

Provocación de intuiciones matemáticas a través del juego infantil de cero a tres años

Stimulating Mathematical Intuitions Through Games in Early Childhood Education (0 a 3 Years)

CARLOS DE CASTRO HERNÁNDEZ

DOCTOR EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

GONZALO FLECHA LÓPEZ

MAESTRO DE EDUCACIÓN INFANTIL Y LICENCIADO EN PSICOPEDAGOGÍA

ESCUELA INFANTIL CIGÜEÑA MARÍA, LAS ROZAS DE MADRID

Resumen

Presentamos un enfoque de las matemáticas de 0 a 3 años, en el marco de la cognición encarnada, que nos permite considerar cómo favorecer el desarrollo temprano de las intuiciones matemáticas. Explicamos las oportunidades para el aprendizaje de las matemáticas que ocurren a lo largo del día en una escuela infantil. Profundizamos en la descripción de una sesión de juego con objetos, cercana al juego heurístico, enfatizando las intuiciones matemáticas que los niños pueden desarrollar y explicando cómo los profesores, a través de la organización del juego y la selección de materiales, pueden potenciar el aprendizaje matemático.

Palabras clave: Educación Infantil, 0 a 3 años, Matemáticas, juego heurístico, conocimiento intuitivo, cognición encarnada.

Abstract

We present here an approach to mathematics from 0 to 3 years, within the framework of embodied cognition, which may allow us to favour the early development of mathematical intuitions. We will explain the opportunities for the learning of mathematics that occur throughout the day in a nursery school. We will focus on a playing session with objects, close to heuristic play game, thus triggering the mathematical intuitions that toddlers can develop on their own. We will also expose how teachers, through game organisation and material selection, can promote the mathematical learning.

Keywords: Early Childhood Education, 0-3 year olds, Mathematics, heuristic play game, intuitive knowledge, embodied cognition.

1. LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA DE 0 A 3 AÑOS

Algunas investigaciones dentro del ámbito de la Educación Matemática, han llegado a la conclusión que una de las variables con mayor influencia en el desempeño académico en las matemáticas de la educación primaria es haber asistido a una escuela infantil en el ciclo de 0 a 3 años. Esto tiene sentido, porque algunos conocimientos matemáticos fundamentales, como la recitación de la secuencia numérica, el conteo, la correspondencia uno a uno, o el descubrimiento de patrones, ya tienen un desarrollo importante a los 2 años. El aprendizaje de estas ideas, en un nivel todavía intuitivo, tiene un cierto carácter *invisible*. Con el paso del tiempo, es posible ver claramente la evolución del pensamiento matemático infantil. Sin embargo, es muy difícil ver cómo se produce esta evolución en un momento concreto, o qué actividad particular ha contribuido (o cómo ha contribuido) a promover este desarrollo. Este artículo trata de dar visibilidad al aprendizaje matemático de 0 a 3 años y de reflexionar y comprender qué tipo de experiencias, adecuadas al desarrollo infantil, favorecen la aparición de las primeras intuiciones matemáticas en estas edades.

En el primer ciclo de Educación Infantil, con niñas y niños de 0 a 3 años, es difícil hablar de actividad matemática si pensamos en ella en los mismos términos que en edades superiores. En estas edades se produce la comunicación, representación, simbolización, resolución de problemas, etc., que se consideran las capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a la competencia matemática. Sin embargo, es necesario adoptar un marco interpretativo diferente para comprender estas capacidades a estas edades, pues las matemáticas son diferentes en muchos aspectos a las que observamos en ciclos y etapas educativas posteriores. Por esta razón, en primer lugar, comenzamos explicando qué entendemos por actividad matemática en el ciclo de 0 a 3 años, adoptando el punto de vista de la cognición encarnada (o corpórea) y explicando qué función tienen las primeras intuiciones matemáticas en el posterior aprendizaje significativo de las matemáticas en etapas educativas posteriores. A partir de este inicio, tratamos de reflexionar sobre qué tipo de experiencias de juego podemos proporcionar a los pequeños en sus tres primeros años para estimular el desarrollo de estas intuiciones matemáticas iniciales.

Algunos aspectos de la realidad que suelen considerarse parte de las matemáticas, como la discriminación de pequeñas cantidades de objetos, son cap-

tados por los bebés desde el nacimiento (Butterworth, 1999; Castro, Cañadas y Castro-Rodríguez, 2013; Dehaene, 1997; Lago, Jiménez y Rodríguez, 2003; Lago, Rodríguez, Escudero, Dopico, 2012). En el ámbito de la psicología abundan investigaciones sobre la cognición numérica infantil entre los 0 y 3 años. Lo que puede considerarse más novedoso es que la actividad matemática en este rango de edad haya comenzado a verse reflejada en documentos curriculares (Clements, 2004; De Castro, 2016; National Research Council, 2014). Cada vez hay más trabajos interesados por la educación matemática en el primer ciclo de infantil (Alsina, 2015; De Castro, 2011; De Castro, Flecha y Ramírez, 2016; De Castro y Quiles, 2014; Edo, 2012; Flecha, 2014a y 2014b; Lee, 2012; López, 2015), así como en libros de texto para maestros de educación infantil en formación inicial (Alsina, 2006; Clements y Sarama, 2009; Geist, 2009; Buys, 2010).

Aunque en muchos ámbitos todavía se da un tratamiento diferente a los ciclos de 0 a 3 años y de 3 a 6 años, estas diferencias deben ir poco a poco reduciéndose. Para ello es necesario alcanzar una mejor comprensión sobre la educación de 0 a 3 años y, en particular, de la educación matemática.

2. EL ORIGEN DE LAS MATEMÁTICAS COMO COGNICIÓN

El libro de Lakoff y Núñez (2000) titulado *De dónde vienen las matemáticas*, propone para los conceptos matemáticos abstractos un origen en situaciones concretas. Las intuiciones que van conformando estas ideas matemáticas iniciales son de tipo metafórico: «los números son grupos de objetos», «sumar es unir dos colecciones de objetos», «restar es quitar elementos de una colección», «la unidad (el número 1) es un objeto». Se puede encontrar, para cada concepto matemático, una acción o percepción, una situación o una experiencia de la vida ordinaria que da lugar a dicho concepto. Las metáforas tienen implicaciones, dado lo que hacemos con colecciones de objetos tiene su correspondencia en el ámbito numérico. Por ejemplo, si a un grupo de objetos A le añadimos otro B, la cantidad de objetos final es la misma que si al grupo B le añadimos el A. Dentro del conocimiento numérico, esto se traduce como $a + b = b + a$, lo que conocemos como propiedad conmutativa de la adición.

La teoría de Lakoff y Núñez (2000), de la *cognición encarnada* o *cognición corpórea* tiene como idea central que los conceptos matemáticos surgen de la

experiencia, de lo sensorial, de la percepción del mundo. Son, por tanto, conceptos corpóreos. Metafóricamente, podemos decir que los conceptos matemáticos en los primeros años *tienen carne*, añadidos no matemáticos. No son los conceptos abstractos, representados de forma simbólica, esquemáticos, que buscan la máxima eficiencia. Durante la escolaridad, el proceso de formalización va descarnando estos conceptos corpóreos y los reduce al *hueso*, lo que en la metáfora sería la estructura matemática (la abstracción) eliminando lo que les sobra (lo concreto).

En matemáticas, la idea de rectas ortogonales (o perpendiculares), tiene un origen metafórico, y etimológico, que recuerda la línea imaginaria que traza el sol al amanecer sobre la línea del horizonte. Esta intuición pertenece a nuestra experiencia, pero aún está lejos del concepto matemático pues *tiene carne adherida al concepto*. Esto es porque el horizonte (por ejemplo, al contemplar el mar) evoca una línea horizontal (otra metáfora), y el sol, al salir, una trayectoria ascendente vertical. Otra intuición ligada a la perpendicularidad es la de la plomada, una cuerda con un peso que, por efecto de la gravedad, forma una línea perpendicular con el plano del suelo. Vemos que las intuiciones básicas de *perpendicular* van asociadas a situaciones cotidianas (caída de objetos al suelo), cuerdas colgadas, objetos más o menos lineales o *alargados* (farolas, árboles) que pueden estar rectos o torcidos, y a otros conceptos como los de horizontal y vertical.

En el concepto matemático de ortogonal *descarnado*, las rectas pueden no ser verticales ni horizontales. Tampoco importa que una línea pueda haberse formado por la trayectoria descrita por un objeto. Se trata *simplemente* de líneas rectas infinitas, que no tienen grosor, y que forman un ángulo recto. En matemáticas más avanzadas, la perpendicularidad se presenta en vectores con producto escalar igual a cero. En este ejemplo podemos considerarnos suficientemente distanciados de la experiencia cotidiana y sentir que tratamos una matemática absolutamente descarnada.

En la educación infantil tiene sentido utilizar el enfoque de la cognición corpórea. Los conceptos matemáticos en los primeros años tienen su origen en metáforas. En el ámbito de la geometría, triángulo *isósceles* es el que tiene *piernas iguales*; la *hipotenusa* es una cuerda fuertemente tensa entre dos puntos. Esta forma de ver las matemáticas implica que aprender esta disciplina requiere partir de las experiencias e intuiciones infantiles para acercarnos progresivamente a las ideas matemáticas vía metáfora o analogía. Este

modelo teórico tiene claras implicaciones didácticas. De 0 a 3 años deberíamos plantear situaciones de juego libre a niñas y niños que constituyan experiencias que den lugar más adelante a ideas matemáticas importantes a través de metáforas. La caída de objetos, la observación de un árbol y comentar si está recto o torcido (y amenaza caerse), puede dirigirnos hacia la formación del concepto de perpendicular. Jugar con cantidades numerosas de objetos (tapones de plástico, troncos, etc.), agrupándolos, introduciéndolos en recipientes, realizando acciones de añadir o quitar objetos, nos puede suministrar intuiciones sobre las cantidades que nos acerquen a las ideas numéricas, a través de la metáfora «el número es una colección de objetos». Las observaciones que hacen los niños cuando juegan con montones de objetos pueden fundamentar el aprendizaje de propiedades de los números. Al juntar dos colecciones de objetos, se forma una colección más numerosa; análogamente, al retirar de una colección algunos objetos, la cantidad restante será menor. Estas intuiciones desarrolladas al manipular colecciones de objetos tienen implicaciones en la aritmética de los números naturales: la suma es mayor que los sumandos y la diferencia es menor que el minuendo.

3. OPORTUNIDADES PARA PROVOCAR INTUICIONES MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA JORNADA DE UNA ESCUELA DE 0 A 3

Uno de los ejes vertebradores del día a día en la escuela infantil son las rutinas. A partir de estas, se organiza la jornada. Mediante la repetición, los niños alcanzan cierta comprensión de cómo se distribuye el día y consiguen organizarse en el tiempo a partir de los sucesos cotidianos. Esto proporciona seguridad al niño, ya que le permite anticipar lo que va a ocurrir después. Matemáticamente, el horario es un patrón, una regularidad que los pequeños llegan a detectar con la sucesión de los mismos eventos a través de los días. Igual que en una serie de cuentas (roja, amarilla, roja, amarilla...) detectamos un patrón de repetición y advertimos que, si la última cuenta es amarilla, tenemos que añadir una roja, los niños sabrán que después de la comida viene el aseo y luego la siesta (*Tabla 1*). Esto no supone que todos los días sean exactamente iguales, sino que siempre se dan una serie de actividades de forma ordenada (p.ej. después de comer toca ir a dormir la siesta). Estas rutinas varían en su ejecución a lo largo del curso, ya que los niños van adquiriendo mayor protagonismo y toman la iniciativa de forma progresiva.

Por ejemplo, en la comida, al principio es el adulto el que lleva el peso de la acción. Da de comer al niño para, poco a poco, darle oportunidades de participación. Al final, el adulto pasa a un segundo plano, ofreciendo a los pequeños ayudas puntuales. Durante estas rutinas existen multitud de oportunidades de abordar aprendizajes matemáticos en contextos naturales para el niño. Solo debemos hacernos conscientes de estas oportunidades que se presentan de forma espontánea y, en algunos casos, introducir pequeñas modificaciones para potenciar dicho aprendizaje matemático.

Tabla 1. Horario de la Escuela.

Fuente: elaboración propia.

Recibimiento / acogida / entrada
Corro / asamblea
Almuerzo y aseo
Taller
Jardín
Comida
Aseo
Siesta
Aseo y despedida / recogida

Las rutinas proporcionan oportunidades para el aprendizaje matemático. A continuación, describimos algunas de ellas. Para empezar, tras el recibimiento, comenzamos con el corro. Antes debemos recoger el aula, tras haber estado jugando, a la espera de que llegaran todos los miembros del grupo. Aquí tenemos la primera actividad matemática: guardar los juguetes del aula supone realizar agrupamientos, seleccionando objetos de un tipo (coches), elaborando clasificaciones sencillas que atienden al tipo de objeto (coches con coches, construcciones con construcciones, o muñecas con muñecas). Al tiempo, deben coordinar el tipo de objetos que deben guardar con el número y características de los recipientes que usan para guardar los juguetes, deben orientarse en el espacio y distribuir correctamente los materiales en recipientes. A veces, incluso, deben utilizar algún tipo de simbolización, guardando las cucharas en una cesta junto a la cual hay un dibujo o una foto de una cuchara.

Para que esto sea posible, el aula debe tener una organización clara y asumible por el niño. Distribuimos el espacio en zonas de juego poco acotadas, pero, al mismo tiempo, claramente definidas, que permitan al niño estructurar mentalmente el espacio en el que reside de forma habitual (*Figura 1*). El orden en el aula es fundamental para que el niño sepa, en cada momento, dónde encontrar cada objeto. Este es el objetivo principal de una clasificación: guardar las cosas de modo que siempre sepamos dónde las tenemos y las podamos recuperar con rapidez cuando las necesitemos. Frecuentemente hacemos, con los niños y niñas de infantil, actividades de clasificación en las que deben guardar materiales pequeños en cajas. Estas actividades son incompletas, pues no suelen tener el componente de organización espacial que sí tiene guardar objetos dentro de cajas que, a su vez, tienen una localización dentro de un espacio como el aula.

Figura 1. Aula de 2-3 (juego con animales delimitado por una alfombra) y aula de 1-2 (zona de corro diferenciada a partir de una tarima)¹.

Fuente: elaboración propia.



3.1 Corro o asamblea

Después del recibimiento, pasamos al corro o asamblea. Esta rutina permite multitud de acercamientos a conceptos matemáticos. El simple hecho de colocarse en el corro ya supone abordar conceptos espaciales. Cada niño dispone de un cojín propio (traído de casa y sobradamente conocido) que debe ubicar dentro de la tarima de tal forma que todos puedan verse (en

¹ Todas las fotografías de aula están tomadas en la E. E. I. Cigüeña María en Las Rozas de Madrid.

forma de semicírculo o *U*). Los errores que se dan cuando se colocan permite la utilización de lenguaje matemático («ponte al lado de..., o entre... y..., para que podamos vernos todos»). Con niños y niñas de 1 y 2 años, comenzamos a pasar lista con la *ayuda* de una *mascota* del aula, que cada niño saluda y pasa al que está a su lado (*Figura 2*). Esto se aprovecha para acompañar la acción con el lenguaje: «Dáselo a..., que está sentado a tu lado». Para pasar la *mascota* se sigue un orden para asegurarnos de que todos han podido saludarla. En nuestro caso, comienza por un extremo de nuestra *U* y termina por el otro. Es un orden similar al que seguimos al contar objetos.

Figura 2. Niños de 1-2 pasándose la *mascota*.

Fuente: elaboración propia.



Una de las actividades principales en el corro es contar cuentos. Existe gran diversidad de ellos que nos acercan a las intuiciones matemáticas. Más allá del cuento que usemos, lo interesante es que el adulto incorpore la idea de que, a través de los álbumes ilustrados, elegidos en función de la calidad de sus ilustraciones y de la historia que nos presentan, podemos facilitar el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, el cuento *Luna*², de la editorial Kalandraka, de Antonio Rubio y Oscar Villán, presenta un patrón que se repite (luna, luna, sol) y anima al descubrimiento y repetición de patrones.

Con niños de 2 a 3 años, en vez de pasar la mascota, cada día un niño se encarga de *contar cabezas* con una varita. La disposición de los niños es la misma, en forma de *U*, para facilitar el establecimiento de un orden al contar. Si los niños se colocan círculo, es más difícil llevar un control de por

² Consultar en <https://www.youtube.com/watch?v=EAKQeoHBqU4>

dónde se empieza a contar y dónde se termina. Para evitar esto, si nos distribuimos en círculo, también podemos dar pistas, como el maestro sea el inicio o el fin de este conteo (persona significativa para todos los niños). El objetivo no es que los niños cuenten de manera correcta, sino ofrecer una situación significativa en la que tiene sentido la práctica del conteo para determinar cuántos somos, si falta alguien, o cuántos faltan. La ejecución varía a lo largo del curso. Al inicio, el maestro o la maestra apoyan el conteo; más adelante, los niños acaban asignando una etiqueta numérica (un numeral) a cada niño del grupo. Lo normal es que este proceso de conteo emergente vaya acompañado de errores al tratar con cantidades muy grandes para ellos. Son habituales los errores en el recitado de la secuencia 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 5, 6...) y los pequeños aún no son conscientes del principio de cardinalidad: el último numeral recitado representa al número de compañeros contados. El resultado del proceso de contar, el cardinal, debe tener su correspondiente notación. Para ello utilizamos una pequeña pizarra en la que el niño pone su nombre y el número de niños que ha contado. Evidentemente, no escriben números (no es este el objetivo), pero sí que se observa (y más claramente con el paso del tiempo) algún sistema de notación que denota la intención de representar una cantidad mediante marcas, una representación icónica del número basada en el uso de la correspondencia uno a uno (*Figura 3*).

Figura 3. Niños de 2-3 años escribiendo su nombre y la cantidad de niños contada.

Fuente: elaboración propia.



Cuando pedimos al niño que anote la cantidad esperamos que se vaya haciendo consciente de que lo que allí representa puede tener un significado para otros y que es útil para determinadas situaciones; por ejemplo, para indicar en la cocina el número de niños que han ido ese día y que preparen la comida con esta información. Las notaciones infantiles a estas edades no sirven

para comunicar cantidades. Esto es debido, principalmente, a que a veces hay que representar cantidades demasiado grandes, inabarcables a estas edades. Sin embargo, sí conseguimos introducir a los pequeños en el ámbito de la cuantificación, y más en concreto, del conteo y la estimación. Cuando les damos pistas «hoy faltan muchos compañeros» o «hoy estamos todos», sus notaciones varían, haciendo más o menos marcas en algunos casos.

Durante el corro se habla y se organiza el día. Es decir, se secuencian las actividades incluyendo las rutinas. Para ayudar en esta organización, nos apoyamos en un panel (*Figura 4*) con fotos de las principales actividades que el niño ordenará formando una serie temporal (primero, después, antes, último...). Comenzando por la parte superior del panel se ordenan las fotos que representan las situaciones que se suceden en la jornada. Como siempre, los errores son oportunidades para que el niño evolucione. Aparte del encargado de llevar a cabo esta actividad, el resto de sus compañeros son sujetos activos que pueden sugerir y ayudar, o simplemente observar y aprender por el modelo que ofrece el otro.

Figura 4. Panel de secuenciación de las actividades.

Fuente: elaboración propia.



3.2 Almuerzo

En este momento los niños toman un trozo (o varios) de fruta. Podemos aprovecharlo para encargar una tarea matemática como es la de repartir. La fruta estará preparada en un cuenco y un niño la repartirá entre sus compañeros. En teoría, a cada niño se le debe dar un trozo de fruta, lo que supone una correspondencia uno a uno. También en este momento pueden generarse errores que podemos aprovechar. Por ejemplo, puede ocurrir que al repartir la fruta (igual que ocurre en una correspondencia, una enumeración, o en el conteo) se salten algún niño. Aquí la colocación de los niños influye de manera notable. El maestro, en este caso, puede incidir en hacer ver la importancia de seguir el orden y fijarse en que cada niño tenga fruta. También podemos ser nosotros los que generemos errores, u oportunidades de aprendizaje, poniendo menos cantidad de la necesaria y pidiendo al que ha repartido que vaya por los trozos que faltan a la cocina y se los pida al cocinero. Para que sea manejable por el niño, serán cantidades pequeñas (hasta tres, por ejemplo) y se apoyará en comentarios como «tienes que traer uno para... y otro para...».

Al repartir, suelen darse básicamente tres estrategias: ir al cuenco por un trozo y dárselo al compañero, coger varios trozos e ir repartiéndolos y, por último, llevar todo el cuenco e ir dando un trozo a cada uno de los compañeros. Consideramos que las tres estrategias son válidas, aunque la última es la más eficiente y la que origina menor cantidad de errores. Durante el reparto, el adulto es un mero observador que intervendrá solo si el niño no sabe encontrar una solución. A ser posible, ofrecerá pistas e incitará a que otros niños ayuden, pero sin llegar a dar la respuesta correcta a no ser que sea necesario. Casi siempre seguimos estos principios didácticos: permitir que los niños inventen sus propias estrategias para resolver los problemas e intervenir para ayudar lo menos posible (solo lo estrictamente necesario) y de forma indirecta.

Esta actividad estaría enfocada para niños de 2-3 años. Para niños de 1-2 años se puede hacer con mayor apoyo por parte del maestro, acompañando en el reparto, o dando mayores instrucciones. La idea es ofrecer oportunidades para explorar la correspondencia uno a uno de una forma natural perfectamente integrada en el día a día del aula.

3.3 Jardín

En este espacio, los materiales más comunes suelen ser cubos, palas y arena, elementos ideales para iniciarse en las intuiciones relativas a la can-

tividad, medición, peso, o capacidad. Disponer de diferentes contenedores para la arena posibilita que el niño tenga la oportunidad de comprobar que hay recipientes que pueden contener la misma cantidad, que otros contienen menos o más, o que unos les cuesta llenarlos más que otros para realizar tartas o castillos de arena. El desarrollo de estas intuiciones, con el uso continuado, hace que el niño decida utilizar unos u otros en función de lo que quiera realizar. Muchos recurren a los contenedores más pequeños al ser más rápido el proceso de llenado, ya que su fin es la de volcarlos para realizar castillos de arena. Los contenedores también pueden compararse en capacidad, al introducir unos dentro de otros y también mediante el trasvase de su contenido.

En el aula se pueden realizar actividades de un tipo similar, con contenedores y contenidos, utilizando otros materiales que en función de sus características potencian el establecimiento de un tipo de relaciones u otras. Así, no es lo mismo proporcionar harina, agua o pan rallado que dar objetos como tapones, corchos o piedras de similar tamaño. Los primeros son materiales continuos (no contables), mientras que los segundos pueden tratarse de forma separada, uno a uno, como ocurre con los materiales discretos, que son la base para la idea de unidad y para el conteo.

3.4 Comida

Antes de comer, es necesario lavarse las manos. Se trata de una actividad aparentemente sencilla y desprovista de interés matemático, centrada en establecer una rutina de higiene y salud en los niños. Pero en ella seguimos una secuencia de acciones ordenadas. Es una serie temporal como la que hemos visto en el trabajo que se hace con el panel de las rutinas. Esta rutina la secuenciamos en partes para que su asimilación sea más efectiva. Las secuencias para la correcta ejecución serían: Subirnos las mangas, echarnos jabón, abrir el grifo, frotar las manos, cerrar el grifo, y secarnos las manos. Al principio el apoyo del adulto en la ejecución es fundamental, porque el agua es un elemento demasiado llamativo que despista la atención. Con el paso del tiempo, el adulto va pasando a un segundo plano y fomenta la colaboración entre iguales: «ayuda a... a echarse jabón, a subirse las mangas...».

Para comer hacen falta una serie de instrumentos (platos, cucharas, baberos). Disponemos de otra oportunidad para abordar contenidos mate-

máticos mediante el reparto de estos elementos. Es el mismo tipo de actividad que en el almuerzo, sólo que aquí hemos de repartir varios elementos. El niño encargado ha de ir dándole a cada niño un babero, una cuchara y un plato (*Figura 5*).

Figura 5. Elementos a repartir.

Fuente: elaboración propia.



El niño ha de formar varias colecciones iguales con tres elementos diferentes en cada una y ha de asegurarse de que todos dispongan de estos tres utensilios. Cuando se dan errores porque falta algo, son los propios niños los que suelen expresar este error y alertan al responsable. Si no sucediera esto, el maestro, al comenzar a servir la comida, puede hacer caer en el error a partir de comentarios indirectos como «no le puedo echar la comida a Paquito» o «Juanita se va a manchar la camiseta comiendo». Con esto sería suficiente, pero en ocasiones hay que ser más explícito.

La forma en la que reparten también varía (lo mismo que ocurre en el almuerzo). Pueden repartir de tres formas habitualmente:

- De uno en uno: coge un objeto y lo reparte y vuelve a por otro.
- Llevando todos los elementos y va repartiendo, llevando el cesto de las cucharas.
- Realizando una estimación y cogiendo varios objetos, llevando varias cucharas para repartir en un grupo/mesa de niños (*Figura 6*).

Figura 6. Estrategias para repartir.

Fuente: elaboración propia.



También podemos preparar el carro con menos elementos de los necesarios de tal forma que el niño tenga que ir a buscar los que faltan.

Tras comer, toca recoger. Los niños toman siempre un lácteo de postre, ya sea leche o yogur. Cuando terminan, se les va dando permiso para que recojan los utensilios del postre: el vaso o la cuchara con el vaso de yogur. Han de llevarlo al carro y ponerlo en el lugar correspondiente. Si se trata de guardar el vaso, han de apilarlos unos sobre otros. El problema surge cuando hay una torre de vasos demasiado alta para que entre en la balda del carro y deben comenzar una nueva torre, o partir en dos la existente. Aparentemente, se trata de un problema simple. Para recoger la cuchara y el vaso de yogur, han de realizar dos conjuntos. Por un lado, el de las cucharas y, por otro, el de los yogures (*Figura 7*). Se trata de una actividad muy sencilla y que son capaces de realizar de forma adecuada desde muy pequeños.

Figura 7. Guardando cuchara y yogur.

Fuente: elaboración propia.



3.5 Siesta

Antes de ir a dormir, han de quitarse los zapatos y guardarlos en un lugar indicado para ello. La colocación es una alineación con los zapatos agrupados por pares. En este momento podemos aprovechar para realizar otra actividad de repartir. Se puede encargar a un niño que reparta las sábanas o las matas para dormir la siesta. Incluso, alguno se preocupa por tapar a cada uno de los niños que están tumbados en cada colchoneta. Deben realizar una correspondencia uno a uno entre niños y mantas y a la hora de repartir, se dan situaciones similares a las de rutinas anteriores de reparto: repartir de una en una o estimar las mantas necesarias y llevar varias a la vez.

A través de todos estos ejemplos es importante ver que las estrategias matemáticas de actuación (por ejemplo, las de reparto) surgen en situaciones cotidianas diferentes. Es necesario que los maestros y maestras identifiquen cada una de estas situaciones cotidianas como oportunidades para aprender matemáticas y también es crucial que no hagan ellos lo que puedan hacer los pequeños. Es decir, una vez detectamos la oportunidad de aprendizaje, no la desperdiciamos.

3.6 Aula de bebés

Uno de los principales aspectos matemáticos en el aula de bebés es el conocimiento de los objetos, a través de la exploración de sus propiedades físicas y sonoras. Para poder seleccionar un grupo de manzanas, por ejemplo, de entre un grupo más amplio de frutas, he de conocer cómo son y qué características tienen, y así diferenciarlas del resto. Para esta edad, proponemos la creación de diferentes cestos de materiales inspirados en el cesto de los tesoros descrito por Goldschmied, pero con una temática concreta. Puede ser un cesto con instrumentos musicales, de frutas, o de objetos redondos y cuadrados, etc.

Figura 8. Modelos de cestos.

Fuente: elaboración propia.



En esta edad resulta fundamental la organización del aula. En los primeros meses los niños de estas aulas apenas se desplazan (dependiendo de la edad con la que se incorporen al centro) y su juego suele realizarse en una alfombra o tapiz. Pero a medida que comienzan a desplazarse (reptando, gateando) han de tener referencias claras de cada una de las zonas del aula. Esto puede hacerse con distintas texturas en el suelo a partir de tarimas o alfombras, para que se puedan situar y orientarse espacialmente. Además, han de contar con elementos que les motiven y permitan cambiar de perspectiva (voltearse, sentarse, ponerse de pie con apoyo, etc.) y así disponer de mayor información sobre el espacio que habitan.

En definitiva, debemos ofrecer una disposición espacial y una riqueza de objetos que les permitan recoger información sobre todo lo que les rodea, teniendo en cuenta todas las dimensiones del espacio. Esto incluye organizar, además de suelos y paredes, los techos, para que los niños dispongan de referencias en el espacio. Esto permitirá a los pequeños ir avanzando en el conocimiento del mundo.

Figura 9. Modelos de zonas de juego.

Fuente: elaboración propia.



3.7 Hacer recados

El hecho de que los niños vayan a otras dependencias de la escuela contribuye a desarrollar su capacidad de orientarse en el espacio. Pueden ir a la cocina, por ejemplo, a pedir más fruta, o algún utensilio para la comida. Para organizar esta actividad, hay que pensar en las características propias del centro, las posibilidades y limitaciones determinadas por la seguridad, los recursos personales (van solos a otro lugar del centro, pero debe haber

un control en la distancia) y las limitaciones arquitectónicas (escaleras, puertas, etc.). Tras esta reflexión, podemos encargar que vayan a uno u otro lugar para que realicen alguna acción. Es preferible que estos *viajes* por la escuela los hagan varios niños juntos, de modo que puedan ayudarse unos a otros.

Podemos preparar actividades enfocadas al conocimiento matemático y diseñar multitud de materiales y situaciones de juego con ellos, pero no debemos olvidar que en lo cotidiano podemos encontrar multitud de oportunidades para aprender matemáticas de 0 a 3 años. Una premisa fundamental es ofrecer ocasiones de actuar y dar el tiempo necesario para que el niño pueda enfrentarse a ellas. Algunas veces, con la preparación de espacios, materiales y tiempos es suficiente; en otras ocasiones, el educador debe intervenir con pequeños comentarios u ofreciendo modelos de actuación. Lo que sí debemos hacer es reflexionar desde la perspectiva matemática, y potenciar el desarrollo de nuestra mirada matemática. El proceso de formación y la reflexión sobre la experiencia permite detectar, en lo cotidiano, nuevas posibilidades y escenarios para el aprendizaje matemático.

4. ELEMENTOS A CONSIDERAR EN LA ELABORACIÓN DE UNA PROPUESTA MATEMÁTICA DE 0 A 3 AÑOS

Al diseñar una propuesta de juego para 0-3, debemos plantearnos previamente cuál es el objetivo, qué intención tenemos, y qué intuición matemática queremos desarrollar a través de la propuesta. Comenzamos centrándonos en la presentación de la situación de juego que hacemos para los niños.

Aparte de seleccionar los materiales, diseñar tiempos y espacios, hemos de tener presente la forma en que presentamos dichos materiales y la manera en la que vamos a adecuar los espacios. Partimos de la idea de proporcionar al niño un entorno apropiado que facilite el aprendizaje. Para empezar, queremos resaltar el aspecto estético. El maestro y pedagogo Loris Malaguzzi daba muchísima importancia al diseño de los diferentes espacios de una escuela con el fin de crear un ambiente determinado «... los espacios, los materiales, los colores, las luces y la decoración tienen que participar y ser solidarios con la gran alquimia que representa el hecho de crecer

en una comunidad»³ (Vecchi, 1998, pp. 133 y 135). Dentro de los distintos enfoques sobre estética en la escuela infantil, queremos enfatizar la actitud que se traduce en preparar las propuestas desde el cariño, con una perspectiva del cuidado de aspectos tales como la colocación de los materiales, el equilibrio del espacio, la seguridad, la luz, o el ambiente, y con la intención de ofrecer los mejores recursos posibles que generen aprendizajes en el niño. Buscamos que, a través de la presentación de la propuesta, gracias al cuidado en la preparación, niños y niñas no puedan contener el deseo de actuar y tengan multitud de posibilidades de acción con los recursos a su disposición.

Como dice Arnheim⁴ (1994), «La experiencia visual es dinámica. Lo que una persona percibe no es sólo una disposición de objetos, de colores, de formas, de movimiento y de tamaños. Es, quizá, antes de nada, un juego recíproco de tensiones dirigidas». En definitiva, dependiendo de cómo percibe el espacio una persona, así actuará con él. Por ello, debemos preocuparnos de ofrecer espacios que guarden un equilibrio con los objetos y viceversa. Hemos de reflexionar sobre hacia dónde queremos dirigir la atención y en consecuencia la acción del espectador. «Cuando a los sujetos se les sugiere una tendencia direccional, sus respuestas no se distribuyen al azar» (Arnheim, 1994). Siempre tenemos el fin de fomentar que se vayan instaurando nuevos aprendizajes a partir de las experiencias del niño.

Una fuente de inspiración pueden ser las obras de arte (Alsina y León, 2016). Cuando acudimos a una exposición, encontramos piezas que pueden emocionarnos de alguna manera. Ese tipo de emoción queremos transmitirla al niño teniendo en cuenta, al mismo tiempo, nuestro fin educativo. Nuestra propuesta puede nacer, recibir sugerencias, o estímulos, de la obra de arte, pero no tratamos de reproducirla (copiarla) tal como la vemos. La obra requiere una adaptación a los recursos que tenemos disponibles, a nuestra intencionalidad educativa y a la realidad del aula (*Figura 10*).

³ Extraído de *La estética en el pensamiento y obra pedagógica de Loris Malaguzzi* de Alfredo Hoyuelos (Editorial Octaedro).

⁴ Extraído de *Arte y percepción visual* de Rudolf Arnheim (1994, Alianza Editorial).

Figura 10. Propuesta de juego con luces inspirada en la obra *Juego de sombras* de Hans-Peter Feldmann (1941).

Fuente: elaboración propia.



Nuestro planteamiento parte de las expectativas de aprendizaje: competencias, objetivos, o capacidades. Por ejemplo, si queremos favorecer la desinhibición motriz, podemos utilizar una multitud de pelotas en un espacio diáfano. Tras el diseño de objetivos y contenidos, tendríamos que seleccionar materiales dirigidos a nuestro propósito. Por último, nos planteamos la disposición de estos en el espacio. No se trata solo de ubicarlos buscando la emoción estética; también debemos cuidar el acceso que niñas y niños tienen a los materiales, y que haya cantidad suficiente para cada uno.

Figura 11. Propuesta de juego con frutos de otoño.

Fuente: elaboración propia.



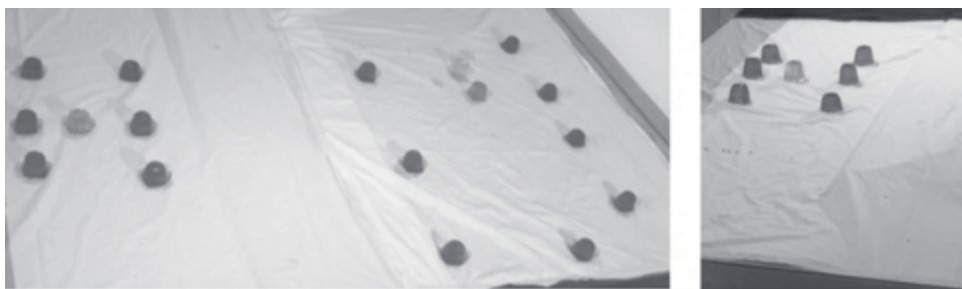
Para abordar el diseño de espacios de juego en el aula, debemos partir del conocimiento de las características evolutivas del grupo, lo que nos condiciona en gran medida. En el diseño para 0 a 3 años, organizamos el espacio en zonas de juego poco acotadas, delimitadas solamente con una alfombra o una tarima, y que permitan a los niños combinar materiales. Así, si ofrecemos muñecas, cerca de ellas debe haber otros materiales que fomenten el juego simbólico, como los objetos réplica de una vajilla: cucharas, platos y vasos. Otro ejemplo es colocar coches y animales de juguete cerca de donde se hacen construcciones, para que exista la posibilidad de realizar «edificaciones» que apoyen el juego (carreteras, casas, garajes, etc.).

Algunas características del aula pueden limitarnos, como el diseño arquitectónico, el color de las paredes, la luz, o el mobiliario. Son elementos que en la mayoría de los casos no podemos elegir, pero sí debemos intentar que el ambiente sea lo más equilibrado y ordenado posible. Cuando un niño entra por la puerta debe tener ganas de quedarse y ser capaz de abarcar el espacio y alcanzar cierta comprensión de cómo está distribuido.

El color es otro factor que nos puede ayudar a centrar la atención del niño. Si el espacio es lo suficientemente neutro, y colocamos una zona que destaque por el color, invitaremos al niño a que acuda a esa zona. Si, por el contrario, sobreestimulamos al niño con la organización del espacio, provocamos una mayor dispersión de su atención. Como vemos en la *Figura 12*, se utiliza el color que proporciona el material con el contraste que nos aporta el fondo blanco de las telas dispuestas en el suelo. Estamos dirigiendo la atención del niño sobre los materiales que pretendemos que utilicen. Con esta preparación, evitamos tener que dar consignas; es la propuesta la que «llama» a la acción.

Figura 12. Propuesta de juego con gelatina.

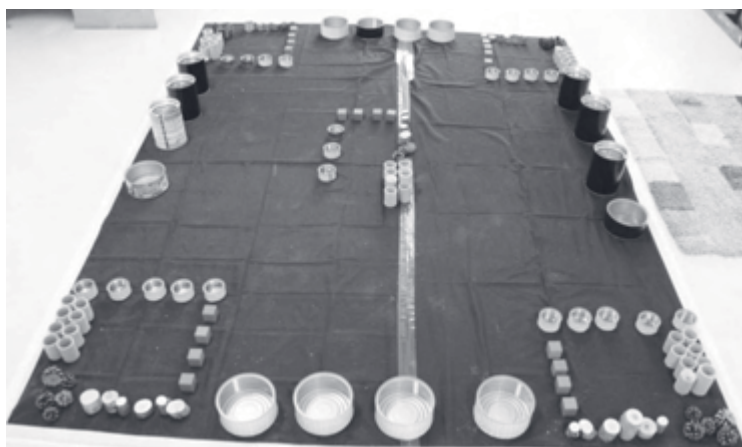
Fuente: elaboración propia.



Desde el punto de vista matemático, hay muchos aspectos interesantes que se reflejan en las propuestas y que pueden estimular el pensamiento matemático. Si observamos la *Figura 13*, lo primero que percibimos es que el material no está dispuesto al azar; hay un *orden*, una estructura y una intencionalidad. Un proceso importante en matemáticas es el descubrimiento de patrones, de modo que una colocación como la de esta propuesta, ya debe resultar estimulante para los niños. La tela sobre el suelo, con los materiales situados en el borde, delimita una zona estableciendo un interior, exterior y una frontera para la zona de actividad. Esto es importante desde el punto de vista de los conocimientos espaciales y del lenguaje matemático. En la disposición también apreciamos una simetría aproximada, con la misma colocación en cada esquina y similar distribución en los bordes. Los materiales, en cada parte del espacio de juego, se presentan agrupados. Están juntos los que son iguales, lo cual enfatiza una importante relación matemática que dirige hacia la clasificación. Hay recipientes de distintos tamaños para explorar la magnitud capacidad, para ordenar por tamaños, para trasvasar y para hacer comparaciones directas. Abundan las semejanzas (formas cilíndricas), pero también las diferencias (materiales de plástico, madera, metal, o cartón). Un primer vistazo apresurado al espacio de juego podría hacer pasar por alto la intencionalidad que hay detrás de la selección del material, o de su organización, de potenciar el pensamiento matemático. Concluimos este apartado destacando que la presentación de los materiales en el espacio puede ser un aliado en nuestra práctica si responde a nuestra reflexión educativa.

Figura 13. Aspectos matemáticos en la disposición de los materiales en la propuesta.

Fuente: elaboración propia.



5. JUEGO CON OBJETOS EN EL AULA DE 1-2 AÑOS

A continuación, describimos una sesión de juego con objetos en el aula de 1-2 años. Antes de comenzar, la zona de juego queda delimitada con una tela negra y mediante la distribución de latas grandes y pequeñas por el borde. En el centro aparecen los objetos que jugarán el papel de contenidos para llenar los contenedores (*Figura 14*).

Figura 14. El planteamiento de la propuesta para el aula de 1-2 años.

Fuente: elaboración propia.



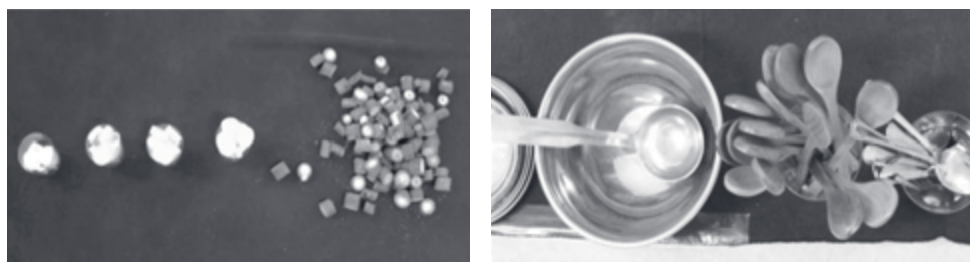
Si observamos con mayor detenimiento los materiales de la propuesta (*Figura 14*), vemos los objetos a introducir, tapones de plástico blancos y amarillos. Los colores son solo dos, de modo que los tapones *piden* ser diferenciados, seleccionados, o agrupados por el color. También tenemos troncos pequeños, de forma también redondeada (cilíndrica), pero de otro color y otro material claramente distinto de los tapones (madera). El material se presenta en vasos transparentes, lo que va a permitir guardar tapones y troncos en ellos pudiendo ver en cada momento lo que hay en el interior, lo cual es muy interesante desde el punto de vista matemático, si deseamos, por ejemplo, observar si todos los objetos introducidos en el vaso son del mismo tipo, color, etc.

El tamaño de los objetos está también muy pensado. Más allá de que sea un material seguro, que no se pueda tragar, mediante los tamaños ofrecidos buscamos que el material pueda ser tratado como un material discreto, tomando los objetos de uno en uno, como unidades que conforman una cantidad agregándose una a una, o como una cantidad continua, sin contar los objetos. En este caso sería como usar harina, agua o arena, trasvasando tapones o tron-

cos, sin dar un tratamiento individualizado a los objetos. Esta dualidad en el tratamiento de las cantidades de objetos, como discreta o continua, se enfatiza con otros materiales complementarios, como las latas grandes, las latas pequeñas, y las cucharas. En las latas grandes caben muchos tapones y troncos y sugieren trasvasados *por montones*, como podríamos hacer con materiales continuos. Sin embargo, las latitas pequeñas (de atún) solo permiten introducir un objeto en ellas, de los seleccionados en el material. La presencia de cucharas en el material (Figura 15) también busca que los objetos sean tratados de uno en uno: un tapón, o un tronco en la cuchara, para hacer un trasvasado uno a uno.

Figura 15. Los materiales.

Fuente: elaboración propia.



Al comenzar a interactuar con los materiales, los niños vierten el material de los vasos de plástico que al principio queda agrupado y se mezclan los tapones de los dos colores. Comenzamos a ver cómo los tapones amarillos son tratados de uno en uno, metiendo uno en un vaso, o tomando uno con la cuchara (Figura 16).

Figura 16. Inicio del juego con los objetos.

Fuente: elaboración propia.



Pero también, como habíamos conjeturado al elegir los materiales, hay niños que trasvasan los tapones de un vaso de plástico a otro volcando un vaso sobre el otro, como si vertieran agua o arena (*Figura 17, derecha*). Lo interesante matemáticamente de estas dos acciones es que, en el primer caso, la cantidad que se trasvasa es un agregado de unidades, como son las colecciones de objetos cuando se cuentan uno a uno. Sin embargo, en segundo caso, la cantidad se valora globalmente, y es una cantidad discreta de objetos que se podrían separar y contar, pero ni se separan ni se cuentan. El primer tipo de acciones es la más cercana al conteo, mientras que el segundo tipo está más próximo al trabajo con magnitudes continuas. La selección de materiales está hecha para favorecer los dos tipos de acciones y relaciones y al estudiar la documentación de la actividad, vemos que la hipótesis de que surgirían estos dos tipos de comportamientos se confirma, como apreciamos en las *Figuras 16 y 17*.

Figura 17. Trasvasados con materiales discretos.

Fuente: elaboración propia.



En la *Figura 17* también observamos el detalle de cómo los tapones están agujereados para permitir respirar al niño en caso de meterse uno en la boca. En la *Figura 18*, vemos el trasvasado por unidades, desde el vaso de plástico a uno de metal por medio de una cuchara. Este procedimiento sería ideal en caso de contar troncos: ir pasándolos de uno a uno de un recipiente a otro para diferenciar entre los contados y los no contados todavía. No esperamos este tipo de estrategias hasta dos años más tarde, pero como maestros necesitamos reflexionar sobre el sentido curricular que tienen las acciones infantiles. También vemos que el niño pasa de tener el vaso metálico vacío a tenerlo lleno, en la segunda imagen, y comprueba con la mano que no caben más.

En la *Figura 18*, a la derecha, un niño tiene un tapón en cada vaso de plástico. Es evidente, por el tamaño de los vasos, que en los vasos caben más tapo-

nes, pero ha decidido establecer este tipo de correspondencia uno a uno entre vasos y tapones amarillos.

En caso de querer hacer un comentario a estos pequeños, para acompañar sus acciones, las frases sencillas y breves que ponen nombre a los conceptos matemáticos presentes en las manipulaciones son siempre un apoyo conceptual: «El vaso está vacío, está lleno, no cabe nada más, hay un tapón en cada vaso, etc.».

Figura 18. Vasos vacíos y llenos, un tapón en cada vaso.

Fuente: elaboración propia.



En la *Figura 19*, seguimos asistiendo a situaciones de llenado y vaciado. De nuevo, el llenado puede ser por unidades, a mano o «a cuchara», y a la derecha vemos vaciados en los que se vuelca el vaso. En la foto de en medio, de la *Figura 19*, hay un principio de clasificación. Tenemos dos platos metálicos, uno lleno de troncos y el otro con un único tapón amarillo. Es una pequeña clasificación simple teniendo en cuenta las características del material en la que se forman dos clases: los tapones amarillos y los troncos. En el caso de los troncos, también interviene la idea de capacidad, pues una vez lleno el plato, el niño deja de añadir troncos.

Figura 19. Llenar y vaciar, por unidades y *de golpe*.

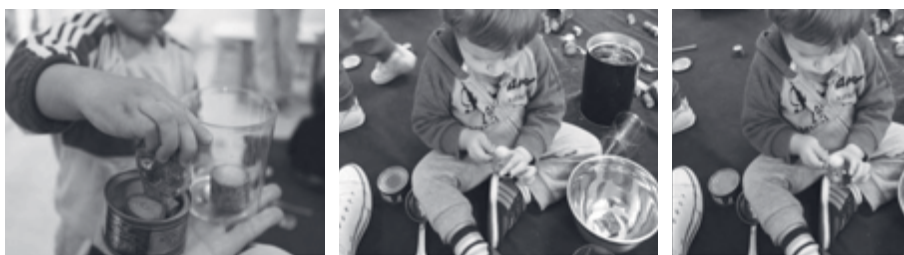
Fuente: elaboración propia.



El maestro, o maestra, puede intervenir durante el juego. En la *Figura 20*, Gonzalo sujeta sobre la palma de su mano dos recipientes con un tronco en cada uno de ellos. Mientras que en la lata no caben más troncos, en el vaso transparente sí. Esto es un indicador de que el vaso transparente tiene una capacidad mayor. El maestro anima a la comparación de capacidades, que es un concepto relacionado con la medición que está siempre presente en los juegos con recipientes. El niño en este caso pone el tronco encima de la lata donde ya no cabe nada más, como si tratara de comprobar algo que para él no es aún del todo evidente. Estas acciones nos hacen pensar que los niños de 1-2 años requieren tiempo, y que sus aprendizajes son lentos y no tiene sentido tratar de apresurarlos, pero sí plantearles situaciones de este tipo que les animen a reflexionar sobre la magnitud capacidad. En las imágenes de la derecha (*Figura 20*), el niño también se toma su tiempo en colocar un tronco sobre la cuchara. Dado que tiene un recipiente metálico con dos troncos junto a él, parece que está haciendo un agrupamiento de objetos del mismo tipo, pero echándolos de uno en uno con ayuda de la cuchara. Dado que hay muy pocos objetos, podemos acompañar la acción indicando verbalmente cuántos troncos hay en el recipiente.

Figura 20. Intervención del maestro para animar a comparar capacidades.

Fuente: elaboración propia.



En la *Figura 21*, al hacer el seguimiento fotográfico de la acción del niño, comprobamos que éste está añadiendo troncos (uno, dos, tres, cuatro) al bol, pero después (*Figura 22*), los trasvasa todos de golpe a la lata grande negra que tiene a su izquierda. Vemos pues una combinación de los dos tipos de acciones mencionados al principio: el tratamiento por unidades y el tratamiento global de trasvasado. En las fotos de la derecha, vemos que las mismas acciones se repiten con ligeras variaciones con otros niños y niñas de la clase. Asistimos también a el intento de ir llenando un plato metálico, con una selección de troncos; es decir, sin llenar el plato con troncos y tapones, por ejemplo. Esto lo

vemos como indicador de que no solo es importante la capacidad, el llenado del recipiente, sino también el tipo de objeto que seleccionamos para esta acción.

Figura 21. Llenar despacio, uno a uno.

Fuente: elaboración propia.



Figura 22. Dos tipos de trasvasado.

Fuente: elaboración propia.



En la *Figura 23* observamos la recogida del material. Cuando los objetos a guardar son muy diferentes entre sí, y hay un número suficiente de recipientes, los niños ponen en cada recipiente solo los del mismo tipo. Así, a la derecha vemos las cucharas de metal en un recipiente, las de madera en otro, los tapones amarillos en otro y los troncos en uno más grande.

Figura 23. La recogida del material y la influencia de sus características.

Fuente: elaboración propia.



6. CONCLUSIONES

Acabada la sesión, tras analizar la documentación, pensamos que se han cumplido en gran medida nuestras expectativas sobre las acciones infantiles y el uso del material. Las latas grandes y las pequeñas, situadas en el borde de la tela negra, se han utilizado menos que el material que quedaba en el centro de la zona de juego. Es posible que otra disposición del material pueda dar lugar a una situación de juego aún más rica desde el punto de vista matemático. Otros aspectos puntuales de la propuesta pueden ser modificados, como la cantidad de tapones blancos, que era muy pequeña en comparación con la de amarillos. Las situaciones de juego que proponemos para que niños y niñas potencien sus intuiciones matemáticas siguen un ciclo de: diseño de la propuesta, selección de materiales, organización del entorno, juego infantil, documentación, análisis y rediseño. Las propuestas son guiadas por nuestras hipótesis sobre las interacciones de los pequeños con el entorno que creamos para ellos.

Esperamos que la descripción que hemos dado del diseño de la propuesta y el desarrollo posterior de la sesión de juego proporcione una imagen fiel de lo que entendemos por *matemáticas* en el aula de 0 a 3 años. Estamos en una línea de matemáticas intuitivas e informales (Alsina, 2015), en que esperamos que la actividad infantil prepare para futuros aprendizajes matemáticos. Sin embargo, como hemos señalado en la introducción, no esperamos que la observación las fotografías de la sesión de juego con objetos le evoquen a nadie las típicas tareas matemáticas escolares formales que se encontrarán estos niños al llegar a la etapa de Educación Primaria. Como vemos, existe una distancia considerable entre lo que podemos interpretar como conocimientos matemáticos en 0-3 (Alsina y Roura, 2017) y las matemáticas de edades posteriores, incluyendo las de Educación Infantil de 3 a 6 años. En este artículo hemos tratado de dar visibilidad al juego infantil que tiene la potencialidad de desarrollar el pensamiento matemático desde edades tempranas y la incidencia que puede tener el adulto de referencia a través de la creación de entornos de aprendizaje adecuados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, Á. (2006). *Cómo desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Octaedro & Eumo.

- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años: Elementos para empezar bien*. Madrid: Narcea.
- Alsina, Á., y León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI*, 34(2), 33-62. doi: <http://dx.doi.org/10.6018/j/263801>
- Alsina, A., y Roura, D. (2017). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos informales antes de los 3 años: diseño, construcción y validación de una rúbrica. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 32-52.
- Buys, K. (2010). Años de preescolar. Numerización emergente. En M. Van de Heuvel-Panhuizen (ed.), *Los niños aprenden matemáticas: Una trayectoria de aprendizaje-enseñanza con objetivos intermedios para el Matemáticas con dos años cálculo con números naturales en la escuela primaria* (pp. 47-56). México: Correo del Maestro & La Vasija.
- Clements, D. H. (2004). Major themes and recommendations. En D. H. Clements, J. Sarama y A. M. DiBiase (eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 7-72). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nueva York: Routledge.
- De Castro, C. (2011). Buscando el origen de la actividad matemática: Estudio exploratorio sobre el juego de construcción Infantil. *EA, Escuela Abierta*, 14, 47-65.
- De Castro, C. (2016). El estudio de documentos curriculares como organizador de la investigación en educación matemática infantil. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 39-52). Málaga: SEIEM.
- De Castro, C., Flecha, G., y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 26, 89-108.
- De Castro, C., y Quiles, O. (2014). Construcciones simétricas con 2 y 3 años: La actividad matemática emergente del juego infantil. *Aula de Infantil*, 77, 32-36.
- Edo, M. (2012). Ahí empieza todo. Las matemáticas de cero a tres años. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 71-84.
- Flecha, G. (2014a). Matemáticas y literatura de 0 a 3: No es una caja. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 74-80.
- Flecha, G. (2014b). Matemáticas y literatura de 0 a 3: Un cuento de cigüeñas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 53-60.

- Fuson, K. C., Clements, D. H., y Beckman, S. (2009). *Focus in prekindergarten: Teaching with curriculum focal points*. Reston, VA/Washington, DC: NCTM& NAEYC.
- Geist, E. (2014). *Children are born mathematicians: supporting mathematical development, birth to age 8*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Hoyuelos, A. (2007). Documentación como narración y argumentación. *Aula de Infantil*, 39, 5-9.
- Lakoff, G., y Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- Lee, S. (2012). La historia de Emma: Estudio de caso sobre el desarrollo de la resolución de problemas desde los 8 meses a los 2 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 64-71. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4836752.pdf> [Consulta: 12/12/2017].
- López, M. (2015). Matemáticas y arte con dos años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(2), 67-72.
- NAEYC, y NCTM. (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23.
- National Research Council. (2014). Fundamentos cognitivos para la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 21-48.
- ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre. (2007). [Orden] por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil.

CITA DE ESTE ARTÍCULO (APA, 6ª ED.):

De Castro Hernández, C., y Flecha López, G. (2018). Provocación de intuiciones matemáticas a través del juego infantil de cero a tres años. *Educación y Futuro*, 39, 117-146.