

16

UN ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA PRÁCTICA DOCENTE EN LA ENSEÑANZA DE LA LECTURA DEL RELOJ ANALÓGICO

(A DIDACTIC ANALYSIS OF THE CLASSROOM PRACTICE IN THE TEACHING OF ANALOGUE CLOCK READING)

Noemí Pizarro

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile

Juan Miguel Belmonte

Universidad Complutense de Madrid

Blanca Arteaga-Martínez

Universidad de Alcalá

DOI: 10.5944/educXX1.23913

Cómo referenciar este artículo/How to reference this article:

Pizarro, N.; Belmonte, J.M., y Arteaga-Martínez, B. (2020). Un análisis didáctico de la práctica docente en la enseñanza de la lectura del reloj analógico. *Educación XXI*, 23(1), 409-436, doi: 10.5944/educXX1.23913

Pizarro, N.; Belmonte, J.M., & Arteaga-Martínez, B. (2020). A didactic analysis of the classroom practice in the teaching of analogue clock reading. *Educación XXI*, 23(1), 409-436, doi: 10.5944/educXX1.23913

RESUMEN

La construcción del conocimiento especializado para enseñar el tiempo como magnitud es una actividad compleja que no ha sido estudiada en profundidad desde la práctica de manera previa. Este trabajo se plantea desde el análisis de la práctica de docentes en aula, relativa a las ideas de medición del tiempo.

Desde una metodología cualitativa se consideran tres momentos de la intervención del docente: para la práctica, en la práctica y sobre la práctica, entendidos como un ciclo reflexivo de investigación-acción. Para ello se han grabado sesiones de planificación e intervención en el aula de dos docentes de primaria, que se presentan y analizan desde las distintas categorías de uno

de los modelos de conocimiento del docente de matemáticas, el *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (MTSK).

Los resultados muestran que en la planificación las docentes conocen la complejidad de tratar la lectura y registro del tiempo, siendo necesario enseñar a utilizar el reloj. Los hallazgos señalan la necesidad de apropiarse a los estudiantes de los referentes de las unidades de tiempo y hacer énfasis en el funcionamiento del instrumento de medida, cuestionando la utilidad del reloj analógico.

PALABRAS CLAVE

Práctica pedagógica; enseñanza; tiempo; instrumento de medición del tiempo; MTSK.

ABSTRACT

The construction of specialised mathematical knowledge for teaching time as a magnitude, is a complex activity that has not yet been studied in depth. In this article we present an approach to this problem from the classroom practice, describing and analysing some aspects of the content and nature of the knowledge of two primary school teachers when working on the measurement of time with their students.

We have adopted a qualitative methodology, and three moments of the teachers' interventions have been considered as a reflective action research cycle: for practice, in practice and on practice. To this end, planning and intervention sessions have been recorded for two primary school teachers and their actions have been interpreted in consideration of the analytical model *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge* (MTSK).

This analysis has revealed that teachers are aware of the complexity of dealing with the reading and recording of time when they plan their intervention, and therefore they recognize the need to teach how to use the clock. Our first findings point out the need to provide the students with references for the units of time and to emphasize the functioning of the measuring instrument, questioning the usefulness of the analogue clock.

KEY WORDS

Pedagogical practice; teaching; time; time measurement instrument; MTSK.

INTRODUCCIÓN

El reloj es un instrumento asociado a la medida del tiempo, que puede considerarse trivial por ser un objeto cotidiano. La medición como parte de la matemática, tiene un fuerte componente social, lo que conlleva paradojas en su enseñanza. La escuela delega gran parte de la enseñanza de la medición a la sociedad, dado que la mayoría del contenido se inicia en el entorno familiar o social (Chamorro, 2003) lo que produce que la medición se desarrolle como un procedimiento lejano al pensamiento matemático y particularmente métrico. Sin embargo, las unidades estándar para expresar la hora del día se sustentan en principios matemáticos de medición (Kamii y Long, 2003).

La investigación que involucra la enseñanza y el aprendizaje del tiempo es escasa (Earnest, 2017), de manera particular podemos decir lo mismo sobre el manejo del reloj, aunque sin embargo podemos verlo recogido de manera explícita en algunos currículos y recomendaciones oficiales desde educación infantil (NCTM, 2000), asociado de una manera explícita a la medida del tiempo y la ubicación temporal de actividades que los niños realizan a lo largo de la jornada. Por lo demás, es un contenido complejo que requiere sentido numérico, espacial y temporal, conteo, habilidades lingüísticas y fracciones (Clements y Sarama, 2009). Van Steenbrugge, Valcke, y Desoete (2010) observaron que el aprendizaje del tiempo es uno de los temas más confusos de los currículos. Son pocas las investigaciones centradas en la lectura del reloj, el papel del aprendizaje y la instrucción o el énfasis curricular (Thomas, Clarke, McDonough, & Clarkson, 2016).

Considerando que la práctica es una acción compleja, donde es necesario poner en juego una amplia variedad de conocimientos y habilidades que se perfeccionan en el tiempo (Darling-Hammond & Bransford, 2005; Hargreaves y Fullan, 2014), emerge la pregunta de investigación: ¿qué conocimiento especializado se pone en juego cuando se enseña la lectura del reloj en Educación Primaria? Para dar respuesta a esta pregunta, el objetivo de esta investigación es analizar el conocimiento especializado que el profesor de matemáticas evidencia para la enseñanza de la lectura del reloj. Por lo tanto, se observará la planificación de clases con el fin de identificar estrategias, recursos de enseñanza, consideración

de las dificultades de los estudiantes y desarrollo del currículo. Se graba la ejecución de las clases planificadas para observar situaciones críticas de la práctica de la enseñanza programada y finalmente, se considera la reflexión sobre la práctica para diseñar propuestas de mejora.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Tres pilares sustentan el presente estudio: la práctica docente, que es la acción estudiada para analizar el conocimiento del profesor; el tiempo matemático, como objeto de enseñanza para el aprendizaje y el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK), como marco de referencia para establecer las categorías de análisis de la práctica de aula.

La práctica docente

El análisis de la práctica docente se ha convertido en una de las líneas de investigación que mayor atención está recibiendo en la enseñanza de las matemáticas (Adler, *et al.*, 2005; König, Blömeke, & Kaiser, 2015; English & Kirshner, 2016), lo que ha hecho que los profesores y su enseñanza sean un elemento central (Sfard, 2005). Shulman (1986) indica que es necesario centrarse en la práctica del profesorado y sus conocimientos para una práctica efectiva, ya que hasta ese momento cuando se observaba a un docente, el foco estaba puesto fundamentalmente en el comportamiento de los estudiantes, en el uso del tiempo y en las planificaciones.

La complejidad de la práctica ha sido estudiada por múltiples investigadores, que han coincidido que para la enseñanza es necesario que los profesores posean y empleen una amplia variedad de conocimientos y habilidades que pueden ser perfeccionadas (Darling-Hammond & Bransford, 2005; Hargreaves & Fullan, 2014).

Desde la década de los 80, varios autores (Shulman, 1986, 1987; Darling-Hammond & Bransford, 2005) han concluido que reflexión y práctica son conceptos indisolubles, estrechamente relacionados y mutuamente exigidos, de cuya evolución emerge el desarrollo profesional. La premisa que guía este estudio considera que el profesorado reflexiona sobre su práctica por medio de un análisis que involucre crítica, redescubrimiento y modificación de los referentes y creencias que la sustentan, lo que conlleva nuevas herramientas para reconstruir su profesionalismo sobre su conocimiento para enseñar, y por lo demás, su propio aprendizaje.

Este modelo para el aprendizaje reflexivo (Korthagen, *et al.*, 2001) se desarrolla en cinco fases: a) acción o experiencia; b) mirar hacia atrás (hacia la acción); c) tomar conciencia y determinar los aspectos importantes de la propia actuación; d) buscar y preparar comportamientos alternativos para actuar; y e) comprobar su eficacia en una nueva situación, lo que ofrece, otra vez, una nueva experiencia y, por lo tanto, es el punto de partida de un nuevo ciclo de reflexión.

La enseñanza del tiempo

El conocimiento del tiempo presenta múltiples facetas, que Fraisse (1967) clasificó en tres grandes grupos:

- El tiempo vivido, que contempla el condicionamiento de los parámetros temporales del individuo a ritmos temporales externos a él, así como la organización consciente, tanto de duración como de orden, de las acciones propias para sincronizarlas con las de otros.
- La percepción del tiempo, que permite aprehender las sucesiones y simultaneidades así como impresiones acerca de duraciones.
- El control del tiempo, o la capacidad de representar el tiempo, lo que permite una serie de operaciones intelectuales sobre el tiempo, entre ellas la medida.

La idea clave de Piaget (1971) es que el tiempo es el resultante de la coordinación de movimientos a distintas velocidades. Es la noción que nos provee de las herramientas necesarias cuando hay que coordinar resultados de determinados procesos de cambios de distintas velocidades. Es decir, el tiempo es una consecuencia de la coordinación entre espacio y velocidad. Sin embargo, Fraisse (1967) indica que el tiempo, el espacio y la velocidad corresponden a intuiciones elementales que tiene cada una de ellas una existencia independiente e identificable.

Fraisse atribuye al uso del reloj un papel principal en la construcción de una de las características necesarias del tiempo: su homogeneidad, a pesar de las apreciaciones subjetivas de duraciones. La constatación de esa homogeneidad es posible porque el niño desprende poco a poco su experiencia de la experiencia del movimiento del reloj de arena, o de la aguja del reloj y porque constata intuitivamente que, sobre estos instrumentos, se producen cambios equivalentes en periodos equivalentes. Este isocronismo le permitirá medir la duración, lo que exige la conservación del tiempo

cuando se pasa de un cambio a otro. El reloj le ofrece el modelo de un devenir continuo a velocidad constante gracias al cual concibe periodos isócronos que le van a servir de unidades: puede entonces situar la duración de los cambios en relación con este cambio privilegiado.

Los estudios posteriores muestran que los niños pueden cuantificar duraciones por medio de información temporal sin necesidad de distancia y velocidad (Richie & Bickhard, 1988).

En las décadas de los 70 y 90, se realizaron algunas investigaciones sobre la enseñanza del tiempo, desde la psicología del desarrollo y no desde la práctica docente, donde se observa que los estudiantes dominan las horas a los seis años, las medias horas a los siete, los cinco minutos a los ocho o nueve y los minutos a los diez años (Friedman & Laycock, 1989; Boulton-Lewis, Wilss, & Mutch, 1997).

Encontramos también estudios que aseguran que el aprendizaje del tiempo no depende tanto del nivel de madurez de los niños, sino de la enseñanza (Monroe, Orme, & Erickson, 2002; Hodgkinson, 2004). Sobre este respecto, diversos autores han comentado su complejidad, dado que el tiempo no es tangible (Burny, Valcke, & Desoete, 2012; Russell & Kamii, 2012).

Tanto en Chile como en España, y en muchos países del mundo, leer la hora en el reloj analógico es parte del currículo. Sin embargo, trabajar con el reloj es mucho más que señalar la marca horaria; es una oportunidad para aprender a utilizar un instrumento de medida, aprender sistemas numéricos (base 12, 24, 60), apropiarse de las fracciones simples y realizar modelaciones. Leer el reloj también requiere comprender qué sucede a ciertas horas del día (Friedman & Laycock, 1989) lo que nos obliga a realizar un tratamiento contextualizado y centrado en el quehacer diario de cada uno de los estudiantes. Por lo demás, es necesario que se desarrollen nociones mentales de las unidades de medida, con el fin de que los estudiantes tengan referentes de las unidades para que adquieran la noción de estimar (Pizarro, Albarracín y Gorgorió, 2018).

Conocimiento especializado del profesorado de matemáticas

Para analizar la enseñanza, consideramos como referente el modelo *Mathematics Teachers' Specialised Knowledge*, MTSK (Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas) propuesto Carrillo, *et al.* (2018). Este marco comprende el conocimiento del contenido del profesor desde la contribución de Shulman (1986, 1987). El MTSK además de ser una

propuesta teórica para modelar el conocimiento del profesor de matemática, es una herramienta metodológica con la cual es posible analizar la práctica.

El MTSK se divide en dos dominios, uno relativo al conocimiento matemático *Mathematical Knowledge* (MK), y otro relativo al conocimiento didáctico del contenido matemático *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), que se dividen a su vez en tres subdominios cada uno; es en este segundo subdominio donde centraremos nuestro trabajo y en sus categorías asociadas, centradas en el conocimiento sobre:

1. El conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Features of Learning Mathematics*, KFLM): focaliza en el contenido matemático como objeto de aprendizaje. La idea es observar las características del proceso de comprensión del estudiante sobre el contenido, que derivan de su interacción con el mismo. Las categorías que se incluyen son teorías sobre el aprendizaje, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático e intereses y expectativas.

La no tangibilidad del tiempo es un obstáculo epistemológico, por ello es interesante observar cómo los profesores consideran la interacción con el tiempo como contenido matemático y cómo relacionan los intereses y el contexto de los estudiantes para apropiarlos de los referentes de las unidades de medición del tiempo.

2. Conocimiento de la enseñanza de la matemática (*Knowledge of Mathematics Teaching*, KMT): incluye categorías como los recursos materiales y virtuales, formas de presentar el contenido, el uso de ejemplos adecuados tanto en el contenido, como en el contexto y la intención. Interesa observar qué teorías de enseñanza se podrían poner en juego en la enseñanza del reloj, actividades diseñadas y ambientes de trabajo matemático, así como ejemplos comunes, explicaciones y metáforas.

Como se puede observar, existe una relación entre el KFLM y el KMT, dado que determinar las dificultades e intereses sobre la lectura del reloj, trae consigo las estrategias de enseñanza y los recursos a utilizar.

3. Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (*Knowledge of Mathematics Learning Standards*, KMLS): se refiere al conocimiento curricular del profesor por ello incluye categorías sobre las capacidades conceptuales, procedimentales y de razona-

miento matemático que se promueven en determinados momentos educativos.

Las expectativas de aprendizaje, también son parte de una categoría de este subdominio. Como mencionamos anteriormente en los currículos las expectativas tienden a optar por direccionar su tratamiento a las técnicas de medida del tiempo sin considerar las ideas temporales que las sustentan.

Por otro lado, el papel de las expectativas del docente es central dado que engloba al resto de subdominios.

Metodología

La perspectiva metodológica es interpretativa o cualitativa, dado que se busca analizar la práctica en relación a una situación determinada, donde el investigador es al tiempo el instrumento y el análisis de los datos (Merriam, 1998).

La investigación se enmarca dentro de las tendencias actuales de formación docente, donde la reflexión tiene un papel de enorme importancia (Beltrán-Pellicer y Giacomone, 2018). Para realizar la investigación, se consideran tres instancias reflexivas: para la práctica, en la práctica y sobre la práctica, lo que posteriormente conlleva, nuevamente, una nueva etapa para la práctica (Killion & Todnem, 1991). La reflexión en y sobre la práctica se lleva a cabo antes y después del trabajo de aula, respectivamente. La reflexión para la práctica es el resultado de las dos anteriores y a la vez, el antecedente de las dos anteriores, dado que componen un ciclo de investigación y acción.

En el ciclo mencionado, participan dos docentes de primaria en ejercicio, ambas con más de treinta años de experiencia y una profesora universitaria, formadora de docentes. Solo en la práctica de aula, la profesora universitaria no participa, pero interviene en caso de que las docentes de primaria lo soliciten.

El curso en el que se llevan a cabo las sesiones de clase es un tercer año de primaria (8 años) en Chile; la escuela es administrada por un grupo educativo privado pero con financiación del estado y se encuentra en el extremo norte del país.

Se realizan tres reuniones de planificación de clases que en total contabilizan 120 minutos de trabajo. Se planifican tres clases de 90 minutos de duración para cada docente en dos cursos distintos (curso A y curso

B). Apoyándonos en la epistemología de la práctica se graban un total de 540 minutos de clase, que se transcriben a posteriori para ser analizados, además se tomaron notas de campo para tener un informe más completo (Pirie, 1997). El análisis reflexivo, sobre la planificación y ejecución, se llevó a cabo durante tres sesiones que también se graban, con 90 minutos de duración.

La decisión de videgrabar las clases se basó en la consideración que las acciones que suceden al interior de la sala de clase son complejas y cambiantes, por lo que la extracción de información se hace complejo y desde el análisis del investigador se puede entender con detalle lo que allí sucedió (Erickson, 2006).

Para desarrollar el objetivo de investigación, nos centramos en episodios relevantes que emergen del ciclo mencionado, donde se evidencian subdominios y categorías del MTSK. Un episodio es un fragmento del proceso que evidencia constantemente intención didáctica (Andrews, Carrillo, y Climent, 2005).

En la reflexión sobre la ejecución de las prácticas y su planificación, participan las tres profesoras.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Durante las distintas etapas (planificación, ejecución y reflexión), se presentaron diversos episodios de las clases que nos permiten planificar el trabajo de consecución del objetivo general. Los resultados se muestran por episodios que muestran diálogos entre las profesoras de aula (P1 y P2); la formadora de profesores (PF) y los estudiantes (Ei). Se seleccionan diez episodios más relevantes, cuyo análisis conjunto da lugar al estudio del caso.

Episodio 1: Uso de referentes de tiempo previos a la lectura del reloj

Se reúnen las dos profesoras y la formadora de profesores para planificar las clases, para ello observan los textos de estudio entregados por el Ministerio de Educación y los Programas de Estudio. Destacamos que los textos escolares en Chile, tienen carácter gratuito y se utilizan los mismos en todas las escuelas del país.

Tabla 1
Episodio 1

Orden	Descripción del episodio
1	P1 <i>Antes de todo veamos qué pide el currículo.</i>
2	P2 <i>Ya, es el Objetivo de Aprendizaje (OA) 19 “Leer y registrar el tiempo en horas, medias horas, cuartos de hora y minutos en relojes análogos y digitales”.</i>
3	FP <i>Pero ojo, Objetivo de Aprendizaje 18 “Leer e interpretar líneas de tiempo y calendarios”, a partir de él podríamos dar paso al OA 19, dado que a partir de los días del calendario podríamos dar paso a las horas, minutos y segundos.</i>
4	P2 <i>Pero ellos ya han trabajado con horas y minutos, el año pasado, ahora debemos enfocarnos solo en el reloj.</i>
5	P1 <i>Claro, trabajamos el reloj digital y desde ahí ya tienen nociones.</i>
6	FP <i>Entiendo, entonces ¿los estudiantes tienen apropiadas las nociones de tiempo? Es decir, ¿ellos comprenden qué es una hora? ¿qué es un minuto, cinco minutos, etc.?</i>
7	P2 <i>Yo creo que pretender que en esta ocasión los estudiantes comprendan cuánto dura un minuto, la noción del tiempo... es muy muy difícil. Hay que centrarse en el reloj.</i>
8	P1 <i>A ver, hay algunos que sí tienen nociones de las medidas, no todos, pero podríamos intentarlo.</i>
9	FP <i>Es que, si los estudiantes no comprenden las horas del día, no tienen nociones de las duraciones que mide el reloj, no le encuentro sentido a enseñarlo.</i>
10	P1 <i>Podríamos ir viendo, a medida que hagamos las clases si comprenden las nociones o no, y si son tan necesarias ¿les parece?</i>
11	FP <i>Yo insisto en que es necesaria, pero entiendo que tenemos poco tiempo.</i>
12	P2 <i>Es que si le dedicamos el tiempo a las medidas, no alcanzamos en las tres clases... y no vamos a dedicarnos al reloj todo el semestre.</i>

En este episodio (Tabla 1), se puede apreciar que, para las docentes, el instrumento de medida es más importante que la medida para la que está diseñado (KMT, teorías sobre la enseñanza, recursos). A pesar de que las docentes reconocen que para los estudiantes es complejo apropiarse de las medidas (KFLM, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático), el tiempo curricular no permite desarrollar el uso

de las unidades de medida para medir el tiempo, como minuto, segundo, hora para apropiarse a los estudiantes de referentes (KMLS, expectativas de aprendizaje). Por lo demás, quedaron que se iban a tratar en clases, aunque parece sin una planificación suficientemente precisa condicionada a lo que ellas consideran la comprensión por parte de los estudiantes.

Episodio 2: Secuencia y uso de recursos de enseñanza

Las docentes reunidas para planificar, llegan a acuerdos sobre la secuencia de las clases y los materiales a solicitar.

Tabla 2
 Episodio 2

Orden	Descripción del episodio
13	P1 <i>Ya entonces, comenzamos contextualizando el tiempo como magnitud, a partir de relacionar la longitud con el centímetro, el metro y la regla. Vamos a mostrar imágenes del calendario, para que lo vean como instrumento de medida y ahí partimos con el reloj. Después trabajamos con las horas exactas, después las medias hora, los cuartos de hora y después que lean cualquiera.</i>
14	P2 <i>Ahí vamos a tener problemas, que puedan leer cuándo son cinco para cuatro va a ser bien complejo.</i>
15	P1 <i>Siempre es muy complejo.</i>
16	FP <i>Hay que hacer los ppt con diversas imágenes de los relojes. ¿Les vamos a pasar relojes?</i>
17	P2 <i>Tranquila, todos los años hacemos lo mismo, las asistentes (ayudantes de las profesoras en el aula) nos hacen relojes bien bonitos con gomaeva, y de acuerdo al avance, vamos viendo con el libro de texto.</i>
18	P1 <i>Sí, antes los hacían los papás o los hacíamos en arte, ahora las asistentes los hacen.</i>
19	PF <i>Igual me gustaría hacer una guía donde se contextualiza el horario 12 y 24.</i>
20	P2 <i>Sí claro, si la vamos a incluir en la primera clase.</i>

En este episodio (Tabla 2), podemos observar cómo las profesoras secuencian el contenido (KMLS, secuenciación) para leer la hora: horas exactas, medias horas, cuartos de hora; para terminar con la lectura de distintas fracciones de hora. Como teoría de enseñanza personal (KMT), ellas proponen trabajar desde “lo más fácil a lo más difícil”, teniendo en cuenta su

propia consideración al respecto. Los materiales (KMT, recursos materiales) para trabajar son los libros de texto, algunas guías de trabajo, una presentación digital y relojes hechos con gomaeva (Figura 1). Poniendo de manifiesto lo señalado (KMT, teorías personales sobre la enseñanza y KFLM, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático), parecen focalizar el trabajo más en el recurso a utilizar que en el propio contenido, que es el que puede dar lugar a los obstáculos de aprendizaje.



Figura 1. El reloj de cartón

Episodio 3: Uso de referentes

Este episodio ocurre durante la clase 2 de la profesora 2. Estamos en la etapa de acción o experiencia, con el fin de recoger información sobre los referentes que tienen los estudiantes sobre las unidades de medida.

Tabla 3
Episodio 3

Orden	Descripción del episodio
21	P1 <i>A ver, ¿qué puedo realizar en 3 horas?</i>
22	E1 <i>Construir.</i>
23	P1 <i>mmm ¿Quiénes trabajan en la construcción?</i>
24	E1 <i>Los arquitectos...</i>
25	P1 <i>mm ya, ellos trabajan ahí. ¿Qué más puedo hacer en tres horas?</i>
26	E2 <i>Dormir.</i>
27	P1 <i>Dormir, bueno yo duermo más de dos horas... perfecto.</i>
28	E3 <i>Lavarnos las manos.</i>

Orden	Descripción del episodio
29	P1 <i>Mmm (haciendo un gesto de sorpresa) A ver... ¿yo puedo estar dos o tres horas lavándome las manos? (hace como si se lavara las manos por medio de mímicas)</i>
30	Varios alumnos <i>Noo...</i>
31	P1 <i>Las manos estarían viejitas.</i>
32	E4 <i>Lavarse los dientes.</i>
33	P1 <i>¿Estarías dos o tres horas así (haciendo mímica de lavarse los dientes)? Nooooo.</i>
34	E5 <i>¿Limpiando la casa?</i>
35	E6 <i>¿Ordenando la habitación?</i>
36	P1 <i>¡Muy bien! Ordenando la habitación, aunque depende porque la de mi hijo no se ordena en tres horas.</i>

Se observa (Tabla 3) que los estudiantes dan respuestas al azar a la pregunta de la profesora. Por lo tanto, podemos deducir que, a pesar de que ha tratado el contenido de cursos anteriores, los estudiantes no se han apropiado de los referentes de unidades de medida, como consideró la Profesora 2 en el episodio 1 (KFLM, fortalezas y dificultades, formas de interacción con un contenido matemático). Posteriormente la profesora hizo preguntas respecto a minutos y segundos (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) y las respuestas seguían siendo al azar.

Episodio 4: Planeando cómo trabajar el uso de referentes

Este episodio es inmediatamente posterior a la clase que corresponde el episodio tres, con el fin de tomar consciencia y determinar los aspectos importantes de la propia actuación, esperando que se busquen y preparen estrategias alternativas para una nueva puesta en escena.

Tabla 4
Episodio 4

Orden	Descripción del episodio
37	PF <i>Estoy preocupada por los referentes, siento que los peques van a leer el reloj sin saber qué hacen.</i>
38	P1 <i>Sí, realmente no se han apropiado de ninguna medida, pero mañana comenzamos la clase con lo mismo.</i>

Orden	Descripción del episodio
39	PF <i>Yo creo que deberías partir con unidades más pequeñas, con el minuto, por ejemplo. Y si pasa lo mismo, hagamos una actividad para que lo observen, por lo menos.</i>
40	P1 <i>Mira, yo lo voy a pensar, tú tranquila, pero mañana algo van aprender.</i>
Se une la profesora 1 para la visualización del vídeo del episodio	
41	P1 <i>Sí, nos pasó lo mismo, es difícil que se enteren, no podemos hacer mucho, al final lo aprenderán en la casa, con el tiempo, cuando estén más grandes, pero sí, voy a seguir repasando.</i>
42	PF <i>Yo creo que más que repasar, tenemos que hacer actividades para que se apropien de las unidades de medida, insisto en que si no lo hacemos, no tiene sentido leer el reloj.</i>
43	P1 <i>déjame pensar en actividades cortitas para mañana y te las comento.</i>

Este episodio (Tabla 4) es clave para observar que la profesora 1 se da cuenta de que sus estudiantes no se han apropiado de los referentes de tiempo. Sin embargo, piensa en insistir en las mismas estrategias de enseñanza (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, recursos materiales). La formadora de profesores le recomienda buscar otras actividades: dado que ya recogieron evidencias y pudieron constatar que los estudiantes no tienen los referentes apropiados, es necesario que se hagan actividades diferentes.

Por otro lado, se observa que la profesora 2 tiene poco interés en el trabajo con referentes y considera que el conocimiento de los mismos se desarrolla fuera del aula escolar (KMT, teorías personales de enseñanza y KFLM, teorías personales de aprendizaje).

Episodio 5: ¿Cuánto dura un minuto?

En este episodio se desarrollan los acuerdos del episodio anterior. La profesora 1 desarrolla una clase similar a la del episodio 3, aunque comienza pidiendo referentes de segundos y minutos. Sin embargo, la clase sigue si el mismo curso del episodio 3, en cuanto al uso por parte de los estudiantes de respuestas aleatorias. En plena ejecución, la profesora pide ayuda a la formadora de profesores, para que, en ese momento, le ayude.

Tabla 5
Episodio 5

Orden	Descripción del episodio
44	P1 <i>Profe ayúdeme... ¿qué más podríamos hacer?</i>
45	FP <i>A ver, si alguno de ustedes le pide permiso a la profesora para ir al aseo ¿Cuánto se tardará?</i>
46	P1 <i>Levanten la mano.</i>
47	E7 <i>Cinco minutos.</i>
48	E8 <i>Un minuto.</i>
48	FP <i>¿Un minuto?</i>
50	E9 <i>Él corre muy rápido.</i>
51	FP <i>Pero tiene que ir, hacer pipí y volver.</i>
52	E1 <i>50 segundos.</i>
53	E3 <i>Cinco minutos.</i>
54	PF <i>¿Por qué cinco minutos?</i>
55	E3 <i>Porque corre rápido.</i>
56	FP <i>Podríamos comprobarlo.</i>
57	F1 <i>¡¿Profe hagámoslo de inmediato?!</i>
58	FP <i>No tengo cómo...</i>
59	F1 <i>A ver, aquí en móvil tengo un cronómetro.</i>
El estudiante (E8) está en la puerta, esperando salir.	
60	FP <i>A ver, espera, vuelve a tu puesto, todo de nuevo, siéntate, pide permiso.</i>
61	P1 <i>Ya las indicaciones son: pedirme permiso ¿Caminar o correr? (dirigiendo esta última pregunta a la formadora de profesores).</i>
62	FP <i>Correr, eso dicen ellos.</i>
63	P1 <i>Correr, hacer pipí, lavarse las manos y correr a la sala</i>
64	Se recrea la escena, el curso está expectante a la espera del compañero. La profesora muestra el cronómetro del móvil y controla al curso, la formadora de profesores comenta la actividad. Al segundo 47, el estudiante vuelve a la sala.
65	P1 <i>segundo 47, menos de un minuto</i>
El curso celebra la llegada del compañero y quieren hacer la prueba, para saber cuánto tiempo invertiría cada uno de ellos en la misma tarea.	

En este episodio (Tabla 5) se observa que las acciones en las que pensó la docente seguían siendo muy similares a las del episodio 3 (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, recursos materiales y virtuales), se puede apreciar que a pesar de que la docente tiene la intención de buscar alternativas, trabaja de nuevo con estrategias similares. La formadora preguntó por la razón de la cantidad de magnitud de tiempo y no por la acción asociada a una cantidad de magnitud. Esta intervención estaba fuera de planificación; aunque se aprecia que la formadora de profesores no tenía herramientas para medir el tiempo, la profesora sí los tenía en su móvil.

Es importante destacar que a pesar de que los referentes de medida son personales, como ya se mencionó en apartados anteriores, y que esto no significa que no se puedan hacer actividades colectivas, en esta ocasión el curso completo vivenció con entusiasmo la duración de un minuto (KFLM, formas de interacción con un contenido matemático y KMT, teorías personales de enseñanza, recursos materiales y virtuales).

Por otro lado, es importante observar que los estudiantes no tienen apropiados los referentes de tiempo. El argumento “porque corre rápido” para un estudiante significaba que su compañero invertía un minuto mientras que otro empleaba cinco.

Episodio 6: Hay que trabajar la medida del tiempo

Este episodio es inmediatamente posterior al episodio 5, las tres profesoras observan la grabación, es decir, vuelven a mirar hacia atrás para comprobar la eficacia de las nuevas acciones.

Tabla 6
Episodio 6

Orden	Descripción del episodio
66	P1 <i>Me gustó lo que hicimos, sentí que los niños “vieron” el minuto. Estaban todos preocupados porque llegara el compañero y pendientes del cronómetro.</i>
67	P2 <i>Pensar que uno tiene materiales y ni los usa.</i>
68	FP <i>Claro, yo también lo tenía en el móvil y ni se me ocurrió hacerlo. Aunque lo ideal sería proyectar el cronómetro en la pizarra.</i>

Orden	Descripción del episodio
69	P1 <i>Yo creo que esto de los referentes, que son tan complejos, los deberíamos trabajar siempre. Si estoy en otra asignatura, y pido el desarrollo de tareas en cierto tiempo, voy a empezar a hacer notar el paso del tiempo.</i>
70	P2 <i>Claro, podría ser una opción.</i>
71	P1 <i>Yo siempre trabajo lenguaje en todas las asignaturas, porque me parece importante que los chicos escriban bien, creo que ahora la idea es hacerlo en matemática. Además, así podríamos ganar tiempo (se refiere al tiempo asignado en el currículo) para enseñar el reloj. Además, mira, con dos clases que dediquemos exclusivamente a los referentes, podríamos mejorar la enseñanza del tiempo en los distintos niveles.</i>

En este episodio (Tabla 6) se puede observar cómo la profesora 1 considera futuros cambios en su práctica (KFLM, fortalezas y dificultades), al tiempo que el trabajo de referentes (KMT, recursos materiales, teorías personales sobre enseñanza, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos). Se cuestiona sus creencias sobre la enseñanza de la matemática.

En el episodio 5, la profesora 1 pudo observar una actividad distinta a las usuales, sugerida por la profesora universitaria, a la que le encontró sentido además de participación colectiva e individual; toma decisiones en su enseñanza y esto se refleja en su conocimiento de la enseñanza (KFLM, teorías personales sobre aprendizaje). La profesora consideró que el uso del reloj digital del móvil puede ser un apoyo que complementa el proceso de enseñanza para el aprendizaje (KMT, recursos materiales y virtuales).

Episodio 7: El uso del reloj

En este episodio se observa cómo una de las docentes utiliza el reloj en el aula. La actividad se centra en el trabajo de la lectura de las medias horas. La profesora comienza recordando el horario y el minuterero y cómo se localizan para indicar una hora. También los reprende al recordarles que en la primera clase ellos no sabían a qué hora ingresaban al colegio, o a qué hora eran los recreos, solo los diferenciaban como el recreo largo y el recreo corto. La profesora 1, presenta el desafío de marcar en sus relojes las 9 y media.

Tabla 7
Episodio 7

Orden	Descripción del episodio	
72	P1	<i>¡Vamos a revisar! (Mostrando en el reloj las 9 en punto) ¿son aquí las 9 y media?</i>
73	Estudiantes a viva voz	<i>Noooooo.</i>
74	P1	<i>No, porque aquí son las 9 en punto. A ver ¿quién marca las 9 y media?</i>

Muchos estudiantes ponen el horario en el 9 y el minuterero en el 6, a lo que la profesora responde que está muy bien.

En este episodio (Tabla 7) se puede observar cómo la profesora muestra el uso del instrumento. No se observa una relación entre los movimientos del horario y el minuterero. El horario permanece estático mientras que el minuterero del reloj avanza. Los estudiantes no observan ese funcionamiento del reloj y el recurso utilizado tampoco lo promueve (KMT, recursos materiales y virtuales).

Episodio 8: ¿La una y media o las dos y media?

En este episodio, que al igual que el anterior se desarrolla en la acción, podemos observar un error en la lectura del reloj que podría emerger de una enseñanza que no relaciona sus manecillas. Una de las docentes, utilizando imágenes de relojes reales, tiene un conflicto en la lectura de la hora.

Tabla 8
Episodio 8.1

Orden	Descripción del episodio	
75	P2	<i>¿Qué hora es? (mostrando un reloj que muestra la una y media)</i>
76	Estudiantes	<i>(Con respuestas divididas) Una y media / dos y media</i>
77	P2	<i>A ver, es la una y media, no las dos y media, a ver veamos otro reloj.</i>

Al leer las medias horas (Tabla 8), el curso se dividía entre la hora correcta y la hora siguiente, aunque todos indicaron que era “y media”. No hubo explicaciones de la docente que rescataran el error de los estudiantes. La profesora 1, sí hizo explicaciones.

Tabla 9
Episodio 8.2

Orden	Descripción del episodio	
78	P1	<i>A ver... es la una y media, no las dos y media.</i>
79	Estudiantes	<i>(Con respuestas divididas) Una y media / dos y media</i>
80	P1	<i>Es la una y media... claro, el palito del horario no está en el uno. ¿ustedes creen que se queda ahí, parado en el uno mientras el minuterero avanza? No... se pone a correr lentito (hace mímicas como si corriera) porque tiene que llegar a las dos.</i>

Posterior a ello, el curso siguió con los mismos errores que el grupo de la profesora 2

Observamos que solo la profesora 1 tomó acciones en la práctica y explicó, brevemente, cómo funciona el reloj (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos); sin embargo, no profundizaron más en este hecho. Estas acciones muestran lo necesario, que es observar cómo funciona el reloj y que sean los mismos estudiantes los que intenten explicar cómo funciona.

Episodio 9: Reflexión de los episodios 7 y 8

En este episodio se observan las reflexiones de los episodios 7 y 8 relacionados, dado que el 7° puede ser la causa de los errores cometidos por los estudiantes en el 8°.

Tabla 10
Episodio 9

Orden	Descripción del episodio	
81	P2	<i>Veamos el vídeo, aunque conversamos y vimos que a los dos nos pasó lo mismo, la media hora no se entiende.</i>
82	P1	<i>Sí, es complejo.</i>
83	FP	<i>Claro, pero yo vi que cuando pedías (mirando a P1) que los estudiantes marcaran las 9 y 30 les dijiste que estaba correcto, pero estaba errado.</i>
84	P1	<i>Estaba bien, no estaba malo.</i>
85	FP	<i>Revisemos el vídeo de la clase.</i>

Orden	Descripción del episodio
86	P2 <i>Claro, los niños movieron el minutero, pero el horario no lo movieron. ¡Yo hice lo mismo! Es que como no hay engranaje, el horario no se mueve.</i>
87	FP <i>Claro, los relojes no son adecuados.</i>
88	P1 <i>Y los hemos usado siempre, bueno, tampoco podemos pedirles relojes de verdad.</i>
89	FP <i>Pero sí hay material didáctico que incluye engranaje. Creo que es necesario que los estudiantes comprendan cómo el reloj funciona, cómo se mueve el minutero y el horario a la vez.</i>
90	P1 <i>Es que antes del desafío que presenté, debí mostrar ese movimiento.</i>
91	P2 <i>Claro, y si no tenemos relojes, por último, hay que buscar en internet.</i>
92	FP <i>Igual, más allá del recurso de enseñanza, tenemos que enseñar cómo funciona el reloj, es decir, que ellos observen cómo avanza una manecilla y qué pasa con la otra. Es que, si no, vamos a tener aún más problemas, cuando veamos, por ejemplo, las 5 menos 10.</i> Mira, revisando el material de Ministerio de Educación, veo que ellos se equivocan en lo mismo.
93	P1  El reloj de abajo muestra la hora a la que aterrizó un avión. Escribe la hora de dos maneras.
	
	<i>Figura 2. Textos de estudio (Charles et al., 2014a, p. 220)</i>
94	P2 Y en los libros que entrega el Ministerio igual. ③ El despertador de Juan sonó a la hora que se muestra en el siguiente reloj. ¿A qué hora sonó la alarma? Ⓐ Las seis y diez. Ⓑ Las seis y cuarenta. Ⓒ Las seis y veintidós. Ⓓ Las siete y veintidós.
	
	<i>Figura 3. Cuaderno de ejercicios (Charles et al., 2014b, p. 8)</i>

Orden	Descripción del episodio
95	P1 Parece que vamos a tener que hacer nosotras los recursos desde ahora.

En este episodio observamos dos temas importantes: el uso del instrumento de medida y el recurso de enseñanza para trabajarlo. Ninguna de las docentes es consciente de que hay que enseñar el funcionamiento del instrumento de medida. Por otro lado, se observa que los relojes de papel o aquellos que no tienen engranaje no son apropiados para la enseñanza. A partir de ello las docentes observaron los errores de los libros de texto (KMT, recursos materiales y virtuales) y tomaron decisiones sobre las actividades propuestas.

Episodio 10: Los números del reloj

En la reflexión para la práctica, las docentes consideraron que los estudiantes deberían comprender la lectura de los minutos del reloj a partir de la tabla del 5. Se consensúa que los estudiantes descubrieran el patrón numérico y trabajaran con la lectura.

Tabla 11
Episodio 10

Orden	Descripción del episodio
96	P2 <i>Observemos el reloj.</i> (Mostrando las 10:10) <i>¿Qué hora es?</i>
97	E1 <i>Las 10 y 10.</i>
98	E2 <i>Las 10 y 2.</i>
99	P2 <i>Es importante observar que aquí está pasando, el 2 equivale a un 10, como dice el compañero</i> (refiriéndose a E1). <i>Vamos contando: 5, 10, 15, 20...</i>
Estudiantes: A viva voz, cuentan con ella.	
100	P2 <i>¿Vieron? En el seis dijimos 30, porque seis por cinco es 30, y 30 minutos hacen media hora.</i>

En este episodio (Tabla 11), podemos ver que a pesar de que las docentes tienen la intención de trabajar el pensamiento algebraico para apoyar el pensamiento métrico (KMT, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos) solo se entrega la información sobre la lectura, impidiendo que sean los estudiantes quienes observen el patrón a seguir. Tampoco se trabaja con el error como elemento didáctico.

CONCLUSIONES

Desde la planificación de clases de lectura del reloj, se observa que las profesoras son conscientes de la complejidad de tratar la lectura y registro del tiempo en horas, medias horas, cuartos de hora y minutos en relojes analógicos y digitales. Consideran que los estudiantes no se han apropiado aún del verdadero significado de las unidades de medida del tiempo, pero deben enseñar a usar el reloj. Declaran que la lectura de la hora es más importante que los referentes sobre las unidades de medida del tiempo e indican que más tarde podrán establecer la relación entre ambos. Las docentes son conscientes de las dificultades de los estudiantes respecto de la apropiación del tiempo, pero no las consideran para trabajar la lectura del reloj.

Las profesoras consideran que es necesario enseñar desde lo más concreto a lo más abstracto (KMT), indicando que hay que comenzar con las horas exactas para continuar con las medias horas y los cuartos, para que posteriormente los y las estudiantes hagan dobles lecturas de una misma hora. El recurso de enseñanza que utilizan es el reloj de cartón que es construido por las familias.

Al desarrollar las clases planificadas para observar situaciones críticas de la práctica, las docentes observan que los estudiantes no se han apropiado de las nociones de tiempo (KFLM) y el recurso de enseñanza causa conflictos (KMT), dado que en el modelo de cartón, cuando el minuterero avanza, el horario no lo hace automáticamente. Como consecuencia de lo anterior, si observa un reloj real, los estudiantes cometen errores. Por otro lado, las docentes planificaron que los estudiantes encontrarán un patrón para leer el reloj, sin embargo, lo expusieron directamente a los estudiantes.

Al reflexionar sobre la práctica de enseñanza para diseñar propuestas de mejora, las docentes observan que es indispensable la apropiación de referentes, por ello, clase a clase se refuerza el trabajo de referentes. Por otro lado, las maestras son conscientes de que el material didáctico no es adecuado para el trabajo, dado que induce a errores, fundamentalmente al leer las horas no enteras. Se observan además algunos de esos errores en los libros de texto (KMT).

En definitiva, se observa que es necesario trabajar en el aula las nociones temporales y el uso del tiempo en diversas actividades personales, con el fin de que los estudiantes se apropien de los referentes de la magnitud; dado que el tiempo es una magnitud de uso común en el día a día, es importante que los docentes sean conscientes de la necesidad de trabajar las referencias de tiempo en diversas instancias escolares.

Como asegura Friedman (1990), el uso temprano de los sistemas convencionales de unidades de tiempo puede proporcionar un apoyo en su construcción intelectual, aunque también es fácil constatar que su uso no está exento de algunas dificultades. Estas estriban en el hecho de razonar de manera simple sobre un único continuo temporal.

Por tanto, tal y como apuntan las docentes, la enseñanza del uso del reloj hay que acompañarla de actividades que relacionen esas lecturas con referencias personales de duraciones y del transcurso del tiempo.

Por otro lado, es importante discutir, en la formación inicial y continua de profesores, si el reloj es o no un instrumento de medida o solo se utiliza para localizar en la línea temporal. Ser capaz de servirse de él en ambos modos muestra una buena adquisición de la estructura de las unidades temporales.

Otro debate, incluso previo, es acerca de la necesidad de enseñar en la actualidad el manejo del reloj analógico. Lo que sí parece claro es la oportunidad didáctica que puede presentar la confrontación entre modelos puramente manuales, no adecuados porque no reflejan la realidad del instrumento, y aquellos en los que el movimiento de las agujas está coordinado reproduciendo el movimiento real.

Las docentes han observado que existen dificultades en entender el movimiento de la aguja horaria, dificultades reforzadas por algunos manuales que llegan a presentar lecturas imposibles (KFLM). La gestión por parte del alumno de un modelo totalmente manual para reproducir el movimiento de un reloj real, puede proporcionar oportunidades para comprender la relación entre las unidades día, hora y minuto. El uso meramente social del reloj, al igual que ocurre con otros instrumentos de medida (Belmonte, 2007), no asegura una profunda comprensión de la justificación matemática de su funcionamiento.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido posible gracias al Programa “Giner de los Ríos” para el curso 2018/2019 de la Universidad de Alcalá (España) y al proyecto APIX 18-08 de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin F.L., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359-381. 10.1007/s10649-005-5072-6
- Andrews, P., Carrillo, J., y Climent, N. (2005). Proyecto "METE" (Mathematics Education Traditions of Europe): el foco matemático. En A. Maz, B. Gómez, y M. Torralbo (eds). *Investigación en Educación Matemática. IX Simposio de la SEIEM* (pp. 131-137). Córdoba: Universidad de Córdoba.
- Beltrán-Pellicer, P., y Giacomone, B. (2018). Desarrollando la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en un curso de posgrado mediante la discusión de la de una experiencia de enseñanza. *REDIMAT, Journal of Research in Mathematics Education*, 7(2), 111-133. 10.17583/redimat.2018.2516
- Boulton-Lewis, G., Wilss, L., & Mutch, S. (1997). Analysis of primary school children's abilities and strategies for reading and recording time from analogue and digital clocks. *Mathematics Education Research Journal*, 9, 136-151. 10.1007/bf03217308
- Burny, E., Valcke, M., & Desoete, A. (2012). Clock reading: An underestimated topic in children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 45(4), 351-360. 10.1177/0022219411407773
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. 10.1080/14794802.2018.1479981
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson-Prentice Hall.
- Charles, R., Caldwell, J., Cavanagh, M., Chancellor, D., Copley, J., Crown, W... (2014a). *Matemática 3° Educación Básica. Texto del estudiante* [Texto traducido y editado para el Ministerio de Educación]. Santiago de Chile, Chile: Pearson.
- Charles, R., Caldwell, J., Cavanagh, M., Chancellor, D., Copley, J., Crown, W... (2014b). *Matemática 3° Educación Básica. Cuaderno de ejercicios 4* [Texto traducido y editado para el Ministerio de Educación]. Santiago de Chile, Chile: Pearson.
- Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, USA: Routledge. 10.4324/9780203883785
- Darling-Hammond, L., & Bransford, J. (2005). *Preparing Teachers for a changing world. What teachers should learn and be able to do*. San Francisco, USA: Jossey Bass. 10.5860/choice.43-1083
- Earnest, D. (2017). Clock Work: How Tools for Time Mediate Problem Solving and Reveal Understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48 (2), 191-223. 10.5951/jresmetheduc.48.2.0191
- English, L.D., & Kirshner, D. (2016). Changing agendas in international

- research in mathematics education. In L.D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (Third, pp. 3–18). New York, USA: Routledge. 10.4324/9780203448946
- Erickson, F. (2006) Definition and analysis of data from videotape: some research procedures and their rationales. In J. Green, G. Camili, & P. Elmore (Eds.). *Handbook of complementary methods in education research* (pp. 177-191). Washington, D.C: American Educational Research Association. 10.4324/9780203874769
- Fraisse, P. (1967). *Psychologie du temps*. Paris, France: PUF.
- Friedman, W.J., & Laycock, F. (1989). Childrens Analog and Digital Clock Knowledge. *Child Development*, 60(2), 357-371. 10.2307/1130982
- Friedman, W.J. (1990). *About time: inventing the fourth dimension*. Cambridge, MA, USA: MIT Press.
- Hargreaves, A., y Fullan, M. (2014). *Capital Profesional*. Madrid: Morata.
- Hodkinson, A. (2004). Does the English Curriculum for History and its Schemes of Work effectively promote primary-aged children's assimilation of the concepts of historical time? Some observations based on current research. *Educational Research*, 46(2), 99-117. 10.1080/0013188042000222403
- Kamii, C., & Long, K. (2003). The measurement of time: Transitivity, unit iteration, and conservation of speed. In D.H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 169–180). Reston, VA, USA: NCTM.
- Killion, J., y Todnem, G. (1991) A process for personal theory building. *Educational Leadership*, 48 (6), 14-16.
- König, J., Blömeke, S., y Kaiser, G. (2015). Early career mathematics teachers general pedagogical knowledge and skills: do teacher education, teaching experience, and working conditions make a difference? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 331–350. 10.1007/s10763-015-9618-5
- Korthagen, F., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B., & Wubbels, T. (2001). *Linking Practice and Theory*. New York, USA: Routledge. 10.4324/9781410600523
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA, USA: Jossey-Bass.
- Monroe, E. E., Orme, M. P., & Erickson, L.B. (2002). Working cotton: toward an understanding of time. *Teaching children mathematics*, 8, 475-479.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA USA: Author.
- Piaget, J. (1971). *La epistemología del tiempo*. Buenos Aires, Argentina: El Ateneo.
- Pirie, S. (1997). Chapter 11: Where Do We Go from Here? *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 9, 156-177. 10.2307/749953
- Pizarro, N., Albarracín, L., y Gorgorió, N. (2018). Measurement estimation activities: The interpretation of Primary School teachers. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 1177-1197. 10.1590/1980-4415v32n62a21
- Richie, D.M., & Bickhard, M.H. (1988). The ability to perceive duration: Its relation to the development of the

- logical concept of time. *Developmental Psychology*, 24(3), 318-323. 10.1037//0012-1649.24.3.318
- Russell, K.A., y Kamii, C. (2012). Children's Judgments of Durations: A Modified Replication of Piaget's Study. *School Science and Mathematics*, 112(8), 476-482. 10.1111/j.1949-8594.2012.00166.x
- Sfard, A. (2005). What could be more practical than good research? On mutual relation between research and practice of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 393-413. 10.1007/s10649-005-4818-5
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14. 10.2307/1175860
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. 10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411
- Thomas, M., Clarke, D.M., McDonough, A., & Clarkson, P. (2016). Understanding time: A research based framework. In B. White, M. Chinnappan, & S. Trenholm (Eds.). Opening up mathematics education research. *Proceedings of the 39th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (pp. 592-599). Adelaide, Australia: MERGA.
- Van Steenbrugge, H., Valcke, M., & Desoete, A. (2010). Mathematics learning difficulties in primary education: teachers' professional knowledge and the use of commercially available learning packages. *Educational Studies*, 36(1), 59-71. 10.1080/03055690903148639

PERFIL ACADÉMICO Y PROFESIONAL DE LOS AUTORES

Noemí Pizarro. Doctora en Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias por la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Profesora del Departamento de Matemáticas de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE) en Santiago de Chile, donde imparte docencia e investiga en didáctica matemática y práctica docente. Ha liderado y participado en proyectos de investigación sobre prácticas de aula observando, junto a docentes de diversos niveles de enseñanza, evidencias de conocimiento especializado para enseñar matemáticas. En la actualidad, es secretaria de la Sociedad Chilena de Educación Matemática.

Juan Miguel Belmonte. Profesor titular del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. Ha trabajado entre otras cosas acerca de la enseñanza de la medida de magnitudes, y ha investigado especialmente acerca de las singularidades que presenta el aprendizaje de la medida del tiempo.

Blanca Arteaga-Martínez. Licenciada en CC. Matemáticas por la Universidad Autónoma de Madrid y Doctora en CC. de la Educación por la Universidad Complutense de Madrid. Ha combinado su labor como profesora en niveles obligatorios con la docencia en la universidad (Universidad Carlos III de Madrid, Saint Louis University in Madrid y Universidad Internacional de La Rioja), además de desarrollar labores de coordinación de equipos. En la actualidad es profesora Ayudante Doctora en la Universidad de Alcalá. Su investigación se ha centrado en la investigación-acción en el aula, tomando la didáctica de la matemática como eje vertebrador. Ha dirigido y participado en distintos proyectos de investigación subvencionados y proyectos de innovación educativa con distintas universidades. Integrante del grupo de investigación Pedagogía Adaptativa de la Universidad Complutense de Madrid.

Dirección de los autores: Noemí Pizarro
Universidad Metropolitana de Ciencias de
la Educación
Departamento de Matemática
José Pedro Alessandri 774
Ñuñoa, Santiago de Chile
Chile
E-mail: noemi.pizarro@umce.cl

Juan Miguel Belmonte Gómez
Universidad Complutense de Madrid

Departamento de Didáctica de las Ciencias
Experimentales, Sociales y Matemáticas
Facultad de Educación
Centro de Formación del Profesorado
Rector Royo Villanova, s/n
28040 – Madrid
E-mail: belmonte@ucm.es

Blanca Arteaga-Martínez
Universidad de Alcalá
Departamento de Física y Matemáticas
Campus universitario
28805 Alcalá de Henares (Madrid)
E-mail: blanca.arteaga@uah.es

Fecha Recepción del Artículo: 18. Febrero. 2019
Fecha Modificación del Artículo: 13. Abril. 2019
Fecha Aceptación del Artículo: 16. Abril. 2019
Fecha Revisión para Publicación: 08. Julio. 2019