términos propios del lenguaje matemático.

En cuanto a la resolución de problemas, cabe destacar que confluyen la funcionalidad de los aprendizajes, las destrezas de razonamiento, las estrategias de resolución y el manejo del lenguaje, por lo que este aspecto de currículo deberá ser tratado como eje vertebrador desde el primer curso de la etapa. A medida que el alumnado se va familiarizando con las sucesivas fases de resolución de problemas, es conveniente plantear situaciones que obliguen a trabajar contenidos diversos de modo que contribuyan a integrar conocimientos de varios bloques e incluso de otras materias así como a la búsqueda de información.

En aquellas actividades o ejercicios cuya resolución sea de tipo heurístico, que conlleve una investigación previa o que, por su complejidad, requiera invertir buena

parte de la hora de la clase, se fomentará el trabajo en equipo, ya que es importante habituar al alumnado a escuchar y apreciar opiniones ajenas, a aportar las propias y valorarlas. Ello fomentará actitudes como ser tolerante, respetar las opiniones y razonamientos ajenos y, tras contrastar diferentes opciones, tomar decisiones en común.

Finalmente, atendiendo a la educación en valores, será preciso que, tanto en el desarrollo curricular como en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se eviten todo tipo de estereotipos sexistas. Por ello, se debe cuidar la elección de materiales, libros de texto, actividades, ejemplos, metodología, etc. de forma que no se refuercen esos estereotipos. Se debe destacar que en la construcción del pensamiento matemático a lo largo de la historia han contribuido tanto hombres como mujeres y es conveniente utilizar el recurso histórico para hacer visibles las contribuciones más importantes.

7. Recursos, medios y materiales didácticos.

Los materiales de que deberá disponer el alumnado serán los siguientes:

- Libro de texto: editorial ANAYA.
- Cuaderno de trabajo cuadriculado.
- Lápiz, goma, bolígrafo, papel milimetrado, regla, calculadora, escuadra, cartabón, transportador de ángulos y compás.

Los materiales que aportará el centro para el desarrollo de la labor del docente serán:

- Encerado, tizas e instrumentos de dibujo.
- Proyector, pantalla y ordenador en el aula.
- Salas de informática con conexión a internet y programas básicos, incluyendo el software Geogebra para contenidos de geometría, principalmente.
- Fotocopias con contenidos teóricos adicionales que puedan ser de interés y actividades planteadas a los alumnos.

Además de lo anterior pueden ser de utilidad los siguientes recursos en actividades puntuales:

- Libros divulgativos disponibles en la biblioteca del centro.
- Vídeos.
- Cuerpos geométricos de madera.
- Juegos tipo tangram, figuras de cartulina, etc.
- Recortes de prensa para analizar la información de tipo matemático que contienen.

8. Criterios y procedimientos de evaluación y calificación

8.1. Procedimientos e instrumentos de evaluación del aprendizaje.

Al comienzo del curso, se realizará una Prueba Inicial, cuyo objetivo será:

- Conocer la situación inicial del alumnado para conseguir que el proceso de enseñanza-aprendizaje se lleve a cabo con éxito.
- Analizar la evolución del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Adecuar nuestra actividad docente a las necesidades del alumnado.

A lo largo del curso se valorarán:

- Trabajo y actitud en el aula: se observará la actitud, comportamiento, puntualidad y participación del alumnado en clase, así como la realización de las tareas que se efectúen en clase.
- Cuaderno de clase: permitirá valorar la actitud y el interés del alumno/a. En el cuaderno los alumnos reflejarán todas las tareas que se les manden y anotará todo lo que se trabaje en el aula. La observación por parte del profesor se realizará aleatoriamente a lo largo y al final de cada evaluación.
- Trabajos grupales: los estudiantes deberán recabar información sobre un determinado tema o buscar respuestas a preguntas planteadas en relación a la materia. Se fomentará el trabajo grupal siempre que sea posible.
- Pruebas objetivas: se realizarán al menos dos por evaluación, con el fin de tener varias notas de referencia. Constarán de ejercicios y problemas similares a los realizados en clase y en ellos se valorará tanto el planteamiento como la solución.

La aplicación de la evaluación por los procedimientos ordinarios puede resultar imposible cuando se produce una asistencia irregular o un elevado absentismo del alumno, aspecto muy presente en el IES de la Corredoria y que, por tanto, debe tener una mención especial. Cuando el alumno acumule un mínimo de faltas equivalente a las clases que correspondan a cuatro semanas de la asignatura (R.R.I), el profesor podrá considerar la imposibilidad de aplicar el proceso de evaluación ordinario. Se evaluará el grado de adquisición de los contenidos relativos a cada evaluación a través de una prueba de respuesta abierta que se realizará en fechas próximas a ellas. Será necesario informar al profesor tutor del alumno cuando el número de faltas no justificadas sea significativo de la posibilidad de pérdida de la evaluación continua, sus consecuencias y el proceso a seguir para su evaluación. Todo ello deberá ser notificado a los padres o tutores.

Por tanto, los Instrumentos de evaluación son:

- La valoración de pruebas: escritas, orales, prácticas, individuales, colectivas, etc.
- Observación sistemática del comportamiento de los alumnos.
- El análisis de otras actividades de los alumnos: cuaderno de clase, trabajos, investigaciones, informes, uso de nuevas tecnologías...

8.2. Criterios de evaluación.

El Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación secundaria obligatoria en el Principado de Asturias., establece los siguientes criterios de evaluación para el primer curso de la ESO:

1. Utilizar números naturales y enteros y las fracciones y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información.

Se trata de comprobar la capacidad de identificar y emplear los números y las operaciones siendo consciente de su significado y propiedades. Así pues, mediante este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Identificar e interpretar información cuantitativa asociándola a los distintos tipos de números.
- Ordenar y representar en la recta los distintos tipos de números y emplear las operaciones entre ellos siendo conscientes de su significado.
- Encontrar, utilizando estrategias diversas, divisores y múltiplos comunes de varios números y utilizar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo en la resolución de problemas sencillos.
- Realizar operaciones combinadas sencillas con distintos tipos de números, respetando la jerarquía de operaciones, reconociendo su significado y expresando todo el proceso de forma ordenada y clara.
- Elegir la estrategia de cálculo más apropiada a cada situación: cálculo mental, escrito o calculadora.
- Transmitir informaciones utilizando para ello las fracciones, los decimales y los enteros.

2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones, con números enteros, decimales y fraccionarios, utilizando la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

Se trata de valorar la capacidad para asignar a las distintas operaciones nuevos significados en la resolución de problemas cercanos al entorno del alumnado y determinar cuál de los métodos de cálculo es el adecuado. Con este criterio se valorará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Utilizar las distintas operaciones para interpretar de manera adecuada la información que se presenta como base para la resolución de problemas.
- Resolver problemas de enunciado relativos a la vida cotidiana donde aparezcan los distintos tipos de números y de operaciones, porcentajes y proporciones.
- Presentar el resultado de los problemas planteados de la forma más adecuada comprobando su validez.
- Elegir el método de cálculo más adecuado a cada situación.

3. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números, utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones

algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas.

Se pretende comprobar la capacidad para percibir en un conjunto numérico aquello que es común, la secuencia lógica con que se ha construido, un criterio que permita ordenar sus elementos, y el grado de familiaridad del alumnado con las letras como elementos abstractos con los que es posible realizar operaciones, y su utilidad para expresar regularidades. Así pues, mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Traducir expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa.
- Expresar verbalmente y en forma algebraica cuando sea posible, la regularidad en un conjunto numérico.
- Realizar operaciones de sumas, restas y productos, con monomios de una variable y coeficientes enteros.
- Usar fórmulas sencillas y calcular valores numéricos con ellas.

4. Reconocer y describir figuras planas, utilizar sus propiedades para clasificarlas y aplicar el conocimiento geométrico adquirido para interpretar y describir el mundo físico haciendo uso de la terminología adecuada.

Se pretende comprobar la capacidad de utilizar los conceptos básicos de la geometría para abordar diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Reconocer, describir, clasificar y representar figuras geométricas planas presentes en el entorno.
- Utilizar herramientas de dibujo para el trazado de paralelas, perpendiculares, la mediatriz de un segmento o la bisectriz de un ángulo y para construir algunos polígonos regulares.
- Observar y expresar las simetrías de figuras en las representaciones presentes en las construcciones y en la naturaleza.
- Interpretar y describir, haciendo uso de la terminología apropiada, los elementos geométricos presentes en las representaciones artísticas y en la naturaleza.
- Utilizar herramientas informáticas sencillas para representaciones geométricas.

5. Estimar y calcular perímetros, áreas y ángulos de figuras planas utilizando la unidad de medida adecuada.

Se pretende comprobar la capacidad de estimar, medir, calcular magnitudes en figuras planas presentes en el entorno, utilizando distintos métodos con la precisión y unidades adecuadas, y valorar los resultados de los cálculos realizados. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Utilizar los instrumentos más habituales para medir distancias y ángulos en las situaciones que lo requieran.
- Estimar perímetros y superficies en figuras del entorno.

- Calcular ángulos en triángulos, paralelogramos y en figuras planas regulares.
- Calcular perímetros en figuras geométricas planas: polígonos y circunferencia.
- Calcular áreas de figuras planas mediante fórmulas, descomposiciones, y aproximaciones por cuadrículas.

6. Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.

Este criterio pretende valorar la capacidad de identificar las variables que intervienen en una situación cotidiana, la relación de dependencia entre ellas y visualizarla gráficamente. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Reconocer la relación de dependencia entre dos variables, diferenciando aquellas que tienen una relación de proporcionalidad directa.
- Organizar e interpretar datos sobre situaciones cotidianas, expresarlos en forma de tabla y transferirlos a ejes de coordenadas.
- Expresar verbalmente la relación de dependencia entre dos variables a partir de tablas o gráficas.
- Interpretar y describir puntual o globalmente una gráfica y asociarla el fenómeno que representa.

7. Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica.

Con este criterio se pretende que el alumnado se inicie en el estudio de las experiencias aleatorias, utilice formas propias de la estadística y las aplique para realizar predicciones. Así pues mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Diferenciar entre experiencias deterministas y aleatorias.
- Recoger datos de una experiencia aleatoria discreta en una tabla de frecuencias.
- Realizar representaciones en diagramas de barras, de líneas y de sectores, señalando los aspectos más destacables.
- Analizar las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces una experiencia aleatoria.
- Obtener la frecuencia absoluta y relativa de un suceso, reconocer su significado y utilizar esta última como base de predicción.
- Predecir la dificultad o facilidad de que algo acontezca, cotejándolo posteriormente con los resultados de los cálculos realizados.
- Reconocer la utilidad de las matemáticas para la realización de predicciones en experiencias aleatorias.

8. Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo, y comprobar la solución obtenida y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

Con este criterio se valora la forma de enfrentarse a tareas de resolución de problemas para los que no se dispone de un procedimiento estándar que permita obtener la solución, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la confianza en la propia capacidad para lograrlo. Los problemas deberán ser sencillos, próximos al alumnado y adecuados a su nivel de comprensión y conocimientos. Asimismo con el trabajo en grupo se pretende valorar su actitud positiva para realizar una actividad de intercambio de ideas. Mediante este criterio se evaluará si el alumno o la alumna es capaz de:

- Leer comprensivamente el enunciado del problema que puede estar expresado mediante gráficas, tablas o texto.
- Identificar los aspectos más relevantes de la situación planteada a partir del análisis de cada parte del enunciado.
- Realizar una tabla, un gráfico o un esquema cuando el problema lo requiera.
- Aplicar estrategias simples de resolución: como el ensayo y error o a través del planteamiento de un problema más sencillo.
- Comprobar y valorar las soluciones obtenidas.
- Verbalizar la estrategia de resolución seguida con un lenguaje adecuado.
- Mostrar actitud positiva de respeto hacia las ideas y estrategias de trabajo de los compañeros.

8.3. Criterios de calificación.

La calificación se ajustará al siguiente baremo:

- Pruebas de respuesta abierta.....80%
- Trabajo y actitud en el aula..... 10%
- Cuaderno de trabajo..... 10%

Las pruebas objetivas se realizarán periódicamente y con un mínimo de dos por trimestre. Consistirán en una serie de cuestiones teóricas y prácticas que abarcarán los contenidos más significativos relativos a la unidad didáctica o unidades a evaluar. Una vez corregidos, se presentarán a los alumnos para que conozcan sus progresos o errores cometidos y las necesidades de mejora.

En cuanto al trabajo y actitud en el aula se valorará la calidad del trabajo, atención y participación. Será un criterio sujeto a una mayor subjetividad.

Finalmente, se valorará el cuaderno del trabajo mediante la comprobación de la realización correcta y habitual de tareas, la verificación de la adecuación del cuaderno, valorando su contenido, orden y limpieza, así como el contenido de cada unidad didáctica y la realización de ejercicios de ampliación.

Los alumnos que no superen la 1ª o la 2ª evaluación tendrán derecho a realizar una prueba de respuesta abierta al comienzo de la siguiente. Esta nota pasará a ser la de las pruebas objetivas de la evaluación correspondiente en caso de ser mayor. Los alumnos que suspendan la tercera evaluación, tendrán una prueba global, por evaluaciones referida a los contenidos de todo el curso, teniendo que realizar sólo las evaluaciones que no tengan aprobadas.

La nota final será una media de cada evaluación. Para obtener calificación positiva en la evaluación ordinaria de Junio será necesario y suficiente satisfacer al menos una de las opciones siguientes:

- Haber obtenido calificación positiva en todas las evaluaciones (según los mínimos exigibles).
- Que la calificación media de las evaluaciones sea mayor o igual de 5 puntos y no haya bloques con calificación inferior a 3 puntos.

En casos excepcionales, en los que el alumno no haya podido seguir una evaluación continua por falta de asistencia, y siempre por causas justificadas, su nota final se calculará mediante la realización de una prueba de respuesta abierta cuyo peso será el 100% de la nota final de la asignatura.

Por último, habrá una prueba extraordinaria en septiembre para aquellos alumnos con la asignatura suspensa. Versará sobre las evaluaciones que no tengan aprobadas y sobre los contenidos mínimos. La valoración será de un 80% de la prueba de respuesta abierta y de un 20% por las actividades que le serán entregadas por el profesor en Junio.

9. Actividades de recuperación.

Las actividades de recuperación se plantearán para todo el alumnado que haya suspendido cualquiera de las evaluaciones. Consistirá en una serie de ejercicios de aplicación y problemas con un contexto lo más cercano a la cotidianidad. Las actividades versarán sobre los mínimos programados para cada unidad didáctica, pues el examen de recuperación de la evaluación tratará también en exclusiva estos contenidos. Estas actividades tienen carácter exclusivamente individual. Estos ejercicios habrán de entregarlos el día del examen de recuperación.

10. Medidas de atención a la diversidad.

En el grupo de 1ºE de la ESO contamos con cuatro alumnos que pertenecen a un agrupamiento denominado como “Ámbito”, que acoge alumnado con un desfase curricular de dos cursos y con especiales dificultades de integración en un grupo ordinario. Por tanto, cuenta para esta asignatura con un total de 23 alumnos. Entre estos, se cuentan con 4 alumnos repetidores, una alumna diagnosticada de altas capacidades y otras dos alumnas con una alta motivación y con calificaciones excelentes. Respecto al resto del alumnado cabe destacar que se caracteriza por un desinterés generalizado por aprender. Raramente realizan las tareas que se les manda para casa, existiendo, además, escaso respaldo de las familias sobre la importancia de sus estudios. El nivel de este último grupo es variado, teniendo alumnos que haciendo muy poco son capaces de aprobar y se esfuerzan, alumnos con capacidades que no se esfuerzan en aprobar y se mofan de sus propios suspensos y alumnos que quieren aprobar pero no dedican el esfuerzo mínimo necesario para ello. Por todo esto, se trata de un grupo con una alta diversidad, tanto de motivación como de nivel académico.

En relación a los alumnos con dificultades de aprendizaje, se les proporcionarán una batería de ejercicios de refuerzo que aluden principalmente a los contenidos mínimos que debieran dominar para superar la asignatura. Como uno de los problemas de su fracaso es la poca motivación, se procurará que estos ejercicios aluden a la cotidianeidad y, de ser posible, que realicen los ejercicios en pequeños grupos, de manera que trabajen a modo de “tutoría entre iguales”, de modo que todos puedan aportar algo a la resolución del ejercicio y, de no entender algo, que sean los propios miembros del grupo quienes se ayuden y se expliquen los conceptos o procedimientos seguidos entre sí mismos. En general, se intentará que los alumnos sean capaces de ver en cada contenido teórico su aplicación a la realidad y, en especial, que le vean uso en su vida cotidiana para fomentar el interés, aspecto muy ausente en el grupo en cuestión. Se reforzarán las buenas conductas y los pequeños logros (se planteará la consecución de los mismos de forma progresiva, en pequeñas fases) para mejorar la autopercepción y autoestima del alumnado. En la evaluación se tendrá en cuenta la situación de partida de este alumnado, de modo que el esfuerzo y el avance en el proceso de aprendizaje, aunque sea lento o moderado, se considerarán positivamente.

En cuanto a los alumnos que destacan positivamente en el grupo se les facilitará una batería de ejercicios de ampliación para cada tema junto con algún problema cuya resolución exige métodos de tipo heurístico, y no tan procedimentales como los que están acostumbrados a ver. De este modo, puede resultarles motivador el hecho de proponerles ejercicios tipo de las olimpiadas de matemáticas en las que podrán participar el curso que viene, pues son problemas que exigen una gran capacidad de abstracción y que, por tratarse de un curso superior al que se encuentran, puede motivarles para ponerse a prueba y mejorar sus capacidades. Así mismo, la organización de actividades extraescolares y complementarias en general, donde se muestren las conexiones de las matemáticas con otras ciencias, arte, arquitectura, etc. (visitas a museos, exposiciones, charlas...), podrían resultar de mucha utilidad para todo el grupo.

**B) Proyecto de iniciación a la investigación educativa:
Análisis de errores en el aprendizaje de las
Matemáticas en primero de la ESO.**

1. Problema de investigación. Justificación y fundamentación.

El aprendizaje de las matemáticas supone, junto a la lectura y la escritura, uno de los fundamentos de la educación elemental, por ser materias instrumentales. Intentar comprender las dificultades que se plantean durante el aprendizaje de las matemáticas es algo que preocupa, en vista del elevado porcentaje de fracaso que se presenta en la ESO, a profesores, pedagogos y, en general, a los profesionales vinculados con la educación.

En España se constata la existencia de problemas en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas mediante informes como el PISA (Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes). Los responsables de educación de nuestro país y de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) acaban de presentar, el pasado mes de abril, los resultados y las conclusiones de los alumnos españoles en PISA en la competencia de “Resolución de problemas”. Dichos resultados concretan el rendimiento medio de los alumnos españoles en 477 puntos, significativamente por debajo de la media de la OCDE (500 puntos).

De igual manera sucede con los resultados en competencia matemática por ordenador. Los estudiantes españoles de 15 años obtuvieron un resultado significativamente inferior a la media de países de la OCDE, aunque mejoraron en la prueba en papel.

El análisis de errores es una práctica habitual dentro de la didáctica de la matemática. El aprendizaje de las matemáticas genera muchas dificultades entre los alumnos de diferente naturaleza, lo que les lleva a cometer, de manera reiterada, distintos tipos de errores. Algunos tienen su origen en el sistema educativo, otras en los propios alumnos, profesores, materia, centro educativo, etc. Dependiendo de la procedencia de esas dificultades, se deberá incidir en el proceso enseñanza/aprendizaje, en el currículo de las matemáticas o en los métodos de enseñanza.

Socas (1997) y Palarea (1999) enumeran los errores y las dificultades con que se encuentran los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas en general, aunque atendiendo de manera especial al álgebra. Así, agrupan las dificultades, en este campo, en cinco grupos:

- asociadas a la complejidad de los objetos del álgebra que operan en sentidos semántico y sintáctico;
- asociadas a los procesos de pensamiento y que surgen debido a la naturaleza lógica del álgebra;
- asociadas a los procesos de enseñanza, que se derivan del propio currículum de matemáticas, de la institución escolar y de los métodos de enseñanza;
- asociadas a los procesos de desarrollo de los alumnos,
- asociadas a las actitudes afectivas y emocionales de los alumnos hacia el álgebra.

El objeto de este trabajo es el de realizar una investigación relacionada con las debilidades y fortalezas que se observan en los alumnos de primer curso de ESO. Para ello se realizará una encuesta a docentes y discentes. A los primeros se les preguntará sobre su opinión subjetiva en cuanto a las fortalezas y debilidades de los discentes en cada uno de los seis bloques de contenidos que compone el primer curso de la ESO. Este estudio ha contado con la colaboración de 51 docentes de 13 Institutos diferentes. En cuanto a los discentes, se les realizará una prueba para valorar sus capacidades en una unidad didáctica específica. Así mismo, para indagar en el aspecto de la procedencia de las dificultades de aprendizaje se realizará un análisis comparativo de los currículos de 1º de la ESO y del tercer ciclo de la Educación Primaria.

Por tanto, la primera parte del proyecto de investigación que forma parte del presente TFM y que está enmarcado en la modalidad de introducción a la investigación educativa, consiste en un análisis de los errores y dificultades que presenta el alumnado de 1º de ESO, tomando como base una muestra representativa de varios IES de la región. Para su desarrollo, hemos elaborado un cuestionario para docentes que hayan impartido clase a estudiantes de primero de ESO con el objetivo de detectar las debilidades y fortalezas que se observan en estos alumnos.

Para la segunda parte, se llevará a cabo una comparación de los contenidos y objetivos de evaluación entre el primer curso de la ESO y el tercer ciclo de la Educación Primaria. Este análisis permitirá valorar si las dificultades de aprendizaje podrían tener su origen en la mejor o peor adecuación de los currículos

Finalmente, para la última parte de la investigación hemos elaborado un nuevo cuestionario para los alumnos de primero de ESO del centro donde hemos realizado el *practicum* con el fin de comprobar qué fallos son los más frecuentes en relación a una unidad didáctica elegida a partir de los datos obtenidos en el primer apartado. En este caso, la unidad didáctica a analizar será la relativa a fracciones.

Hemos observado que, a pesar de empezar a impartirse durante la Educación Primaria y prolongarse durante toda la ESO, es una unidad donde los alumnos tienen bastantes dificultades y dan muestras de rechazo hacia ella. Dentro de los cinco bloques (sin contar el primero de ellos relativo a Contenidos Comunes) en que se divide el currículo de ESO, las fracciones están incluidas en el bloque 2 correspondiente a Números. Esta parte de las matemáticas se inicia en la educación primaria y es en la secundaria donde se amplía y se estudian las relaciones entre los distintos tipos de números (fracciones, porcentajes, números decimales, etc.).

2. Marco teórico y justificación de la investigación

2.1.- Objetivo General y Específicos

El objeto de este trabajo es el de llevar a cabo una tarea de investigación relacionada con las debilidades y fortalezas que se observan en los alumnos de primer curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria.

A la hora de abordar la investigación nos planteamos la siguiente pregunta: ¿cuáles son los errores más frecuentes entre los alumnos que inician la ESO?

Los objetivos específicos son:

- Determinar, a través de la observación por parte de docentes con probada experiencia de diversos centros de la región, de los errores más habituales en que incurren los alumnos de primer curso.
- Analizar el currículo de 6º de Primaria y el de 1º de ESO para tratar de relacionar los errores encontrados con deficiencias en objetivos de aprendizaje que el alumnado debería haber adquirido previamente.

2.2.- Marco teórico

Durante el siglo pasado se han realizado numerosos estudios sobre dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

A principios del siglo XX, en Estados Unidos se empiezan a difundir y a dar a conocer los trabajos sobre la determinación de errores. En la década de los 30 se centró la atención en el análisis de las dificultades especiales, la persistencia de técnicas erróneas individuales y la agrupación y clasificación de errores. A partir de los años 70 aparecen estudios centrados en diseñar actividades, metodologías y organización del currículo escolar con el objeto de disminuir los errores.

En Europa, en el periodo de entre guerras, es cuando empieza el interés por el estudio de los errores coincidiendo con el auge de la pedagogía empírica. Concretamente en Alemania hay investigadores que tratan de establecer patrones de errores en todas las materias y para las distintas edades y de proporcionar una fundamentación psicológica adecuada para la enseñanza de la matemática.

Algunos de los aportes más destacados se llevaron a cabo a partir de la década de los 60, como fueron la determinación y descripción de causas de error, interpretación de los errores y dificultades desde una perspectiva psicológica y la tipificación y clasificación de los errores que están relacionados con el cálculo. En esos años, en la Unión Soviética, se consolidó la investigación sobre educación matemática.

En España, autores como Luis Rico (Rico, 1997; Rico y Castro, 1994), han investigado con profundidad en el tema. Según Radatz (1980) la mayor parte de los estudios sobre errores matemáticos se centran en las áreas de la aritmética y el conocimiento numérico. El propio Radatz clasifica los errores matemáticos de la siguiente manera:

- Errores debidos a dificultades en el lenguaje: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseverancia, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Según Mulhern (1989) los errores se caracterizan por:

- Surgir, por lo general, de manera espontánea y sorprenden al profesor.
- Ser persistentes y difíciles de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Pueden ser sistemáticos o por azar: los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales.
- Porque, a menudo, los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden totalmente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.

En resumen, las investigaciones en análisis de errores pueden ser agrupadas en torno a dos objetivos principales: la superación del error a través de su eliminación, o a través de la exploración de sus potencialidades. Pertenecen a la primera categoría las investigaciones realizadas bajo la influencia del conductismo y del procesamiento de la información. En cambio en la segunda categoría agrupamos los trabajos más recientes de carácter constructivista.

3. Método de investigación y planificación

3.1. Participantes y variables de estudio

Para la primera parte de la investigación se contó con una muestra final de 51 docentes de secundaria de 13 institutos públicos del Principado de Asturias. Se consideró como criterio de inclusión que los docentes hubieran impartido docencia en primero de ESO en alguno de los últimos años académicos y como criterio de exclusión que no lo hubieran hecho en los últimos 5 años. Para el estudio entre los alumnos, se contó con la participación de 22 alumnos de primero de ESO del grupo E.

Las variables de estudio son los errores cometidos y los conceptos y procedimientos que plantean mayores dificultades así como la frecuencia con que aparecen. Para la recogida de la información se emplearon los siguientes instrumentos:

- Cuestionario para el profesorado, dividido en los bloques que especifica el Decreto 74/2007 para primero de la ESO en el Principado de Asturias para la asignatura de matemáticas. Para cada bloque se formularon tres preguntas relativas a conceptos y procedimientos específicos de cada apartado y una parte de observaciones donde cada docente podía aportar su opinión (Anexo 1). Para medir las respuestas de los participantes se empleó una escala de Likert donde las respuestas se codificaban de la siguiente manera:
 - Nunca = 1
 - A veces = 2
 - Regularmente = 3
 - Siempre = 4
- Cuestionario para los alumnos de primero de ESO en forma de ejercicios que se realizó en una sesión de clase. Con esta prueba se pretendía evaluar la comprensión de diversos conceptos y procedimientos de la unidad didáctica correspondiente a fracciones por parte de los alumnos (Anexo 2). Al final de la parte de ejercicios se recogen una serie de afirmaciones para que los alumnos muestren su grado de satisfacción, siendo la codificación la que sigue:
 - Totalmente en desacuerdo = 1
 - En desacuerdo = 2
 - Ni de acuerdo ni en desacuerdo = 3
 - De acuerdo = 4
 - Totalmente de acuerdo = 5

3.2. Planificación

El trabajo se realizó de acuerdo a las siguientes fases:

- Durante el periodo en el que se desarrolló el *practicum*, concretamente durante la segunda mitad del mismo, nos pusimos en contacto, gracias a la colaboración tanto de los tutores en los respectivos IES como de los tutores de la Universidad, con los departamentos de matemáticos de varios centros del Principado de Asturias, en concreto conseguimos colaboración en un total de 13 IES. Se les hicieron llegar a los departamentos de cada centro los cuestionarios para que los docentes los pudieran rellenar y enviarlos de vuelta. Esta labor se demoró unas dos semanas aproximadamente.
- Una vez recopiladas las encuestas se procedió a la puesta en común y al análisis de los datos.
- Una vez analizados se extrajeron los resultados y se llegaron a las primeras conclusiones.
- Durante la última semana del *practicum* se procedió, en una hora de clase, a la realización por parte de los alumnos del cuestionario de la unidad didáctica sobre fracciones.
- El último paso ha sido sacar las conclusiones acerca del apartado anterior.

4. Resultados

4.1.- Encuestas a docentes

La muestra con la que se va a trabajar en este apartado está compuesta de 51 docentes de 13 IES distintos. Se ha realizado, para ello, la encuesta que se encuentra en el Anexo I. Esta ha sido realizada por el tutor del IES y el resto de profesores del departamento de matemáticas. Así mismo, se ha acudido a antiguos profesores para solicitarles que contestaran a esta sencilla encuesta. Por último, gracias a la colaboración del tutor del IES y de profesores del máster de la especialidad de matemáticas se ha conseguido mover la encuesta por algunos institutos más.

Sin pretender buscar una muestra que sea representativa de la sensación que comparten los docentes en Asturias en general, sí que se dispone de una amplia muestra que permite relatar las impresiones de un profesorado con una cierta validez. Los institutos donde los profesores fueron encuestados pertenecen a: Llanera, Gijón (5), Pola de Lena, Pola de Siero, Mieres, Oviedo (2), Boal y Cangas del Narcea. El mayor número de docentes encuestados lo encontramos en Gijón, con un total de 27. En Oviedo participaron 7, en Llanera 5, en Cangas del Narcea 4, en Mieres, Pola de Siero 3, y en Boal y Pola de Lena 1.

No obstante, con este primer análisis se pretende construir la creencia que los profesores de secundaria tienen sobre los errores y las debilidades más frecuentes que tienen sus discentes, lo que les impide rendir eficazmente en los diferentes bloques de contenidos establecidos en la legislación.

Realizando la media para cada bloque de todas las puntuaciones que otorgan los profesores de secundaria a cada aspecto de cada bloque, obtendremos una estimación sobre los bloques en los cuales los profesores piensan que existen mayores dificultades. Las puntuaciones se referencian a una escala cuantitativa del 1 al 4 donde el 1 se codifica como nunca, el 2 a veces, el 3 regularmente y el 4 siempre.

En la tabla 1 se recoge la puntuación media para cada aspecto y para cada bloque. Así, analizando la tabla se observa como el bloque que presenta más dificultades para los alumnos, desde la opinión subjetiva de los profesores de secundaria, es el bloque 6, Estadística y Probabilidad. A continuación le sigue el bloque 3, Álgebra, el 5, Funciones y Gráficas, el 1, Contenidos Comunes, el 2, Números y, finalmente, el 4, Geometría, en el que mejor se desenvuelven.

A partir de la observación en el aula, podríamos pensar que el bloque que más dificultades entraña es el de Álgebra. Sin embargo, en opinión de los profesores es el de Estadística y Probabilidad. Por otra parte, se espera que el que mejor dominen sea el de Números, mientras que los profesores señalan que se trata del bloque de Geometría.

Tabla 1. Resultado medio para cada ítem y bloque de los 51 docentes consultados.

Bloque 1. Contenidos Comunes			Bloque 2. Números		
1. Dominan las operaciones aritméticas básicas: suma, resta, multiplicación y división.	2. Dominan los procesos cognitivos que intervienen en las diferentes fases necesarias para resolver un problema matemático.	3. Expresan verbalmente de forma correcta el procedimiento seguido en la resolución de problemas.	1. Manejan adecuadamente las operaciones con números racionales y su simplificación.	2. Manejan adecuadamente las operaciones con números enteros.	3. Representan y ordenan adecuadamente en la recta distintos tipos de números.
2,824	2,314	2,157	2,275	2,373	2,882
2,431			2,510		
Bloque 3. Álgebra			Bloque 4. Geometría		
1. Traducen expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa.	2. Emplean letras para simbolizar números desconocidos o sin concretar.	3. Usan fórmulas sencillas y obtienen valores numéricos en ellas.	1. Conocen los polígonos regulares y su clasificación así como construcciones geométricas sencillas (mediatriz, bisectriz).	2. Reconocen y aplican adecuadamente las fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros, y son capaces de descomponer figuras complejas en polígonos más sencillos.	3. Identifican las distintas figuras geométricas en el mundo físico.
2,039	2,294	2,373	2,667	2,313	2,750
2,235			2,576		
Bloque 5. Funciones y Gráficas			Bloque 6. Estadística y Probabilidad		
1. Conocen el sistema de coordenadas cartesianas y son capaces de reconocer y representar puntos en el mismo.	2. Identifican y verbalizan relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.	3. Interpretan datos, los expresan en forma de tabla y los transfieren a ejes de coordenadas.	1. Formulan conjeturas sobre el comportamiento o de fenómenos aleatorios sencillos y diseñan experiencias para su comprobación.	2. Conocen los aspectos básicos de recogida de información haciendo uso de tablas de datos recogidos empíricamente representándolos con el gráfico acorde correspondiente.	3. Reconocen la utilidad de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.
2,638	1,957	2,213	1,745	2,128	1,872
2,270			1,915		

Para el caso de Números y Geometría, la puntuación es muy próxima (2.510 y 2.576 respectivamente). Sin embargo existe una diferencia más significativa entre los bloques que entrañan más dificultades para los alumnos, Álgebra y Estadística y Probabilidad (2.235 y 1.915 respectivamente).

Mediante el análisis del currículum del curso de 6º de Primaria comprobaremos que partes del currículo se repiten en estos dos cursos para valorar la adecuación de los contenidos de 1º de la ESO y la importancia que se le otorga a cada bloque. Esto podría ayudar a los departamentos a que reorientasen sus programaciones didáctica de cara a que consideren como repaso ciertos bloques de contenidos dando más importancia a otros que, quizá por tradición, se han solido dejar de lado, como puede ser el bloque de Estadística y Probabilidad, o que suponen contenidos totalmente nuevos para los alumnos, como el de Álgebra.

4.2.- Valoración del currículo de 6º de Primaria

El Decreto 56/2007, de 24 de mayo, establece el currículo de la Educación Primaria en el Principado de Asturias. En el mismo aparecen los contenidos programados para el tercer ciclo, que comprende los cursos de 5º y 6º de Primaria. Por tanto, se compararán los currículos atendiendo a sus contenidos y objetivos de evaluación.

El primer bloque de la ESO está íntimamente relacionado con el quinto del tercer ciclo de Primaria. Se tratan de bloques no considerados como autocontenidos, sino bloques que disponen de estrategias y herramientas cuyo uso es necesario para el tratamiento de cualquiera de los otros bloques. Por tanto, la impartición de los contenidos de estos bloques se produce de manera complementaria y simultánea a la del resto de los bloques de contenidos. En este sentido, la ESO introduce únicamente aspectos conducentes a la introducción de las Nuevas Tecnologías para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.

El bloque dos del primer curso de la ESO se relaciona íntimamente con el primero del tercer ciclo de Primaria. Este bloque de contenidos alude a los números y sus operaciones. Se trata de uno de los bloques más importantes en el ciclo de Primaria, así como en el curso de 1º de la ESO. Sin embargo, de la comparación de los mismos no se observa grandes diferencias. De este modo, la gran mayoría de los contenidos que comienzan a ver al inicio del tercer ciclo de la educación Primaria se siguen estudiando, con una profundidad relativamente similar, en primero de la ESO. En este sentido, el curso de la ESO acelera el ritmo en el que se ven estos contenidos al considerarse como de repaso, ampliando algunos conceptos u operaciones puntuales, como son, principalmente, las operaciones con potencias de base entera y exponente natural, la existencia o no de soluciones de radicales, la relación de proporcionalidad inversa, y la reducción de fracciones a común denominador y, por ende, sus operaciones. Si bien es cierto que han manejado fracciones en el tercer ciclo de Primaria, el salto es cualitativamente más importante que en el resto de contenidos. Únicamente podríamos destacar como conceptos totalmente nuevos para los alumnos los de máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

El siguiente bloque de contenidos programado en el BOPA para el curso de 1º de la ESO es el tercero, el de Álgebra. Éste se trata de un bloque totalmente novedoso y base para buena parte de los aprendizajes posteriores que se llevarán a cabo a lo largo del resto de cursos de la ESO. Se trata también uno de los bloques en donde los discentes, por lo general, suelen tener más dificultades, porque requiere de una capacidad de abstracción mayor que el resto de los contenidos del curso.

En cuanto al bloque 4, el de Geometría que se corresponde con el bloque 3 del tercer ciclo de Primaria, se vuelve a observar, al igual que ocurría con el bloque de Números, una gran similitud en cuanto a contenidos. Las figuras geométricas tanto en el plano como en el espacio se ven por igual, con alguna diferencia en profundidad, sobre todo en lo relativo a la descomposición de figuras geométricas en un conjunto de figuras

más sencillas, como puedan ser triángulos, cuadriláteros, etc. Pero donde verdad existe una diferencia de contenidos entre ambos cursos es a la hora de calcular áreas y perímetros de polígonos, ya sean regulares o no. Una parte del bloque dos del tercer ciclo de Primaria dedica algún apartado al cálculo de áreas, si bien está más orientado al cambio de unidades tanto unidimensionales (longitud, masa, etc.), como de superficie y volumétricas. También, el curso de la ESO introduce conceptos más complejos en cuanto a las figuras asociadas al círculo se refiere, introduciendo los sectores circulares y las coronas circulares entre otros.

El bloque 5, Funciones, no existe como tal en el currículo del tercer ciclo de Primaria. Sin embargo, los contenidos que aquí concreta el currículo de la ESO se encuentran dispersos a lo largo de los bloques en el tercer ciclo de Primaria. Así en el bloque de Geometría aparece como contenidos el sistema de coordenadas cartesianas y en el de Tratamiento de la información, los contenidos relativos a la interpretación de informaciones representadas en una tabla. No obstante, se trata de un bloque relativamente nuevo para el alumnado y que, debido a las pocas herramientas con las que cuentan todavía relativas al álgebra, no se puede tratar con demasiada profundidad.

Por último, el bloque 6 de Estadística y Probabilidad se corresponde con el 4, titulado Tratamiento de la Información, azar y probabilidad. En este sentido, el salto se produce en la parte referente a la probabilidad, ya que en la parte de estadística no se aprecian diferencias significativas.

Cabe destacar finalmente que en el tercer ciclo de la educación primaria se concreta un bloque 2 denominado “La medida: estimación y cálculo de magnitudes”. No se trata de un bloque que aparezca como tal en el currículo de la ESO, pero sí que aparece, al menos, en el curso de 1º de la ESO como una unidad didáctica perteneciente al Bloque 2 Números. Se trata por tanto de una unidad de repaso cuyo objetivo es recordar lo estudiado en cursos anteriores, encontrándose la información lo suficientemente condensada como para que se trabaje en su mayor parte de modo paralelo al resto de unidades, como por ejemplo introduciendo en problemas operaciones que impliquen un cambio de unidades de magnitud, y no destinando así varias unidades para ello.

Si analizamos los criterios de evaluación asociados a los contenidos que aparecen en el curriculum, podemos observar un gran paralelismo en cuanto a su enumeración. La diferencia principal que se observa en su formulación es el grado de dificultad y aplicabilidad a la resolución de problemas matemáticos, aspecto en el que se incide con más rotundidad en el nivel de la ESO.

Los criterios de evaluación fijados para el primer curso de la ESO fijados en el Decreto 74/2007 son los que se exponen a continuación:

1. Utilizar números naturales y enteros y las fracciones y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información.

2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones, con números enteros, decimales y fraccionarios, utilizando la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.
3. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números, utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas.
4. Reconocer y describir figuras planas, utilizar sus propiedades para clasificarlas y aplicar el conocimiento geométrico adquirido para interpretar y describir el mundo físico haciendo uso de la terminología adecuada.
5. Estimar y calcular perímetros, áreas y ángulos de figuras planas utilizando la unidad de medida adecuada.
6. Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.
7. Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica.
8. Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo, y comprobar la solución obtenida y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

Los criterios de evaluación que se establecen para el tercer ciclo de la Educación Primaria son los siguientes (Decreto 56/2007):

1. Leer, escribir y ordenar, utilizando razonamientos apropiados, distintos tipos de números (naturales, enteros, fracciones y decimales hasta las centésimas).
2. Realización de operaciones y cálculos numéricos sencillos mediante diferentes procedimientos, incluido el cálculo mental, que hagan referencia implícita a las propiedades de las operaciones, en situaciones de resolución de problemas.
3. Utilizar los números decimales, fraccionarios y los porcentajes sencillos para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana.
4. Seleccionar, en contextos reales, los más adecuados entre los instrumentos y unidades de medida usuales, haciendo previamente estimaciones y expresar con precisión medidas de longitud, superficie, peso/masa, capacidad y tiempo.
5. Interpretar una representación espacial de objetos o situaciones familiares (croquis de un itinerario, plano de casas, mapas y maquetas) realizada a partir de un sistema de referencia.
6. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad, simetría, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana y para valorar las aportaciones artísticas de la geometría a la escultura y a la arquitectura.
7. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. Hacer estimaciones basadas en la experiencia

sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de sencillos juegos de azar y comprobar dicho resultado.

8. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución. Valorar las diferentes estrategias y perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas, tanto en la formulación como en la resolución de un problema. Expresar de forma ordenada y clara, oralmente y por escrito, el proceso seguido en la resolución de problemas.

El primer criterio de evaluación que viene formulado para este nivel de la ESO se corresponde con el primero y tercero de los criterios de evaluación establecidos para Primaria. Su finalidad es idéntica, emplear los distintos tipos de números que conozcan para intercambiar información con el mundo que les rodea y saber operarlos. La diferencia estriba en que la ESO engloba estos dos criterios de evaluación del nivel de Primaria en uno único.

El segundo criterio de evaluación alude a la resolución de problemas mediante el empleo de las cuatro operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división). Es idéntico al segundo criterio de la evaluación establecido para la Primaria. Únicamente se podría resaltar la mayor incidencia que se realiza en el nivel de la ESO en cuanto a valorar el resultado obtenido al contexto del problema.

El tercer criterio de evaluación para 1º de la ESO alude al empleo de letras para simbolizar cantidades y obtener expresiones algebraicas. Como hemos visto anteriormente, en Primaria no existe bloque de Álgebra y tampoco existe un criterio de evaluación que se relacione con éste.

El cuarto y el quinto hacen alusión a la geometría. El cuarto evalúa la capacidad para reconocer figuras planas, clasificarlas y emplearlas para describir el entorno que les rodea, mientras que el quinto, más operacional, se concreta en el cálculo de perímetros, áreas y ángulos en figuras planas. Estos dos criterios están relacionados con el cuarto, quinto y sexto del nivel de Primaria. Cabe destacar que en el nivel de Primaria no se destaca la importancia de conocer el cálculo de perímetros y áreas como queda constatado en el nivel de la ESO, sino que se centra más en la aplicación de los conocimientos de geometría (figuras planas, paralelismos, perpendicularidad, etc.) al contexto que les rodea (mapas, planos, arquitectura, maquetas, etc.).

Los criterios de evaluación sexto y séptimo de la ESO se corresponden con el séptimo del nivel de Primaria. El sexto alude a la organización e interpretaciones de datos mediante tablas y gráficas así como establecer relaciones de dependencia. En este sentido, englobaría los conceptos del bloque de Funciones y la parte de estadística del último bloque. El séptimo hace referencia a estimar probabilidades respecto a la ocurrencia de un suceso determinado, completando así el último bloque de contenidos con la parte de probabilidad. Estos dos criterios de evaluación se unifican en uno único en el nivel de Primaria con bastante menos profundidad a cómo se plantean en la ESO. La parte de estadística se plantea como unos pocos datos en un entorno inmediato, es decir, con poco grado de abstracción. El análisis de relaciones de dependencia es

inexistente. Por último, la parte de probabilidad se reduce a estimar, de un modo no numérico, si un suceso es posible, imposible o más o menos probable, en relación a juegos de azar sencillos.

Por último, vuelve a haber correspondencia entre ambos cursos respecto al octavo criterio, que trata de las estrategias y técnicas empleadas a la hora de resolver un problema matemático, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel para expresar los pasos que ha realizado y para argumentar la coherencia de la solución obtenida. Estos criterios son idénticos para ambos cursos, si bien lo que varía es que en el curso de la ESO se dispone de un abanico más amplio de herramientas, que deben dominar, a la hora de enfrentarse a los problemas matemáticos.

Tras haber realizado una comparación de los currículos podemos sacar como conclusión que existe una gran parte de contenidos que se repiten con una diferencia de profundidad poco significativa. El bloque de Geometría y de Números, por ejemplo, son bloques donde la novedad de los contenidos escasea. Su justificación es la de repaso y ampliación en cuanto a la dificultad en el empleo de los mismos. Además, tal y como detallan las conclusiones extraídas en el apartado anterior, constituyen los bloques en los que los alumnos encuentran menos dificultades. Esta es la razón por la que cabría replantearse una programación de la asignatura donde el bloque de Números suponga la dedicación exclusiva de dos trimestres completos, dejando un trimestre para trabajar los otros cuatro bloques.

Así mismo, del análisis de la opinión de los docentes sobre las fortalezas y debilidades de los alumnos en cuanto a los bloques de contenidos, se observa que donde más dificultades presentan es en los bloques de Álgebra y de Estadística y Probabilidad. Resulta comprensible que existan dificultades en el bloque de Álgebra, pues resulta totalmente novedoso y requiere de un grado de abstracción importante que puede resultar nuevo para los alumnos. Sin embargo, llama más la atención que, según los profesores de secundaria, donde más dificultades existan sea en el bloque de Estadística y Probabilidad, bloque que ha sido desarrollado ya en el tercer ciclo de Primaria sin haber tampoco una diferencia muy significativa en cuanto a los contenidos que este bloque encierra. La razón podría radicar en la tendencia general que tanto maestros como profesores tienen a la hora de programar el bloque de Estadística y Probabilidad, ubicándolo para que su desarrollo se lleve a cabo al término del curso académico. Las razones por las que se hace esto suelen ser porque resulta un tema más desconocido o que gusta menos tanto a profesores como a maestros, o porque se le da una importancia inferior respecto al resto de contenidos. De hecho, los mismos alumnos suelen dedicarle poca importancia a este bloque debido a que siempre lo ven mal y poco al final de cada curso. Cabe resaltar que, el bloque de Estadística y Probabilidad, es uno de los que más trabajan las competencias que no se refieren exclusivamente a la de matemáticas, y que, por tanto, le permite comprender mejor el mundo que le rodea, valorarlo críticamente para poder actuar en consecuencia. Por esta razón convendría que tanto profesores como maestros dedicasen el tiempo necesario para la impartición de este bloque de contenidos.

En cuanto al bloque de Funciones, podemos decir que su estudio como tal no tiene mucho sentido si no tienen una formación mínima en álgebra. Por tanto, en este primer curso de la ESO, será impartido a modo de introducción junto con el bloque de Estadística y Probabilidad con la idea de que los discentes mejoren su habilidad para interpretar gráficas y relaciones de dependencia e independencia entra diferentes variables.

4.3.- Análisis de errores

Para llevar a cabo este análisis se ha pasado un cuestionario al alumnado que se encuentra en el anexo 1. Se ha decidido pasar el cuestionario al alumnado un mes después al día en el que se examinaron de esta unidad didáctica para comparar como de interiorizados han quedado los conocimientos que estudiaron en su día. La muestra se compone de veintidós alumnos, al no encontrarse uno de los alumnos que se preveía que debería estar. Se trata de un alumno absentista. El grado de implicación de los alumnos en la resolución del mismo ha sido bajo, comparado al que sería en un examen normal, sobre todo en aquellos discentes con interés por aprobar. No obstante se ha procurado insistirles en que lo intentasen aunque hubiese pasado bastante tiempo para ellos desde el examen de esta unidad y a pesar de que no lo hubiesen repasado. Se les ha facilitado un tiempo de 45 minutos para la resolución del ejercicio, aunque buena parte de ellos entregaron la prueba con antelación.

El primer ejercicio resulta sencillo para casi todos los alumnos, y todos lo realizan, la mayoría correctamente. Donde se presentan fallos en este ejercicio es a la hora de realizar las particiones. Cinco de los veintidós alumnos fallaron a la hora de dividir el círculo en ocho partes iguales, realizando una partición que recuerda a la de un mosaico. Fallan, de este modo, en el concepto de fracción. Son capaces de dividir todos bien el rectángulo en diez partes iguales, pero fallan a la hora de dividir el círculo.

El segundo ejercicio resulta el inverso del apartado anterior. Existe una pequeña dificultad en el apartado c que exige un mayor grado de abstracción y que condujo a que la gran mayoría de la clase preguntase sobre este apartado. El hecho de no dividir la figura en las partes iguales que fueran provocó un cierto grado de desconcierto, obligándome a aclararles que pusiesen lo que pensasen que más se le podía aproximar. Así, habiendo contestado toda la clase con éxito a los apartados a y b, el apartado c fue resuelto correctamente por catorce alumnos. El fallo más frecuente, un total de cuatro, fue atribuir como fracción la mitad. Esto se debe a que han observado dos divisiones en el dibujo exclusivamente y no han sido capaces de dividir la figura en partes iguales.

El tercer ejercicio trata de ordenar unos números de mayor a menor. En este apartado hubo muchas dificultades. Once alumnos no llegaron a escribir la respuesta, sólo unos pocos ni lo intentaron en la hoja que tenían para realizar las operaciones. Sólo dos discentes realizaron este ejercicio correctamente. Cuatro de ellos cometieron el mismo fallo que fue considerar al número -1 mayor que el $-2/3$. Otros tres, aparte de cometer este mismo fallo, se equivocaron por completo al ordenar los números negativos. El fallo reside en considerar que un número negativo es mayor que otro cuando su valor absoluto es mayor. Otro discente los ordenó por valor absoluto sin tener en consideración y el signo y el último cometió un fallo en la parte de los números positivos al considerar el 0 como mayor que un número decimal con la parte entera nula. Por tanto, se puede observar que existen dificultades a la hora de ordenar números racionales. Se puede sacar como conclusión que la principal dificultad a la que se enfrentan los alumnos es a la hora de ordenar los números racionales negativos.

El cuarto ejercicio pretende valorar su capacidad para asociar fracciones equivalentes entre sí. Sólo tres discentes parecen haberse acordado de la última parte del enunciado que obligaba a calcular la fracción irreducible. Esto puede ser un síntoma evidente de la tendencia que tienen los discentes en general a no fijarse mucho el enunciado y a no repasar el ejercicio a su conclusión, pues sería el momento en el que se percatarían de que les queda una parte del ejercicio por hacer. Quitando esta última parte, podríamos decir que nueve alumnos han realizado el ejercicio correctamente. El resto de los alumnos no han sido capaces de resolverlo. Atendiendo a las operaciones realizadas por los mismos, se evidencia que el principal fallo radica en la ausencia de un proceso algorítmico bien definido. Así es que los fallos se deben a que fallan en la idea, en la cual se apoya el enunciado, de que para comparar la equivalencia entre fracciones la mejor manera es calculando su irreducible. Los que la resolvieron correctamente, en su gran mayoría, calcularon el número que, al multiplicar el numerador y denominador de la fracción, permitía obtener su equivalente. Los que fallaron y no se percataron de esta posibilidad se limitaban a unir aquellas fracciones cuyos números les resultaban más parecidos. Por tanto, trece alumnos tienen dificultades a la hora de comparar fracciones.

La quinta pregunta presenta cuatro ejercicios de aplicación sobre operaciones con fracciones. Se introduce una pequeña dificultad que pretende valorar cómo reaccionan ante diferentes maneras de realizar el mismo ejercicio, es decir, dándoles la solución a la operación para que ellos valoren si es o no correcto. Como se esperaba, fue un ejercicio que produjo alguna pregunta en cuanto a lo que había que hacer, pues, como ellos mismos afirmaban: “siempre que hacemos estos ejercicios es para calcularlo, nunca nos dan el resultado”. Dos discentes fueron capaces de acertar los cuatro apartados y cinco ni siquiera trataron de realizarlo. Los fallos más comunes giran en torno a los siguientes:

- Dificultades al pasar dos fracciones a común denominador, lo que implica fallos en operaciones de suma y resta de fracciones. Es el fallo más común y que conduce a que 12 de los 15 discentes restantes erren a la hora de resolver con éxito el ejercicio. Fijándose en las operaciones realizadas a su vez se observa que algunos olvidan operar el numerador al haberlo hecho con el denominador, otros se equivocan al hallar el mínimo común múltiplo o no saben utilizarlo, y existe un único caso que en ambos apartados suma fracciones sin reducir a común denominador.
- Considerar igual a 0 una fracción con igual numerador que denominador. Es un fallo que presentan 5 de estos discentes.
- Dificultades en el entendimiento de la operación de dividir entre sí dos fracciones. No se comprende la equivalencia de que dividir entre una fracción es lo mismo que multiplicar por su inversa.

El siguiente ejercicio resulta uno de los dos problemas que aparecen en esta prueba. Como era de esperar, el grado de abstención a la hora de realizar estos ejercicios ha aumentado, siendo siete los discentes que lo han dejado en blanco o alegando “no sé”. Sólo tres discentes consiguieron resolver con éxito ambos apartados, mientras que tan sólo dos resolvieron el primer apartado sin tener éxito en el segundo. El error que se

podría considerar más frecuente corresponde a la falta de estrategias o de la poca costumbre que tienen los discentes a la hora de enfrentarse a un problema. Los 10 alumnos han sido capaces de evaluar la distancia que corresponde a la fracción que el enunciado menciona pero, por no leer bien el enunciado, olvidan que esa fracción es la complementaria de la que solicita la pregunta. Por tanto, una mala lectura motiva que contesten a los kilómetros que llevan recorridos en vez de los kilómetros restantes, o que en vez de restar esta cantidad a 120, se la resten a la que consta en el segundo apartado, mezclando de este modo lo que se le pide.

Finalmente, la séptima pregunta corresponde al segundo de los problemas y que presenta un caso donde el cálculo a realizar es el inverso. Si antes había que calcular una cantidad dada el total y la fracción que representa, en este caso sabiendo la cantidad que representa la fracción se pide calcular el total. Seis de los siete discentes que no han realizado el problema anterior han obviado también este problema. El que sí que lo ha realizado, ha hecho con éxito buena parte de los otros ejercicios, por lo que induce a pensar que la no realización del problema anterior se debiese a motivos de tiempo. Otros tres discentes dejaron sin hacer esta pregunta, lo que hace un total de 9 discentes los que dejaron en blanco este ejercicio. Podría decir que sólo un discente consigue realizar el ejercicio con una puntuación máxima, es decir, percatándose, tras haber realizado una lectura comprensiva del enunciado, que Carlos era partícipe de su fiesta de cumpleaños, lo que hacía que invitase a 39 personas, pues él también comió de la tarta. Nueve discentes contestaron que había invitado a 40 personas, fruto de haber resuelto el problema pero sin haber realizado una lectura comprensiva del enunciado. Entre ellos, sólo dos discentes lograron plantear aritméticamente la solución, mientras que el resto se valió de dibujos para hallarla. Estos problemas de tipo inverso suelen arraigar más dificultades en los alumnos, hecho que se constata al comparar la manera de resolver estos dos problemas, donde en el primero casi nadie se apoya de representaciones gráficas mientras que, en el segundo, no sólo es que se apoyen en representaciones, sino que lo resuelven gracias a éstas. Los otros tres discentes que restan plantearon incorrectamente la operación aritmética, obteniendo resultados incongruentes que los aceptaron como válidos, como que un número de personas contenga cifras decimales.

En la figura 1 se recoge lo dicho con anterioridad. Se presenta en el eje de abscisas el número del ejercicio al que corresponde la columna y en el de ordenadas el porcentaje de los alumnos que lo respondieron bien, regular, mal o que la dejaron en blanco, ordenadas de arriba abajo respectivamente.

Con la finalidad de establecer qué objetivos de aprendizaje son los que presentan más dificultades para los discentes, la prueba que han realizado se ha diseñado de forma que cada pregunta implique el conocimiento de, al menos, un objetivo de aprendizaje para su resolución.

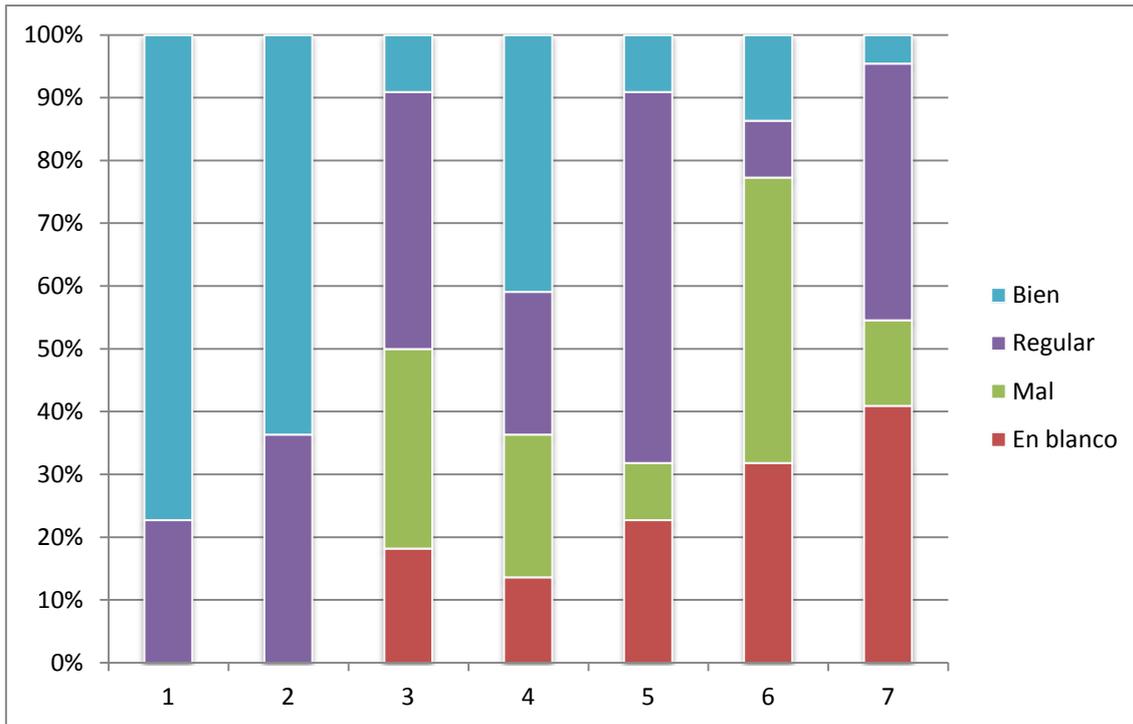


Figura 1.- Porcentaje de alumnos que contestaron bien, regular, mal o dejaron en blanco los ejercicios del Anexo II. En el eje de abscisas se presenta el número del ejercicio al que corresponde la columna. En el de ordenadas el porcentaje de alumnos de la clase.

Por último, les fue propuesto un cuestionario, el cual ha tenido una total participación. No obstante, un total de cuatro alumnos, que coinciden en el mal resultado del examen, coinciden también a la hora de asignar la mínima calificación a cada apartado del cuestionario, jactándose del nivel de importancia que le dan a la asignatura. De hecho no tienen reparos a hacer pública esta calificación, siendo tres de ellos repetidores, con la primera evaluación suspensa en matemáticas particularmente y, en general de más de la mitad de las asignaturas que constituyen el primer curso de la ESO. Los resultados del mismo se presentan en la tabla siguiente.

Items	Media	Desviación Típica
1. Respecto de mis intereses, la asignatura de matemáticas ocupa el primer lugar.	3,09	1,66
2. Los problemas difíciles me motivan.	2,36	1,22
3. Encuentro útil el tema de fracciones.	3,00	1,41
4. Considero más exacto presentar un número como fracción que en su forma decimal. Ej.: $1/3$ o $0'33$	3,23	1,51
5. Cuando la solución de un ejercicio resulta una fracción, siempre la simplifico.	3,36	1,50
6. Soy capaz de intuir con fluidez a qué número corresponde aproximadamente una fracción.	2,91	1,23
7. Aplico las fracciones a casos de la vida real. Ej.: veo un vaso medio lleno y pienso que tiene $1/2$ de su volumen ocupado.	2,91	1,63

8. Si haciendo un problema en casa no me sale sigo intentándolo.	3,91	1,44
9. Cuando me surge una duda mientras realizo los deberes procuro aclararla durante la corrección de los ejercicios en clase.	3,64	1,53
10. Salgo voluntario a hacer algún ejercicio al encerado si tengo oportunidad de hacerlo.	3,82	1,59

Se observa cómo hay gran variabilidad en cuanto a las puntuaciones que los discentes atribuyen a cada ítem. Como ya se comentó, existen discentes con muy buenos expedientes académicos que otorgan puntuaciones muy elevadas a cada ítem y discentes repetidores con un mínimo interés por aprobar el curso. Se puede decir que, analizando el comportamiento que presentaba el grupo así como al interés, ya sea a la hora de realizar los ejercicios en casa o de copiar todo lo que aparecía en la pizarra, no se esperaba los resultados que fueron recogidos, superando en particular las expectativas con las que partía desde un primer momento. Se observa que el segundo ítem es el con el que más en desacuerdo están. Esto puede deberse, aparte de la dificultad que les plantean los problemas matemáticos, a que no están acostumbrados a resolver problemas, comprendiendo el enunciado para planificar la estrategia de resolución del mismo y, a continuación, secuenciar una serie lógica de pasos consistentes para obtener una solución que, posteriormente, deben verificar si es congruente con lo que el enunciado les pide. En el caso opuesto, se observa que las mejores puntuaciones pertenecen al ítem 8 y 10. Respecto del 8 cabe destacar que guarda poco sentido con lo observado en el desarrollo de las clases. Los discentes, en su mayor parte, no suelen realizar los ejercicios que se les envía para casa, lo cual no es muy congruente con los datos recogidos. En cuanto al último ítem podemos constatar que el dato recogido y la experiencia observada coinciden, pues la mayor parte de los alumnos quieren participar saliendo al encerado de forma voluntaria a realizar ejercicios.

5. Conclusiones e implicaciones educativas.

A la vista de los resultados se puede observar que los discentes presentan mayores dificultades a la hora de resolver problemas matemáticos. En este sentido, los resultados recogidos coinciden con las sensaciones que la tutora del grupo nos transmitió. Se observa que los alumnos comprenden y utilizan adecuadamente los distintos conceptos de fracción pero donde más fallan es a la hora de resolver problemas, tanto en la comprensión del mismo como en el planteamiento de las operaciones necesarias para su resolución. Se constata también las dificultades que presentan a la hora de operar con fracciones, presentando frecuentes fallos a la hora de pasar dos fracciones a denominador común o a la hora de dividir fracciones entre fracciones o fracciones entre enteros. Teniendo todo esto en cuenta, se ha procedido a realizar una estimación de la puntuación media que este grupo obtendría en el examen, obteniendo un $4'74 \pm 2'78$. Esta cifra es inferior por 1'65 puntos a la media obtenida en el examen de esta unidad didáctica, teniendo en cuenta que el periodo de tiempo que les separa es de un mes aproximadamente. Además hay que considerar la dispersión de los resultados, que es moderada. Como ya se había mencionado, existen, más o menos, igual número de alumnos que destacan especialmente sobre la media, como de alumnos que no tienen el mínimo interés por aprender, y que, con frecuencia, dejan los exámenes en blanco. No son, a pesar de lo que pudiese parecer, unos malos resultados, pues teniendo en cuenta que hace ya un mes que no trabajan con estos conceptos exclusivamente, la motivación y el interés de cara a realizar el ejercicio ha sido menor, cosa que se constataba durante la realización del mismo.

Por tanto, podría considerarse que no es de las unidades que entrañan más dificultades a los alumnos, pues, entre otras razones, se trata de una unidad que ya se ha trabajado previamente en la Educación Primaria. A partir del análisis comparativo de los dos currículos podría extraerse como conclusión la importancia de trasladar el peso en el curso de 1º de la ESO del bloque de Números hacia otros que, además de ser menos trabajados en niveles anteriores, albergan, en opinión de los docentes, contenidos que suelen generar muchas dificultades en los discentes, como son los bloques 3, 5 y 6, Álgebra, Funciones y Estadística y Probabilidad, respectivamente.

Referencias Bibliográficas

- Abrate, R. S., Pochulu, M. D. y Vargas, J. M. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*, Universidad Nacional de Villa María, 2006 (Proyecto *La articulación entre la Escuela Media y la Universidad: un camino posible para construir la "inclusión" de los estudiantes y mejorar las prácticas educativas*).
- Decreto 56/2007, de 24 de mayo, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Primaria en el Principado de Asturias
- Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.
- Del Puerto, S. M., Minnaard, C. L. y Seminara, S. A. (2004). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 38(4), 7.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisas*.
- OCDE (2012). *Informe PISA*.
- Radatz, H. (1979). Error Analysis in the Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 9, 163-172.
- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra y M. M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Madrid: ice-Horsori.
- Rico, L., y Castro, E. (1994). *Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico*. Descargado el 21 de mayo de 2013, de <http://funes.uniandes.edu.co/518/>
- Socas, M. M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico*. En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 19-52). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

ANEXO 1.- CUESTIONARIO PARA EL PROFESORADO

Centro en el que imparte docencia:

Años de experiencia como profesor/a de Matemáticas:

¿Cuál es el último curso que impartió docencia en 1º de ESO?:

Por favor, marque con una X la casilla correspondiente.

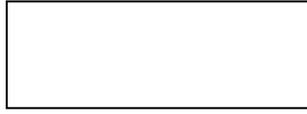
BLOQUE 1. CONTENIDOS COMUNES		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Dominan las operaciones aritméticas básicas: suma, resta, multiplicación y división.					
2. Dominan los procesos cognitivos que intervienen en las diferentes fases necesarias para resolver un problema matemático.					
3. Expresan verbalmente de forma correcta el procedimiento seguido en la resolución de problemas.					
Observaciones:					
BLOQUE 2. NÚMEROS		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Manejan adecuadamente las operaciones con números racionales y su simplificación.					
2. Manejan adecuadamente las operaciones con números enteros.					
3. Representan y ordenan adecuadamente en la recta distintos tipos de números.					
Observaciones:					
BLOQUE 3. ÁLGEBRA		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Traducen expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa					
2. Emplean letras para simbolizar números desconocidos o sin concretar.					
3. Usan fórmulas sencillas y obtienen valores numéricos en ellas.					
Observaciones:					

BLOQUE 4. GEOMETRÍA		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Conocen los polígonos regulares y su clasificación así como construcciones geométricas sencillas.					
2. Reconocen y aplican las fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros, y son capaces de descomponer figuras complejas en polígonos más sencillos.					
3. Identifican las distintas figuras geométricas en el mundo físico.					
Observaciones:					
BLOQUE 5. FUNCIONES Y GRÁFICAS		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Conocen el sistema de coordenadas cartesianas y son capaces de reconocer y representar puntos.					
2. Identifican relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.					
3. Interpretan datos, los expresan en forma de tabla y los transfieren a ejes de coordenadas.					
Observaciones:					
BLOQUE 6. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		Nunca	A veces	Regularmente	Siempre
1. Formulan conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseñan experiencias para su comprobación.					
2. Conocen los aspectos básicos de recogida de información haciendo uso de tablas de datos recogidos empíricamente representándolos con el gráfico acorde correspondiente.					
3. Reconocen la utilidad de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.					
Observaciones:					

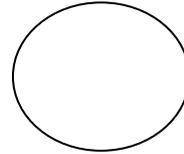
ANEXO 2.- CUESTIONARIO PARA LOS ALUMNOS

1. Representa la fracción que se indica en cada caso:

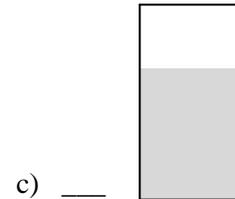
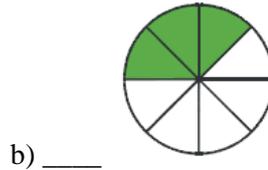
a) $\frac{3}{10}$



b) $\frac{3}{8}$



2. Expresar en forma de fracción la superficie sombreada en las siguientes figuras:



3. Ordena los siguientes números de mayor a menor:

$-1, \quad \frac{5}{6}, \quad -\frac{2}{3}, \quad 0, \quad -\frac{5}{2}, \quad 0'3, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{6}{7}, \quad -0'2$

4. Une con flechas las fracciones que sean equivalentes y calcula su fracción irreducible.

$\frac{36}{21}$
 $\frac{42}{56}$
 $\frac{12}{16}$
 $\frac{9}{27}$

$\frac{18}{54}$
 $\frac{108}{63}$
 $\frac{21}{28}$
 $\frac{60}{80}$

5. Indicar si se cumplen (S) o no (N) las siguientes igualdades:

$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{2}{5}$

$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{9}\right) + \frac{1}{3} = 1$

$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{9}\right) = 1$

$\frac{2}{5} : \frac{4}{10} = 0$

6. Un señor sale de su casa de Oviedo en coche rumbo a León, dos ciudades que se encuentran a una distancia de 120 Km. Si ha recorrido las dos quintas partes de la distancia, ¿cuántos kilómetros le quedan de viaje? ¿Qué fracción del viaje le quedará por recorrer cuando se encuentra a una distancia de Oviedo de 80km?

7. En el cumpleaños de Carlos se han comprado 10 tartas idénticas. Durante la comida se ha servido un cuarto de tarta a cada uno de los invitados y a Carlos, de forma que nadie pudo repetir y todos tomaron la misma porción de tarta. ¿A cuántas personas invitó Carlos a su cumpleaños?

8. Rellena el siguiente cuestionario mostrando tu grado de satisfacción con las siguientes frases donde 1 sería totalmente en desacuerdo, 2 en desacuerdo, 3 ni de acuerdo ni en desacuerdo, 4 de acuerdo y 5 totalmente de acuerdo.

Señala para cada frase tu grado de conformidad con la misma:	1	2	3	4	5
1. Respecto de mis intereses, la asignatura de matemáticas ocupa el primer lugar.					
2. Los problemas difíciles me motivan.					
3. Encuentro útil el tema de fracciones.					
4. Considero más exacto presentar un número como fracción que en su forma decimal redondeado. Ej.: $\frac{1}{3}$ ó 0'3					
5. Cuando la solución de un ejercicio resulta una fracción, siempre la simplifico.					
6. Soy capaz de intuir con fluidez a qué número corresponde aproximadamente una fracción.					
7. Aplico las fracciones a casos de la vida real. Ej.: veo un vaso medio lleno y pienso que tiene $\frac{1}{2}$ de su volumen ocupado.					
8. Si haciendo un problema en casa no me sale sigo intentándolo.					
9. Cuando me surge una duda mientras realizo los deberes procuro aclararla durante la corrección de los ejercicios en clase.					
10. Salgo voluntario a hacer algún ejercicio al encerado si tengo oportunidad de hacerlo.					