

**EXTREMADURA**



**UNIVERSIDAD DE**

JOSÉ CARLOS GARCÍA MERINO.

IES BÁRBARA DE BRAGANZA. DEPARTAMENTO DE  
MATEMÁTICAS.

FUNCIONES ELEMENTALES EN 1º DE BACHILLERATO  
(MUFPEES ESPECIALIDAD MATEMÁTICAS)

TUTOR: PEDRO JOSÉ ROSA GONZÁLEZ  
4 DE MARZO DE 2019

# Índice

<b>1. Descripción del centro de prácticas.</b>	<b>2</b>
<b>2. Análisis sobre la intervención docente</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción. Identificación de la Unidad Didáctica impartida. . . . .	3
2.2. Características del grupo en el que se aplicará la UD . . . . .	3
2.3. Objetivos, Contenidos, C.clave y Estándares de Aprendizaje. . . . .	4
2.4. Contenidos previos. Tratamiento de los contenidos transversales. . . . .	11
2.5. Medidas de individualización. Atención a la diversidad. Apoyo y refuerzo. .	12
2.6. Metodología. . . . .	14
2.7. Secuenciación y temporalización de las actividades de E/A. . . . .	18
2.8. Actividades de E/A realizadas. . . . .	20
2.9. Recursos utilizados. . . . .	24
2.10. Evaluación. . . . .	25
2.10.1. Resultados de la evaluación. . . . .	28
2.10.2. Evaluación docente. . . . .	30
2.11. Conclusiones. . . . .	31
<b>3. Propuestas de mejora</b>	<b>32</b>
3.1. Metodología. . . . .	32
3.2. Secuenciación y temporalización. . . . .	34
3.3. Evaluación. . . . .	35
3.4. Otras propuestas de mejora. . . . .	36
3.4.1. La relación con el alumnado. . . . .	36
3.4.2. Contenidos. . . . .	37
3.4.3. Uso de las TIC. . . . .	38
3.4.4. Algunos comentarios críticos por parte del alumnado. . . . .	39
3.5. Conclusiones. . . . .	41
<b>4. Otras actividades docentes desarrolladas.</b>	<b>43</b>
4.1. Clases continuadas con otros grupos. . . . .	43
4.2. Clases sueltas con otros grupos. . . . .	44
4.3. Reuniones. . . . .	45
4.4. Departamentos de Orientación, A. Extraescolares y Complementarias y TIC.	46
4.5. Día del Centro. . . . .	47
<b>5. Autoevaluación</b>	<b>48</b>
<b>6. Anexo I. Encuesta de satisfacción docente en Primero de Bachillerato.</b>	<b>51</b>
<b>7. Anexo II. Índice de enlaces.</b>	<b>59</b>
<b>8. Anexo III. Unidad Didáctica diseñada.</b>	<b>61</b>

## 1. Descripción del centro de prácticas.

El centro de enseñanza IES Bárbara de Braganza se encuentra en la Calle Ciudad de Évora nº 3, Badajoz. Dispone este curso de 822 alumnos, en su mayoría mujeres (aproximadamente el 65 %) debido a que los grupos vespertinos están formados casi en exclusiva por chicas, aunque por la mañana también hay una ligera mayoría femenina.

La oferta educativa del centro incluye Educación Secundaria Obligatoria (desde 1º hasta 4º de ESO, junto a un programa de ámbito en 1º ESO y PMAR en 2º y 3º ESO); Bachillerato (con las modalidades tanto de Ciencias como de Humanidades y Ciencias Sociales); 1º y 2º de FP básica de Informática y Comunicaciones; 1º y 2º del ciclo superior de 'Animación Sociocultural y Turística' y de 'E. Infantil' y un 1º de Promoción e Igualdad de género.

Además, el centro incluye una sección bilingüe de inglés y otra de francés.

Las instalaciones del centro incluyen 25 aulas principales, aula de música, aula de plástica, dos aulas específicas de FP básica y tres de FP superior, biblioteca, dos talleres de tecnología, aula de informática y dos aulas de desdoble, todas ellas equipadas con pizarras digitales interactivas. En cada aula se dispone además de un armario con ordenadores portátiles.

Además, se dispone de otras instalaciones como un gimnasio, salón de actos o tres laboratorios, así como zonas comunes como son un departamento para cada materia y las propias de cada centro, como Dirección, Jefatura de Estudios, etc.

En cuanto al alumnado, los alumnos de ESO y Bachillerato proceden de la Barriada de Pardaleras, y de los barrios aledaños: Antonio Domínguez, Cerro de Reyes y Suerte de Saavedra, y también de Santa Marina, Casco Antiguo y San Roque. Es decir, comparte estudiantes de barrios de clase media y de barrios con alto riesgo de exclusión social.

En consecuencia, el nivel socioeconómico del alumnado es medio y medio-bajo, con predominio de este último, lo que exige una intervención mayor por parte del centro a través de los tutores y la educadora social. Esta situación tiene su reflejo en los niveles académicos del mismo (alto riesgo de abandono en la ESO, fuerte desmotivación, dificultades para mantener un hábito de estudio aceptable); dificultades que con el tiempo y la intervención del centro se suele conseguir amortiguar.

Resulta significativo el porcentaje de alumnado inmigrante, especialmente en ESO, que procede en su mayoría de América Latina (Ecuador, Colombia, Bolivia...) y del Norte de África (Marruecos), con menor presencia de europeos (Rumanía) y asiáticos (China).

El Instituto cuenta actualmente con 80 profesores, cuyo número se ha incrementado por la implantación de nuevas enseñanzas. Respecto al personal no docente resultan muy importantes para el funcionamiento del centro las figuras del programador informático y de la educadora social. Ésta última colabora activamente en numerosas iniciativas.

El centro propone además diversos programas para complementar la formación de sus alumnos proyectos Erasmus -con intercambios con centros de Portugal y Francia- o programas como REBEX (Red de Bibliotecas), 'Alumnos acompañantes (ayuda entre iguales)', IMPULSA, REMA y PROYECTA o el programa FORO NATIVOS DIGITALES.

Más información del centro en su Web: **Enlace 1**

## 2. Análisis sobre la intervención docente

### 2.1. Introducción. Identificación de la Unidad Didáctica impartida.

A lo largo de las próximas páginas trataremos de realizar un análisis crítico sobre el desarrollo de la Unidad Didáctica 'Funciones elementales' impartida en el curso de Primero de Bachillerato de Ciencias del IES Bárbara de Braganza de Badajoz<sup>1</sup>. Estudiaremos en detalle asuntos como la metodología o los recursos empleados, entre otros, pero considero de importancia dejar claro desde el principio que este es un análisis *a posteriori* de la docencia impartida. En el **Anexo III** se puede consultar la programación de la unidad *a priori*; esto es, la programación de la unidad que estaba planeada siguiendo el esquema de lo aprendido en la asignatura 'Didáctica de las Matemáticas'.

Podría el lector pensar que coinciden completamente, y aunque encontrará parecido entre una y otra, verá que la realidad lleva a cambiar el orden de las sesiones o a detenerse más o menos en según qué contenidos. Esto, lejos de considerarlo puramente un error, creo que enriquece la experiencia docente, pues la capacidad de ser flexible y de adaptarse es una competencia fundamental en la sociedad contemporánea en la que vivimos.

Antes de avanzar más, debemos aclarar que dentro del marco normativo LOMCE se entiende la Unidad Didáctica (UD) como el tercer nivel de concreción curricular. Este nivel toma como base los dos anteriores; esto es, el Decreto 98/2016 del 5 de julio según el cual se establece el currículo de ESO y Bachillerato en Extremadura (primer nivel de concreción) y la programación del Departamento de Matemáticas del centro (segundo nivel). Establecida esta pequeña introducción, procedo a la identificación de la Unidad impartida.

Como ya he comentado, la Unidad Didáctica que presento en este Trabajo Fin de Máster se titula 'Funciones elementales', y forma parte del bloque de Análisis de la asignatura 'Matemáticas I' de 1º BTO de Ciencias. La Unidad se ha desarrollado tras la unidad 'Cónicas', durante el tercer trimestre del curso escolar, formando parte de la tercera evaluación.

La importancia de tratar las funciones elementales viene de su relevancia fundamental para el desarrollo del bloque de Análisis y la comprensión de las posteriores unidades del mismo ('Cálculo de límites' e 'Derivadas'). Además, la unidad tiene valor por sí misma, pues permiten modelizar una gran variedad de fenómenos reales, muchos de los cuales incluso se estudian en la asignatura de Física (movimientos rectilíneos uniformes, movimientos rectilíneos uniformemente acelerados o movimientos armónicos simples son ejemplos de ello). En definitiva, la presente unidad contribuye a que los alumnos comprendan mejor la realidad y el entorno que les rodea.

### 2.2. Características del grupo en el que se aplicará la UD

La Unidad que aquí estamos considerando se ha impartido a un grupo de catorce chicos y chicas (cinco chicas y nueve chicos) cuyas edades oscilan entre los dieciséis y los dieciocho años. Dicho grupo presenta mucha heterogeneidad, en más de un único sentido. Por un lado,

---

<sup>1</sup>Más información sobre el período de prácticas se puede encontrar en el sitio Google realizado durante las mismas, en el **enlace 2**

existen variedad de capacidades, intereses, motivaciones, estilos de aprendizaje e incluso de nacionalidades, aunque cabe decir que esta diversidad no supone motivo de conflictividad en el aula. Cuatro alumnos repetidores forman parte del grupo, uno de los cuales es la segunda vez que repite este curso. Entre los demás, dos han repetido 4º ESO y otro, 1º de Bachillerato.

Sólo atendiendo a las nacionalidades, cinco distintas cohabitan en una clase formada por sólo catorce alumnos: española, marroquí, peruana, cubana y brasileña. Considerando el rendimiento, podemos hablar de tres grupos: por un lado, dos chicas que presentan un rendimiento muy bueno, una de las cuáles incluso se plantea estudiar Matemáticas en el futuro; por otro, un grupo de cuatro alumnos con actitud derrotista hacia la asignatura o hacia el Bachillerato en general que suelen entregar los exámenes -de Matemáticas algunos, de todas las asignaturas otros- en blanco (a este grupo pertenecen los dos alumnos repetidores que hay en clase); en medio, el resto de alumnos presentan un rendimiento medio-bajo y dificultades para aprobar. Es significativo que, en la segunda evaluación, apenas cuatro estudiantes han obtenido una calificación positiva.

Cabe destacar que el chico de nacionalidad brasileña llegó al Instituto el día 9 de abril, y que manifestó su intención de emplear lo que resta de curso únicamente en aprender el idioma, pues no sabía español o inglés para poder comunicarnos fluidamente con él.

Reflexionando sobre mi relación con esta diversidad, ha habido luces y sombras en mi intervención. Si atendemos a los alumnos con actitud derrotista, no he sido capaz de motivarlos para el estudio, y han seguido en la misma línea de las evaluaciones anteriores, dejando los exámenes en blanco. Luchar por este tipo de alumnos es importante, y no he logrado conseguir que, al menos, intenten realizar tareas en clase.

Sin embargo, en la otra cara de la moneda, sí ha habido alumnos desmotivados que han mejorado su rendimiento durante el desarrollo de la Unidad. Destaca una chica que, si bien en el resto de asignaturas presenta un rendimiento elevado (notables y sobresalientes) en Matemáticas su nota más alta había sido un 5 en la recuperación de la primera evaluación. Esta chica ha obtenido un 8.3 en la evaluación de la Unidad, así que este caso sí es un éxito. Así mismo, las dos alumnas de mejor rendimiento también han visto mejorar el mismo.

El resto de alumnos se han mantenido, aproximadamente, en su línea, con pocos movimientos. Más adelante, al tratar la evaluación, profundizaremos en los cambios en el rendimiento del alumnado.

### 2.3. Objetivos, Contenidos, C.clave y Estándares de Aprendizaje.

El análisis que puedo realizar en esta sección es limitado, pues el currículo viene dado por la Ley y, contra ella, mi opinión vale poco o nada. Tras describir los contenidos, los objetivos y la contribución de dichos contenidos a la adquisición de competencias clave, sí realizaré una pequeña reflexión acerca de los mismos y en cuáles he incidido más durante la impartición de las clases.

En primer lugar, los **contenidos** que consideramos, tomando como referencia el Decreto 98/2016 <sup>2</sup> fueron:

---

<sup>2</sup>Nos referimos al mapa de relaciones curriculares que ofrece la Consejería de Educación y Empleo de la

- **1.8.** Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.
- **1.9.** Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.
- **1.11.** Práctica de los proceso de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- **1.12.** Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- **1.13. (b)** Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
- **3.1.** Funciones reales de variable real.
- **3.2.** Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, raíz, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas a trozos.
- **3.3.** Operaciones y composición de funciones. Función inversa. Funciones de oferta y demanda.

Entre los anteriores se encuentran, por un lado, algunos de los contenidos del bloque I del currículo *-Procesos, métodos y actitudes en matemáticas-* el cual he intentado trabajar en buena medida a lo largo de mis prácticas (pues, personalmente, lo considero el más importante). Por otro, aquellos contenidos del bloque III *-Análisis-* que corresponden al estudio de las funciones elementales.

La LOMCE sitúa a los estándares de aprendizaje evaluables en el centro del proceso de enseñanza/aprendizaje. Por este motivo, vamos a relacionar los contenidos anteriores con los correspondientes estándares de aprendizaje que aparecen en el Decreto 98/2016, y concretaremos los mismos mediante *indicadores de logro*.

Contenidos	Estándares de aprendizaje evaluables	Indicadores de logro
<b>1.8</b> Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.	<b>MAT I 1.4.2</b> Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes (CPAA).	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica un problema matemático conocido de manera correcta y con claridad.</li> </ul>

Junta de Extremadura, el cual se puede consultar en el siguiente **enlace 3**.

<p><b>1.9</b> Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.</p>	<p><b>MAT I 1.5.2</b> Planifica adecuadamente el proceso de investigación, teniendo en cuenta el contexto en que se desarrolla y el problema de investigación planteado (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 1.5.3</b> Profundiza en la resolución de algunos problemas, planteando nuevas preguntas, generalizando la situación o los resultados, etc (CMCT, CPAA).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indaga sobre la resolución de problemas matemáticos conocidos, empleando fuentes diversas y rigurosas, y selecciona y sintetiza la información recopilada.</li> </ul>
<p><b>1.11</b> Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.</p>	<p><b>MAT I 1.8.1.</b> Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 1.8.2.</b> Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 1.8.3.</b> Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema o problemas dentro del campo de las matemáticas (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 1.8.4.</b> Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad (CMCT).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A partir de una situación real, genera un modelo matemático y trabaja sobre él para obtener la solución a un problema.</li> </ul>
<p><b>1.12.</b> Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p>	<p><b>MAT I 1.10.1.</b> Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en Matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad para la aceptación de la crítica razonada, convivencia con la incertidumbre, tolerancia de la frustración, autoanálisis continuo, autocrítica constante, etc (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 1.10.3.</b> Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas; revisar de forma crítica los resultados encontrados, etc (CPAA, SIEE).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se enfrenta a desafíos matemáticos diferentes, y defiende sus resultados ante el resto de la clase, respondiendo a preguntas.</li> </ul>

<p><b>1.13. (b)</b> Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.</p>	<p><b>MAT I 1.13.2.</b> Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas (CMCT, CD).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Emplea herramientas como GeoGebra o WolframAlpha para hacer representaciones gráficas de funciones.</li> </ul>
<p><b>3.1.</b> Funciones reales de variable real.</p> <p><b>3.2.</b> Funciones básicas: polinómicas, racionales sencillas, valor absoluto, raíz, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas a trozos.</p> <p><b>3.3.</b> Operaciones y composición de funciones. Función inversa. Funciones de oferta y demanda.</p>	<p><b>MAT I 3.1.1.</b> Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 3.1.2.</b> Selecciona de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas, y reconoce e identifica los errores de interpretación derivados de una mala elección (CMCT, CPAA).</p> <p><b>MAT I 3.1.3.</b> Interpreta las propiedades globales y locales de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados (CMCT, CD).</p> <p><b>MAT I 3.1.4.</b> Extrae e identifica informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales (CMCT).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Obtiene el dominio de una función dada su expresión analítica o su gráfica.</li> <li>● Interpreta un enunciado y ajusta el dominio de definición de la función en consecuencia.</li> <li>● Representa correctamente una función básica de forma gráfica.</li> <li>● Relaciona correctamente una gráfica dada con la expresión analítica correspondiente.</li> <li>● Reconoce una función definida a trozos a partir de su gráfica o de un enunciado, e identifica la expresión analítica de cada parte. Representa una función definida a trozos a partir de su expresión analítica.</li> <li>● Compone dos o más funciones. Reconoce una función compuesta de otras dos, en casos sencillos.</li> <li>● Conoce la definición de función inversa. Calcula la función inversa de una dada en casos sencillos, y el dominio de la misma. Reconoce y representa gráficamente dos funciones inversas.</li> </ul>

Cuadro 1: Contenidos, estándares de aprendizaje evaluables e indicadores de logro:



Sobre lo comentado anteriormente, nos planteamos los siguientes **Objetivos:**

1. Conocer nociones básicas sobre funciones elementales: concepto de función y dominio y recorrido de una función.
2. Saber reconocer gráficas de las diferentes funciones elementales (lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas...).
3. Comprender el significado el dominio de definición de las funciones; qué significa que una función no esté definida en un punto.
4. Saber reconocer propiedades locales y globales de las diferentes funciones.
5. Utilizar las funciones para resolver problemas contextualizados en diferentes entornos.
6. Manejar con soltura la composición de funciones.
7. Conocer el concepto de función inversa, y de las propiedades que debe cumplir una función para ser invertible.
8. Emplear la herramienta 'Geogebra' para representar funciones reales de variable real, y manejarla para la resolución de diferentes actividades relacionadas con los objetivos anteriores.
9. Obtener la capacidad de expresar verbalmente problemas matemáticos.
10. Favorecer la investigación sobre ciertos problemas matemáticos famosos, y las aplicaciones de las Matemáticas al mundo real.
11. Resolver y explicar de forma clara los ejercicios propuestos. Discutir el procedimiento de resolución escogido con los alumnos que hayan empleado un procedimiento distinto.
12. Favorecer la iniciativa de los alumnos, así como su capacidad crítica y autonomía personal.

A partir de los contenidos ya mencionados, podemos hablar de la **contribución de la UD a la adquisición de las Competencias Clave** recogidas en la Ley. Principalmente tratamos la CMCT -Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencias y Tecnología- pero no nos quedamos ahí. Otras competencias que hemos trabajado han sido la CPAA -Competencia Para Aprender a Aprender- y, en menor medida, la CD -Competencia Digital- la SIEE -Sentido de la Iniciativa y Espíritu emprendedor- y la CCL -Competencia en Comunicación Lingüística-. Concretamente:

1. **Competencia en comunicación lingüística (CCL).**
  - La realización y escucha de una exposición voluntaria de temas matemáticos ha contribuido a la consecución de esta competencia.

## **2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)**

- A lo largo de toda la UD los alumnos han empleado el razonamiento matemático y la capacidad de abstracción.

## **3. Competencia Digital (CD)**

- Uso continuado de aplicaciones TIC: Kahoot!, Google Classroom, GeoGebra y YouTube.

## **4. Competencia para Aprender a aprender (CPAA)**

- Los alumnos han habido de organizar su tiempo con las tareas continuas mandadas para su realización en casa.
- A través de diferentes problemas aplicados, se ha contribuido a que los estudiantes relacionen las Matemáticas con su aplicación en contextos reales.

## **5. Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor(SIEE)**

- La propuesta de una exposición voluntaria ha contribuido a la consecución de dicha competencia presentando un desafío diferente a lo tratado habitualmente en clase y suscitando en el alumnado curiosidad acerca del mundo de las Matemáticas.

Dediquemos unas líneas a analizar la implementación de estos contenidos en el aula. Por un lado, tenemos los contenidos del primer bloque, los cuáles se han trabajado principalmente mediante la propuesta de una exposición voluntaria sobre Matemáticas que realizó aproximadamente la mitad del grupo. Sin embargo, no creo que haya sido en vano para aquellos que no presentaron, pues casi todos los alumnos parecían atentos a las exposiciones de otros compañeros. El objetivo de esta presentación era doble: principalmente, generar curiosidad en el alumnado más desmotivado; desde otro ángulo, fomentar capacidades fundamentales en el mundo contemporáneo como la capacidad de oratoria en público.

Los temas escogidos para dicha exposición trataban sobre pequeños problemas divulgativos famosos pero que, sin embargo, no se tratan en el Instituto: la Teoría de Grafos, el Dilema del Prisionero o el problema de Monty-Hall son algunos ejemplos. Más adelante se detallará la actividad y el material proporcionado a los alumnos para su realización.

Si nos centramos ahora en los contenidos del bloque de Análisis, encontramos que el Decreto 98/2016 es vago a la hora de describir qué tratar y con qué profundidad. Dada mi formación matemática, he procurado dotar de rigor a todos los conceptos que he tratado a lo largo de la Unidad. Empezando con la definición de función real de variable real y de dominio e imagen (recorrido) de una función, mi empeño ha sido detallar las diferentes propiedades de los diferentes tipos de funciones básicas: polinómicas, racionales, valor absoluto, raíz, trigonométricas y sus inversas, exponenciales, logarítmicas y funciones definidas a trozos. Del mismo modo, hice especial hincapié en la definición de función inversa y la necesidad de la inyectividad de la función para la existencia de la misma. También es cierto que, por

falta de tiempo, no llegué a contar las llamadas *funciones de oferta y demanda*, las cuales aparecen de forma explícita en el currículo (trataremos el tema en la sección de propuestas de mejora).

De entre los anteriores contenidos, hay algunos que han supuesto bastante dificultad, en especial las funciones exponenciales y logarítmicas y la noción de inyectividad. Detengámonos un poco a tratar esto.

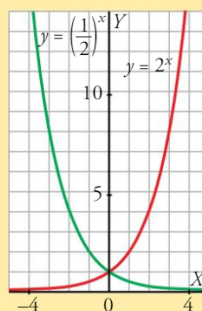
Por una parte, la construcción de la función exponencial no es sencilla, y en el libro de texto todo lo que viene es:

### ■ Funciones exponenciales

Se llaman **funciones exponenciales** las que tienen por ecuación

$$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

- Si  $a > 1$ , la función es creciente y crece tanto más rápidamente cuanto mayor sea  $a$ . El crecimiento de cualquiera de ellas llega a ser muy rápido, superando incluso a cualquier función potencia. Por eso la expresión crecimiento exponencial es sinónima de crecimiento muy rápido.
- Si  $0 < a < 1$ , es decreciente.



Cuando el alumno ve lo anterior, si el profesor no se detiene asume que la función es así, por algún motivo elevado. Sin embargo, opté por realizar una pequeña pausa al tratar este asunto. Propuse a los alumnos una serie de preguntas 'tontas' para que ellos mismos fueran conscientes de la dificultad. Las recojo a continuación:

$$2^2 = ? \longrightarrow 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^{-2} = ? \longrightarrow 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$2^{2/3} = ? \longrightarrow \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

$$2^{\sqrt{2}} = \text{????}$$

Al llegar a la última, la clase 'entró en shock' -la reacción que yo buscaba- y comprendieron que la definición de la función exponencial no era tan obvia. A partir de ahí trate de explicar que, si  $x \in \mathbb{I}$  tiene expresión decimal  $x = c_0, c_1 c_2 c_3, \dots$  entonces  $2^x$  se aproximaba cada vez mejor mediante la sucesión  $2^{c_0}, 2^{c_0.c_1}, 2^{c_0.c_1.c_2}, \dots$ . Ese día, una de las tareas que mandé para casa fue que calcularan  $2^1, 2^{1.4}, 2^{1.41}, \dots$  para que se hicieran una idea del valor que tomaría  $2^{\sqrt{2}}$ .

No se cómo valorar, a posteriori, esta actividad. Por un lado, les di un cierto rigor (por supuesto, no entré en detalles como comprobar que cualquier aproximación mediante sucesiones de  $a^x$  no depende de la sucesión con límite  $x$  escogida). Por otro, creo que les produjo cierta confusión sobre el tema. No obstante, creo que si volviera a verme en la situación volvería a incidir en la dificultad de definir  $2^{\sqrt{2}}$ .

Respecto a las funciones logarítmicas, una dificultad añadida fue el débil manejo que los alumnos tenían sobre logaritmos, a pesar de haber tratado el tema ese mismo curso. Sin embargo, la mayoría pudieron superar este obstáculo.

Como ya he entrado a valorar anteriormente, la definición de función inversa fue otro contenido sobre el que aparecieron dificultades, sobre todo al entrar a valorar si es cierto o no el hecho de que toda función tenga inversa. La clave aquí está en el concepto de biyectividad, pero la biyectividad produce problemas incluso a estudiantes de cursos universitarios; en una clase de primero de Bachillerato es difícil tratar con ella.

Mi solución fue tratar sólo con el concepto, más sencillo, de inyectividad, incluyendo eso sí su definición formal. Para trabajar en clase, intuitivamente empleamos el que 'una función es inyectiva si cualquier recta horizontal corta a la gráfica de la misma en, a lo sumo, un punto', pero dejé claro que esa no era la definición, sino una herramienta intuitiva. Con todo, como no quería entrar en la noción de epiyectividad, dije a los estudiantes que, en caso de que la función a estudiar fuera inyectiva y por tanto tuviese inversa, esta estaba definida únicamente en la imagen de la función original. De este modo, se forzaba la biyectividad sin comentarlo directamente.

Para ayudar a que comprendieran esto, empleé las propiedades geométricas de una función y su inversa, particularmente su simetría respecto de la recta  $y = x$ . Así, al calcular la inversa de  $f(x) = \sqrt{x}$ , ven claro que  $f^{-1}$  es  $f^{-1}(x) = x^2$ ,  $x \geq 0$ .

## 2.4. Contenidos previos. Tratamiento de los contenidos transversales.

En esta sección tendremos en consideración cómo se han trabajado los contenidos previos y transversales a lo largo de la UD desarrollada. Empecemos comentando de estos últimos:

Además de los contenidos descritos en la sección anterior, durante la UD impartida se trató, de manera transversal, el tema del ahorro del agua que tanta importancia tiene en un mundo donde las sequías son cada vez más frecuentes. Durante la última sesión previa a la prueba escrita realizamos un ejercicio que, en pocas palabras, consistía en modelizar, empleando una función a trozos, el precio final a pagar en una factura de agua dependiendo de los metros cúbicos de agua consumidos a lo largo del trimestre. Más adelante se describirá la actividad con más detalle, pero por ahora basta comentar que, durante la misma, se produjo un pequeño debate sobre cuánta agua se gasta en una ducha y la importancia de ser cuidadosos. Por mi parte, aporté información sobre la terrible sequía que se ha producido en Ciudad del Cabo, Sudáfrica <sup>3</sup>, y cómo sus habitantes han tenido que aprender a vivir con apenas cincuenta litros de agua diarios.

Más allá, esta habilidad está diseñada pensando no sólo en el tema del ahorro de agua, sino también en tratar de una pincelada la manera en que está compuesta una factura. Datos como que dicha factura es trimestral, o que no consiste simplemente una función lineal por la cual quien consume el doble paga el doble. Este asunto también permite hacer una crítica social con respecto a la necesidad de ahorro de recursos.

---

<sup>3</sup>[https://elpais.com/elpais/2018/02/09/planeta\\_futuro/1518177674\\_391436.html](https://elpais.com/elpais/2018/02/09/planeta_futuro/1518177674_391436.html)

Respecto a los contenidos previos, durante la primera sesión de clase de la UD realizamos una prueba Kahoot! empleando los teléfonos móviles del alumnado. Las preguntas trataban sobre el concepto de función, el reconocimiento de distintos tipos de funciones... Etc. Dicha evaluación inicial se puede encontrar en el **enlace 4**, pero se describirá con detalle más adelante.

Esta actividad me permitió estimar qué conocimientos tenían los adquiridos en cursos anteriores. El concepto de función, y las funciones más básicas eran temas dominados por lo general, así como la noción de dominio de una función o las transformaciones elementales, mientras que las funciones exponenciales, logarítmicas o trigonométricas les resultaban desconocidas y las ideas de composición de funciones/función inversa tampoco se habían trabajado previamente. En base a esta información, dediqué especial esfuerzo a tratar los temas donde los alumnos presentaban mayores lagunas de conocimiento.

## **2.5. Medidas de individualización. Atención a la diversidad. Apoyo y refuerzo.**

Voy a detenerme un poco en esta sección, ya que la considero de vital importancia para el desarrollo de una clase. La atención a las diferentes capacidades dentro de un aula es fundamental para mantener al alumnado contento y motivado. En este grupo la mayor parte de estos esfuerzos por mi parte han estado dirigidos a una alumna que presentaba un rendimiento muy superior al de sus compañeros y que se mostraba sumamente aburrida en general en las sesiones de clase. No obstante, la atención debe estar dirigida a todo el alumnado, pues emplear todos los recursos en una sola persona puede producir una reacción de rechazo -natural, por otra parte- en sus compañeros. La herramienta que me ha permitido realizar esta atención individual ha sido '**Google Classroom**', cuya utilización considero el gran éxito de esta UD.

Respecto a la chica de mayor nivel, a lo largo del período de prácticas había trabajado con ella tratando de introducirla en el mundo de la demostración en el tema de Geometría, como forma de ofrecerle retos mayores a los que enfrentarse. En relación al tema de funciones, el primer día de clase, al definir 'función real de variable real', esta chica preguntó: '¿Pero hay funciones *irreales*?'. Entonces le propuse investigar sobre las funciones complejas de variable compleja, consciente de la dificultad que entrañaba. A lo largo de los días, trabajé estos temas con ella a través de Classroom, que me permitía atenderla sin por ello parar la clase.

Respecto al trabajo con esta chica, creo que llegados a este punto es más valiosa su respuesta en la encuesta de satisfacción docente al ítem 'Para terminar cuenta, si quieres, algo que te haya llamado la atención del profesor, una anécdota, algo que te molestó...' que cualquier cosa que yo pueda plasmar en este documento sobre el tema.

- *He tenido gran cantidad de momentos buenos con este profesor, algún chiste que contaba en clase y ayudaba a relajar el ambiente y mejoraba la predisposición al trabajo, los consejos que daba sobre cómo estudiar y cómo dedicarnos a lo que nos gusta... Etc.*

*Pero sin lugar a dudas, y algo que tengo que agradecerle, es la increíble ayuda que me ha prestado. Desde el primer día vio que me aburría en clase, pero que las matemáticas son un tema que me apasiona, así que decidió, con el fin de mantenerme entretenida sin alejarse de la asignatura darme una serie de ejercicios más complejos de los que hacía el resto de la clase en los que debía aplicar la teoría para explicar distintos enunciados. Esto hizo que entendiera mucho mejor lo que estábamos dando, pero también consiguió que me pusiera a prueba a mí misma e intentara mejorar, y que me divirtiera de verdad estudiando.*

*Otra cosa que me gustó mucho y que le agradezco enormemente fue que un día, me oyó comentar que me gustaba el mundo del cómic y la novela gráfica, y me dijo que si quería que me prestara un cómic sobre matemáticas. Yo encantada le dije que sí, pensando que me lo traería al día siguiente, pero antes de que terminaran las clases ya tenía el cómic de 'Logicomix' en mis manos. Disfruté la novela de una manera que nunca habría imaginado, ya que a fin de cuentas, es una historia sobre mates. Además, después comenté ciertos puntos con él, mejorando así mi comprensión de los conceptos que se tratan en la obra.*

No obstante, como he comentado al principio, el esfuerzo no se debe dedicar sólo a una persona. La idea de investigar sobre temas relacionados con las Matemáticas no se limitó a la chica de la que he hablado las líneas anteriores, sino que, con la propuesta de la actividad *voluntaria* consistente en buscar información sobre un tema matemático concreto y exponerlo a los compañeros -la cual tuvo buena acogida- traté en mayor o menor medida con varios alumnos la cuestión que le correspondió a cada uno. Esta idea prosperó a través del contacto con los estudiantes a través de Classroom, donde subí material de apoyo y respondí dudas sobre los diferentes temas.

Durante el día a día de las clases la aplicación de Google me permitió por un lado subir tareas a la Red, de modo que nadie pudiera decir que no se había enterado de que había que hacer; por otro, responder preguntas en horario fuera de clase sobre las mismas. Si esta pregunta era recurrente, subía material extra o creaba un tema donde explicaba la dificultad donde se habían atascado. En la imagen se ve de una manera clara, mediante un ejemplo, a qué nos estamos refiriendo:

El primer día de clase tratamos los conceptos de dominio e imagen

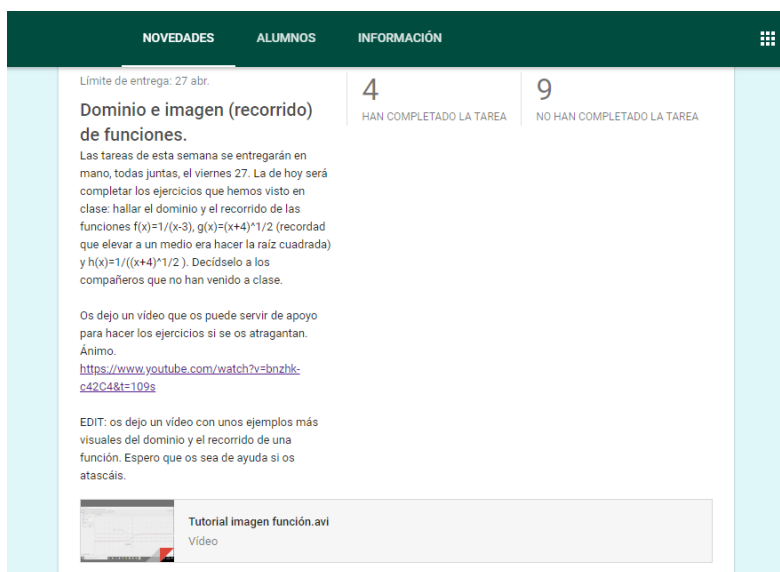


Figura 1: Materiales y tareas en Google Classroom.

de una función, y mandé para entregar una serie de ejercicios (calcular el dominio y la imagen de las tres funciones indicadas). Cuando subí la tarea a Classroom, la acompañé de un vídeo de la plataforma 'Unicoos' donde se explicaba cómo calcular el dominio de una función (lo podemos ver en el **enlace 5**). Como llegaron dudas sobre el cálculo de la imagen, realicé un pequeño videotutorial empleando GeoGebra en el cual expuse tres ejemplos gráficos sobre cómo encontrar el recorrido de una función, y lo acompañé del mensaje 'EDIT' en el enunciado de la actividad. Es posible verlo en el **enlace 6**.

Respecto a actividades de recuperación, no las realicé en esta Unidad por un doble motivo: en primer lugar, los resultados de la evaluación fueron en línea a lo esperado, con cierta mejora por parte de algunos alumnos incluso, por lo que considero innecesaria una recuperación del que es el primer tema del bloque. Asimismo, finalicé dicha Unidad el día once de mayo, es decir, mi último día de prácticas, por lo que una recuperación era totalmente inviable.

Tampoco realicé actividades de refuerzo propiamente dichas. Sí me detuve más en clase con aquellos alumnos a los que les costaba más esfuerzo entender debido a la falta de conocimientos previos y, pensando en ellos, subí enlaces con vídeos del canal 'Unicoos' que trataban con detalle las funciones más básicas (lineales y cuadráticas) que debían conocer de cursos previos y las cuales repasé con bastante brevedad en clase. Por ejemplo, en el **enlace 7** que trata sobre la representación de funciones cuadráticas, aunque en general recomendé que vieran aquellos vídeos de la lista de reproducción que necesitaran, o que preguntaran lo que fuera necesario.

Al ser el de las funciones elementales un tema de introducción al bloque de análisis, y al empezar prácticamente desde cero, repasando los conocimientos previos adquiridos en la ESO, las actividades de refuerzo, si bien no son abundantes, considero que han sido suficientes para el alumnado.

## 2.6. Metodología.

De nuevo, considero necesario avanzar más despacio en esta sección. Al fin y al cabo, los contenidos del temario vienen marcados por la Ley y hay poco espacio para interpretar de manera personal *qué* enseñar. Por el contrario, el docente tiene bastante libertad para decidir *cómo* enseñar. Para escoger una metodología concreta, considero que no hay una manera de enseñar que sea superior a las demás, sino que existen muchos factores que influyen en la elección, desde las características del grupo en el que se están impartiendo clases hasta la propia personalidad del docente.

No obstante, empleando el método científico sí podemos extraer ciertas conclusiones objetivas acerca de cómo enseñar Matemáticas o cualquier otra materia, y la influencia que tienen diferentes factores en el aprendizaje de los alumnos. En este sentido, hago referencia al artículo 'Las emociones en la enseñanza de las ciencias' <sup>4</sup> del profesor Vicente Mellado del área de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Extremadura.

---

<sup>4</sup>El artículo citado se puede encontrar en el **enlace 8**

Aún siendo consciente de que el artículo trata sobre didáctica de otras materias que no son Matemáticas, considero interesantísimo el mismo, y creo que buena parte de los resultados que en él aparecen son extrapolables a la enseñanza de las Matemáticas, al menos al nivel de análisis de las prácticas docentes que es el objeto de esta memoria.

Personalmente, siempre he considerado las emociones como una piedra angular del aprendizaje. Mirando hacia atrás, durante mi etapa en Secundaria, mi rendimiento en aquellas asignaturas en las que el profesor mostraba ilusión y amabilidad hacia los alumnos era muy superior a aquellas donde la persona que debía enseñarte una materia presentaba frialdad, indiferencia o incluso desprecio por el alumnado. Este recuerdo, y la profunda admiración que he sentido hacia determinados profesores de los que he recibido clase en esta etapa, ha sido lo que ha orientado mi carrera hacia la docencia.

Como aparece en el artículo, hay actitudes hacia las Ciencias por parte de los alumnos que son bastante preocupantes, como el interés decreciente por las mismas al pasar de Primaria a Secundaria, el considerar a la ciencia **aburrida** y **poco relevante para sus vidas** o la diferencia por estereotipos de género que se producen en la actitud hacia las mismas. El estudio de las emociones en el aprendizaje busca mejorar la situación actual. Recalco el problema de que los estudiantes consideren a la ciencia aburrida, pues el aburrimento es, en mi humilde opinión, el enemigo número uno del aprendizaje.

Citando textualmente una de las reflexiones finales del mismo: *'Las emociones negativas son en muchas ocasiones un obstáculo para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias. El reto es, a través de actividades científicas creativas y emocionantes, conseguir sustituir las emociones negativas por el placer, el orgullo, la satisfacción, la alegría, la confianza y tantas otras emociones positivas que a lo largo de la historia han hecho de la actividad científica una aventura del pensamiento y una empresa profundamente humana, que ha contribuido decisivamente a la comprensión de la naturaleza y al progreso de la humanidad'*.

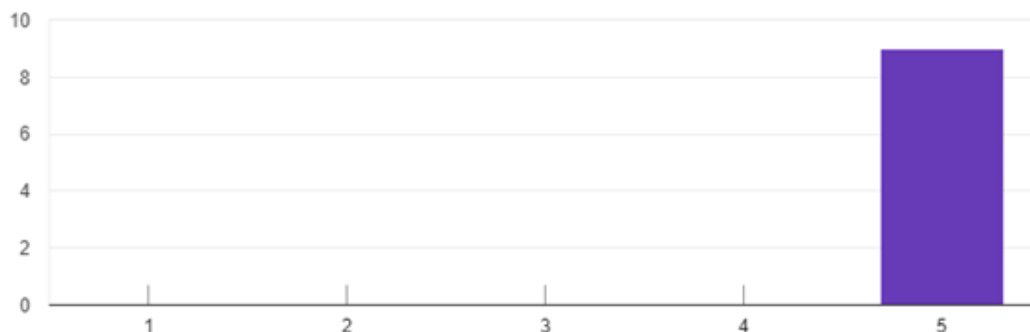
Desde mi posición de docente en prácticas... ¿Qué puedo aportar yo para transformar las emociones negativas en positivas por parte del alumnado? Esta respuesta no la tengo clara pues además, como he expuesto al principio del análisis, no he sido capaz de motivar a un sector del mismo. Sin embargo, y ayudado por mi propia personalidad, he tratado en todo momento de transmitir ilusión y ganas por la materia impartida, una condición que considero necesaria, aunque no suficiente, para llegar a los estudiantes. Otro importante factor para influir en las emociones de los alumnos considero que es, basándome en mi experiencia personal, tratar de hacer sentir importante a cada uno de ellos.

En las encuestas de satisfacción docente realizadas a este grupo me alegró comprobar que esta mentalidad llegó al alumnado y así lo reflejaron en ciertos ítems:



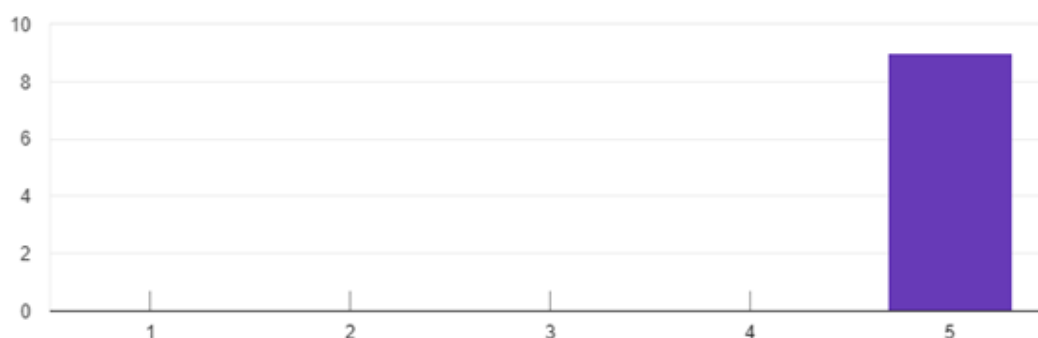
## El profesor transmite ilusión por la materia que imparte

9 respuestas



## Siento que el profesor se preocupa por sus alumnos

9 respuestas



Así como en el ítem 'Explica con tus palabras qué es lo que más te ha gustado de este profesor, qué crees que hace bien'. Algunos fragmentos de las respuestas, que hacen referencia a este asunto, son:

- *Su amabilidad.*
- *Creo que tiene capacidades para poder dar clases en un futuro en secundaria y bachillerato, anima muchos a los alumnos.*
- *Me gusta ver la emoción que transmite explicando, se nota que disfruta haciéndolo y que quiere que nosotros disfrutemos con las matemáticas también, siempre intentando que veamos la parte más útil y aplicable a la vida cotidiana de la asignatura. (...)*  
*Si haciendo ejercicios te surge una duda, sabes que si se lo preguntas por el classroom vas a obtener una respuesta en cuestión de unos pocos minutos, pero no una respuesta escasa y concisa, sino bien ampliada, de forma que percibes que quiere asegurarse de que te enteras y se preocupa por tí.*

- *Lo que más me gusta, es que ningún otro profesor se preocupa de los alumnos como él. Ha creado una página (Classroom) donde él puede mandar tareas y los alumnos mandarle las tareas hechas. También nos mandó un trabajo sobre cosas de matemáticas que no se da en secundaria, por cultura. Y algo que hace, es motivar a los alumnos para poder esforzarse en los tareas y el examen.*
- *Pone mucho empeño en que nos esforcemos y se nota que le gusta lo que está enseñando.*

Al menos con el sector mayoritario del alumnado, puedo afirmar que he cumplido con uno de los objetivos que me propuse al momento de empezar las prácticas, lograr un clima de emociones positivas dentro del aula. Por supuesto, no estoy queriendo decir que mi labor haya sido perfecta ni mucho menos, y en la sección dedicada a propuestas de mejora trataremos con detalle todo aquello susceptible de mejorar. Pero, al menos en este sentido, estoy satisfecho con el trabajo realizado.

Consideremos, ya por fin, la metodología empleada en el día a día de las clases. En este sentido he de aclarar que la metodología que apliqué no era ni mucho menos la que tenía en mente al principio cuando diseñé la UD. La idea era promover una metodología 'flipped classroom' en algunas sesiones, por ejemplo, subiendo a Classroom vídeos de Unicoos donde se explican temas como el cálculo de una función inversa antes de tratar el tema en clase, para así poder hacer prácticas y atender los procedimientos en los que aparecen dificultades. De esta forma, ganaría tiempo y además podría atender a los alumnos de una forma más individualizada. Sin embargo, choqué con la realidad y tuve que reorganizar todo de nuevo sobre la marcha. El empleo de la herramienta Classroom, como ya he comentado anteriormente, fue de gran utilidad, pero no de la manera que estaba prevista.

El segundo día de clase, tras haber mandado tarea para entregar el día anterior, sólo la mitad del alumnado presentó los ejercicios pedidos (y eso que consistían apenas en hallar el dominio y el recorrido de tres funciones). Decidí en ese momento que una metodología 'flipped classroom' era inviable para la UD; quizá empezando más atrás en el tiempo habría podido tener éxito, pero un cambio brusco como es el paso de la metodología tradicional a la de clase invertida lleva consigo un período de adaptación, y no disponía de más de siete sesiones antes del examen.

En su lugar, las clases adquirieron un modo de proceder tradicional, junto a una carga teórica muy grande, con muchas explicaciones y ejemplos en la pizarra. En vez de trabajar como hasta ahora habían hecho, dejando 10-15 ó incluso 20 minutos para que los alumnos intentasen un ejercicio y después resolverlo yo -tiempo en que la mitad de los estudiantes solían cruzarse brazos, mientras que los más avanzados lo hacían deprisa y se aburrían después- éste se empleaba en clase, el ejercicio se dejaba propuesto y para entregar, y el tiempo lo tenían que emplear en casa. Esto, en lugar de descolgarlos, les obligó a tener que pensar ellos cómo resolver cada cuestión. Aquí es importante puntualizar que esta forma de proceder es posible gracias a 'Google Classroom', que me permitió resolver dudas y aportar material de apoyo cuando los estudiantes se atascaban.

A grandes rasgos, este era el día a día de estas clases. Además, cada vez el número de preguntas se incrementó, lo que significa que los alumnos percibían cada vez más esta herramienta como algo útil.

El tener que entregar tareas casi todos los días obligaba a varias personas que sí trabajaban, pero sólo el día antes del examen, a llevar la asignatura al día, y en ellas es en las que más se ha notado una mejoría en la evaluación respecto del resto del curso (esto también luego ha sido comentado en las encuestas de forma positiva). Es el principal aporte que creo que ha hecho este cambio en la metodología. Sin embargo, algunos alumnos han criticado la excesiva carga y ritmo que tomaron las clases de esta Unidad, ya que trabajamos bastante contenido a una velocidad de exposición bastante elevada. Es un tema que trataré con más detalle en la sección de propuestas de mejora.

Finalmente, señalar que prácticamente todas las gráficas y dibujos que necesitaba realizar en la pizarra los hacía empleando GeoGebra. Esto es tanto por la buena calidad que ofrece el programa como por la mala calidad que, en contraparte, ofrecen mis dibujos a mano alzada.

## **2.7. Secuenciación y temporalización de las actividades de E/A.**

Trataremos en esta sección la manera que he tenido de organizar las sesiones de clase, y qué contenidos he tratado en cada una. De nuevo, he de reconocer mi mala planificación, que me obligó a cambiar sobre la marcha varias partes de la secuenciación de la Unidad. Esta se ha compuesto de siete sesiones ordinarias, más una de evaluación mediante prueba escrita y otra más en la que tuvieron lugar las exposiciones voluntarias sobre problemas matemáticos famosos, todas ellas de 55 minutos.

En primer lugar, muestro en el primer cuadro resumen la secuenciación que tenía programada antes de impartir la Unidad. En el segundo cuadro, la que realmente implementé. En rojo, en la segunda tabla, se encuentran resaltados los cambios.

Señalo en la primera el apartado 'modelos reales que siguen las funciones vistas a lo largo del tema' porque no me dió tiempo a dedicar parte de una sesión a esto. Consideré que, con algunas de las exposiciones voluntarias y la realización de ejercicios con contexto real, la cuestión de estudiar aplicaciones reales de las Matemáticas estaba suficientemente trabajada. En este apartado es donde pensaba incluir en un primer lugar las funciones de oferta y demanda, las cuales no traté finalmente en el desarrollo de la Unidad (véase más tarde la sección de propuestas de mejora).

Secuenciación de la UD	
Sesión	Contenido explicado
1º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación de la UD. Evaluación inicial con 'Kahoot!'.</li> <li>• Explicación de la metodología y de los criterios de calificación.</li> <li>• Concepto de función. Dominio de una función.</li> </ul>
2º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones básicas: lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa.</li> <li>• Función raíz cuadrada y funciones de la forma <math>x^{\frac{p}{q}}</math>.</li> </ul>
3º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función valor absoluto y funciones exponencial y logarítmica.</li> </ul>
4º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</li> <li>• Modelos reales que siguen las funciones vistas a lo largo del tema.</li> </ul>
5º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones definidas a trozos.</li> <li>• Transformaciones elementales de funciones.</li> </ul>
6º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Composición de funciones. Función inversa. Inyectividad.</li> </ul>
7º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de ejercicios y dudas.</li> </ul>
8º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba objetiva final escrita.</li> </ul>
9º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposiciones finales voluntarias.</li> </ul>

Cuadro 2: Secuenciación original

Secuenciación de la UD	
Sesión	Contenido explicado
1º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación de la UD. Evaluación inicial con 'Kahoot!'.</li> <li>• Explicación de la metodología y de los criterios de calificación.</li> <li>• Concepto de función. Dominio de una función.</li> </ul>
2º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones básicas: lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa.</li> <li>• Función raíz cuadrada y funciones de la forma <math>x^{\frac{p}{q}}</math>.</li> <li>• Función valor absoluto.</li> </ul>
3º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones exponencial y logarítmica.</li> </ul>
4º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones definidas a trozos.</li> <li>• Transformaciones elementales de funciones</li> <li>• Composición de funciones.</li> </ul>
5º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de función inversa.</li> <li>• Concepto de inyectividad.</li> </ul>
6º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente, y sus inversas.</li> </ul>
7º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de ejercicios y dudas.</li> </ul>
8º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba objetiva final escrita.</li> </ul>
9º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposiciones finales voluntarias.</li> </ul>

Cuadro 3: Secuenciación final

Respecto a la temporalización, la sesión de clase estándar de 55 minutos se ha dividido en tres partes:

1. Una primera parte de la clase en la que se repasaba lo visto el día anterior, se corregían los ejercicios mandados para casa a través de Google Classroom y se planteaban dudas y dificultades (con duración media de 5-15 minutos, dependiendo de lo larga que fuera la tarea mandada).
2. Una segunda parte donde se desarrollaba contenido teórico nuevo, con una duración media de unos 35-45 minutos.
3. Al final de la sesión se mandaban ejercicios y se comentaban las posibles dificultades a las que se enfrentarían y preguntaban cuestiones que respondería luego por Classroom si eran muy generales. La duración media fue de unos cinco minutos.

Considero esta temporalización adecuada, y justificada en función de lo comentado anteriormente. Evidentemente, no ha sido cerrada, y la frontera entre una parte y otra no estaba claramente señalada.

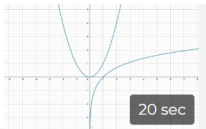
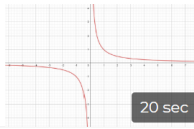
## 2.8. Actividades de E/A realizadas.

Describiremos a continuación las diferentes actividades realizadas a lo largo de la Unidad Didáctica impartida. Tras exponer todas, dedicaremos unas líneas a reflexionar sobre cuáles han sido más fructíferas de cara al proceso de aprendizaje de los alumnos y por qué.

### Evaluación Inicial con Kahoot!

Mostramos algunas preguntas que han tenido lugar. El enlace jugable al mismo se encuentra en la sección donde hablamos de contenidos previos, pero se puede consultar de nuevo haciendo click en el **enlace 9**.

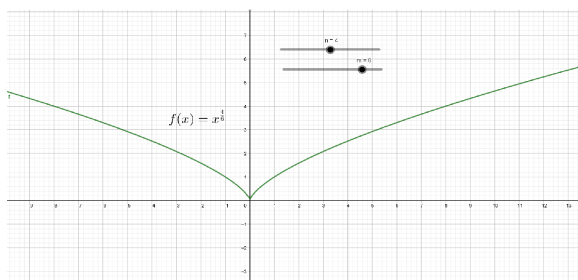
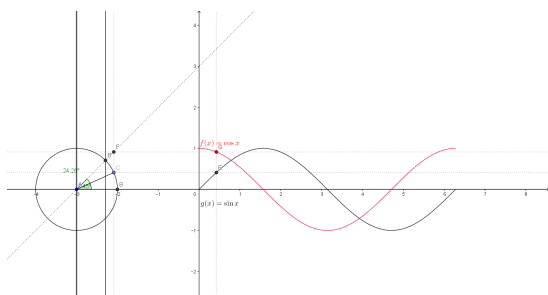
Con esta actividad se pretendía averiguar qué sabían realmente los alumnos, ya que cuando un profesor pregunta a la clase si conoce determinado contenido la respuesta es negativa en una amplia mayoría de los casos. Exponemos aquí un par de las preguntas que son una muestra de qué clase de cuestiones tuvieron lugar en dicha evaluación inicial.

<p>Q2: ¿Qué función es esta?</p>  <p>20 sec</p>	<p>Q9: El dominio de esta función es:</p>  <p>20 sec</p>
<p>▲ Eso no es una función <span style="float: right;">✓</span></p>	<p>▲ <math>(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)</math> <span style="float: right;">✓</span></p>
<p>◆ <math>f(x) = x^2 \log(x)</math> <span style="float: right;">✗</span></p>	<p>◆ <math>(0, +\infty)</math> <span style="float: right;">✗</span></p>
<p>● <math>f(x) = \log(x^2)</math> <span style="float: right;">✗</span></p>	<p>● <math>(-\infty, 0)</math> <span style="float: right;">✗</span></p>
<p>■ <math>f(x) = 3(\sqrt{x})</math> <span style="float: right;">✗</span></p>	<p>■ <math>(-\infty, 0] \cup [0, +\infty)</math> <span style="float: right;">✗</span></p>

### Aplicaciones con GeoGebra.

Para entender mejor las funciones trigonométricas, o las funciones raíz más allá de la raíz cuadrada, he empleado aplicaciones Geogebra. A continuación, una pequeña captura y

el enlace a ambas. El resto de funciones también se han dibujado en la pizarra, pero aquí sólo incluiremos esas dos, las que son un poco más elaboradas.



**enlace 10 y enlace 11.**

### Exposiciones orales voluntarias.

La idea de realizar una exposición oral sobre Matemáticas tiene como objeto, principalmente, trabajar los contenidos del bloque I del currículo, el cual habitualmente queda bastante olvidado en el día a día de los centros. Finalmente realizaron la actividad seis de los alumnos, que trataron los siguientes temas:

1. ¿Existen infinitos más grandes que otros?
2. Los puentes de Königsberg. Grafos eulerianos.
3. La Teoría de Juegos. El dilema del prisionero.
4. La paradoja de los números sin artículo en Wikipedia.
5. Generalización del concepto de función.
6. El problema de Monty Hall.

Para la realización de esta actividad los alumnos han contado con materiales proporcionados por mi, audiovisuales en la mayoría de los casos. La idea ha sido contribuir a su autosuficiencia como estudiantes, dándoles libertad para seleccionar el contenido.

En particular, para los cuatro primeros temas, enlacé en la plataforma Classroom diferentes vídeos sobre el tema que fueron un primer punto de apoyo. Estos son:

1. ¿Existen infinitos más grandes que otros? **Enlace 12.**
2. Los puentes de Königsberg. Grafos eulerianos. **Enlace 13 y 14.**
3. La Teoría de Juegos. El dilema del prisionero. **Enlace 15.**
4. La paradoja de los números sin artículo en Wikipedia. **Enlace 16.**

Para los dos últimos temas no encontré vídeos de buena calidad que los trataran. Por ello, por un lado, el tema de la generalización del concepto de función que le correspondió a la estudiante de más nivel lo traté mediante mensajes a través de Classroom, pues esta

alumna tenía capacidad y curiosidad suficientes para investigar por su cuenta sin que hiciera falta demasiado apoyo por mi parte.

Por otro, el problema de Monty Hall se trata muy bien en el libro 'Divulgaciones Mathematicae' el cual se regaló desde el Dpto de Matemáticas de la Uex a los participantes de la fase final de la Olimpiada de Matemáticas que tuvo lugar en Badajoz en 2015. Se puede encontrar en el siguiente enlace:

**Enlace 17. Divulgaciones Mathematicae.**

### Precio del agua en Badajoz.

Realizamos esta actividad durante la séptima sesión de clase, con el objetivo doble de trabajar las funciones definidas a trozos y de tratar de manera transversal el tema del ahorro de agua.

En la página web de Aqualia podemos consultar el precio del agua en la ciudad de Badajoz:

<http://www.aqualia.com/es/web/aqualia-badajoz/atencion-al-cliente/tarifas>

#### TARIFA I. TARIFA GENERAL (Facturación Trimestral)

Cuota fija al trimestre: 5,3120 €/vivienda.

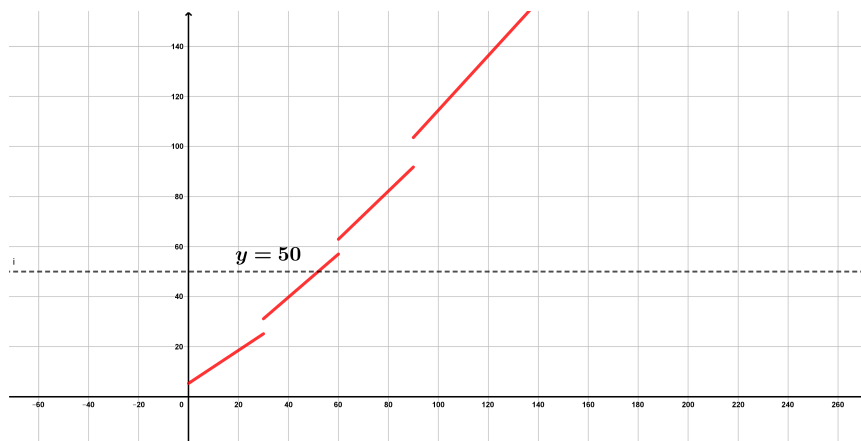
Cuota variable por suministro de agua potable al trimestre.

Bloque	Consumo	€/m <sup>3</sup>
Bloque I	De 0 a 30 m <sup>3</sup>	0,6605 €/m <sup>3</sup>
Bloque II	De 31 a 60 m <sup>3</sup>	0,8614 €/m <sup>3</sup>
Bloque III	De 61 a 90m <sup>3</sup>	0,9620 €/m <sup>3</sup>
Bloque IV	Más de 90m <sup>3</sup>	1,0912 €/m <sup>3</sup>

Figura 2: Precio del agua en Badajoz

Escribe la función (definida a trozos) que relaciona el número de  $m^3$  de consumidos con el precio a pagar en la factura. ¿A partir de qué consumo trimestral pagaremos 50 euros?

Por supuesto, resolvimos el problema algebraicamente y, después, comprobamos la solución mediante GeoGebra.



Dediquemos un espacio a analizar las anteriores actividades. Personalmente, creo que son diversas y variadas y que tratan de tocar la mayor parte del contenido, incluyendo temas transversales a las propias Matemáticas. El empleo de las TIC en ellas ha sido constante con la utilización de herramientas como Kahoot!, YouTube ó GeoGebra. En la otra cara de la moneda, la falta de tiempo no me ha permitido realizar más tareas como las anteriores.

Me gustaría detenerme en la exposición voluntaria, pues en ella reflejo el trabajo sobre el bloque I que, como ya he dicho, considero el más importante de todos. Como habrá notado el lector, los vídeos compartidos corresponden a dos de los principales canales de divulgación científica de YouTube: 'Derivando' ([enlace 18](#)), el canal del Matemático Eduardo Sáenz de Cabezón y 'Quantum Fracture' ([enlace 19](#)), del Físico José Luis Crespo <sup>5</sup> en el. Estos dos canales -aunque no son los únicos- han sido grandes referentes para mí a lo largo de los últimos años, al menos en lo que a divulgación científica se refiere.

En mi opinión, la divulgación científica es un tema apasionante y el empleo de plataformas de vídeo como YouTube, muy cercanas a los alumnos, junto al contenido de gran calidad que muchos profesionales realizan en la misma sobre una ingente diversidad de temas pueden producir grandes beneficios en el proceso de aprendizaje de los alumnos, emocionándoles, generándoles curiosidad y a contribuyendo a aumentar sus ganas de saber.

Más allá de las Matemáticas, Internet está lleno de creadores que generan material de calidad y gratuito en castellano que permiten aprender sobre diferentes materias (**Filosofía**, **Historia**, **Música** o **Física**, por nombrar algunos) en un formato amigable y divertido. Además de estos ejemplos, **Khan Academy**, por citar alguna gran plataforma, reúne una gran cantidad de conocimiento en vídeo, aunque personalmente no son tan vistosos y prefiero usar otras fuentes audiovisuales como las señaladas anteriormente. <sup>6</sup>

Desde mi punto de vista, el aprendizaje a partir de vídeos se divulgará cada vez más. La ventaja de usar vídeos es que se pueden parar y repetir, ajustándose a cada ritmo de aprendizaje. La desventaja: son unidireccionales, y por ello la importancia de un profesor que proporcione 'feedback' al alumno, le guíe y le enseñe a seleccionar el material de calidad.

<sup>5</sup>Más información sobre Sáenz de Cabezón y Crespo en los enlaces **20** y **21**.

<sup>6</sup>Enlaces **22**, **23**, **24**, **25** y **26**.



Además, la idea de realizar una exposición trabaja otra de las habilidades fundamentales en el mundo contemporáneo: la capacidad de hablar en público. Muchos estudiantes pasan por Secundaria e incluso por la Universidad sin haberse tenido que enfrentar a la tesitura de hablar frente a un grupo de personas en directo. Sin embargo, una vez que terminan los estudios es bien conocido que las habilidades sociales son importantes a la hora de obtener un empleo. Desde mi posición como alumno de prácticas he buscado promover esta habilidad, y procurar que el alumnado pierda el miedo a hablar delante de compañeros.

## 2.9. Recursos utilizados.

A lo largo de la memoria he tratado ya este tema, así que procuraré no repetirme. En primer lugar, hago referencia al libro de texto empleado con estos chicos: *Matemáticas I. Bachillerato. Anaya + Digital. José Colera Jiménez; María José Oliveira González; Elizabeth Santaella Fernández; Ramón Colera Cañas.*

Sin embargo, el libro de texto fue un material muy secundario en el desarrollo de las clases, y apenas lo empleé para seleccionar determinados ejercicios. Personalmente, considero que esta es la principal utilidad de los mismos. Ya he comentado anteriormente la vaguedad de dicho texto sobre la función exponencial. En el libro de segundo de Bachillerato he encontrado ya no vaguedades sino errores clamorosos. Por este motivo, opté por copiar o dictar las definiciones más importantes de la teoría en la pizarra o bien subir material a Classroom, dependiendo de la situación. Por ejemplo, estos pequeños apuntes ([enlace 27](#)) He condensado la teoría todo lo posible, buscando no incidir en la memorización, salvo en las definiciones importantes (función real de variable real, función inyectiva y función inversa).

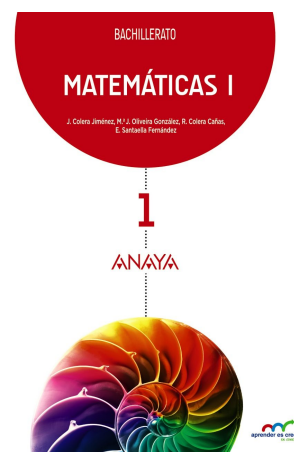


Figura 3: Libro de texto empleado.

**73** ¿Cuáles son las ecuaciones implícitas de esta recta?:

$$\frac{x-4}{0} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-1}{2}$$

¿Cómo se podría recorrer el camino inverso, es decir, encontrar la ecuación continua a partir de la ecuación implícita?

Figura 4: ¿Dividir entre cero sin advertir del abuso de notación al menos?

Además, ya he presentado en secciones anteriores el videotutorial sobre dominio y recorrido que compuse, así como los vídeos de Unicoos que recomendé, el material extra que proporcioné para las exposiciones y las herramientas GeoGebra, Google Classroom ó Kahoot!. Sólo restaría hablar de los materiales físicos del aula.

El aula disponía de una pizarra digital Smart Board con su software correspondiente, una pizarra tradicional de tiza y un armario con ordenadores portátiles personales. Estos

últimos no los empleé, pues para la prueba inicial con Kahoot! todos los alumnos estuvieron de acuerdo en utilizar sus teléfonos móviles.

## 2.10. Evaluación.

La evaluación es una de las partes más importantes del desarrollo de una Unidad Didáctica. Es bien conocido que los alumnos centran su atención en aquellos contenidos que se evalúan mientras que ignoran, o casi, aquello que no tienen repercusión en su calificación.

La ley actual, la LOMCE, hace especial hincapié en los estándares de aprendizaje evaluables, con el objetivo de constituir referentes comunes que deben alcanzar los estudiantes a lo largo de su etapa escolar. La finalidad sería facilitar la constitución de pruebas de evaluación externas estandarizadas y comparables.

Con independencia de mi opinión sobre que los actuales referentes del currículo sean dichos estándares, son algo que no he podido obviar en la programación de mi Unidad Didáctica. En la tabla presentada al principio del análisis (2.3) y que no considero necesario repetir aquí, he especificado ya los diferentes estándares de aprendizaje, separándolos en dos grupos: por un lado aquellos referentes a los contenidos del bloque III de Análisis y por otro aquellos referidos al bloque I.

Para evaluar al alumnado, opté por un sistema de evaluación continua y el empleo de diferentes instrumentos. El objeto de esto ha sido promover la motivación del grupo de estudiantes, acostumbrados a ser evaluados únicamente con un examen final. Más concretamente, hemos empleado los siguientes **instrumentos de evaluación** y **criterios de calificación**:

- Realización de tareas en casa: entrega diaria de actividades que se irán proponiendo a lo largo del tema (hasta dos puntos)
- Realización de una prueba final objetiva escrita que sintetice los contenidos vistos en clase (hasta ocho puntos).
- Exposición oral voluntaria (para subir nota, hasta 0.75 puntos).

La realización de tareas en casa y la prueba final objetiva se han empleado para evaluar aquellos contenidos del bloque III, mientras que la exposición voluntaria ha permitido evaluar los contenidos del bloque I. Detallamos dicha evaluación, comenzando por los contenidos propios de Análisis:

A continuación se muestran los diferentes ejercicios que se propusieron para entregar, así como la prueba escrita final objetiva. Previamente, la siguiente tabla recoge los indicadores de logro, concreciones de los estándares de aprendizaje, que evalúa cada actividad.

INDICADOR DE LOGRO	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Obtiene el dominio de una función dada su expresión analítica o su gráfica	Tareas 1 y 2, prueba objetiva
Interpreta un enunciado y ajusta el dominio de definición de la función en consecuencia.	Tareas 2 y 4
Representa gráficamente una función elemental cualquiera.	Tareas 2 y 4, prueba objetiva
Relaciona correctamente una gráfica dada con la expresión analítica correspondiente	Tarea 2, prueba objetiva
Reconoce una función definida a trozos a partir de su gráfica, e identifica la expresión analítica de cada parte.	Tarea 4
Representa una función definida a trozos a partir de su expresión analítica.	Tarea 4, prueba objetiva.
Compone dos o más funciones. Reconoce una función como compuesta de otras dos, en casos sencillos.	Tarea 3, prueba objetiva
Calcula la función inversa de una dada en casos sencillos, y el dominio de la misma. Reconoce y representa gráficamente dos funciones inversas.	Tarea 4, prueba objetiva.

- **Tareas para entregar:**

- **Tarea 1:** hallar el dominio y el recorrido de las funciones siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x-3}, \quad g(x) = \sqrt{x+4}, \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4}}$$

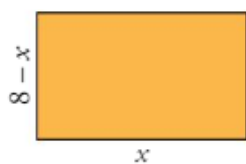
- **Tarea 2:** realiza la siguiente actividad y los ejercicios del libro:

\*Ejercicio 1. Hemos visto que no está claro qué significa  $2^{\sqrt{2}}$ . Sí sabemos que  $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$  Con la calculadora, vamos a intentar aproximarnos. Calcula  $2^{1,4}$ ,  $2^{1,41}$ ,  $2^{1,414}$ , ... ¿A qué tiende esta sucesión? Este valor será lo que entendamos por  $2^{\sqrt{2}}$ .

Escribe la sucesión de valores descrita arriba y el valor aproximado de  $2^{\sqrt{2}}$ .

- \*Los siguientes ejercicios del libro:

6



Escribe el área de este rectángulo de perímetro 16 cm en función de su base  $x$ .

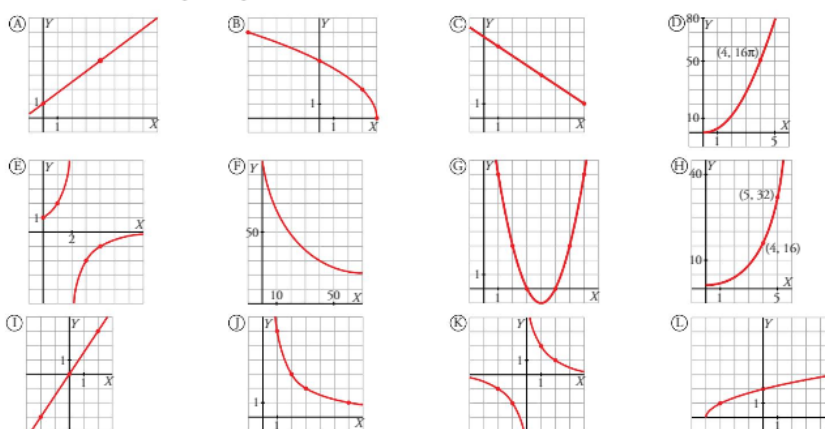
¿Cuál es el dominio de definición de esa función? ¿Y su recorrido?

En la web Animación y ejercicios interactivos para visualizar cómo cambia una recta o una parábola al variar sus parámetros.

Unid

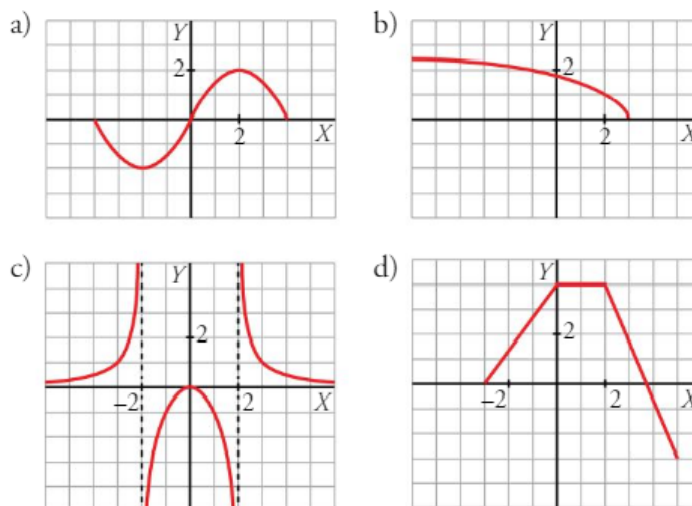
Ejercicios propuestos

1 Asocia a cada una de las siguientes gráficas una ecuación.



LINEALES	CUADRÁTICAS	PROPORCIONALIDAD INVERSA	RADICALES	EXPONENCIALES
L <sub>1</sub> $y = \frac{3}{2}x$	C <sub>1</sub> $y = x^2 - 8x + 15$	PI <sub>1</sub> $y = \frac{1}{x}$	R <sub>1</sub> $y = \sqrt{2x+4}$	E <sub>1</sub> $y = 2^x$
L <sub>2</sub> $y = -\frac{2}{3}(x-1) + 5$	C <sub>2</sub> $y = (x+3)(x+5)$	PI <sub>2</sub> $y = \frac{2}{2-x}$	R <sub>2</sub> $y = \sqrt{x+4}$	E <sub>2</sub> $y = 0,5^x$
L <sub>3</sub> $3x + 2y = 0$	C <sub>3</sub> $y = x^2, x > 0$	PI <sub>3</sub> $y = \frac{2}{x}$	R <sub>3</sub> $y = 2\sqrt{4-x}$	E <sub>3</sub> $y = 20 + 80 \cdot 0,95^x$
L <sub>4</sub> $y = \frac{3}{4}x + 1$	C <sub>4</sub> $y = \pi x^2, x > 0$	PI <sub>4</sub> $y = \frac{6}{x}, x > 0$	R <sub>4</sub> $y = -\sqrt[4]{x}$	E <sub>4</sub> $y = 3^x$

4 Observa las gráficas de estas funciones e indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:



**10** Representa estas funciones en el intervalo indicado:

- a)  $y = 2x^2 - 4$ ,  $[0, 2]$       b)  $y = -\frac{3x^2}{2}$ ,  $x \geq -1$   
 c)  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x < 0$       d)  $y = 0,6^x$ ,  $[-3, 3]$   
 e)  $y = \log_2 x$ ,  $(0, 7]$       f)  $y = \sqrt{x}$ ,  $[0, 1]$

• **Tarea 3:**

**1** Si  $f(x) = x^2 - 5x + 3$  y  $g(x) = x^2$ , obtén las expresiones de  $f[g(x)]$  y  $g[f(x)]$ .

Halla  $f[g(4)]$  y  $g[f(4)]$ .

• **Tarea4:**

**14** Representa la función  $y = |x - 5|$  y comprueba que su expresión analítica en intervalos es:

$$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

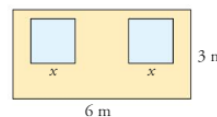
**29** Halla la función inversa de las siguientes funciones:

- a)  $y = 3x - 2$       b)  $y = \frac{x+3}{2}$   
 c)  $y = \sqrt{2x+1}$       d)  $y = 1 + 2^x$   
 e)  $y = 2 + \log_3 x$       f)  $y = 4 - x^2$ ,  $x \geq 0$

**31** Comprueba si cada par de funciones son una inversa de la otra. Para ello calcula  $f \circ f^{-1}$  o bien  $f^{-1} \circ f$ :

- a)  $f(x) = \frac{1}{x+2}$ ;  $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 2$   
 b)  $f(x) = \sqrt{2x+3}$ ;  $f^{-1}(x) = \frac{x^2+2}{3}$   
 c)  $f(x) = 1 + \log_2 \frac{x}{3}$ ;  $f^{-1}(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$

**45** En una pared de dimensiones 6 m  $\times$  3 m se quieren abrir dos ventanas cuadradas de lado  $x$ .



- a) Expresa el área que queda de pared, una vez hechas las ventanas, en función de  $x$ .  
 b) ¿Cuál es su dominio de definición?

En el **Anexo II** se encuentra la prueba final objetiva escrita que realicé durante la octava sesión de la Unidad. En ella incluí tanto una pregunta de teoría como una serie de ejercicios prácticos que sintetizaban la práctica totalidad de los contenidos del tema referidos al bloque de Análisis.

**2.10.1. Resultados de la evaluación.**

Los resultados de la evaluación de estos alumnos fueron, desde mi punto de vista, correctos. Si comparamos las calificaciones obtenidas por los alumnos en la Unidad de Funciones Elementales con las de evaluaciones anteriores comprobamos que estas tienden a mantenerse o a aumentar ligeramente.

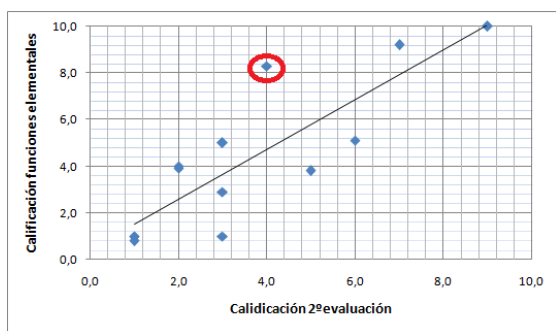


Figura 5: Calificación 2º Eva vs F. Elementales

En este aspecto, me he sentido aliviado de comprobar que las notas tras mi intervención no eran muy diferentes a las obtenidas por los alumnos en otras evaluaciones, lo que me hace pensar que ajusté más o menos bien el nivel al grupo. Además, señalo en el gráfico a una alumna que mejoró especialmente con mis clases, pasando de un 4 a un 8.3. La situación de esta alumna me llamó la atención desde el primer momento, pues en la sesión de evaluación a la que

asistí la primera semana de prácticas observé que sus calificaciones en el resto de materias rondaban el notable y el sobresaliente.

Esta chica presentaba bastante desmotivación en el aula y solía quejarse repetidamente durante las primeras semanas de la falta de utilidad de la materia. Además, como ella misma reconoció, no tiene hábito de estudio porque no lo necesita para aprobar las diferentes materias. Me atrevo a conjeturar que, más que mi manera de explicar o de trabajar, mandar para casa tareas a diario ha provocado que esta alumna tenga que trabajar la materia continuamente -además, entregaba todos los ejercicios bien- y ha sido este esfuerzo diario el que le ha permitido igualar sus calificaciones en Matemáticas a las de las demás asignaturas.

Inserto aquí también el cuadro detalle de la evaluación de la UD, que incluye las notas de las diferentes tareas, la nota del examen (sobre ocho puntos), la de la exposición voluntaria y la calificación final de la Unidad:

Nº de alumno	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Media tareas	Nota examen	Nota exposición	Nota final
1	0	0	0	0	0	1	0	1,0
2	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3	5	8	10	9	8	3,5	0	5,1
4	9	4	10	9	8	2	0,25	3,9
5	5	0	7	0	3	2,25	0	2,9
6	0	0	0	0	0	0,75	0	0,8
7	9	0	7	0	4	2,25	0,75	3,8
8	10	9	10	9	9,5	7,5	0,75	10,2
9	4	4	6	5	4,75	3	0	4,0
10	9	8	10	9	9	5,75	0,75	8,3
11	0	0	0	0	0	0	0	0,0
12	0	0	0	0	0	0	0	0,0
13	9	10	10	9	9,5	6,5	0,75	9,2
14	5	7	10	0	5,5	3,5	0,4	5,0

Como comenté al comenzar el análisis, dentro del grupo hay un sector de alumnos con actitud 'derrotista' o 'pasota'. Si observamos al cuadro de calificaciones, son aquellos cinco que no han entregado ninguna tarea a lo largo de la Unidad. Desde mi punto de vista de profesor en prácticas ha sido frustrante, aunque por otra parte se trata de un alumnado que no responde tampoco en el resto de asignaturas. En este sentido, me siento incluso *aliviado*, pues me hace pensar que el problema no era yo o, al menos, no sólo yo.

### 2.10.2. Evaluación docente.

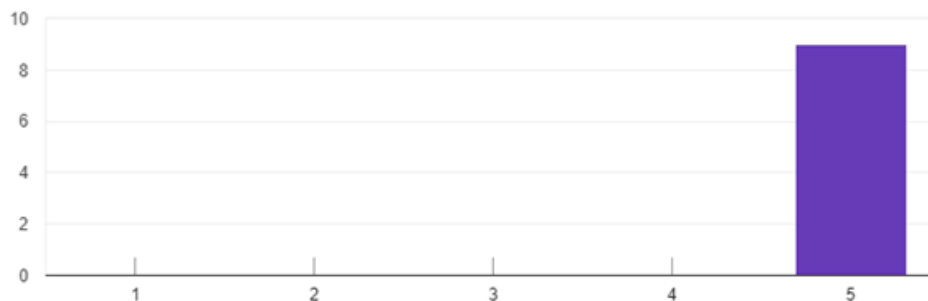
El último día de clase subí a Google Classroom un cuestionario Google donde pedía a los alumnos que evaluaran mi labor como docente. De los catorce alumnos, nueve contestaron a la encuesta; como he dicho antes, había un grupo grande de personas con actitud 'pasota', así que deduzco que la mayor parte de la falta de respuesta se concentra en este grupo, aunque debido al anonimato no puedo asegurarlo.

Los resultados de los alumnos que sí que contestaron la encuesta fueron muy positivos. Ya antes he expuesto en la memoria pequeños fragmentos de las mismas, pues considero que la opinión del alumnado debe ser de primordial importancia a la hora de evaluar a un profesor. El cuestionario al completo se puede consultar en el Anexo I. Aquí comentaremos, a continuación, algunos aspectos de la misma.

Entre los aspectos más positivos de la misma podemos destacar los ítems referidos a la ilusión demostrada por el profesor y a la sensación de que este se preocupa por los alumnos. Como comenté al principio, desde el punto de vista más personal considero a estos dos los campos más importantes, por lo que estoy satisfecho en este sentido. Además, hay otros dos puntos donde los alumnos se mostraron unánimemente convencidos de mi trabajo: los referidos al dominio de la asignatura y a la evaluación.

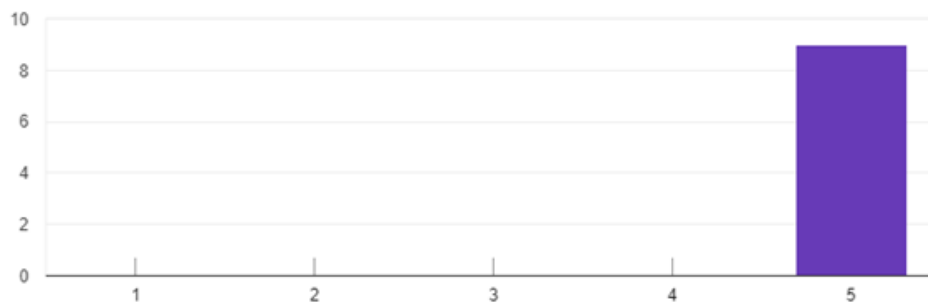
#### El profesor domina la asignatura

9 respuestas



#### El profesor queda claro cómo evalúa y lo considero adecuado

9 respuestas

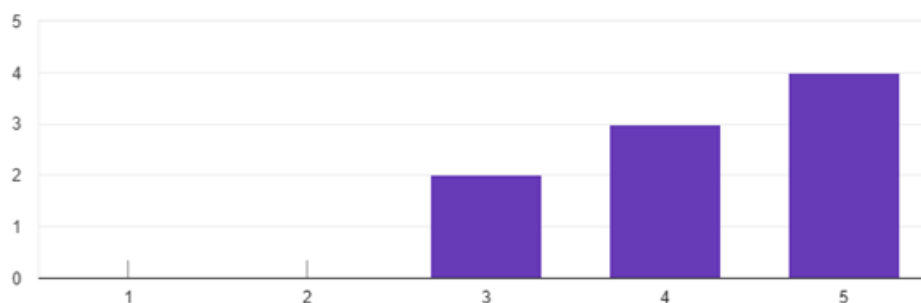


Sorprendente y gratificante fue que, a pesar de haber aprobado a cinco personas, las nueve que respondieron considerasen correcta la evaluación, pues pensé en un primer momento que, en este aspecto, los no aprobados responderían con bastante dureza esta cuestión.

En la otra cara de la moneda, como ya he apuntado a lo largo del análisis, uno de los ítems que peor han valorado los alumnos ha sido el referido al ritmo de exposición: lo consideran bastante elevado, y es un asunto del que se han quejado también -y sobre todo- los alumnos de Segundo de Bachillerato. En la sección de propuestas de mejora trataremos con más detalle este asunto.

### El profesor explica a un ritmo correcto.

9 respuestas



Finalmente, respecto a las preguntas de respuesta abierta los resultados han estado en concordancia. Aunque alguna respuesta en estos campos no ha sido seria, por lo general indican bastante bienestar con el ambiente en clase. Destacan sobre las demás, por la extensión y contenido de las mismas, las respuestas de la chica de rendimiento superior -una de ellas está parcialmente recogida ya, en la sección de atención a la diversidad- que reflejan una imagen quizá incluso idealizada sobre mi trabajo. Es evidente que mi labor docente no es, objetivamente, magnífica como la hace parecer esta chica (aún me queda mucho por aprender) pero me llena de satisfacción pensar que he podido llegar a alguien de esa manera.

## 2.11. Conclusiones.

En pocas líneas, pues trataremos el tema con más detalle en la sección de autoevaluación, el desarrollo de la Unidad Didáctica de Funciones Elementales en primero de Bachillerato ha sido una experiencia agradable y plena. He tratado de integrar en ella diversidad de contenidos, incluyendo aquellos del bloque I y contenidos transversales, así como una amplia variedad de instrumentos de calificación y recursos TIC, tratando de sacar el máximo partido a las nuevas tecnologías.

En lo personal, el alumnado se ha mostrado agradecido y contento, a pesar de los desaciertos que, por supuesto, han tenido lugar por mi parte durante este período de clases. No obstante, soy consciente de que una buena parte del éxito de la Unidad se debe al 'efecto novedad' que supone la llegada de un docente en prácticas. En adelante, procuraré valerme de las opiniones de estos alumnos (y, evidentemente, de aquellos de otros grupos) para mejorar mi labor.

Finalmente comentar que, para mi desdicha, el período de prácticas terminó al momento de finalizar la Unidad y no pude encargarme del tema de límites y derivadas -los últimos del curso- y que considero especialmente atractivos para impartir a nivel de Bachillerato.



### 3. Propuestas de mejora

En esta sección nuestro objetivo será analizar diferentes desaciertos cometidos a lo largo del desarrollo de la Unidad Didáctica previamente descrita; algunos de ellos ya hemos comentado que los trataríamos aquí. Prestaremos especial atención a la metodología empleada, a la temporalización y la secuenciación de la Unidad y a la evaluación realizada. Estudiaremos también las opiniones del alumnado para buscar la manera de enriquecer la labor docente a desarrollar en el futuro.

#### 3.1. Metodología.

Cómo enseñar la materia es una pregunta para la cual cada docente dispone de una respuesta, y en la que, como he comentado anteriormente, influyen multitud de factores. En lo referido a esta unidad didáctica, si bien la metodología final empleada ha resultado, en mi opinión, correcta, ha habido varios elementos mejorables en ella:

- En primer lugar, la forma de proceder ha sido tradicional. Si bien esto no es un problema *per se*, sí lo considero un componente a mejorar, pues esta *no era la metodología planeaba emplear*. De nuevo, la idea era proceder mediante 'flipped classroom', apoyándome en vídeos de la plataforma Unicoos, algo que finalmente no realicé.
- Más allá de los desaciertos en la programación de la unidad en cuanto a metodología se refiere se encuentra la cuestión del excesivo ritmo de exposición. Este lo considero un problema serio, pues prácticamente la totalidad de las quejas por parte de los alumnos de Bachillerato (tanto en primero como en segundo) han tenido que ver con la velocidad. Detengámonos un poco en este punto.

Algo que me caracteriza durante la impartición de clases es querer contar muchas cosas a la par que tengo poco tiempo. Al igual que mi propia personalidad me supone una ventaja, por ejemplo, a la hora de mostrar ilusión por la materia, en este aspecto un carácter tan enérgico constituye un problema para aquellos alumnos -bastantes de ellos- a los que les cuesta seguir dicho ritmo. Debo hacer fuerte autocrítica en este aspecto, pues es un importante aspecto a mejorar. Una reflexión sobre este asunto es que, si bien en los grupos de Bachillerato he llevado un compás rápido en clase, al cambiar de aula y visitar, por ejemplo, la clase de Primero de Ámbito PMAR, sí que he sido capaz de adaptarme al alumnado, algo que ellos mismos me decían. Los motivos de esta diferencia están, por un lado, en la diferencia entre tratar con un grupo grande frente al trabajo casi individualizado que realizábamos en PMAR, y por otro, en la diferencia de expectativas entre un grupo de Bachillerato de Ciencias frente a uno de ámbito, en el cual el objetivo era simplemente aprender a resolver ecuaciones sencillas. A pesar de todo ello, me gustaría advertir que el trabajo con el grupo de PMAR ha sido uno de los más reconfortantes de los realizados a lo largo del período de prácticas.

- Respecto a la metodología finalmente empleada, la cual incluye tareas diarias para entregar, el juicio que realizo es acerca de su casi inviabilidad en el día a día de un

Instituto. Me explico: en mi caso, nueve chicos y chicas solían entregar los ejercicios -un número bastante reducido- y, a pesar de ello, corregir las actividades a diario junto a la tarea de preparar el resto de clases (unido todo ello al propio trabajo que conlleva el Máster en general) resultaba en una falta general de tiempo. Por ello, recoger trabajo diario de los alumnos, y estar disponible para ellos a través de Classroom, resulta inviable sin, como mínimo, *algún incentivo para ello*.

En el caso de un alumno de prácticas, su trabajo es evaluado por un grupo de profesores; incluso, también el alumnado de secundaria valora la intervención docente del mismo. Sin embargo, en el día a día, la obtención de ninguna recompensa por dicho trabajo, multiplicado por cuatro grupos de quizá casi 30 estudiantes alguno de ellos, provoca que resulte complicada en el largo plazo la imposición de esta manera de proceder, pues es mucho más cómodo para el docente calificar con un sólo examen. No obstante, el objetivo de esta memoria no es criticar al Sistema Educativo en general, así que nos detendremos llegados a este punto.

Tratemos ahora el asunto de los recursos empleados: considero que estos fueron adecuados y diversos, aunque quizá haya ponderado el audiovisual en demasía. Me considero un firme defensor del autoaprendizaje, y el empleo de vídeos para ello. Como el típico integrante de la generación del Milenio, el tiempo que consumo en la plataforma YouTube es muy elevado y, como ya he descrito, me ha permitido asimilar mucho conocimiento de diversas áreas. Entiendo que el lector pueda adoptar una postura escéptica sobre el aprendizaje a través de YouTube, pero la autocrítica que realizo está más enfocada en las diferentes formas de aprender de cada persona, pues conjeturo que no todos los alumnos se sienten cómodos con esta manera de proceder, o que no tienen capacidad de autocorrección de errores, y que necesitan una forma más directa de enmendar equivocaciones.

Respecto a las actividades de E/A, la autocrítica viene, más que por la calidad de las mismas, por la cantidad, pues considero la exposición voluntaria o el ejercicio consistente en modelar la factura del agua como una función a trozos actividades que tocan muchos temas diferentes y contribuyen al desarrollo competencial del alumno más allá del conocimiento puramente matemático.

Precisamente por ello, me habría gustado disponer de momentos para llevar a cabo actividades como las anteriores. Sin embargo, el currículo es extenso, los retrasos ya son significativos a estas alturas de curso, las actividades extraescolares y complementarias se suceden y la prioridad en esta situación es que los chicos dispongan de tiempo para tratar las unidades de límites, continuidad y derivadas.

Justamente, la cuestión de las actividades extraescolares y complementarias es otra propuesta de mejora en sí misma. A lo largo del desarrollo de la Unidad -y de las prácticas docentes en general- no he realizado ninguna actividad de este tipo con el grupo. Una salida que hubiera podido resultar interesante habría sido llevar a los estudiantes, tanto de este grupo como de Segundo de Bachillerato, a asistir a la conferencia <sup>7</sup> que la matemática y

---

<sup>7</sup>noticia en el **enlace 28**

divulgadora Clara Grima dio en Badajoz a fecha del martes 20 de marzo, a la que sí que asistieron varios de mis compañeros de prácticas con sus respectivos alumnos.

El motivo por el que no propuse en el centro de prácticas la idea de acompañar a estos alumnos a dicha charla, a la cual sí que asistí a título personal, fue la fecha de la misma. Recién llegado al centro y pendiente de otros asuntos, me percaté de su celebración durante el fin de semana anterior a la misma. El lunes me pareció tarde tratar de forzar la situación, pues la realización de una actividad complementaria genera problemas con el resto del profesorado, como pude comprobar con la asistencia a reuniones CCP, y estos problemas se habrían acrecentado al haberse celebrado dicha actividad sin previo aviso, de un día para otro. Con todo, creo que habría resultado en una experiencia interesante para la educación matemática de los alumnos, pues la Teoría de Grafos, eje central de la conferencia, es una de las ramas de las Matemáticas con mayores aplicaciones, y el tratamiento de estas es algo que los alumnos de todos los niveles reclaman.

### 3.2. Secuenciación y temporalización.

A la hora de tratar el asunto de la secuenciación y la temporalización de la Unidad vuelvo a estar en situación parecida al apartado anterior: la crítica no está tanto en la secuenciación final realizada sino en que dicha organización no coincide con la programada en un principio.

Como ya he tratado en las líneas anteriores, la idea partía de trabajar en clase todos los tipos diferentes de funciones, para después aplicar estos conocimientos en el estudio de funciones definidas a trozos, la composición de funciones y el cálculo de funciones inversas. Por contra, debido al evidente aburrimiento de los alumnos finalmente decidí tratar las funciones trigonométricas a final de unidad.

La propuesta de mejora, aparte de hacer hincapié en la necesidad de aprender a programar mejor el desarrollo de las unidades, está en que, debido a esto, situé mucho más el foco en las funciones exponenciales y logarítmicas que en las trigonométricas. No significa esto que no las tratara, sino que los ejemplos mostrados al alumnado sobre, por ejemplo, composición de funciones, no incluían funciones trigonométricas y esto ha podido provocar que su recuerdo de las mismas en un futuro sea mucho más tenue.

Idéntico análisis podemos realizar sobre la temporalización de las sesiones de clase, donde las actividades centradas en el profesor tuvieron mucho más peso del quizá deseable desde una concepción constructivista del aprendizaje. Como he tratado durante el estudio de mi intervención, las actividades expositivas por mi parte resultaron, salvo en las últimas dos sesiones (correspondientes a la prueba escrita y a las exposiciones por parte de los alumnos) la mayoría de las llevadas a cabo.

En resumidas cuentas, la conclusión más evidente es que, si comparamos la programación de las sesiones que realicé *a priori* con las sesiones realmente desarrolladas, ambas versiones difieren bastante. Si bien considero que esta vez el realizar cambios sobre la marcha, basándome en la observación y en la intuición, ha tenido un resultado bastante positivo,

en futuras ocasiones los desaciertos en la planificación pueden conllevar un fracaso, con las consecuencias que ello tiene para el alumnado.

### 3.3. Evaluación.

Tratar la evaluación en esta sección me resulta complicado, pues si hay algo que me ha sorprendido gratamente ha sido la unanimidad de estos alumnos sobre la claridad, la nivelación y la diversidad de instrumentos empleados para llevarla a cabo. Sin embargo, sí que podemos encontrar y analizar algunos problemas relacionados con la evaluación, tanto a la forma como a los resultados de la misma.

En primer lugar debo citar a las clases particulares a las que varios alumnos acuden regularmente. A lo largo del desarrollo de la Unidad comprobé que algunos alumnos cuyas calificaciones han sido bastante bajas a lo largo del curso solían presentar unos ejercicios con una calidad muy alta. Al principio, cegado por mi inocencia e inexperiencia, lo achiqué al mayor tiempo que tenían los alumnos para realizar los ejercicios en casa, al material de apoyo que les proporcionaba o a que, simplemente, eran alumnos que en los exámenes se ponían muy nerviosos y por ello su mal rendimiento. Nada más lejos de la realidad.

Advertido por mi tutora, tuve en cuenta el factor 'clases particulares', y en charlas que tuve con aquellos alumnos de los que sospechaba me reconocieron que sí, que recibían clases extra (no obstante, no que les resolvieran allí los ejercicios para entregar). Ante esta tesitura, sin pruebas, no quedaba otra que evaluar positivamente sus entregas, con lo que estos estudiantes se acercaron *peligrosamente* al aprobado (y sí, digo peligrosamente porque al corregir su examen era muy evidente que no alcanzaban el nivel mínimo requerido para aprobar. Presentaban errores muy graves en cuestiones básicas). A *posteriori* me di cuenta de que, en las entregas de las tareas 2 y 4-las más extensas- sus ejercicios se truncaban al final, lo que me hace deducir que presentaban sólo aquellas cuestiones que les daba tiempo a tratar en una hora de clase. Sin duda, este ha sido uno de los temas que peores sensaciones me ha producido durante la impartición de la Unidad.

En otro orden se encuentra la crítica a una de las preguntas de la prueba objetiva escrita. El nivel de dicha cuestión fue quizá demasiado alto. Concretamente, el enunciado de la misma fue:

- (1,5 puntos) Si  $a > 0$  es un número real, estudia el dominio de  $f(x) = \log(ax^2 - 4)$  según los valores de  $a$ .

Si bien es cierto que habíamos utilizado los deslizadores en GeoGebra para estudiar diferentes funciones, nunca antes se había hecho en clase un ejercicio que implicase un parámetro. Esta pregunta cumplió su cometido (pretendido) de ser la cuestión que abriera la puerta al sobresaliente, pero ningún estudiante fue capaz de contestar correctamente. Únicamente las dos alumnas de mejor rendimiento se atrevieron con ella, y el resultado no fue óptimo.

La dificultad principal que encontraron fue, para mi sorpresa, expresar el dominio en función del parámetro. Sus respuestas, en consecuencia, fueron vagas e incompletas, con frases como: 'el dominio de  $f$  serán aquellos números reales donde  $ax^2 - 4$  sea positivo' y, a continuación, ejemplos para diferentes valores de  $a$ . No obstante, si bien la respuesta no era precisa, tampoco era incorrecta y las explicaciones que daban iban en la buena dirección, por lo que finalmente opté por calificar con la mitad de la puntuación total de la pregunta. Afortunadamente, ninguna de las dos chicas se quejó, sino que vinieron en el recreo a la sala del Departamento para que les explicara la resolución del ejercicio.

### 3.4. Otras propuestas de mejora.

#### 3.4.1. La relación con el alumnado.

A lo largo del período de prácticas he podido impartir docencia en niveles muy dispares, desde 1º de ESO hasta 2º de Bachillerato. La convivencia con alumnos de diferentes edades es muy distinta y, personalmente, me he encontrado bastante más cómodo en niveles altos, así como en 2º ESO o con el grupo de 1º de ámbito PMAR al que asistí en algunas ocasiones. En contraposición, debo mejorar bastante mi quehacer con los más pequeños del Instituto, con los cuales me he sentido muy distante.

En referencia a la Unidad Didáctica que estamos analizando a lo largo de la memoria, el grupo de Primero de Bachillerato de Ciencias ha sido con el que he tenido mejor relación a nivel tanto de aula como fuera de ella.

Dentro del aula se trataba de un grupo sin problemas de disciplina, antagónico a los cursos más bajos. Fuera de ella, compartía gustos a nivel personal con buena parte del alumnado, en temática de libros, series de televisión y videojuegos.

Mi propia ropa y la de ellos hacen que sea fácil averiguar de un vistazo cuáles son los gustos comunes, lo que se acentuó además con actividades como el cálculo del circuncentro de un triángulo contextualizado con temática de la saga de videojuegos 'The Legend of Zelda'.

¿Dónde está la propuesta de mejora entonces? En que, quizá, la relación con estos alumnos fue *demasiado* buena. Como muestra, basta la respuesta de un estudiante en la encuesta de satisfacción docente, en el ítem 'Para terminar cuenta, si quieres, algo que te haya llamado la atención del profesor, una anécdota, algo que te molestó...':

- *Lo que más me ha llamado la atención es que se preocupa de los alumnos para que atiendan a las clases y en realidad para los alumnos y yo **no le tomamos como un profesor serio** que explica un temario, hace un examen y ya, **si no es más como un amigo que te enseña matemáticas en un entorno divertido.***

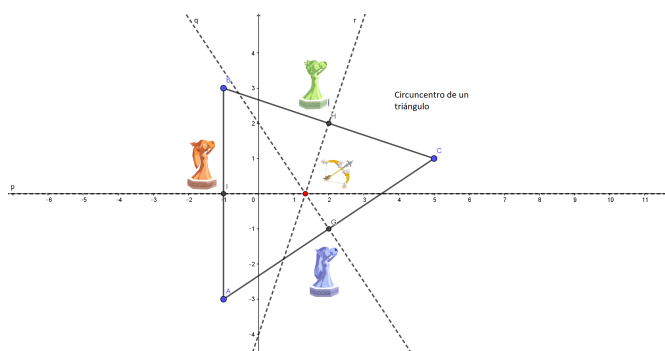


Figura 6: Geometría con videojuegos.

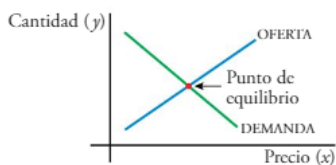
Esta respuesta me llamó mucho la atención. Por un lado, es evidente que el alumno o alumna que contestó de esta manera ha estado contento en mis clases y escribe las líneas anteriores como un cumplido. No obstante, el que me vieran como un amigo no parece ser demasiado positivo, pues el rol social que debemos adoptar en un aula es el de profesor/alumno.

### Funciones de oferta y demanda

En el proceso de compra-venta de cualquier producto se pueden considerar dos funciones:

- Función oferta,  $o(x)$ : cuanto mayor sea el precio del producto, mayor será la cantidad de unidades que la empresa esté dispuesta a producir y, por tanto, mayor será la oferta.  $o(x)$  es creciente.
- Función demanda,  $d(x)$ : cuanto mayor sea el precio del producto, menor será el número de personas dispuestas a comprar y, por tanto, menor será la demanda.  $d(x)$  es decreciente.

Con frecuencia las funciones de oferta y demanda son lineales: se representan mediante trozos de rectas.



El punto de corte es un punto de equilibrio: para ese precio, lo que se oferta es igual a lo que se demanda y ni sobra ni falta mercancía.

NOTA: En economía, estas funciones se describen tomando *la cantidad* como variable independiente y *el precio* como variable dependiente. Pero en este nivel creemos que son más sencillas de entender presentándolas como lo hacemos aquí.

Figura 7: Funciones oferta y demanda. Anaya.

Otro ejemplo de esta situación es que un par de chicos me propusieron, el último día de clases, jugar con ellos durante el período de recreo al popular juego de cartas *'Magic the Gathering'*. Acepté (y, todo hay que decirlo, me lo pasé bien, pues precisamente durante mi etapa de estudiante de Bachillerato dedicaba horas a dicho juego), pero tras reflexionar ahora pienso que no debí haber aceptado. Más aún, no debí de haber abierto la puerta a que estos chicos me propusieran jugar.

### 3.4.2. Contenidos.

Respecto a los contenidos impartidos, también hay sitio para la mejora. Por un lado, no he cumplido completamente con el currículo, lo que podemos considerarlo un problema importante. Por otro, la forma de abordar ciertos contenidos también da pie a la mejora.

En primer lugar, a la izquierda vemos el tratamiento que hace el libro de texto de Anaya acerca de las *funciones de oferta y demanda*. Este contenido aparece en el currículo y, de hecho, lo he recogido en la tabla (2.3) correspondiente como parte del mismo -concretamente, como parte del contenido(3.3)-. Sin

embargo, durante el desarrollo de la Unidad no llegué a trabajar dichas funciones en ningún momento, y, como consecuencia, tampoco aparecen en la evaluación.

El motivo por el que no trabajé dichas funciones fue la falta de tiempo. Como matemático y, tratándose de un Bachillerato de Ciencias, hice énfasis en la cuestión del cálculo de funciones inversas y en la importancia de la inyectividad para el cálculo de las mismas. Quise además trabajar cuestiones del bloque I con la actividad de exposiciones voluntarias, que supusieron una sesión más en la que no desarrollamos contenido del bloque de Análisis. Con todo, quedó este detalle por tratar, el cual en futuras ocasiones procuraré introducir en alguna de las sesiones, junto a los modelos reales empleando funciones. Temas que sería interesante haber tratado a lo largo de la Unidad.

Menos problemática es, a mi entender, la cuestión de cómo abordar las funciones exponenciales, concretamente al momento de definir  $a^x$  para  $x \in \mathbb{I}$ . A pesar de haber empleado GeoGebra continuamente, no tuve en cuenta la posibilidad de dibujar en GeoGebra una 'nube de puntos' (en la imagen de la derecha).

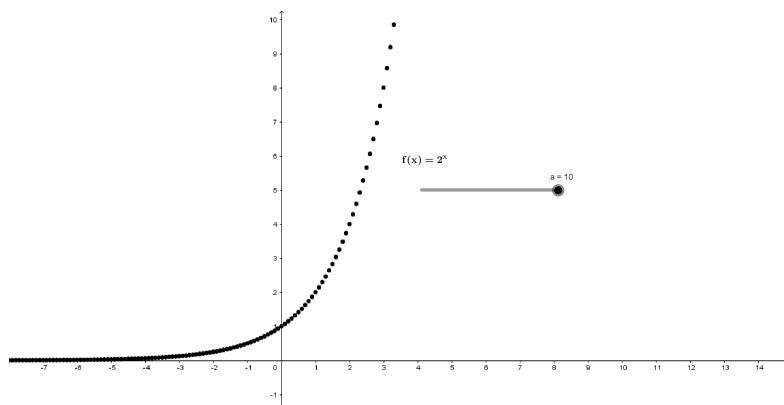


Figura 8: Función  $2^x$ .

Algo que podría haber mostrado es que la función es siempre creciente, por lo que si  $x_0, x_1 \in \mathbb{Q}$  y  $x \in \mathbb{I}$  es tal que  $x_0 < x < x_1$ , entonces  $a^{x_0} < a^x < a^{x_1}$ . Por tanto, si los alumnos observan en la nube de puntos, digamos, los valores  $2^{0,5}$  y  $2^{0,6}$  muy juntos, pueden entender que, si  $x \in \mathbb{I}$  está comprendido entre 0,5 y 0,6, entonces  $2^x$  será un punto entre los dos anteriores, por lo que la función será continua.

Por supuesto, no me atrevo a asegurar que esta forma de verlo sea más correcta que la descrita durante la sección anterior, pero podemos considerar esta reflexión como un apunte para emplear GeoGebra de otra forma aparte de las ya empleadas durante el tema.

### 3.4.3. Uso de las TIC.

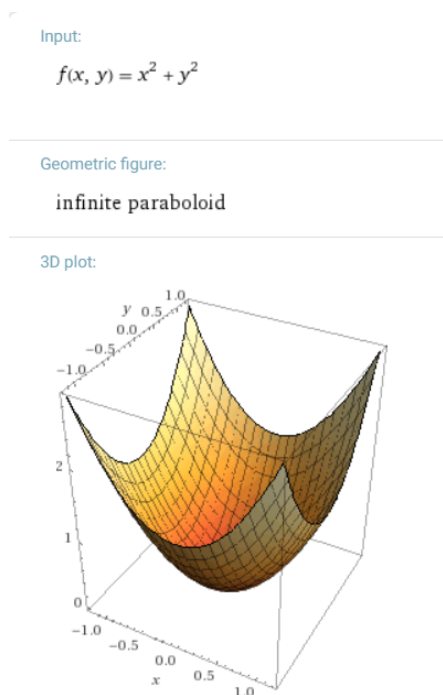


Figura 9: Gráfico en Wolframalpha.

Como he venido exponiendo a lo largo de la memoria, el empleo de las TIC y de medios audiovisuales ha sido constante a lo largo de la Unidad. Sin embargo, hay una herramienta que me encanta y que, sin embargo, no empleé en clase más allá de mostrarla durante la séptima sesión (previa a la prueba objetiva) muy brevemente y sin centrar la atención en ella: se trata de 'Wolframalpha', el buscador de respuestas en línea desarrollado por la compañía Wolfram Research, y a la cual se puede acceder desde su página web (**enlace 29**).

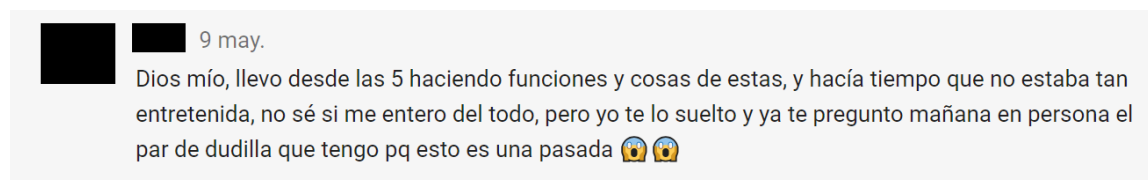
Personalmente, descubrí la herramienta durante el Bachillerato, y la he empleado a lo largo de toda mi formación matemática. Por este motivo, me he sentido consternado al no poder sacarle el partido que me gustaría. La mayor parte del uso de la misma ha sido con la chica de mayor rendimiento académico, a través de Classroom.

Debido a que el tema de exposición de esta alumna eran las funciones más allá de las funciones reales de variable real, a esta chica le propuse dibujar dichas funciones en Wolframalpha (por

ejemplo,  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ) y que observase el resultado. La idea era que empleara la imaginación para ver cómo se comportaban los diferentes tipos de funciones. A la izquierda podemos observar qué salida produce en Wolframalpha esta función.

Un empleo más habitual de esta herramienta podría haber sido positivo para el alumnado. Desde una perspectiva constructivista del aprendizaje, un buscador de respuestas como Wolframalpha permite al estudiante autoevaluar su propio trabajo, o buscar nuevos ejemplos sobre un tema concreto. Como bien es sabido, el hábito de autopregunta, de conjeturar una respuesta y de verificar dicha respuesta es capital en el aprendizaje de las Ciencias en general y de las Matemáticas en particular.

Finalmente, considero interesante mostrar un comentario que realizó esta alumna a través de Classroom, el cual me pareció revelador sobre lo que acabamos de decir: la importancia del propio descubrimiento.



Es obvio que no todo el alumnado cuenta con la misma motivación, pero sí creo que, cuando una persona aprende por sí misma, ese conocimiento se fija mucho más. Al igual que las letras de las canciones se mantienen en nuestra cabeza porque estas nos emocionan, descubrir algo por nuestra cuenta también nos conmueve y nos hace recordarlo mejor en el futuro.

#### 3.4.4. Algunos comentarios críticos por parte del alumnado.

En esta sección trataré algunos comentarios que han hecho los alumnos en las encuestas acerca de qué debo mejorar. He de aclarar que en Primero de Bachillerato apenas ha habido comentarios negativos, por lo que incluiré también algunos comentarios recibidos en segundo, algo más críticos. Antes de seguir, me parece significativo comentar que, si bien en primero tenía tendencia a correr en clase -un tema que ya he comentado más atrás- los alumnos tenían contacto conmigo mediante Google Classroom, algo que no se puede decir de la clase de segundo.

Curiosamente, mi percepción era la de estar corriendo, sobre todo, en la clase de primero durante el desarrollo de la Unidad, más que en segundo, donde la mayor parte de los días sacaba a la pizarra a algún alumno a resolver un ejercicio.

Aclarado lo anterior, procedemos con el correspondiente análisis. El ítem en cuestión aquí es: 'Explica también qué es lo que menos te gusta del profesor, en qué crees que tiene que mejorar.'

- *Creo que los temas los tiene que dar más despacio y sin prisas, debe atender a todos por igual.*
- *La única pequeña pega que podría poner, es que a veces, en su intento por que todos*



*nos enteráramos, se paraba mucho explicando algo a una sola persona y dejaba un poquitín de lado al resto, pero como era cuestión de poco tiempo no afectaba mucho al transcurso de la clase.*

Este par de comentarios me generan duda. Corresponden a dos alumnos de primero de Bachillerato, y parecen ir en la dimensión opuesta.

Por un lado, el primero reclama ir más despacio, en línea con la mayoría de comentarios críticos. El segundo, en cambio, reclama que me pare. La explicación a esto viene motivada por la presencia de una alumna que, por un lado, presentaba un nivel académico muy bajo (durante la prueba escrita preguntó si se podía dejar indicada la cuenta  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ , porque no sabía resolverla) y que, sin embargo, al mismo tiempo, también mostraba una actitud buena, con predisposición al trabajo. Probablemente esta alumna fuera la más 'complicada' de todo el grupo. Durante el desarrollo de las clases, esta chica hacía muchas preguntas y traté, en la medida de lo posible, de atenderlas y proporcionar una respuesta adecuada a las mismas. Consecuencia de esto es que mi atención se dirigía sólo a ella en varias ocasiones.

Echando la vista atrás, es cierto que mi atención no se dirigía a todas partes por igual. También lo es que había motivos para ello. Por ejemplo, la personalidad de los propios alumnos: en un par de ocasiones realicé un par de preguntas a un chico bastante tímido, y este reaccionó con visible incomodidad. A estos estudiantes, que les incomoda mucho ser preguntados, les ofrecí resolver dudas a través de Classroom, pero estas no llegaron a producirse. Sinceramente, desconozco la manera de promover la participación de este tipo de alumnos sin obligarles y hacerles pasar un innecesario mal trago por ello.

Pasemos ahora a otro par de comentarios:

- *En hacer más amenas y entretenidas las clases.*
- *Creo que tiene que empatizar con nosotros más, no a todos nos gustan las matemáticas.*

El primer comentario me ha sorprendido, pues considero que, si algo he procurado a lo largo del período de prácticas, ha sido mantener una actitud positiva y buen humor. Respecto al segundo, es probable que, a veces, el entusiasmo mostrado haya podido incluso 'sentar mal' a algunos alumnos. Evidentemente, he pretendido animar a los estudiantes a asomarse al mundo de las Matemáticas, pero cuando las Matemáticas con motivo de hastío y ansiedad, como lo son para más alumnos de lo que sería ideal, una persona hablando maravillas de ellas puede causar rechazo.

Finalmente, algunas respuestas que recibí en Segundo de Bachillerato. En ellas, nos encontraremos dos posibles puntos de mejora:

- *Debe ir un poco más relajado y explicar cómo si los alumnos fuéramos un poco más estúpidos, porque lo explicado más despacio se entiende mejor, pero es normal con el poco tiempo de Bachillerato y sobre todo más en segundo, hay que ir a prisa.*
- *La velocidad de las clases, pero al fin y al cabo es segundo de bachillerato, y no queda otra que ir rápido.*

- *Que va muy deprisa explotación.*

Las respuestas anteriores van en línea con el tema del elevado ritmo de clase, un tema que ya se ha tratado a lo largo de la memoria y que, llegados aquí, es evidente que es uno de los principales puntos a mejorar. Respecto al otro:

- *Menos hablar en clase de cosas que no son de la asignatura.*
- *Hay veces que se pone a explicar y se va por las ramas.*

Ha habido un par de alumnos o alumnas que han criticado que me distraigo en clase y cuento cosas que no son de la asignatura. He decidido recoger estos comentarios porque este crítica también podría hacerse en primero, pues también era frecuente que comentase en clase temas más allá de los estrictamente curriculares. Sin embargo, ningún alumno de primero ha criticado esto, y me pareció curioso. Tras pensarlo, he deducido que el motivo de la crítica es la Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad o EBAU (antigua Selectividad).

He llegado a esta conclusión basándome en el clima de agobio que existía en clase con este examen. La diferencia con primero, en este aspecto, es inmensa, pues estos últimos sí recibían con gusto aquellos contenidos más apartados del currículo, así como los ejercicios con contextos alternativos más allá de aquellos contextualizados desde el punto de vista puramente matemático.

En Segundo de Bachillerato, los alumnos no están tan receptivos a aprender como en primero, sino que, motivados por temarios bastante extensos, sólo buscan saber lo necesario para aprobar el correspondiente examen de EBAU. La propuesta de mejora está entonces no tanto en no 'irme por las ramas' o contar temas relacionados con las Matemáticas (o incluso de otras asignaturas) fuera de currículo, sino en aprender, mediante la observación, cuándo hacerlo, sin dejarme llevar por el entusiasmo.

### **3.5. Conclusiones.**

A lo largo de las últimas páginas hemos realizado un análisis lo más minucioso posible sobre el desarrollo de la Unidad Didáctica de Funciones Elementales considerada en la memoria. Hemos tratado aspectos diversos como la metodología empleada, la temporalización de las actividades, la evaluación del alumnado por mi parte así como de mí mismo como profesor por la suya.

Del mismo modo, hemos reflexionado sobre la relación mantenida con los alumnos a lo largo del período de prácticas, sus luces y sus sombras. Además, hemos tratado algunos desaciertos a nivel de organización de la Unidad, como la falta de presencia a lo largo de la misma de las funciones de oferta y demanda y, de manera análoga, hemos observado más despacio la manera de tratar algunas de las partes más delicadas del contenido.

Asimismo, el tratamiento de las herramientas TIC, que tanta importancia han cobrado en el mundo contemporáneo actual, ha sido también objeto de análisis, concluyendo la posible incorporación de herramientas como 'Wolfram Alpha' a la Unidad, y que apenas se emplearon de manera intensa en el trabajo, más que con una única alumna.

Finalmente, pero no por ello menos importante, hemos recogido algunos comentarios algo más críticos del alumnado sobre mi labor docente, los cuales agradezco a aquellos estudiantes que los han expresado pues, como todo feedback, es bienvenido y me ayuda a mejorar para impartir mejores clases en un futuro, el objetivo al que está enfocado el Máster.

Algo que destaca, y se repite a lo largo del análisis, es mi dificultad para organizar, pues tanto la metodología empleada como la secuenciación final desarrollada varían bastante con respecto a lo planeado en un principio. Aunque hay una visión positiva de todo esto, como una capacidad de improvisación que me ha permitido resolver problemas *in situ*, tengo en cuenta la necesidad de la organización y la planificación para un correcto desarrollo de la labor docente a todos los niveles.

Sin embargo, de entre todas las posibles mejoras que hemos considerado a lo largo de la sección cobran especial importancia para mí dos de ellas: por un lado, el desacierto de no incluir las funciones de oferta y demanda en el desarrollo de la Unidad. Esta cuestión es importante porque, independientemente de la importancia que a nivel personal le pueda dar a dichas funciones, el currículo viene dado por la Ley y este debe cumplirse. Sin embargo, para mí la propuesta que cobra mayor interés es la que, al mismo tiempo, me parece más complicada: reducir el ritmo de exposición y lograr impartir las clases de una manera menos 'eléctrica', para así no transmitir sensación de agobio y nerviosismo al alumnado. Esto, por mi propia personalidad, va a ser difícil de lograr pero espero progresar con el tiempo por el bien de futuros estudiantes.

Me gustaría finalizar teniendo en cuenta sobre la importancia del proceso de autoanálisis que supone reflexionar acerca los detalles de la intervención docente realizada. Una labor que, en mi opinión, resulta fundamental para la mejora de la calidad del profesorado.

## 4. Otras actividades docentes desarrolladas.

Además de la Unidad Didáctica analizada a lo largo de la memoria, he podido desarrollar una amplia variedad de actividades durante mi período de prácticas. Me gustaría, antes de comenzar a detallarlas, agradecer al equipo de dirección y al Departamento de Matemáticas del IES Bárbara de Braganza la libertad que nos han brindado a mi y a mis compañeras de prácticas en el mismo centro para acceder a las clases de diferentes niveles y grupos, así como a reuniones, claustros y sesiones de evaluación. Su actitud colaboradora en todo momento ha sido clave para la realización de unas prácticas docentes provechosas y útiles.

### 4.1. Clases continuadas con otros grupos.

Además de Primero de Bachillerato de Ciencias, mi tutora de prácticas impartía docencia en otros tres grupos: Segundo de Bachillerato de Ciencias, Primero de ESO y Segundo de ESO.

En general, me sentí bastante cómodo tanto en Segundo de Bachillerato como de ESO, y terriblemente incómodo en Primero de ESO.

Respecto al grupo de Segundo de Bachillerato, tuve la oportunidad de impartir docencia desde mi primer día de estancia en el centro, el cual mi tutora me propuso comenzar con la unidad de Geometría Analítica en el espacio. Soy consciente del privilegio que ello me ha supuesto, pues este curso supone (o al menos me supone) una gran responsabilidad.

Este grupo presentaba un rendimiento medio, pero poco gusto por las matemáticas en general. La mayoría de alumnos tenían preferencia por carreras biosanitarias. Además, se notaba constantemente en clase un clima de agobio constante por el resto de asignaturas en general, y cuando había examen de otra materia era evidente que varios alumnos que suelen trabajar se desconectaban para repasar ese otro examen.

En general, a modo de reflexión personal, me he sentido muy a gusto en este curso, no sólo por ser un nivel alto que no presenta dificultades de carácter disciplinario, sino porque me permitió tomar confianza, desde el primer día, para enfrentarme al resto de clases. La profesora tutora me comunicó antes del período de prácticas que, en principio, no iba más que observar las clases de este nivel, pero el hecho de que arrastrara problemas de garganta al comenzar del período de prácticas provocó que me diera la oportunidad de intentarlo para después continuar.

En la otra cara de la moneda se encuentra el grupo de Primero de ESO. Se trata de un curso que, aunque académicamente presentaba un nivel relativamente alto me ha hecho sentir incómodo e incluso ansioso. Reconozco aquí lo mucho que me falta por aprender en lo que a tratar con niños se refiere. En esta clase he tratado de llevar a cabo una gran cantidad de actividades, como pruebas con Kahoot!, uso continuado de GeoGebra, o incluso actividades interactivas con la PDI compuestas con la herramienta *Lesson Activity Toolkit 2.0* incluida en el software de las pizarras Smart. Sin embargo, la falta de control que se producía en estos grupos cuando realizábamos alguna de las actividades anteriores era muy grande.

Finalmente, respecto al grupo de Segundo de ESO, el lector podría pensar que la situación era parecida al primero. Académicamente se trataba de un curso de nivel muy bajo, donde aproximadamente la mitad de la clase la componían alumnos repetidores. En relación a la disciplina, tampoco era un grupo de buen comportamiento, todo ello unido a un registro lingüístico muy basto. Y sin embargo, fue junto a Primero de Bachillerato el grupo en el que más cómodo me sentí.

Motivos de esto pueden ser por un lado la homogeneidad del grupo (sólo había un chico con un rendimiento algo superior, lejos de ser brillante) y el reducido tamaño del mismo, pues se trataba de los alumnos no bilingües de la clase de 2º ESO B. Además, estos chicos y chicas presentaban bastantes carencias a nivel emocional: problemas familiares y sociales, principalmente. Con estos alumnos estuvimos trabajando, hasta la última semana de clase (que comenzamos con la Geometría), el tema de ecuaciones, desde las de primer grado con denominadores hasta los sistemas de ecuaciones, pasando por las de segundo grado.

#### 4.2. Clases sueltas con otros grupos.

Además de los tres mencionados anteriormente, pude asistir a la mayor parte de los niveles en los que mi tutora no impartía docencia. Los trataré muy brevemente:

- *1º Ámbito PMAR.* Este grupo ha sido uno de los que más he visitado más allá de los cuatro hasta ahora descritos. Este está formado por 10 chicos y chicas que, por las características propias del programa, presentan problemas de aprendizaje pero no de comportamiento. El ritmo de trabajo de estos alumnos es bajo, y su capacidad de atención para las explicaciones en la pizarra, muy limitada. Por ello, en el aula se trabaja con explicaciones '1 a 1' en la medida de lo posible.

Los días que he estado trabajando con estos alumnos han estado dedicados al álgebra. La dificultades más grandes han estado en el manejo de las operaciones, pues había que incidir en cosas como que  $5^2 = 25$ , en lugar de  $5^2 = 10$ .

Me gustaría señalar que me he encontrado realmente cómodo en este nivel, al ser un grupo reducido y sin problemas de conducta. Además, los alumnos y la profesora del curso han sido muy agradecidos con el trabajo realizado por los estudiantes de Máster, ya que hacemos viable la atención casi personalizada a los alumnos al pasar a una ratio profesor-alumnos muy buena.

- *3º ESO bilingüe* Durante un par de sesiones acompañe a mi compañera Ana y su tutor a su curso de 3º ESO (sección bilingüe) de matemáticas MOEAC. Mi actividad en estas clases ha principalmente de observación.
- *Refuerzo de Matemáticas* Acompañé a mi compañera María José y a su tutora en una clase de Refuerzo de Matemáticas. El día que fui, los alumnos realizaron una actividad interactiva en el aula de Informática generada con la herramienta 'Thatquiz' sobre el tema de fracciones. Mi labor fue básicamente de observación, y comenté algunas cosas con la profesora acerca de la PDI de las aulas.

- *1º ESO B* También acompañé a mi compañera Maria José y su tutora en una clase de otro grupo de 1º ESO, en una hora que tuve libre, con objeto de observar otras maneras de gestionar al grupo.
- *1º ESO C* Del mismo modo, participé con mi compañera Ana en su clase de 1º ESO con su tutor la primera semana del período de prácticas. El tutor de Ana lo es también de este curso, y ya que el día anterior había acudido a la sesión de evaluación del mismo me interesé en esta clase, donde comentaron las calificaciones obtenidas.
- *4º ESO MOEAP* Debido a que mi tutora no cuenta con niveles 'intermedios', solicité a otra profesora del Departamento que me dejase asistir a su clase de 4º ESO MOEAP, y aceptó. Me había prevenido de que era un grupo 'problemático', y al principio no me lo pareció, hasta que dos chicos del mismo casi se pelearon en clase.

Respecto a la parte matemática, expliqué el método gráfico de resolución de sistemas de ecuaciones, empleando la pizarra para escribir y GeoGebra para los dibujos. La profesora me permitió impartir la clase prácticamente sin su intervención, salvo en el intento de agresión, lo cual le agradezco. Curiosamente, para ser un grupo con las características anteriores, me encontré bastante cómodo con ellos.

- *Tutoría* Ya que mi tutora de prácticas no es tutora de ningún curso, acompañé a Rocío, profesora del Departamento de Física y Química, a una de sus horas de tutoría. Al principio, fuimos al patio a limpiarlo y Rocío me comentó sobre el concurso 'aulas limpias' del IES, que consiste en limpiar el patio y el aula y en el que el equipo de limpieza decide la clase ganadora.

Vuelta a la clase se trató el tema del Sexting o envío de imágenes pornográficas a través de teléfonos móviles, formándose un pequeño debate acerca de la responsabilidad que supone realizar este tipo de prácticas, las consecuencias, la rapidez de propagación de los mensajes, etc. Es realmente interesante ver cómo chicos y chicas, sobre todo estas últimas, reaccionan a este tipo de informaciones y el rechazo que muestran a prácticas como el Sexting.

### 4.3. Reuniones.

- *Reuniones CCP.* Debido a que mi tutora es Jefa de Departamento, he tenido la posibilidad de asistir a reuniones de la Comisión de Coordinación Pedagógica (CCP). La reunión no se convoca todas las semanas, y he asistido a dos de ellas. Durante estas reuniones se tratan temas de relevancia para el Instituto, como la posibilidad de realizar obras de ampliación y mejora del centro o de ampliar la oferta educativa del mismo con nuevos ciclos de formación profesional o una línea más de 1º ESO. También se discuten conflictos entre departamentos. Por ejemplo, en la segunda de las reuniones, algunos profesores se quejaron de las muchas actividades que realizaba el Dpto de Educación Física.
- *Reuniones del Departamento de Matemáticas.* Como ocurre con las reuniones CCP, el Dpto de Matemáticas no se reúne formalmente todas las semanas; sin embargo,

informalmente sí que se producen encuentros entre la mayoría de profesores de la materia, y se tratan aspectos relacionados con el Instituto. Un tema recurrente hemos sido los alumnos de prácticas, nuestra experiencia y las peticiones que hacíamos. En estas reuniones he tratado de aprovechar para comparar opiniones acerca de cómo puntuar los ejercicios de un examen o para consultar sobre estilos de aprendizaje y rendimiento académico en otros años de los alumnos a los que estaba impartiendo docencia en esos momentos.

No obstante, el Departamento sí se ha reunido formalmente en ocasiones, y en estos encuentros se han comentado, por ejemplo, temas como los resultados de las evaluaciones con respecto a las asignaturas de Matemáticas.

- *Reunión bilingüe de inglés* Al comienzo del período de prácticas asistí junto a mi compañera Ana a una reunión del equipo bilingüe de inglés. Se comentó acerca del lector de inglés, y también sobre una excursión que realizarán el año que viene a principio de curso a Londres.
- *Sesiones de evaluación* En nuestra primera semana como profesores de prácticas, desde dirección se nos ofreció la posibilidad de asistir a las sesiones de evaluación que tendrían lugar por la tarde esa semana. Por mi parte, asistí a 3 de ellas: el martes 13 de marzo acudí a la sesión de 1º ESO C, pues uno de los profesores del Dpto era su tutor; tras la experiencia, volví al día siguiente a las evaluaciones de 2º ESO B y 1º BTO Ciencias, ambos cursos de mi tutora.

Debo decir que fueron experiencias muy enriquecedoras, donde se trataron también temas personales de los alumnos más allá de los puramente académicos, y que me ayudaron a comprender mejor las circunstancias de los estudiantes. Algo que me impactó, como alumno recién llegado, fue la preocupación que mostraba el equipo de profesores de cada curso, y los tutores de los mismos, por cada uno de los alumnos.

- *Claustro de profesores.* La tarde del 11 de marzo asistí al claustro de profesores del Instituto. El claustro empezó con el Director agradeciéndonos a los alumnos en prácticas que estamos allí por haber elegido el centro, pues han estado contentos con nosotros (estaban allí también compañeros de Física y Química y de Biología y Geología). Después se trataron gran diversidad de temas. Entre ellos destacaban, por ejemplo, la obra que va a tener lugar en el Centro, ya aprobada, o el análisis de los resultados de la segunda evaluación. También, datos sobre las incidencias de conducta (partes disciplinarios); el 80% de las mismas se concentran en los cursos de 1º y 2º de la ESO, y sobre todo este último, pues es con diferencia el curso más conflictivo. No deja de ser sorprendente la diferencia entre los cursos de segundo y tercero de ESO en cuanto a incidencias disciplinarias se refiere.

#### **4.4. Departamentos de Orientación, A. Extraescolares y Complementarias y TIC.**

Durante el desarrollo de mis prácticas he procurado conversar con el resto del personal del centro para así conocer sus opiniones y su forma de proceder ante las dificultades diarias.

Estos diálogos me han permitido tener una visión más amplia de todo el trabajo que se realiza en el centro más allá de las clases. Destacan los que tuve con el coordinador TIC, con la Orientadora y con el Jefe del Departamento de A. Extraescolares y Complementarias.

La primera de dichas conversaciones trató principalmente sobre el inventario de equipos electrónicos del centro, el uso de la plataforma Rayuela -con sus distintos perfiles- y sobre las diferentes PDI del centro: las Siatic y las Smart Board. En la segunda, la orientadora me comentó sobre la composición de su Departamento y la diferencia entre este y los departamentos didácticos. Además, tratamos temas como los diferentes programas educativos que acoge el centro, y dónde localizarlos en Educarex, o el trabajo propio de la Orientadora, como reunirse con los equipos de orientación de los diferentes centros en período de escolarización o redactar el PAT y el POAP. Finalmente, respecto a la última conversación, aprendí la diferencia entre actividad extraescolar y complementaria, y la obligación que tienen los departamentos didácticos de incluirlas en la programación a principio de curso. También comentamos acerca de temas como las normas que tienen las diferentes actividades, el ratio profesor/alumno que es obligatorio en cada tipo de salida, etc.

#### 4.5. Día del Centro.

El 21 de marzo de 2018 se celebró el Día del Centro en el IES Bárbara de Braganza. Durante este día los alumnos participaron en gran variedad de actividades, especialmente los estudiantes de ESO, pues en Bachillerato la participación es muy baja. Es de destacar que en el centro se imparte el ciclo de animación sociocultural, por lo que las actividades desarrolladas por estos grupos son bastante espectaculares.

El Departamento de Matemáticas propuso dos pruebas Kahoot! <sup>8</sup> de temática matemática; una para los más pequeños, con nivel 1º y 2º de ESO, y otra para cursos superiores, con un nivel para alumnos de 3º y 4º de ESO. El contenido de las mismas ha incluido preguntas de los diferentes bloques, especialmente Números, Álgebra y Geometría.

Fotografías del evento se pueden encontrar en la página correspondiente a esta actividad que creé en el sitio Google sobre mis prácticas docentes (**enlace 32**).

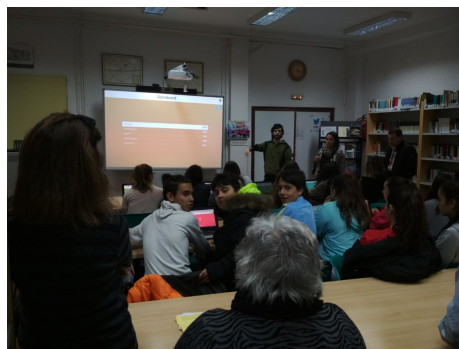


Figura 10: Matemáticas con Kahoot!

Una actividad reseñable del Día del Centro es el concurso 'Leemos juntos', consistente en leer un libro un grupo de alumnos capitaneados por un profesor y responder preguntas sobre el mismo. Mi tutora de prácticas participó con tres alumnos de 1º ESO, aunque no hubo fortuna de pasar de ronda. Fotos del evento pueden encontrarse haciendo en el **enlace 33**.

---

<sup>8</sup>Elaborados por mis compañeras Ana Gómez, María José Gañan y yo mismo. Los enlaces jugables a estas pruebas Kahoot! son: Nivel 1º y 2º ESO: **enlace 30** y Nivel 3º y 4º ESO: **enlace 31**



## 5. Autoevaluación

Para completar esta memoria dedicaremos las páginas finales a reflexionar sobre la experiencia, el propio Máster y qué hemos aprendido en él. Sin más dilación, comenzamos:

En primer lugar, sobre el propio Máster, me gustaría comenzar resaltando las diferencias del mismo respecto al Grado en Matemáticas. Durante el curso se han valorado habilidades más allá de las puramente matemáticas: la capacidad de redacción, la lectura de libros, las aptitudes para hablar en público, etc. Personalmente, esto me parece enormemente positivo, pues durante el Grado el rol del alumno es terriblemente pasivo y, por qué no decirlo, aburrido. Esto no tiene que ser necesariamente malo, pues me consta que hay compañeros cuyas preferencias pasan por una clase tradicional. Sin embargo, desde mi perspectiva personal, disfruto mucho más exponiendo frente a mis compañeros que tomando nota de la pizarra.

Tras estas diferencias generales, centrémonos en las diferentes materias de las que se compone el curso de postgrado. Personalmente, y probablemente contra la opinión popular, las asignaturas que más útiles me han parecido han sido 'Fundamentos Científicos del Currículum de Matemáticas I y II'. El por qué, aparte del obvio motivo de su utilidad para repasar el contenido matemático que se imparte en Bachillerato, hay que buscarlo de nuevo en el artículo del profesor Vicente Mellado [1] al que he hecho referencia en la memoria. Citando textualmente:

*'Si un profesor se considera competente en la enseñanza de una materia, tendrá más motivación y compromiso, considerará los retos como estimulantes e intensificará los logros personales y sus expectativas de éxito. En cambio, los profesores con baja autoeficacia evitarán enseñar los conceptos difíciles o les dedicarán menos tiempo. La autoeficacia está estrechamente relacionada con la autorregulación y es una poderosa variable para predecir la conducta en el aula de los profesores y el logro de los estudiantes.'*

Las asignaturas antes consideradas me han ayudado a tener un mejor concepto de mí mismo, lo que me ha ayudado a afrontar las prácticas docentes con ilusión y seguridad.

Otra asignatura que considero fundamental ha sido 'Didáctica de las Matemáticas', pues es con diferencia la más completa y aquella en la que he sentido que realmente estaba asimilando conocimientos que pondría en práctica más adelante. No considero necesario extenderme más de la cuenta aquí, pues ambos profesores de la materia conocen mi opinión sobre el contenido de la misma. Simplemente, añadir que la Unidad Didáctica analizada a lo largo de la memoria ha sido diseñada según lo aprendido en dicha asignatura.

En un segundo plano estarían la asignatura de 'Metodología experimental y aprendizaje de las Matemáticas' y 'Psicología del adolescente' y 'Procesos educativos y realidad escolar'. A la primera le debo sobre todo el conocimiento que ofrece sobre una gran multitud de herramientas, en particular las de Google como 'Classroom'. Además de esta última, la cual ya he comentado en la memoria, los cuestionarios (empleados para las encuestas de satisfacción) o los documentos de texto (colaborativos, y que me han permitido trabajar junto a mis compañeras de prácticas durante la estancia en el Instituto) me han parecido

realmente útiles.

Respecto a las otras dos asignaturas, si bien el conocimiento adquirido en las mismas no ha sido aplicado directamente, el conocimiento de nociones básicas sobre sociología (por ejemplo, la teoría de la desviación social me parece increíblemente interesante) o psicología (las teorías sobre la moral). Soy consciente, eso sí, de que lo aprendido es limitado y que poco puedo decir sobre ello sin riesgo de equivocación.

Finalmente, a título personal, la asignatura que menos útil me ha parecido ha resultado ser 'Innovación docente e Investigación'. A pesar de algunos contenidos de la misma puestos en práctica -la aplicación GeoGebra empleada para explicar las funciones trigonométricas la hicimos en clase-, me parece que el diseño de la asignatura es, en general, una especie de 'cajón de sastre' cuya finalidad es rellenar créditos. Con ese nombre, la asignatura podría centrarse menos en herramientas como 'Látex' (la cual considero útil, como muestra esta memoria, pero ya sabía utilizarla) y más en, por ejemplo, la investigación en Didáctica que sólo hemos tratado brevemente en 'Didáctica de las Matemáticas'.

Terminemos esta reflexión tratando las propias prácticas docentes. Mi experiencia personal en las mismas la calificaría de excelente, gracias en buena medida al personal del Instituto, que me abrió las puertas y me hizo sentir integrado desde el primer día, y a mis compañeras que las realizaban en el mismo centro, con las que he colaborado de manera estrecha durante todo el período.

Los dos meses de estancia en el Instituto -que se hacen cortos- sirven, además de para formarse para dar clase en un entorno real, para aprender a trabajar con multitud de personas distintas y valorar su labor, y comprender todo el esfuerzo que hay detrás de la Educación Secundaria más allá de las aulas.

Especialmente sorprendente y gratificante es, en este sentido, observar la preocupación real por el alumnado desde el cuerpo de profesores en las sesiones de evaluación o las conversaciones con los tutores de los cursos sobre los chicos y chicas, más allá de lo puramente académico.

Para terminar, añadir que, mi principal sorpresa durante el período de prácticas, ha sido el agotamiento físico y mental que sentía al salir del centro, algo que comenté en sucesivas ocasiones con mi tutora de prácticas y que, como alumno, no llegas a comprender. En definitiva, me llevo una experiencia plena y repleta de buenos recuerdos, y que me anima a continuar impartiendo clase en el futuro.

## Referencias bibliográficas.

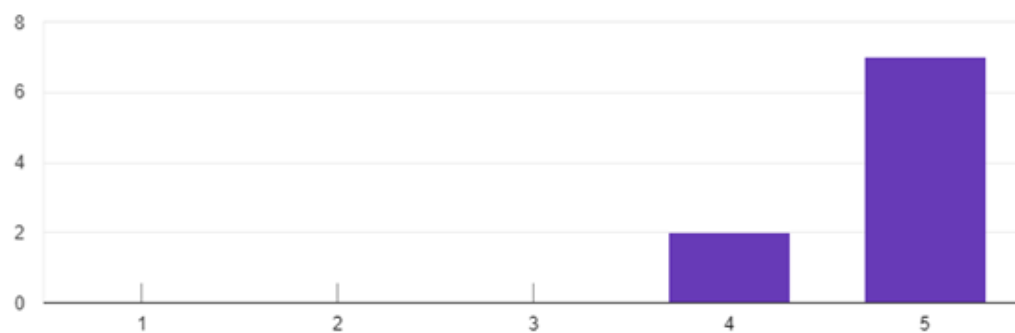
- [1] Mellado Jiménez, Vicente (2014) *Las emociones en la enseñanza de las ciencias*. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas Vol 32, Num 3.
- [2] Decreto 98/2016, de 5 de julio, por el que se establece la ordenación y currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato para la Comunidad Autónoma de Extremadura.
- [3] Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.
- [4] Cólera Jiménez, J., Oliveira González, M., Santaella Fernández, E., Cólera Cañas, R., *Matemáticas I*, Anaya Educación.

## 6. Anexo I. Encuesta de satisfacción docente en Primero de Bachillerato.

La encuesta tiene dos partes: por un lado, preguntas en escala numérica del 1 al 5, donde 1 significa 'nada de acuerdo' y, 5, 'totalmente de acuerdo'; por otro, les pedí que escribieran qué es lo que más y lo que menos les había gustado de mi como profesor, así que recojo también esas respuestas.

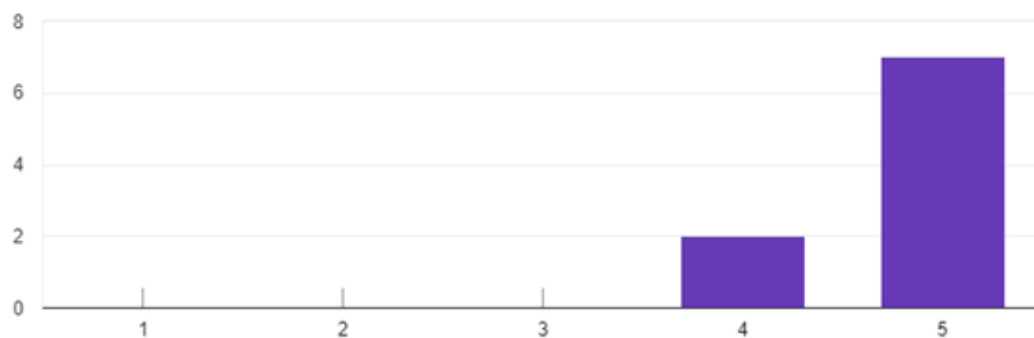
### El profesor explica con claridad

9 respuestas



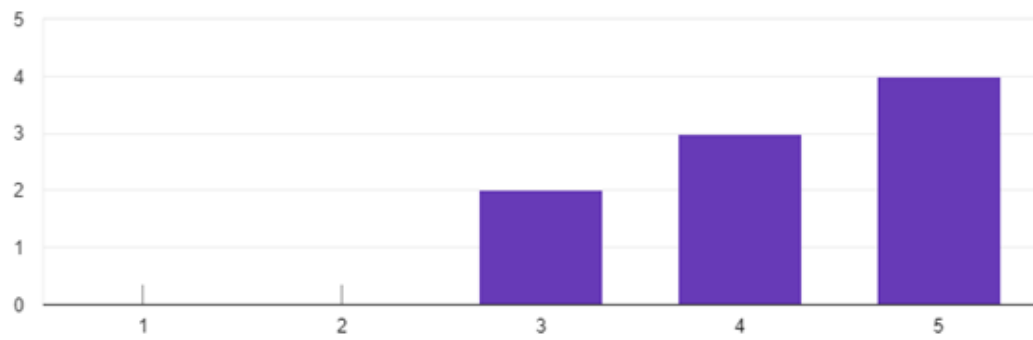
### El profesor prepara sus clases y las organiza de un modo correcto

9 respuestas



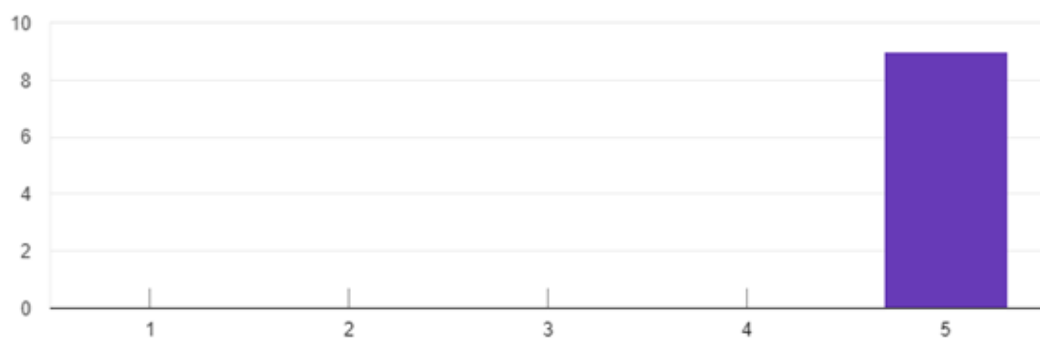
### El profesor explica a un ritmo correcto.

9 respuestas



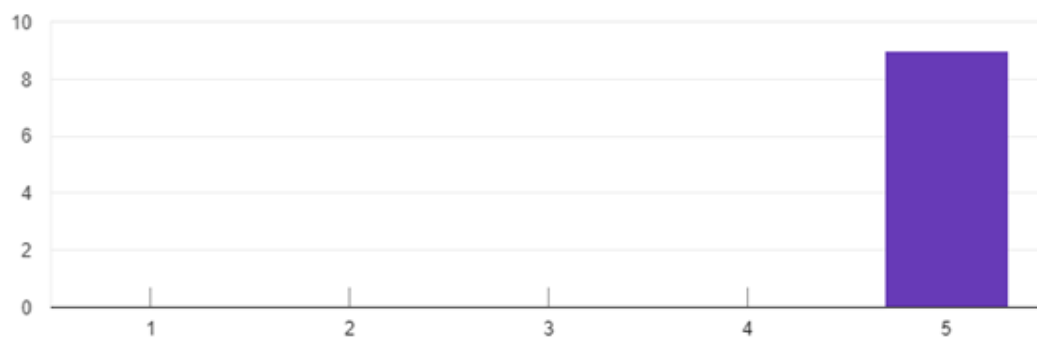
### El profesor domina la asignatura

9 respuestas



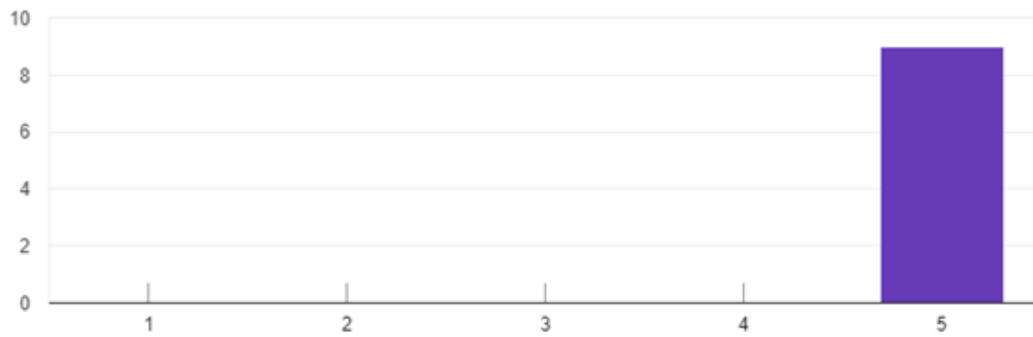
### El profesor queda claro cómo evalúa y lo considero adecuado

9 respuestas



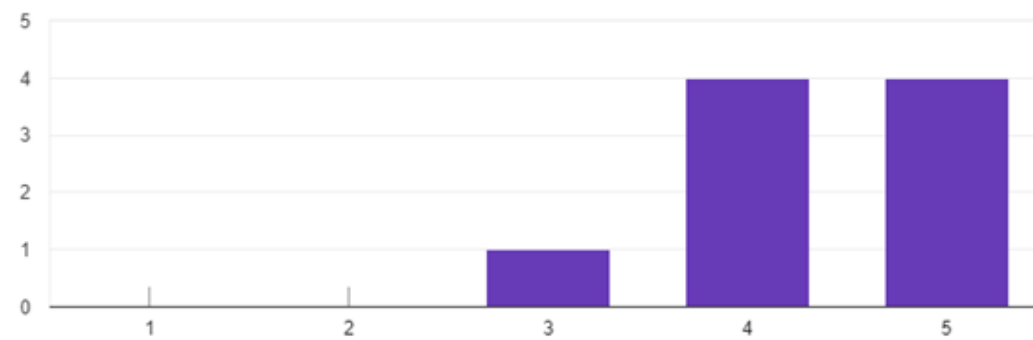
### El profesor transmite ilusión por la materia que imparte

9 respuestas



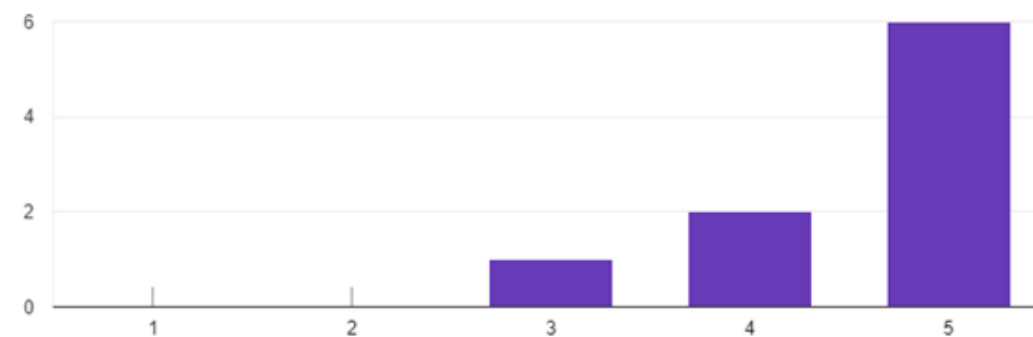
### El profesor consigue mantener mi atención durante las clases

9 respuestas



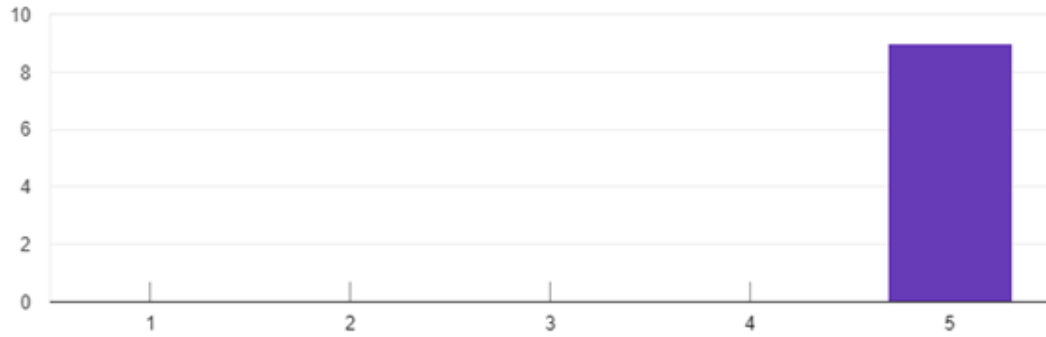
### Me siento cómodo/a cuando pregunto al profesor

9 respuestas



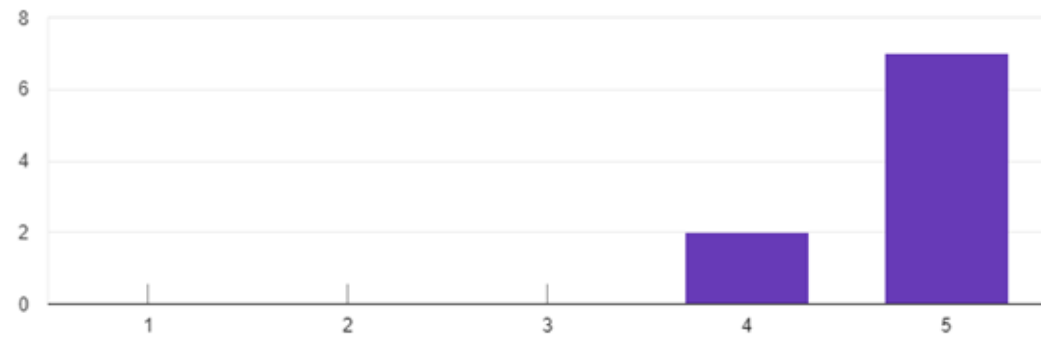
### Siento que el profesor se preocupa por sus alumnos

9 respuestas



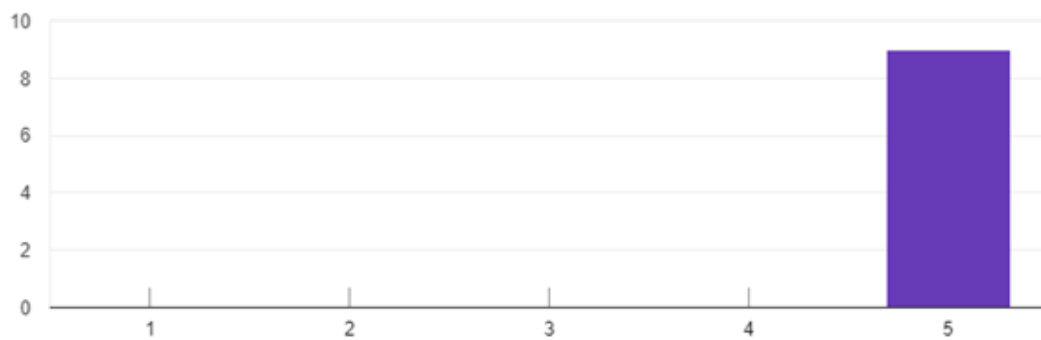
### El profesor anima a los estudiantes a participar

9 respuestas



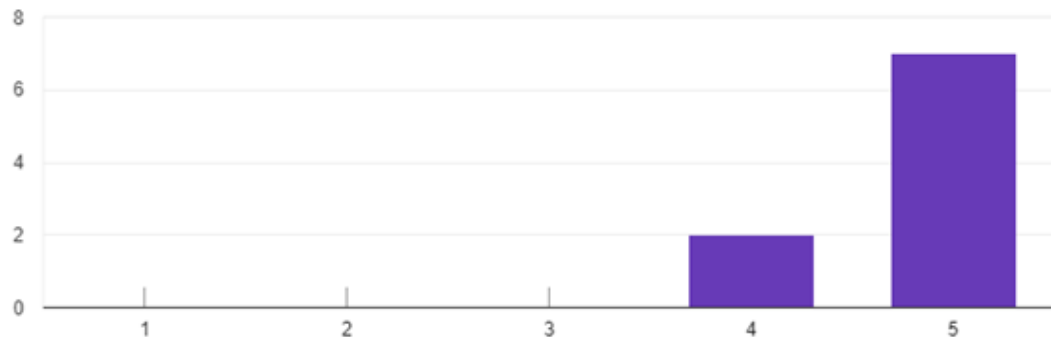
### El profesor queda claro cómo evalúa y lo considero adecuado

9 respuestas



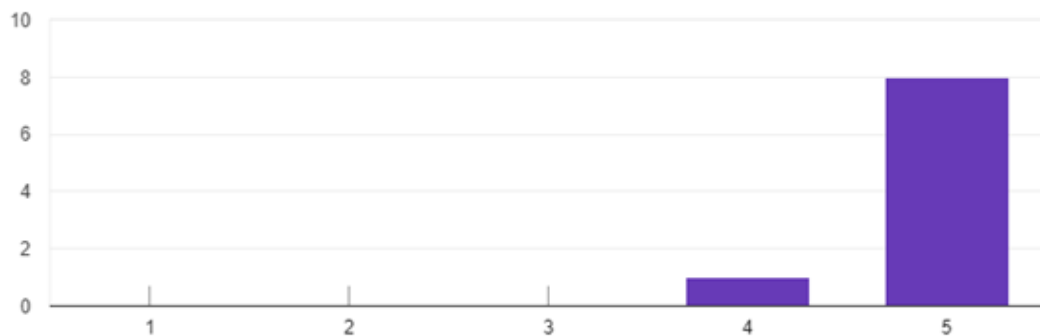
## El profesor me ha ayudado a aprender

9 respuestas



## Me gustaría seguir teniendo clases con este profesor

9 respuestas



**Explica con tus palabras qué es lo que más te ha gustado de este profesor, qué crees que hace bien.**

1. Su amabilidad.
2. Creo que tiene capacidades para poder dar clases en un futuro en secundaria y bachillerato, anima muchos a los alumnos.
3. En general explica bien y lo hace todo bien solo a lo mejor descender un poco el ritmo de clase pero es un muy buen profesor.
4. Dar clases.
5. Me gusta ver la emoción que transmite explicando, se nota que disfruta haciéndolo y que quiere que nosotros disfrutemos con las matemáticas también, siempre intentando que veamos la parte más útil y aplicable a la vida cotidiana de la asignatura. Ha conseguido que una clase que normalmente no atiende ni hace las tareas, trabaje tanto en casa como en el aula. Antes, los momentos de silencio eran difíciles, pero



mientras explicaba o nos mandaba hacer ejercicios todos nos poníamos a ello pero no resignados, sino con ganas.

Además, si haciendo ejercicios te surge una duda, sabes que si se lo preguntas por el classroom vas a obtener una respuesta en cuestión de unos pocos minutos, pero no una respuesta escasa y concisa, sino bien ampliada, de forma que percibes que quiere asegurarse de que te enteras y se preocupa por tí. Estas explicaciones suelen ir acompañadas de enlaces a páginas con gráficas hechas por él mismo que te ayudaban a verlo todo muy claramente. Por ejemplo, el día antes del examen, a las 23:30 de la noche, me surgió una duda, lo pregunté consciente de la hora, de mi irresponsabilidad y de que probablemente no obtendría respuesta, pero no, estuvo ayudándome a entender el concepto durante media hora por mensajes. Eso no lo hace cualquier profesor.

Por otra parte, el examen ha sido muy completo, con preguntas más sencillas para facilitar el aprobado, pero con un par de preguntas más complejas destinadas a aquellos que estudian más y quieren ponerse a prueba. La nota de la unidad además se completa con el trabajo diario y un trabajo de investigación extra que no hace más que intentar aumentar nuestro interés por el tema tratado.

En definitiva, es muy difícil quedarse con una sola cosa buena, ya que su trabajo ha sido prácticamente impecable, no solo consiguiendo que los alumnos no se aburran, sino que también se esfuerzan y trabajan duramente disfrutando de lo que están estudiando. Esto lo consigue inspirando una confianza y empatizando con los alumnos, encontrando algo en común con todos y cada uno de nosotros. Envidio a aquellos a los que de clase en el futuro ya que tendrán un increíble profesor del que yo solo he podido disfrutar durante unos pocos días.

6. Lo que más me gusta, es que ningún otro profesor se preocupa de los alumnos como él. Ha creado una página (Classroom) donde él puede mandar tareas y los alumnos mandarles las tareas hechas. También nos mandó un trabajo sobre cosas de matemáticas que no se da en secundaria, por cultura. Y algo que hace, es motivar a los alumnos para poder esforzarse en los tareas y el examen.
7. Que las tareas cuenten para la nota del examen porque eso hace que lo llevemos al día sí o sí.
8. Pone mucho empeño en que nos esforcemos y se nota que le gusta lo que está enseñando.
9. La forma de explicar los temas.

**Explica también qué es lo que menos te gusta del profesor, en qué crees que tiene que mejorar.**

1. Yo diría que en nada.
2. Creo que los temas los tiene que dar más despacio y sin prisas, debe atender a todos por igual.

3. Nada.
4. io no ce, weno zi pero no te lo wa dezi.
5. La única pequeña pega que podría poner, es que a veces, en su intento por que todos nos enteráramos, se paraba mucho explicando algo a una sola persona y dejaba un poquitín de lado al resto, pero como era cuestión de poco tiempo no afectaba mucho al trascurso de la clase.
6. Lo poco tiempo que ha estado dandijo clase.
7. En hacer más amenas y entretenidas las clases.
8. Creo que tiene que empatizar con nosotros más, no a todos nos gustan las matemáticas.
9. Pues no tiene que mejor.

**Para terminar cuenta, si quieres, algo que te haya llamado la atención del profesor, una anécdota, algo que te molestó...**

1. Le deseo mucha suerte en un futuro y espero que nos vuelva a dar clases.
2. Me resultó impactante que fuera tan friki como lo soy yo.
3. Cuando fue a Vietnam y nos salvo a todos.
4. He tenido gran cantidad de momentos buenos con este profesor, algún chiste que contaba en clase y ayudaba a relajar el ambiente y mejoraba la predisposición al trabajo, los consejos que daba sobre cómo estudiar y cómo dedicarnos a lo que nos gusta... Etc.

Pero sin lugar a dudas, y algo que tengo que agradecerle, es la increíble ayuda que me ha prestado. Desde el primer día vio que me eburría en clase, pero que las matemáticas son un tema que me apasiona, así que decidió, con el fin de mantenerme entretenida sin alejarse de la asignatura darme una serie de ejercicios más complejos de los que hacía el resto de la clase en los que debía aplicar la teoría para explicar distintos enunciados. Esto hizo que entendiera mucho mejor lo que estábamos dando, pero también consiguió que me pusiera a prueba a mí misma e intentara mejorar, y que me divirtiera de verdad estudiando.

Otra cosa que me gustó mucho y que le agradezco enormemente fue que un día, me oyó comentar que me gustaba el mundo del cómic y la novela gráfica, y me dijo que si quería que me prestara un cómic sobre matemáticas. Yo encantada le dije que sí, pensando que me lo traería al día siguiente, pero antes de que terminaran las clases ya tenía el cómic de 'Logicomix' en mis manos. Disfruté la novela de una manera que nunca habría imaginado, ya que a fin de cuentas, es una historia sobre mates. Además, después comenté ciertos puntos con él, mejorando así mi comprensión de los conceptos que se tratan en la obra.

Todo lo que me ha aportado este profesor permanecerá en mi memoria durante mucho tiempo. Y sinceramente, creo que se merece más que nadie hacer lo que le gusta, es decir, enseñar.

5. Lo que más me ha llamado la atención es que se preocupa de los alumnos para que atiendan a las clases y en realidad para los alumnos y yo no le tomamos como un profesor serio que explica un temario, hace un examen y ya, si no es más como un amigo que te enseña matemáticas en un entorno divertido.

## 7. Anexo II. Índice de enlaces.

1. <http://iesbdebraganza.juntaextremadura.net/noticias/>
2. <https://sites.google.com/alumnos.unex.es/josecarlosgarciaprdocentes/p%C3%A1gina-principal>
3. <http://comclave.educarex.es/mod/folder/view.php?id=298>
4. <https://play.kahoot.it/#/k/ce8cf0d5-d822-440d-82bf-de49ee448134>
5. [www.youtube.com/watch?v=bnzhk-c42C4&t=130s](http://www.youtube.com/watch?v=bnzhk-c42C4&t=130s)
6. <https://drive.google.com/file/d/1yetugr1z1uvlaR3aZdcd1SWOVJRz5UWB/view?usp=sharing>
7. <https://www.youtube.com/watch?v=EVTfYEUOHP4&t=338s>
8. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/287573/375726>
9. <https://play.kahoot.it/#/k/ce8cf0d5-d822-440d-82bf-de49ee448134>
10. <https://ggbm.at/PWBp3DxV>
11. <https://ggbm.at/kybxhcRk>
12. <https://www.youtube.com/watch?v=TUFQKN5mIWM>
13. <https://www.youtube.com/watch?v=7Yutp5p7Qjk>
14. <https://www.youtube.com/watch?v=w8d-4FyrbYk>
15. <https://www.youtube.com/watch?v=HxGvzia2PcU>
16. <https://www.youtube.com/watch?v=vVrSabJIVs>
17. <http://matematicas.unex.es/olimpiada/ome51/divulgaciones-mathematicae/>
18. [https://www.youtube.com/channel/UCH-Z8ya93m7\\_RD02WsCSZYA](https://www.youtube.com/channel/UCH-Z8ya93m7_RD02WsCSZYA)
19. <https://www.youtube.com/user/QuantumFracture>
20. <http://www.abc.es/sociedad/abci-eduardo-sanchez-cabazon-matematico-desvela-magia-num-noticia.html>
21. [https://verne.elpais.com/verne/2018/05/13/articulo/1526202162\\_289867.html](https://verne.elpais.com/verne/2018/05/13/articulo/1526202162_289867.html)
22. [https://unboxingphilosophywww.youtube.com/channel/UCBIMW0ZhwULY\\_x7fdaPRPiQ](https://unboxingphilosophywww.youtube.com/channel/UCBIMW0ZhwULY_x7fdaPRPiQ)
23. [https://www.youtube.com/channel/UCBIMW0ZhwULY\\_x7fdaPRPiQ](https://www.youtube.com/channel/UCBIMW0ZhwULY_x7fdaPRPiQ)
24. [https://www.youtube.com/channel/UCa3DV1GH2\\_QhvWuW1Pa6MDQ](https://www.youtube.com/channel/UCa3DV1GH2_QhvWuW1Pa6MDQ)
25. [https://www.youtube.com/channel/UCQX\\_MZRCaluNKxkywkLEgFA](https://www.youtube.com/channel/UCQX_MZRCaluNKxkywkLEgFA)

26. <https://es.khanacademy.org/>
27. <https://drive.google.com/file/d/11AT8caIwDp01jDnC15ljQMQhbsFc3cT/view?usp=sharing>
28. <http://culturacientifica.unex.es/index.php/noticias/507-paradojas-espejismos-y-amist>
29. <http://www.wolframalpha.com>
30. <https://play.kahoot.it/#/k/90600c03-8fc4-4e79-a72a-5d0ef9b73047>
31. <https://play.kahoot.it/#/k/a3e684fd-cc1f-42f1-8d22-be99172155c6>
32. <https://sites.google.com/alumnos.unex.es/josecarlosgarciapracdocentes/otras-actividad%C3%ADa-del-centro>
33. [https://twitter.com/IES\\_Barbara/status/976039293465563136](https://twitter.com/IES_Barbara/status/976039293465563136)

## 8. Anexo III. Unidad Didáctica diseñada.

A continuación muestro la UD diseñada *a priori* durante el período de prácticas, antes del desarrollo de la misma.

# Anexo 3. UD funciones elementales

José Carlos García Merino

19 de junio de 2018

## Índice

<b>1. Introducción. Datos generales de la UD</b>	<b>3</b>
1.1. Datos generales identificativos . . . . .	3
1.2. Justificación de la UD . . . . .	3
1.3. Características del grupo en el que se aplicará la UD . . . . .	3
1.4. Conocimientos previos . . . . .	4
<b>2. Objetivos Didácticos</b>	<b>4</b>
<b>3. Contribución de la UD al desarrollo de las competencias clave</b>	<b>5</b>
<b>4. Contenidos</b>	<b>6</b>
<b>5. Metodología</b>	<b>7</b>
5.1. Tipo de metodología a desarrollar . . . . .	7
5.2. Aspectos metodológicos particulares de la UD . . . . .	7
5.3. Recursos materiales y humanos . . . . .	7
5.3.1. Uso de las TICs . . . . .	8
<b>6. Atención a la diversidad</b>	<b>8</b>
6.1. Ejemplos de actividades de refuerzo y ampliación . . . . .	9
<b>7. Secuenciación y temporalización de la UD</b>	<b>9</b>
<b>8. Actividades de E/A</b>	<b>10</b>
8.1. Kahoot! de evaluación inicial. . . . .	10
8.2. Aplicaciones con GeoGebra. . . . .	11
8.3. Exposiciones voluntarias sobre Matemáticas . . . . .	12
8.4. Precio del agua . . . . .	13
8.5. Modelo de desintegración radiactiva. . . . .	13

<b>9. Evaluación</b>	<b>14</b>
9.1. Instrumentos de evaluación . . . . .	15
9.2. Criterios de calificación . . . . .	16
9.3. Prueba final objetiva escrita. Ejercicios de clase para la evaluación. . . . .	16



## 1. Introducción. Datos generales de la UD

Dentro del marco de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), se entiende la Unidad Didáctica (UD) como el tercer nivel de concreción curricular. La UD que aquí se presenta toma como base el Decreto 98/2016 del 5 de julio según el cual se establece el currículo de ESO y Bachillerato en Extremadura y la programación del Departamento de Matemáticas del IES Bárbara de Braganza.

### 1.1. Datos generales identificativos

La presente UD se titula 'Funciones elementales', y forma parte del bloque de Análisis de la asignatura 'Matemáticas I' de 1º BTO de Ciencias. La UD se desarrolla tras la unidad 'Cónicas', durante el tercer trimestre del curso escolar, formando parte de la tercera evaluación.

Se proponen 8-9 sesiones (seremos flexibles en función de los resultados de la evaluación inicial) de 55 minutos para llevar a cabo el contenido de la misma.

### 1.2. Justificación de la UD

En el artículo 2 de la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) encontramos los fines de la educación, entre los cuales se encuentra el *desarrollo de la capacidad de los alumnos para regular su propio aprendizaje, confiar en sus aptitudes y conocimientos, así como para desarrollar la creatividad, la iniciativa personal y el espíritu emprendedor*. Esta Unidad Didáctica pretende trabajar dichas competencias y proporcionar al alumnado la adquisición de hábitos y técnicas de trabajo que favorezcan su desarrollo personal.

Siendo más concretos, la presente unidad de 'Funciones elementales' es fundamental para el desarrollo del bloque de análisis y la comprensión de las posteriores unidades del bloque ('Cálculo de límites' e 'Derivadas'). Además, las funciones permiten modelizar una gran variedad de fenómenos reales, muchos de los cuales se estudian en la asignatura de física (movimientos rectilíneos uniformes, movimientos rectilíneos uniformemente acelerados o movimientos armónicos simples son ejemplos de ello).

En definitiva, esta unidad contribuye a que el alumno comprenda mejor el entorno que le rodea, lo que sin lugar a dudas le hará más competente en un amplio abanico de sentidos.

### 1.3. Características del grupo en el que se aplicará la UD

La presente Unidad Didáctica está diseñada para impartirse a un grupo de 14 chicos y chicas de 16/17 años de edad. Se trata de un grupo heterogéneo, donde existe variedad de capacidades, intereses, motivaciones y estilos de aprendizaje (e incluso de nacionalidades), sin que ello provoque conflictividad en el aula. Forman parte del grupo cuatro alumnos repetidores. Los alumnos presentan, por lo general, un rendimiento medio/bajo. En la segunda evaluación apenas cuatro alumnos han obtenido una calificación positiva, mientras que cinco de ellos han obtenido un dos o menos. De estos 5, cuatro son alumnos que ya 'han abandonado' y entregan los exámenes en blanco, por lo que es muy difícil motivarlos.

Caben destacar dentro del grupo un chico llegado de Brasil que se ha incorporado al grupo el día 9 de abril y no sabe español (ni inglés) con el que la comunicación es difícil y una chica que, además de presentar un rendimiento muy superior al del resto del grupo, muestra una gran motivación por la asignatura.

#### **1.4. Conocimientos previos**

Para el desarrollo de la presente UD se tendrá en cuenta que en el cuarto curso de ESO se estudian la mayoría de funciones elementales (lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa...). Sin embargo, realizaremos una evaluación inicial para realizar un repaso de estos conceptos en caso de que los alumnos lo necesiten.

## **2. Objetivos Didácticos**

Al concluir el desarrollo de la UD el alumno deberá haber alcanzado los siguientes objetivos, que son una concreción de los objetivos de curso que aparecen en el Decreto 98/2016 y de la Programación del Dpto de Matemáticas del IES Bárbara de Braganza. Se habrá tenido en cuenta el bloque I de contenidos del Decreto 98/2016 previamente nombrado.

1. Conocer nociones básicas sobre funciones elementales: concepto de función y dominio y recorrido de una función.
2. Saber reconocer gráficas de las diferentes funciones elementales (lineales, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas...).
3. Comprender el significado el dominio de definición de las funciones; qué significa que una función no esté definida en un punto.
4. Saber reconocer propiedades locales y globales de las diferentes funciones.
5. Utilizar las funciones para resolver problemas contextualizados en diferentes entornos.
6. Manejar con soltura la composición de funciones.
7. Conocer el concepto de función inversa, y de las propiedades que debe cumplir una función para ser invertible.
8. Emplear la herramienta 'Geogebra' para representar funciones reales de variable real, y manejarla para la resolución de diferentes actividades relacionadas con los objetivos anteriores.
9. Obtener la capacidad de expresar verbalmente problemas matemáticos.
10. Favorecer la investigación sobre ciertos problemas matemáticos famosos, y las aplicaciones de las Matemáticas al mundo real.

11. Resolver y explicar de forma clara los ejercicios propuestos. Discutir el procedimiento de resolución escogido con los alumnos que hayan empleado un procedimiento distinto.
12. Favorecer la iniciativa de los alumnos, así como su capacidad crítica y autonomía personal.

### **3. Contribución de la UD al desarrollo de las competencias clave**

La LOMCE presenta una serie de competencias clave que los alumnos deben adquirir a lo largo de la ESO. Durante la UD se desarrollarán varias de estas competencias:

#### **1. Competencia en comunicación lingüística (CCL).**

- Los alumnos deben entender enunciados y explicaciones con argumentos matemáticos, así como expresar correctamente los planteamientos que emplean para resolver los ejercicios, tanto de forma oral como escrita.
- La realización de una exposición voluntaria de temas matemáticos contribuirá a la consecución de esta competencia.

#### **2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)**

- A lo largo de toda la UD los alumnos emplean el razonamiento matemático y la capacidad de abstracción.

#### **3. Competencia Digital (CD)**

- Empleo de la herramienta 'Geogebra' para ayudar a comprender los conceptos teóricos más importantes de la UD y para la realización de diferentes ejercicios.
- Uso de aplicaciones TIC: Kahoot!, Google Classroom y Wolframalpha.

#### **4. Competencia para Aprender a aprender (CPAA)**

- Los alumnos han de aprender a organizar su tiempo con las tareas mandadas para su realización en casa.
- Los alumnos, con las herramientas digitales propuestas, aprenden a autoevaluar su propio trabajo y a corregir errores de manera autónoma.

#### **5. Competencias Sociales y Cívicas (CSC)**

- Fomento de la participación activa a modo de compartir las diferentes formas de resolución de ejercicios y los resultados obtenidos en ellos.
- A través de la exposición oral, los alumnos deberán escucharse unos a otros, no sólo a un profesor.

#### **6. Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor(SIEE)**

- A través de la metodología 'Flipped Classrom', favoreceremos que el alumno se atreva a afrontar nuevos retos de manera autónoma, realizando ejercicios que no ha visto primero en clase.
- La propuesta de una exposición voluntaria contribuirá a la consecución de dicha competencia presentando un desafío diferente a lo tratado habitualmente en clase.

## 4. Contenidos

- C1 Concepto de función.
- C2 Dominio de definición de una función. Reconocimiento del dominio de una función, tanto si esta viene dada en forma analítica como si se encuentra en forma gráfica.
- C3 Funciones lineales. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C4 Funciones cuadráticas. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C5 Funciones de proporcionalidad inversa. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C6 Función raíz. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C7 Función valor absoluto. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C8 Funciones exponenciales y logarítmicas. Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C9 Funciones trigonométricas y sus inversas (funciones arco). Características. Expresión analítica y representación gráfica.
- C10 Reconocimiento de una función a partir de su gráfica.
- C11 Funciones definidas a trozos.
- C12 Composición de funciones.
- C13 Funciones inversas. Propiedades que debe cumplir una función para tener inversa (función inyectiva). Dominio de definición de la función inversa.
- C14 Reconocimiento de la creatividad mediante el uso de distintos procedimientos para la realización de un ejercicio.
- C15 Adquisición del hábito de reflexión sobre temas trabajados en clase.
- C16 Reconocimiento del valor que tienen las funciones en la resolución de problemas reales.
- C17 Fomento de la autonomía personal mediante técnicas para autocorregir tareas propuestas.
- C18 Manejo de herramientas interactivas y de las nuevas tecnologías.

## 5. Metodología

### 5.1. Tipo de metodología a desarrollar

Vamos a tratar de desarrollar en la medida de lo posible una metodología de *flipped classrom* para tratar de reducir el tiempo de actividades expositivas a desarrollar (aunque estas seguirán siendo la base) fomentando así la participación de los alumnos e implicándolos emocionalmente. Esto es, habrá algunas sesiones en las que las tareas que han de entregar los alumnos incluirán cosas no vistas directamente en clase, y tendrán material disponible para aprender por su cuenta. Sin embargo, esto no ocurrirá a diario. No se prevén cambios en la distribución del aula.

Para la ejecución de dicha metodología crearemos un aula con Google Classrom, en la cual iremos subiendo cada día una o varias actividades a desarrollar en casa, habitualmente acompañadas de uno o varios vídeos o material escrito. La actividad se entregará en clase al día siguiente y se tendrá en cuenta para la calificación, con el objeto de que los chicos y chicas de la clase trabajen a diario. A través de Classroom podrán preguntar dudas relacionadas con los ejercicios.

A lo largo de las sesiones combinaremos un enfoque tanto 'de arriba a abajo', donde conclusiones generales se aplican a situaciones concretas (más matemático) como de 'abajo a arriba', donde a partir de casos particulares obtendremos conclusiones generales (más intuitivo).

### 5.2. Aspectos metodológicos particulares de la UD

La UD comenzará explicando brevemente un ejemplo práctico (modelo exponencial) para que los alumnos aprecien el estudio de las funciones como un tema con relevancia en el mundo, más allá de su importancia matemática. Se realizará, también en la primera sesión, una prueba inicial con Kahoot! para averiguar si los alumnos comprenden los conceptos básicos que deben tener adquiridos de cursos anteriores. En caso de que no sea así, se empleará para un posible repaso. Esta prueba nos permitirá hacer modificaciones para adaptarnos al alumnado en caso de que así sea necesario.

La idea de la dinámica de 'flipped classrom' que trataremos de introducir es que los alumnos lleguen a la clase con conocimientos teóricos nuevos. Esto, desde un enfoque constructivista del aprendizaje, permitirá que los conceptos y procedimientos se fijen más a largo plazo. En clase trataremos de dedicarnos, en la medida de lo posible, a resolver problemas que les hayan surgido a los chicos y chicas previamente.

Como apunte general, se mostrará en todo momento una actitud positiva y de ilusión hacia las matemáticas para captar la atención del alumnado y conseguir desarrollar su interés por dicha disciplina. Aspectos prácticos y aplicaciones de las matemáticas contribuirán a ello, pues la pregunta más repetida en clase suele ser '¿Y esto para qué sirve?'

### 5.3. Recursos materiales y humanos

Durante el desarrollo de la UD emplearemos el aula habitual, en la que hay sistemas informáticos disponibles para los alumnos (ordenadores portátiles) y para el profesor (pizarra

digital Smart). Para la realización de la prueba Kahoot! en la evaluación inicial se permitirá el uso de móviles.

El empleo de distintos recursos influye positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos. El libro de texto será un material de referencia, ya que los alumnos están acostumbrados a él. Sin embargo, trataremos de prescindir del mismo todo lo posible, pues tiene una cierta cantidad de errores, facilitando materiales teóricos autoelaborados (pequeños apuntes con la teoría más importante), vídeos didácticos (ya existentes o de elaboración propia, según la necesidad) y aplicaciones GeoGebra.

Las explicaciones teóricas tendrán lugar bien en la pizarra digital (para poder usar GeoGebra) bien en la pizarra tradicional.

### 5.3.1. Uso de las TICs

A lo largo de la UD emplearemos los siguientes recursos TIC:

- GeoGebra
- Kahoot!
- Wolframalpha
- Google Classroom
- YouTube

Disponemos de una pizarra digital PDI (Pizarra Digital Interactiva) Smartboard en el aula, la cual es una PDI de tipo pasivo o táctil y por ello no necesita punteros especiales, basta el uso del dedo. La emplearemos de apoyo para el uso de las aplicaciones anteriores y para proyectar el libro de texto en caso de ser necesario, lo que nos ayudará a seguir la clase.

## 6. Atención a la diversidad

Se propondrán variadas actividades de refuerzo y ampliación a los alumnos que así lo requieran. Como actividades de refuerzo a los alumnos con más dificultades, se plantean repasos del contenido en el aula todas las sesiones, y se propondrán ejercicios más sencillos pensando en sus necesidades. Como son alumnos con tendencia a la desmotivación trataremos de asegurar que participen en la clase, aplicando refuerzos positivos con ellos.

A los alumnos con mejor rendimiento se les motivará a realizar actividades de un poco más de dificultad. Respecto a la alumna identificado como de rendimiento superior al grupo se le propondrá investigar (proporcionándole material) sobre la generalización del concepto de función (función de Dirichlet, o funciones que no sean reales de variable real por ejemplo) para el logro de una visión más global del mundo de las funciones, o bien sobre modelos reales que sigan alguna de las funciones vistas en clase. La realización de esta actividad será totalmente **voluntaria**, y no habrá penalización en caso de rechazo de la misma. El resto de alumnos que

quieran también podrán investigar sobre temas relacionados con las matemáticas, con material proporcionado con el profesor.

### 6.1. Ejemplos de actividades de refuerzo y ampliación

- Como actividad de refuerzo, se preguntará primero en clase a los alumnos de menos nivel y las preguntas más sencillas, como calcular el dominio de  $f(x) = \sqrt{x-2}$  o reconocer algunas funciones sencillas (lineales o cuadráticas) en lugar de preguntas sobre funciones logarítmicas, por ejemplo.
- Como actividad de ampliación, a la chica que presenta un rendimiento superior en Matemáticas, se le propondrán temas más difíciles (como generalizar el concepto de función) para la exposición voluntaria.

## 7. Secuenciación y temporalización de la UD

La UD se desarrollará en el tercer trimestre del curso, dentro del bloque 'Análisis'. Las sesiones necesarias previstas para el desarrollo de la misma se estiman en 9 sesiones, divididas en 7 ordinarias más una extra donde se realizará una prueba objetiva de evaluación escrita y otra más donde tendrán lugar las exposiciones orales voluntarias. Durante cada sesión se distinguen tres fases:

1. Una primera parte de la clase en la que se repasa lo visto el día anterior, se corregirán los ejercicios mandados para casa a través de Google Classroom y se plantearán dudas y dificultades (con duración estimada de 25 minutos)
2. Una segunda parte donde se desarrollará contenido teórico nuevo, con una duración estimada de unos 25 minutos.
3. Al final de la sesión se adelantará un poco la teoría que se verá en la próxima clase, y las posibles dificultades a las que se enfrentarán. La duración estimada será de 5 minutos.

Esta secuenciación no es cerrada. En función del contenido de cada día se podrán variar los tiempos o realizar explicaciones teóricas más extensas dependiendo de las dudas o lagunas de conocimiento que presente el alumnado. En particular, durante la última sesión ordinaria no se desarrollará contenido teórico y se dedicará entera al desarrollo de ejercicios, dudas y problemas por parte de los alumnos.

La división de la sesión en distintas actividades tiene como objetivo que el alumno no se aburra y pierda interés por la asignatura.

Respecto a la organización de las sesiones, el contenido a impartir en cada una de ellas está resumido en la siguiente tabla:

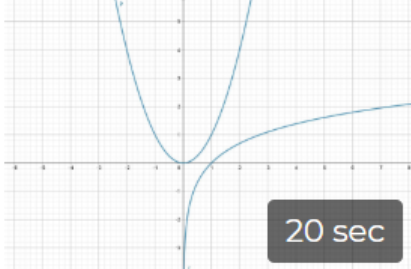
Secuenciación de la UD	
Sesión	Contenido
1º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación de la UD. Evaluación inicial.</li> <li>• Explicación de la metodología y de los criterios de calificación.</li> <li>• Concepto de función. Dominio de una función.</li> </ul>
2º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones básicas: lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa.</li> <li>• Función raíz cuadrada.</li> </ul>
3º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función valor absoluto y funciones exponencial y logarítmica</li> </ul>
4º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente.</li> <li>• Modelos reales que siguen las funciones vistas a lo largo del tema.</li> </ul>
5º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones definidas a trozos.</li> <li>• Transformaciones elementales de funciones.</li> </ul>
6º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Composición de funciones. Función inversa.</li> </ul>
7º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de ejercicios y dudas.</li> </ul>
8º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prueba objetiva final escrita.</li> </ul>
9º	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exposiciones finales voluntarias.</li> </ul>

## 8. Actividades de E/A

### 8.1. Kahoot! de evaluación inicial.

Mostramos algunas preguntas que han tenido lugar.

**Q2: ¿Qué función es esta?**

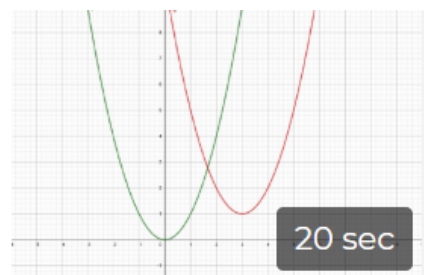


20 sec

- ▲ Eso no es una función ✓
- ◆  $f(x)=x^2\log(x)$  ✗
- $f(x)=\log(x^2)$  ✗
- $f(x)=3(\sqrt{x})$  ✗



**Q4:** Si la gráfica verde es la función  $f(x)=x^2 \dots$  ¿Qué función es la roja?



▲  $f(x)=(x+3)^2+1$

✗

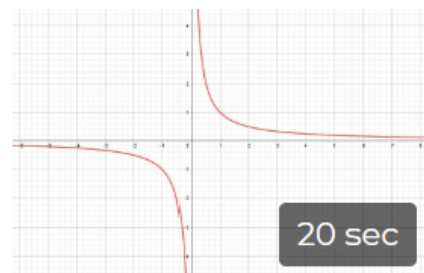
◆  $f(x)=(x-3)^2+1$

✓

●  $f(x)=(x+3)^2-1$

✗

**Q9:** El dominio de esta función es:



▲  $(-\infty,0) \cup (0,+\infty)$

✓

◆  $(0,+\infty)$

✗

●  $(-\infty,0)$

✗

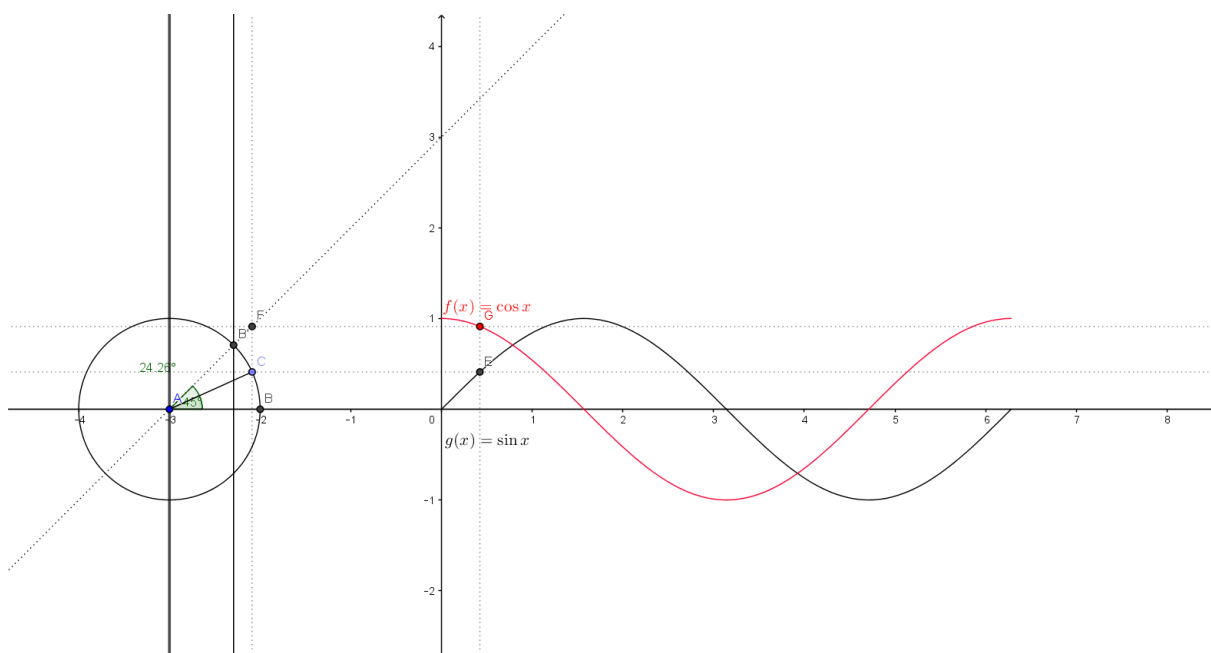
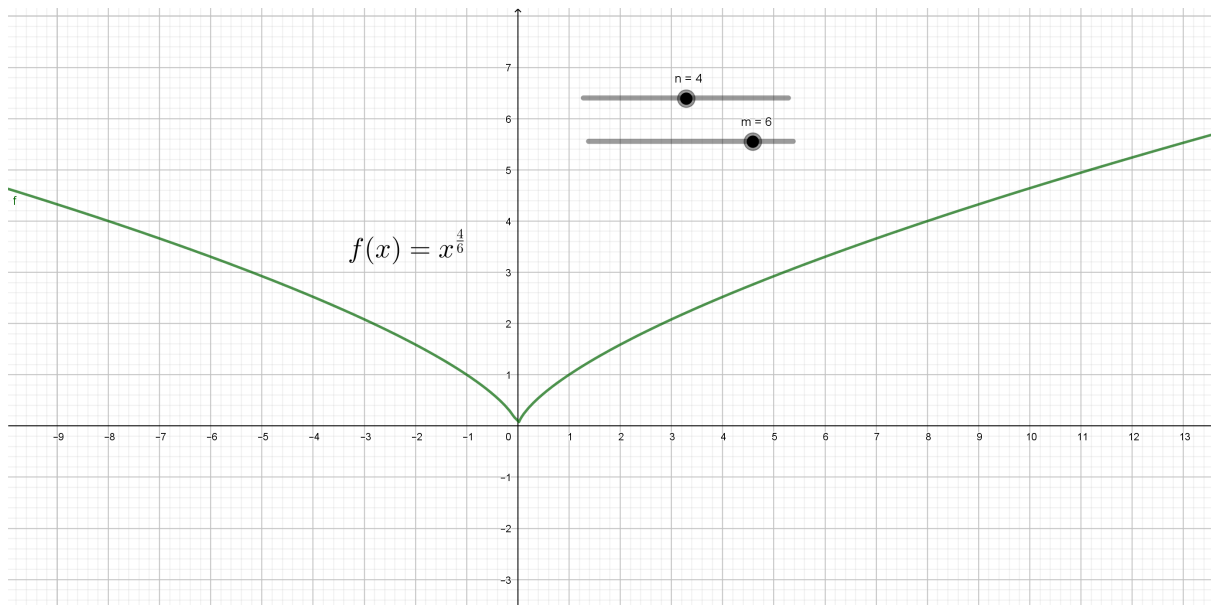
■  $(-\infty,0] \cup [0,+\infty)$

✗

## 8.2. Aplicaciones con GeoGebra.

Para entender mejor las funciones trigonométricas, o las funciones raíz más allá de la raíz cuadrada, emplearemos aplicaciones Geogebra. A continuación, una captura y el enlace a ambas. El resto de funciones también se han dibujado en la pizarra, pero aquí sólo incluiremos esas dos,

las que son un poco más elaboradas.



### 8.3. Exposiciones voluntarias sobre Matemáticas

Con el objetivo de trabajar el bloque I se propondrá a los alumnos realizar (voluntariamente) una exposición sobre temas matemáticos. Como no sabemos cuántos alumnos querrán hacer la actividad, tendremos pensados varios temas, como son:

- ¿Hay infinitos más grandes que otros?
- Los puentes de Königsberg. Grafos eulerianos.

- El sistema binario.
- La teoría de juegos. El dilema del prisionero.
- La paradoja de los números sin artículo en Wikipedia.
- El problema de Monty Hall.
- La paradoja del cumpleaños.

Para ayudar a los alumnos y alumnas, se les proporcionará material audiovisual (caso de la mayoría), escrito (en el caso de Monty Hall) o una pequeña guía escrita (en el caso de la generalización del concepto de función).

## 8.4. Precio del agua

En la página web de Aqualia podemos ver el precio del agua en la ciudad de Badajoz: <http://www.aqualia.com/es/web/aqualia-badajoz/atencion-al-cliente/tarifas>

### TARIFA I. TARIFA GENERAL (Facturación Trimestral)

Cuota fija al trimestre: 5,3120 €/vivienda.

Cuota variable por suministro de agua potable al trimestre.

Bloque	Consumo	€/m <sup>3</sup>
Bloque I	De 0 a 30 m <sup>3</sup>	0,6605 €/m <sup>3</sup>
Bloque II	De 31 a 60 m <sup>3</sup>	0,8614 €/m <sup>3</sup>
Bloque III	De 61 a 90 m <sup>3</sup>	0,9620 €/m <sup>3</sup>
Bloque IV	Más de 90 m <sup>3</sup>	1,0912 €/m <sup>3</sup>

Figura 1: Precio del agua en Badajoz

Escribe la función (definida a trozos) que relaciona el número de  $m^3$  de consumidos con el precio a pagar en la factura. ¿A partir de qué consumo trimestral pagaremos 50 euros?

## 8.5. Modelo de desintegración radiactiva.

Partimos de una muestra de un material radiactivo. Como bien sabemos, cuando tenemos un material radiactivo, poco a poco la muestra se irá desintegrando.

El número de átomos que se desintegran en un tiempo dado es directamente proporcional al número de átomos presentes en la muestra. La constante de proporcionalidad es conocida como la constante de desintegración, y se representa por la letra  $\lambda$ .

Se comprueba que si  $N_0$  es el número inicial de átomos en la muestra (cuando el tiempo,  $t$ , es tal que  $t = 0$ ) el número de átomos  $N$  que habrá en un momento cualquiera  $t$  viene dado por la expresión:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Si la constante de desintegración del Uranio (U) es aproximadamente  $10^{-9}$ , escribe la función  $f(t)$  que representa el número de átomos que quedan, tras un tiempo  $t$ , en una muestra que inicialmente tenía 1 mol de Uranio (recuerda  $1 \text{ mol} \simeq 6,023 \cdot 10^{23} \text{ u}$ ), y represéntala gráficamente de manera aproximada.

## 9. Evaluación

La evaluación del proceso de aprendizaje de los alumnos que se realizará será continua y empleará diferentes instrumentos. En la siguiente tabla aparece una sintetización de los contenidos a evaluar, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables, que toman como base el decreto 98/2016 de 5 de julio según el cual se establece el currículo de ESO y Bachillerato en Extremadura.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	Competencias Clave
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de función. Dominio de definición de una función dada su expresión analítica. Dominio de una función a partir de su gráfica. Dominio de una función dada a través de un enunciado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer el concepto de función. Ser capaz de obtener el dominio de definición de una función dada esta en forma gráfica, analítica o a través de un enunciado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtiene el dominio de una función dada su expresión analítica o su gráfica.</li> <li>• Interpreta un enunciado y ajusta el dominio de definición de la función en consecuencia.</li> </ul>	CD, CMCT, CCL, CAA, CD
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación gráfica de funciones lineales, cuadráticas, de proporcionalidad inversa, raíz, valor absoluto, exponenciales y logarítmicas, trigonométricas y funciones arco</li> <li>• Obtención de la expresión analítica de una función de los tipos anteriores dada su representación gráfica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer las familias de funciones elementales y asociar sus expresiones analíticas a sus formas gráficas</li> <li>• Ser capaz de asociar una representación gráfica a una función elemental</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa correctamente una función básica (lineal, cuadrática, PI o raíz) de forma gráfica.</li> <li>• Representa gráficamente una función elemental cualquiera.</li> <li>• Relaciona correctamente una gráfica dada con la expresión analítica correspondiente</li> </ul>	CD, CMCT, CAA, CSC, CD  CMCT, CD, CAA, CSC

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	Competencias Clave
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones definidas a trozos. Expresión analítica, representación gráfica y expresión dada a partir de un enunciado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominar el manejo de las funciones definidas a trozos, de forma analítica y gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce una función definida a trozos a partir de su gráfica, e identifica la expresión analítica de cada parte.</li> <li>• Representa una función definida a trozos a partir de su expresión analítica.</li> <li>• Reconoce una función definida a trozos a partir de un enunciado</li> </ul>	CMCT, CCL, CD, CAA, CSC.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Composición de funciones. Obtención de la función compuesta de otras dos dadas. Descomposición de una función en sus componentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer la composición de funciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compone dos o más funciones.</li> <li>• Reconoce una función como compuesta de otras dos, en casos sencillos.</li> </ul>	CMCT, CD, CAA, CSC.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de función inversa. Comprobación de que dos funciones son inversa la una de la otra. Cálculo de la función inversa de una función dada. Dominio de definición de la función inversa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer la definición de función inversa. Saber calcular la función inversa de una función dada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoce la definición de función inversa.</li> <li>• Calcula la función inversa de una dada en casos sencillos, y el dominio de la misma.</li> <li>• Reconoce y representa gráficamente dos funciones inversas.</li> </ul>	CMCT, CD, CAA, CSC.

### 9.1. Instrumentos de evaluación

Se evaluará a los alumnos mediante varios instrumentos, escogidos con el objetivo tanto de optimizar el ambiente de trabajo en el aula como de fomentar la participación y el trabajo diario del alumnado, así como la asimilación de contenido teórico por parte de este.

Los instrumentos escogidos serán:

- Realización de tareas en casa: entrega diaria de actividades que se irán proponiendo a lo largo del tema.
- Realización de una prueba final objetiva escrita que sintetice los contenidos vistos en clase.
- Exposición oral voluntaria (para subir nota).

## 9.2. Criterios de calificación

La calificación final vendrá dada de acuerdo a los siguientes criterios:

- Un 80 % de la nota vendrá determinada por la prueba final objetiva escrita.
- Un 20 % vendrá dado por la realización de tareas en casa que deben entregar.
- Se podrá subir hasta en 0,75 puntos la calificación final con la realización de una exposición oral voluntaria de un tema que se proporcionará a cada alumno.

## 9.3. Prueba final objetiva escrita. Ejercicios de clase para la evaluación.

A continuación se muestra los diferentes ejercicios que se proponen para entregar, así como la prueba escrita final objetiva. Previamente, la siguiente tabla recoge los estándares de aprendizaje que evalúa cada actividad.

ESTÁNDAR DE APRENDIZAJE	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Obtiene el dominio de una función dada su expresión analítica o su gráfica	Tareas 1 y 2, prueba objetiva
Interpreta un enunciado y ajusta el dominio de definición de la función en consecuencia.	Tareas 2 y 4
Representa gráficamente una función elemental cualquiera.	Tareas 2 y 4, prueba objetiva
Relaciona correctamente una gráfica dada con la expresión analítica correspondiente	Tarea 2, prueba objetiva
Reconoce una función definida a trozos a partir de su gráfica, e identifica la expresión analítica de cada parte.	Tarea 4
Representa una función definida a trozos a partir de su expresión analítica.	Tarea 4, prueba objetiva.
Compone dos o más funciones. Reconoce una función como compuesta de otras dos, en casos sencillos.	Tarea 3, prueba objetiva
Calcula la función inversa de una dada en casos sencillos, y el dominio de la misma. Reconoce y representa gráficamente dos funciones inversas.	Tarea 4, prueba objetiva.

• **Tareas para entregar:**

- **Tarea 1:** hallar el dominio y el recorrido de las funciones siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x-3}, \quad g(x) = \sqrt{x+4}, \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4}}$$



- **Tarea 2:**

- Ejercicio 1. Hemos visto que no está claro qué significa  $2^{\sqrt{2}}$ . Si sabemos que  $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$  Con la calculadora, vamos a intentar aproximarnos. Calcula  $2^{1,4}$ ,  $2^{1,41}$ ,  $2^{1,414}$ , ... ¿A qué tiende esta sucesión? Este valor será lo que entendamos por  $2^{\sqrt{2}}$ .

Escribe la sucesión de valores descrita arriba y el valor aproximado de  $2^{\sqrt{2}}$ .

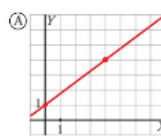
- Los siguientes ejercicios del libro:

Unid

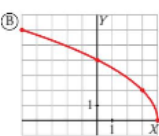
 **En la web**  Animación y ejercicios interactivos para visualizar cómo cambia una recta o una parábola al variar sus parámetros.

**Ejercicios propuestos**

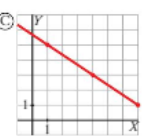
1 Asocia a cada una de las siguientes gráficas una ecuación.



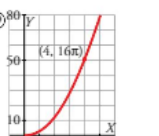
Ⓐ



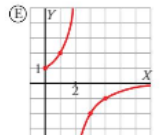
Ⓑ




Ⓒ



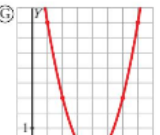
Ⓓ



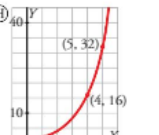
Ⓔ



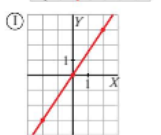
Ⓕ



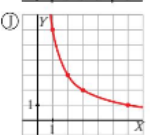
Ⓖ



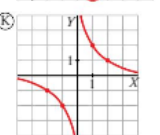
Ⓗ



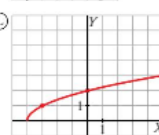
Ⓛ



Ⓜ



Ⓚ



Ⓛ

LINEALES	CUADRÁTICAS	PROPORCIONALIDAD INVERSA	RADICALES	EXPONENCIALES
L <sub>1</sub> $y = \frac{3}{2}x$	C <sub>1</sub> $y = x^2 - 8x + 15$	Pl <sub>1</sub> $y = \frac{1}{x}$	R <sub>1</sub> $y = \sqrt{2x+4}$	E <sub>1</sub> $y = 2^x$
L <sub>2</sub> $y = -\frac{2}{3}(x-1) + 5$	C <sub>2</sub> $y = (x+3)(x+5)$	Pl <sub>2</sub> $y = \frac{2}{2-x}$	R <sub>2</sub> $y = \sqrt{x+4}$	E <sub>2</sub> $y = 0,5^x$
L <sub>3</sub> $3x + 2y = 0$	C <sub>3</sub> $y = x^2, x > 0$	Pl <sub>3</sub> $y = \frac{2}{x}$	R <sub>3</sub> $y = 2\sqrt{4-x}$	E <sub>3</sub> $y = 20 + 80 \cdot 0,95^x$
L <sub>4</sub> $y = \frac{3}{4}x + 1$	C <sub>4</sub> $y = \pi x^2, x > 0$	Pl <sub>4</sub> $y = \frac{6}{x}, x > 0$	R <sub>4</sub> $y = -\sqrt{4+x}$	E <sub>4</sub> $y = 3^x$

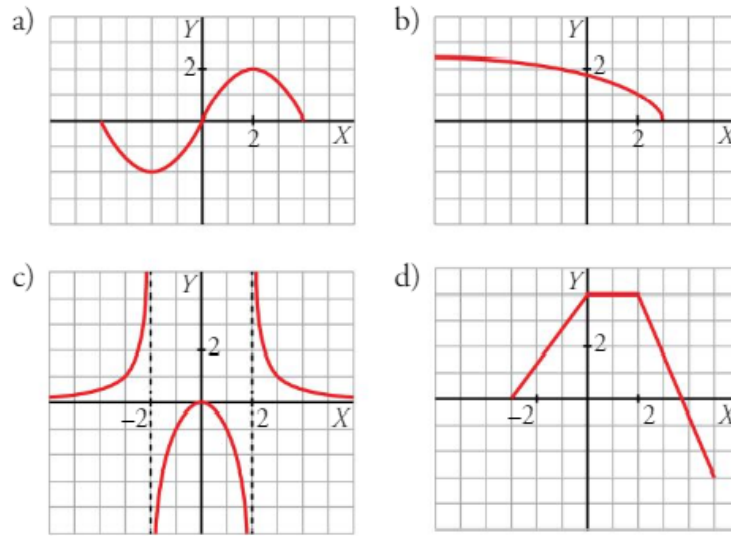
6



Escribe el área de este rectángulo de perímetro 16 cm en función de su base  $x$ .

¿Cuál es el dominio de definición de esa función? ¿Y su recorrido?

**4** Observa las gráficas de estas funciones e indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:



**10** Representa estas funciones en el intervalo indicado:

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| a) $y = 2x^2 - 4$ , $[0, 2]$   | b) $y = -\frac{3x^2}{2}$ , $x \geq -1$ |
| c) $y = \frac{1}{x}$ , $x < 0$ | d) $y = 0,6^x$ , $[-3, 3]$             |
| e) $y = \log_2 x$ , $(0, 7]$   | f) $y = \sqrt{x}$ , $[0, 1]$           |

• Tarea 3:

**1** Si  $f(x) = x^2 - 5x + 3$  y  $g(x) = x^2$ , obtén las expresiones de  $f[g(x)]$  y  $g[f(x)]$ .

Halla  $f[g(4)]$  y  $g[f(4)]$ .

• Tarea4:

**14** Representa la función  $y = |x - 5|$  y comprueba que su expresión analítica en intervalos es:

$$y = \begin{cases} -x + 5 & \text{si } x < 5 \\ x - 5 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$



**29** Halla la función inversa de las siguientes funciones:

a)  $y = 3x - 2$

b)  $y = \frac{x+3}{2}$

c)  $y = \sqrt{2x+1}$

d)  $y = 1 + 2^x$

e)  $y = 2 + \log_3 x$

f)  $y = 4 - x^2, x \geq 0$

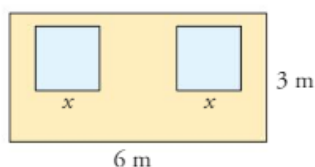
**31** Comprueba si cada par de funciones son una inversa de la otra. Para ello calcula  $f \circ f^{-1}$  o bien  $f^{-1} \circ f$ :

a)  $f(x) = \frac{1}{x+2}; f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 2$

b)  $f(x) = \sqrt{2x+3}; f^{-1}(x) = \frac{x^2+2}{3}$

c)  $f(x) = 1 + \log_2 \frac{x}{3}; f^{-1}(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$

**45** En una pared de dimensiones  $6 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  se quieren abrir dos ventanas cuadradas de lado  $x$ .



a) Expresa el área que queda de pared, una vez hechas las ventanas, en función de  $x$ .

b) ¿Cuál es su dominio de definición?

Nombre y apellidos: .....<sup>1</sup>

1. (1 *punto*) Define:

- Función inversa.
- Función inyectiva.

2. (1,5 *puntos*) El precio del metro cuadrado de cierto césped artificial depende de la cantidad comprada (a más cantidad, menor precio), y viene dado por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 15 - 0,10x & \text{si } 0 \leq x \leq 30 \\ 12 - 0,05(x - 30) & \text{si } 30 < x \leq 100 \\ 8,5 - 0,02(x - 100) & \text{si } 100 < x \leq 300 \end{cases}$$

- a) Representa gráficamente la función.
- b) Si se compran 200  $m^2$ , ¿cuál será el precio que se paga por metro cuadrado?
- c) Para conseguir un precio inferior a 9 euros por metro cuadrado, ¿cuántos metros cuadrados, como mínimo, se tienen que comprar?

3. (1,5 *puntos*)

- Si  $f(x) = \log_2(x)$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , calcula  $f(g(x))$  y  $g(f(x))$ , indicando el dominio de definición en cada caso.
- Calcula  $f(g(4))$  y  $g(f(4))$ .
- Si  $h(x) = \text{sen}(x)$  y  $k(x) = x + \frac{\pi}{2}$ , calcula  $h(k(\frac{\pi}{2}))$  y  $k(h(\frac{\pi}{2}))$ .

4. (1,5 *puntos*) Di si las siguientes funciones tienen inversa y por qué, y si es así, calcúlala, indicando el dominio de definición de esta última.

- $f(x) = \log_{10}(x - 3)$
- $f(x) = \sqrt[3]{x + 6}$
- $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

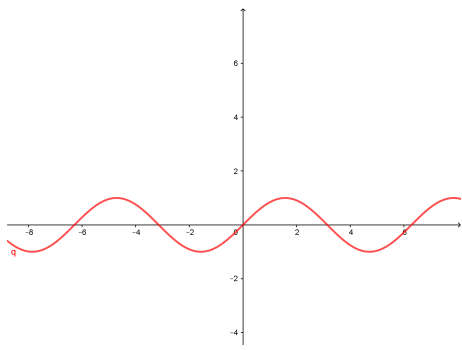
5. (1,5 *puntos*) Si  $a > 0$  es un número real, estudia el dominio de  $f(x) = \log(ax^2 - 4)$  según los valores de  $a$ .

6. (1*punto*) Une cada función con su gráfica (las gráficas están por detrás):

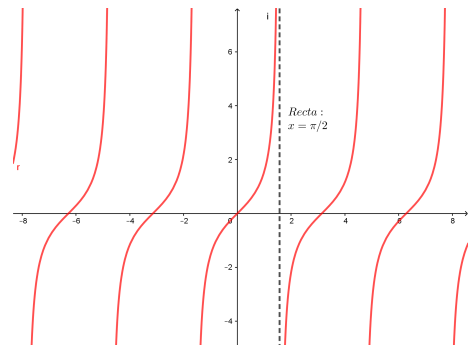
$y = \text{sen}(x)$	$y = \cos(x)$	$y = \tan(x)$	$y = e^x$
$y = (x - 3)^2 + 1$	$y =  x - 4 $	$y = (\frac{1}{3})^x$	$\log_2(2x)$

---

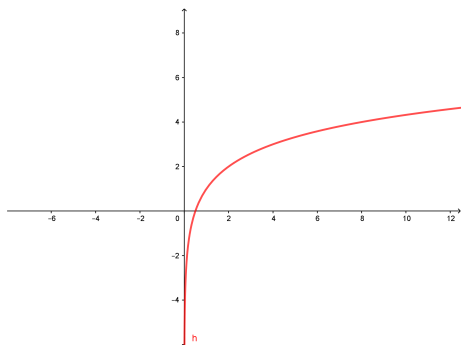
<sup>1</sup>Como véis, el examen está puntuado sobre 8. A esta nota se le sumará la de las entregas diarias y la de la exposición voluntaria.



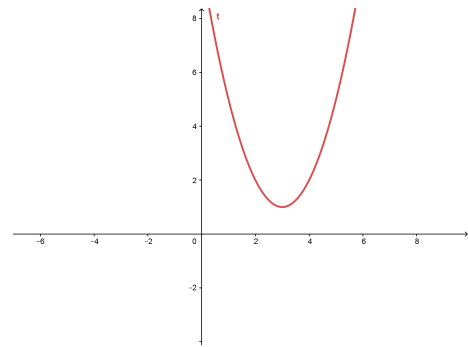
(a)



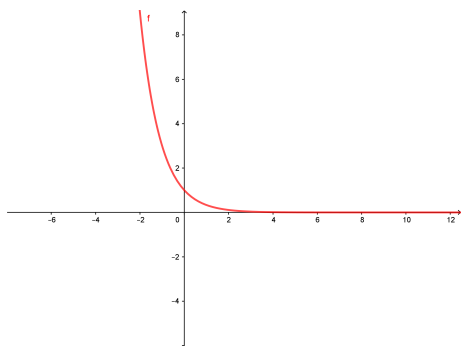
(b)



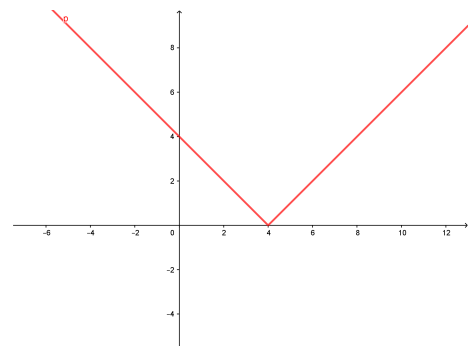
(c)



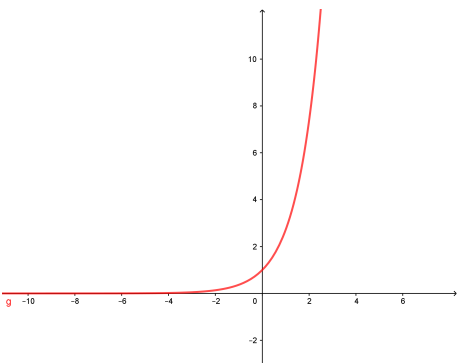
(d)



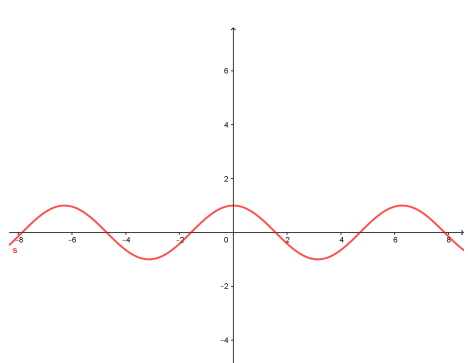
(e)



(f)



(g)



(h)