

# Análisis de la enseñanza de las medidas de dispersión en libros de texto de educación secundaria

Jesús del Pino, Universidad de Jaén (España)

Antonio Estepa, Universidad de Jaén (España)

---

## Análisis de la enseñanza de las medidas de dispersión en libros de texto de educación secundaria

### Resumen

*El objetivo del estudio que se describe es analizar, en una muestra de 12 libros de texto de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria, cómo se presenta la enseñanza de las medidas de dispersión en la unidad didáctica de estadística. Para elegir la muestra, se estudió qué libros se utilizaban en los centros públicos y se escogieron los cuatro más empleados por nivel, diferenciando entre 3º y 4º curso y considerando la doble opcionalidad (A y B) en este último curso. En el análisis se emplea el enfoque onto-semiótico, en concreto, se analizan cinco objetos matemáticos primarios con que se presenta el tema: lengua, conceptos, procedimientos, argumentos y proposiciones, encontrando diferencias en los textos dirigidos tanto al mismo curso como a cursos diferentes. Se explican los posibles conflictos semióticos que pueden surgir mediante el uso de los textos analizados.*

**Palabras clave:** Libros de texto; medidas de dispersión; educación secundaria; conflicto semiótico.

## Analysis of the teaching of dispersion measures in secondary school textbooks

### Abstract

*The aim of the study described is to analyze how the dispersion measures are presented in the didactic units of Statistics, in a sample of 12 textbooks corresponding to 3rd and 4th year of Compulsory Secondary Education. In order to select the sample, we studied which books were used in the public schools, choosing the four most frequently employed according to the grade, distinguishing between 3<sup>rd</sup> and 4<sup>th</sup> grades, and taking into account the double optionality (A and B) in the 4<sup>th</sup> grade. We applied the onto-semiotic approach for our analysis. More specifically, we analyzed the five primary mathematical objects along with which the subject is presented: language, concepts, procedures, arguments and propositions. We found differences in texts for either one grade only or several different grades. Possible semiotic conflicts arising from the use of the analyzed texts are also explained.*

**Keywords:** Textbooks; dispersion measures; secondary education; semiotic conflict.

## 1. Introducción

Los libros de texto son un pilar fundamental en la educación de muchas partes del mundo, siendo a menudo preceptivos en la educación no universitaria y un apoyo para alumno y profesor. En algunos lugares se subvencionan y prácticamente todos los hemos empleado cuando hemos sido estudiantes. Sin embargo, el estudio de los libros de texto de matemáticas es un terreno que aún es reciente (Del Pino & Estepa, 2015). Por otra parte, la educación estadística es un centro de atención importante, dada la formación deficiente en secundaria (Sánchez & Orta, 2013). Centrando la atención en algunos conceptos de la estadística como son la dispersión y sus medidas, se pueden encontrar dificultades asociadas a su enseñanza y aprendizaje, a pesar de ser una parte esencial de la estadística, si no su “corazón” (Moore, 1990). Por tanto, es pertinente realizar una investigación sobre cómo los libros de texto abordan la educación estadística y en concreto, las medidas de dispersión. Existen estudios con la legislación anterior vigente sobre esta temática, y conviene estudiar su evolución con la evolución del currículum.

## 2. Antecedentes sobre libros de texto

Los libros de matemáticas son tan antiguos como la propia escritura. Las primeras escrituras en tablas podrían considerarse como textos matemáticos. Love y Pimm (1996) señalan que diferenciar un libro matemático de un libro de texto de matemáticas es una tarea compleja, ya que todos los libros tienen el objetivo de comunicar. Si se debe poner una frontera entre unos y otros, este papel lo ejerce la transposición didáctica que Chevallard (1991) planteaba y que se puede definir como el proceso en el que la ciencia formal se adapta al nivel de los estudiantes, es decir, el saber sabio se transforma en saber enseñado. Ese papel lo adopta el profesor, pero también el libro de texto, que transpone las matemáticas formales a matemáticas escolares.

Indicar cuál fue el primer libro de texto de matemáticas no es tarea fácil, ya que tanto Grecia como China presentan libros de texto bastante antiguos; pero si se es estricto, se puede decir que “Los Elementos” de Euclides, del siglo III a.C. se consideran el primer libro de texto como tal (Aleksandrov, Kolmogorov & Laurentiev, 1988). Mientras que en China, el libro “Los nueve capítulos en el arte matemático”, desarrollado cerca del año 150 a. C., pudo servir de libro de texto no sólo en China sino en otros países cercanos (Shen, Crossley, Lun & Liu, 1999, a través de Fan, Zhu & Miao, 2013).

A pesar de su antigüedad, las investigaciones didácticas sobre libros de matemáticas no tomaron cierto auge hasta la década de los 80, surgiendo obras específicas en Francia en 1981 o en el Reino Unido en 1984 (Howson, 2013). En las últimas tres décadas, esta línea de estudio ha incrementado enormemente su presencia, destacando en los últimos años un número de la revista ZDM en 2013 centrado en libros de texto de matemáticas, “Textbook research in mathematics education”, con 11 artículos sobre el tema. También destaca el congreso internacional celebrado en julio de 2014 en la Universidad de Southampton (Jones, Bokhove, Howson & Fan, 2014).

En España esta tendencia es creciente desde 2009, a partir del XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, con un seminario sobre libros de texto (Marco-Buzunáriz, Muñoz-Escolano & Oller-Marcén, 2016). En este evento se presentaron varios trabajos sobre textos, entre ellos el de Ortiz, Albanese y Serrano (2016), que trataba del lenguaje empleado en los textos de secundaria. También la revista AIEM ha incrementado sus publicaciones en el ámbito de análisis de textos del que se puede destacar Gea, López-Martín y Roa (2015). Un claro signo de que la escasa atención a los libros de texto está cambiando es que en el pasado Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos, de 90 comunicaciones presentadas, siete trataban directamente los libros de texto y algunas otras tangencialmente. Aunque puede ser anecdótico poner el foco en un solo congreso, sí que se puede pensar que este tipo de estudios está en auge.

## 3. Antecedentes sobre medidas de dispersión y educación

Aunque el estudio y análisis en el campo de la educación estadística tiene un amplio recorrido, la investigación en dispersión es relativamente joven, y hasta mediados de la década de los 90 no se impulsó realmente. Los trabajos de Batanero, Godino, Vallecillos, Green y Holmes (1994) y de Shaughnessy (1997) analizan los puntos débiles y carencias de la enseñanza estadística y su investigación. Shaughnessy (1997) las llama *oportunidades perdidas*, siendo una de ellas la investigación sobre la variabilidad aleatoria. Batanero et al. (1994) hacen una revisión de lo que había sido la investigación en la enseñanza de la estadística, en general, y de la variabilidad, en particular, señalando

que la investigación en este tema se centra en la universidad y es realizada por psicólogos, en entornos experimentales, no escolares.

Como avance importante, Batanero, González-Ruiz, López-Martín, y Contreras (2015) analizaron los significados sobre medidas de dispersión que aparecen en el currículo actual y que se sintetizan en cuatro significados: descriptivo univariante, descriptivo bivariante, probabilístico e inferencial. Dentro de estos significados, es de especial interés el significado descriptivo univariante, que aparece predominantemente en los textos de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria (en adelante ESO) (MECD, 2013). Los primeros trabajos sobre este significado son los de Hart (1984) y Loosen, Lioen y Lacante (1985), en los que se analiza la desviación típica como estadístico y su enseñanza. En Hart (1984) se plantea el problema sobre la desviación típica, pues suele considerarse la “medida de la dispersión”, como si no hubiese ninguna otra y no sucede esto con la desviación absoluta, por ejemplo. Varios motivos provocan esto, entre ellos, la facilidad de cálculo con el modo estadístico de la calculadora o el uso de la varianza en otras áreas de la estadística, como las distribuciones de probabilidad, lo que hace que sea un estadístico de uso frecuente. Para su enseñanza, Hart (1984) propone “enfaticar la desviación absoluta como introducción a la desviación estándar, apuntando las ventajas y desventajas relativas” (p.24). Loosen et al. (1985) señalan que, aunque los estudiantes saben calcular la desviación típica, no entienden su significado. Hart (1983) señala que “el concepto fundamental de desviación estándar es de la primeras áreas de dificultad que un estudiante de estadística encuentra” (p.16). Sin embargo, como indican Garfield y Ben-Zvi (2007), los profesores suelen subestimar la dificultad de estos conceptos.

Otros dos estudios interesantes son los llevados a cabo por Clark, Kraut, Mathews y Wimbish (2007) y delMas y Liu (2005). En el primero de ellos se seleccionaron 17 estudiantes de campus diferentes, todos ellos con la mejor calificación en la asignatura de estadística y a través de entrevistas se indagó sobre su conocimiento acerca de tres conceptos: media, desviación típica y teorema central del límite. La conclusión del estudio fue que, a pesar de obtener sobresaliente en el curso de estadística, los alumnos tienen un conocimiento pobre sobre el significado de la desviación típica. En delMas y Liu (2005) se realiza un estudio de carácter exploratorio en varias fases, mediante un pre test y una instrucción específica con dos profesores. A través del uso de software y de forma gráfica, se trabaja el concepto de desviación típica y se estudian tanto las respuestas de los alumnos y su evolución como el proceso de instrucción. En sus conclusiones indican que hay una mejoría, pero siguen persistiendo ciertos problemas.

Dentro de los antecedentes cabe destacar algunos de los estudios en los que se utiliza el mismo marco teórico y con objetivos similares al del presente estudio, como por ejemplo Estepa y Ortega (2006). En este trabajo se analiza la dispersión y sus medidas asociadas en textos universitarios y de secundaria bajo el Enfoque Ontosemiótico. Siguiendo esta línea, en el presente estudio se analiza cómo se presenta la enseñanza de las medidas de dispersión en la unidad didáctica de estadística en los libros de texto de 3º y 4º cursos de ESO bajo el Enfoque Ontosemiótico.

#### **4. Marco teórico**

Para el análisis de los textos empleamos el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico, desarrollado por Godino y colaboradores (Godino & Batanero, 1994; Godino, Contreras & Font, 2006; Godino & Font, 2007; entre otros). En este marco se distinguen tres elementos fundamentales de la actividad matemática: los sistemas de prácticas que realiza un sujeto cuando se enfrenta a una situación problema, los objetos matemáticos que intervienen y emergen de las tareas que resuelve y los significados que se asignan a dichos objetos matemáticos. En concreto, los tipos de objetos son el punto de partida de este

trabajo. Font y Godino (2006) proponen la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios: i) Elementos lingüísticos: cualquier tipo de expresión oral o escrita con la que nos referimos a un objeto matemático (notaciones, expresiones, etc.); ii) Situaciones – problema: referidas a la propia situación, ejercicio o tarea que se realiza y que varía en torno a la fenomenología asociada al propio objeto matemático; iii) Conceptos: nociones que implícita o explícitamente intervienen en la acción que se realiza al resolver una situación problema, ya sea mediante definición o descripción; iv) Acciones o procedimientos: maneras de hacer o trabajar utilizando conceptos y propiedades para resolver una situación problema; v) Propositiones: enunciados referidos a los objetos, que pueden, por ejemplo, definir propiedades de estos y regulan las relaciones con otros objetos matemáticos; vi) Argumentos: con ellos se justifican las deducciones o resultados alcanzados, así como el uso de las propiedades utilizadas en la resolución. Otro elemento importante en nuestro análisis es el de conflicto semiótico, que se define como “cualquier disparidad o diferencia de interpretación entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones)” (Godino, Batanero & Font, 2007, p. 133).

## 5. Métodos

Para el estudio se realizó un análisis de contenido de diferentes libros de texto utilizando el marco teórico descrito. Se eligieron cuatro libros de texto según curso y opcionalidad, en concreto, de las editoriales Anaya, Santillana, Oxford y SM. El sistema de elección de la muestra es el mismo utilizado por Gómez-Torres (2014), que se detalla en Del Pino y Estepa (2015) y corresponde a los libros más empleados en el curso 2013-2014 y que se corresponden al currículo establecido (MEC, 2007) bajo la LOE (MEC, 2006). En la Tabla 1 se muestra la codificación de los libros empleados.

Tabla 1. *Libros de texto utilizados en el análisis*

Código	Referencia
A	Colera, J., Gaztelu, I., Oliveira, M.J. (2010). <i>Matemáticas 3</i> . Madrid: Anaya.
S	Álvarez, M. D., Hernández, J., Miranda, A. Y., Moreno, M. R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R., Sánchez, M. T., Santos, T. y Serrano, E. (2007). <i>Matemáticas 3 ESO</i> . Proyecto La Casa del Saber. Madrid: Santillana.
O	Sánchez González, J. L., y Vera López, J. (2007). <i>Matemáticas 3º Secundaria</i> . Serie Cota. Proyecto Ánfora. Madrid: Oxford University Press.
SM	Vizmanos, J. R., Anzola, M., Bellón, M., Hervás, J. C. (2010). <i>Pitágoras Matemáticas 3</i> . Proyecto Conecta 2.0. Madrid: Ediciones SM.
A	Colera, J., Martínez, M., Gaztelu, I., Oliveira, M. J. (2008). <i>Matemáticas 4. Opción A</i> . Madrid: Anaya.
A	Colera, J., Martínez, M., Gaztelu, I., Oliveira, M. J. (2008). <i>Matemáticas 4. Opción B</i> . Madrid: Anaya.
S	Álvarez, M. D., Gaztelu, A. M., González, A., Hernández, J., Miranda, A. Y., Moreno, M. R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R., Sánchez, M. T., Santos, T. y Serrano, E. (2008). <i>Matemáticas 4 ESO. Opción A</i> . Proyecto La Casa del Saber. Madrid: Santillana.
S	Álvarez, M. D., Gaztelu, A. M., González, A., Hernández, J., Miranda, A. Y., Moreno, M. R., Parra, S., Redondo, M., Redondo, R., Sánchez, M. T., Santos, T. y Serrano, E. (2008). <i>Matemáticas 4 ESO. Opción B</i> . Proyecto La Casa del Saber. Madrid: Santillana.
O	Contreras, I., Fernández, I., Lobo, B., Pérez, S., Pérez, J. L., Uriondo, J. L. (2012). <i>Matemáticas 4º ESO Opción A</i> . Proyecto Adarve. Madrid: Oxford University Press.
O	Contreras, I., Fernández, I., Lobo, B., Pérez, S., Pérez, J. L. (2012). <i>Matemáticas 4º ESO Opción B</i> . Proyecto Adarve. Madrid: Oxford University Press.

Código	Referencia
SM	Vizmanos, J. R., Alcaide, F., Serrano, E., Moreno, M., Hernández, J. (2012). <i>Pitágoras Matemáticas 4 ESO. Opción A</i> . Proyecto Conecta 2.0. Madrid: Ed. SM.
SM	Vizmanos, J. R., Alcaide, F., Serrano, E., Moreno, M., Hernández, J. (2012). <i>Pitágoras Matemáticas 4 ESO. Opción B</i> . Proyecto Conecta 2.0. Madrid: Ed. SM.

Hemos utilizado un análisis de contenido en el que se han analizado cinco de los seis objetos primarios que describen el enfoque ontosemiótico. Las situaciones – problema no se analizan porque ya se analizaron en Del Pino y Estepa (2017) y este trabajo es una ampliación de dicha ponencia. Para el análisis de los elementos lingüísticos se diferencian tres tipos: textuales (LT), siendo descripciones verbales; notacionales (LN), siendo símbolos y expresiones algebraicas; y los elementos gráficos (LG), siendo gráficos e imágenes incluidos para aclarar conceptos o propiedades.

En el análisis de los conceptos hemos tenido en cuenta las definiciones de los libros de texto. Además, se parte del currículum que se aplica en dichos textos, para tener en cuenta qué conceptos eran preceptivos y cuáles no. Partiendo de los conceptos analizados analizamos los procedimientos, que son principalmente descripciones de las formas de cálculo de los diferentes parámetros de dispersión.

Clasificamos las propiedades presentes en los libros en tres grupos: propiedades numéricas (PN), relativas al tipo de números que se obtienen de las medidas de dispersión y a sus unidades; propiedades algebraicas (PA), relativas a la forma de la fórmula; y propiedades estadísticas (PE), relativas al significado de la medida de dispersión concreta.

Por último, presentamos un análisis de los argumentos en cinco tipos: Argumentos basados en Propiedades de Números y Operaciones (APNO), que son los que relacionan las operaciones con sus propiedades y con los números que se trabajan, como al indicar que una fórmula es más sencilla de emplear que otra; Argumentos con Ejemplos, Contraejemplos y Comprobaciones (AECC), como el caso en que con dos medias iguales se puede obtener diferente desviación típica como comprobación de que la media de forma aislada no describe totalmente los datos; Argumentos Apoyados en Ostensivos (AAO), que son los que se apoyan en gráficos, imágenes y tablas; Argumentos Verbales Deductivos (AVD) y Argumentos Algebraicos Deductivos (AAD), cuando se hace alguna deducción sobre las fórmulas, ya sea de forma textual o de forma algebraica.

A partir del análisis de estos elementos detectamos conflictos semióticos que discutimos juntos con los resultados.

## 6. Análisis y discusión de resultados

### 6.1. Elementos lingüísticos

En este estudio consignamos solo la presencia de los elementos lingüísticos más comunes en los libros analizados. Seleccionamos los términos y notaciones más importantes, dándonos una idea de la complejidad del lenguaje en la enseñanza de las medidas de dispersión, lo cual permite detectar los potenciales conflictos semióticos. La Tabla 2 presenta los resultados del análisis de los elementos lingüísticos en los textos. No incluimos algunos elementos que aparecen en todos los textos, como es el caso de las medidas de centralización, por ejemplo, o algunos que solo aparecen en uno como es el caso de los bigotes del gráfico de la caja que aparece en el texto de Oxford de 3r curso. No incluimos tampoco los elementos gráficos porque son característicos de cada texto y extienden este estudio en demasía. Sí hemos considerado oportuno incluir los términos que en el currículum aparecen como preceptivos.

En la Tabla 2 observamos dos resultados interesantes. En primer lugar, algunos elementos aparecen de forma textual y no de forma notacional o viceversa. Esto sucede porque algunos libros definen un concepto de forma textual, pero no añaden la fórmula, aunque sí un ejemplo gráfico. También se destaca la poca incidencia en los textos acerca de los valores atípicos. Este es un aspecto tratado solo en SM y la opción B de 4º en la editorial Oxford, a pesar de la importancia que tiene en la valoración de la representatividad de las medidas de centralización, tal como se indica en el currículo, principalmente para la opción B de 4º de ESO (MEC, 2007). Otro resultado es el uso de la notación  $s$  en todos los libros de SM para la desviación típica y  $\sigma$  en el resto (aunque en 3º, Oxford comparte ambas notaciones), que hace alusión a conceptos diferentes, en este caso a la desviación típica muestral y poblacional, sin explicarse la diferencia. Otro hecho llamativo acerca de la varianza es que en el texto de 3º para Anaya no aparece, calculan directamente la desviación típica como raíz de lo que es la varianza sin explicar que esta constituye una medida de dispersión autónoma.

Tabla 2. Elementos lingüísticos que aparecen en los libros de texto analizados

Elemento lingüístico	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B			
	A	S	O	SM	A	S	O	SM	A	S	O	SM
LT1. Ser regular, tener poca dispersión		X		X								
LT2. Desviaciones respecto a la media		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LT3. Datos agrupados (en el sentido de dispersión y no agrupación tabular o gráfica)	X	X	X	X		X	X			X	X	X
LT4. Varianza y desviación típica	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
LT5. Dispersión relativa, las medidas no coinciden	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LT6. Valores atípicos	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LT7. Rango	X	X	X	X		X	X	X		X	X	X
LT8. Desviación media	X	X	X			X				X		
LN1. $\sigma$	X	X	X		X	X	X		X	X	X	
LN2. $\sigma_x$			X									
LN3. S			X	X				X				X
LN4. $\sigma^2$		X	X		X	X	X		X	X	X	
LN5. $s^2$			X	X				X				X
LN6. CV	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LN7. R		X	X			X	X	X		X	X	X
LN8. Rango = Máx - Min		X				X	X			X	X	
LN 9. $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LN 10. $\sigma = \sqrt{\text{varianza}}$					X		X		X		X	
LN11. $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}}$	X	X	X			X				X		
LN 12. Fórmula. $C.V. = \frac{s}{\bar{x}}$	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
LN 13. $DM = \frac{\sum  x_i - \bar{x} }{n}$	X	X	X			X				X		

## 6.2. Conceptos

Ahora sintetizamos los resultados del estudio de las definiciones de las diferentes medidas de dispersión en los textos analizados. Las definiciones ofrecidas por los textos son equivalentes, por tanto, no se detallan a continuación todas las definiciones cuando son similares y solo se explican diferencias significativas. Presentamos también las indicaciones curriculares para los cursos que se estudian a fin de relacionar los resultados obtenidos. Los contenidos para 3º son:

“Bloque 6. Estadística y probabilidad.

[...]Análisis de la dispersión: rango y desviación típica [...]

[...] Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones. Actitud crítica ante la información de índole estadística [...] (MEC, 2007, p. 756)

En el cuarto curso de ESO nos encontramos, para la opción A.

Bloque 6. Estadística y probabilidad.

[...] Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Uso de la hoja de cálculo [...]

[...] Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones [...]” (MEC, 2007, p. 758)

Y para la opción B.

“Bloque 6. Estadística y probabilidad.

[...] Gráficas estadísticas: gráficas múltiples, diagramas de caja. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias. Representatividad de una distribución por su media y desviación típica o por otras medidas ante la presencia de descentralizaciones, asimetrías y valores atípicos. Valoración de la mejor representatividad en función de la existencia o no de valores atípicos. Utilización de las medidas de centralización y dispersión para realizar comparaciones y valoraciones [...]” (MEC, 2007, p. 759)

En la Tabla 3 mostramos si aparecen o no las diferentes definiciones.

Tabla 3. *Conceptos que aparecen en los libros de texto analizados*

Concepto	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B			
	A	S	O	S	A	S	O	SM	A	S	O	SM
<i>Rango</i>												
<i>Varianza</i>												
<i>Desviación típica</i>												

<i>Coefficiente de variación</i>	Cociente entre desviación típica y media para comparar grupos de datos heterogéneos	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X
<i>Desviación media</i>	Media de valores absolutos de diferencia de cada dato a media	X	X	X			X				X		

En esta tabla se analizan los diferentes conceptos que aparecen en los textos sobre medidas de dispersión. En primer lugar, el rango, que es uno de los conceptos más sencillos no aparece en algunos textos como Oxford en 3º o Anaya en 4º. La varianza aparece en todos los textos, pero la desviación típica no aparece en Oxford de 3º; como consecuencia tampoco aparece el coeficiente de variación. Esto dificulta cumplir con el currículo en la comparación de distribuciones de datos.

### 6.3. Procedimientos

La Tabla 4 codifica los resultados del análisis de los procedimientos en los textos analizados, tanto para explicar cómo utilizar un concepto en casos prácticos como en la resolución de situaciones-problema. Incluimos los procedimientos PR2 y PR3, asociados a las diferencias de los datos con la media, porque consideramos que trabajar estos procedimientos permite una mejor comprensión, tanto de los conceptos asociados a la desviación típica y la varianza como de los procedimientos asociados (PR4 y PR5).

Tabla 4. *Procedimientos que se exponen en los libros de texto analizados*

Procedimiento	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B				
	A	S	O	SM	A	S	O	SM	A	S	O	SM	
PR1. Cálculo de rango	X			X		X	X	X		X	X	X	
PR2. Cálculo de desviación respecto a la media				X									
PR3. Cálculo de desviación media absoluta	X		X			X				X			
PR4. Cálculo de varianza	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
PR5. Cálculo de desviación típica	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
PR6. Comparación de distribuciones mediante coeficiente de variación	X	X		X				X				X	X
PR7. Cálculo de coeficiente de variación	X	X		X	X	X		X		X	X	X	X
PR8. Cálculo de recorrido intercuartílico							X					X	



PR9. Construcción de diagrama de caja	X <sup>1</sup>	X	X <sup>1</sup>	X	X
---------------------------------------	----------------	---	----------------	---	---

<sup>1</sup>Se muestra el procedimiento de forma breve, incompleta y/o poco clara (Ver Figuras 1 y 2).

En la Tabla 4 se observa que en los textos de 3º no aparecen PR8 y PR9, debido a que son procedimientos incluidos para 4º en el currículo oficial; sin embargo, los procedimientos PR1 y PR5 sí que son preceptivos en 3º. En la sección anterior veíamos que en el texto de Oxford no aparecen definiciones asociadas al rango y ahora tampoco aparecen sus procedimientos. En el texto de Santillana de 3º sí que aparecen las definiciones asociadas al rango, pero no se plantea cómo usar este concepto, a pesar de que su uso es sencillo. Por otra parte, en los textos de 4º se presentan los procedimientos que el currículo exige, pero conviene precisar que hay procedimientos como por ejemplo PR9 (asociado al diagrama de caja), que precisa del procedimiento PR8 (recorrido intercuartílico) para apoyar su comprensión. Como se observa en la Tabla 4, PR8 solo se trabaja en los libros de Oxford. Incluso el procedimiento del diagrama de caja no se explica bien como se muestra en las Figuras 1 y 2, en una comparativa entre Anaya, en el que se desarrolla completamente, y Santillana para 4º, en el que se hace con ejercicios.

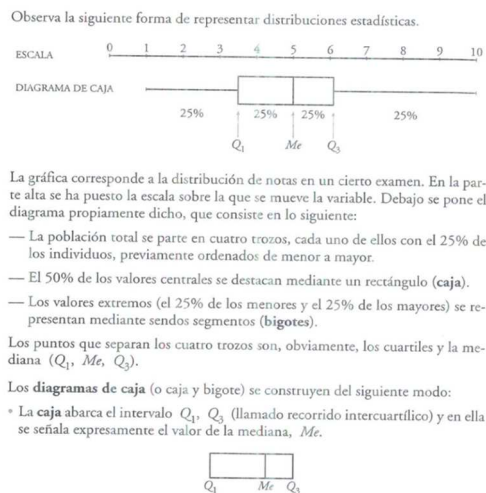


Figura 1. Fragmento de la introducción del diagrama de caja en Anaya 4º de ESO A

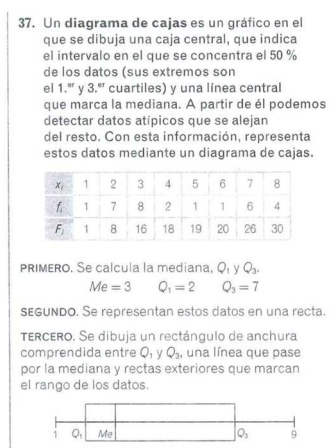


Figura 2. Introducción del diagrama de caja en Santillana 4º de ESO A

## 6.4. Propiedades

Como hemos indicado, consideramos tres tipos de propiedades en el estudio de las medidas de dispersión: las propiedades numéricas, algebraicas y estadísticas. Atendiendo a estos tres tipos, la Tabla 5 compila las que aparecen en los textos.

Tabla 5. *Codificación de las propiedades*

Código	Propiedad
PN1	La varianza y la desviación típica son definidas positivas
PN2	La varianza se mide en unidades cuadradas de los datos y la desviación típica en la misma unidad que los datos
PN3	La desviación media es definida positiva
PN4	El coeficiente de variación es definido positivo
PN5	El coeficiente de variación es adimensional
PN6	El rango tiene las mismas unidades que los datos
PA1	El valor de la varianza y la desviación típica dependen de cómo se agrupan los datos
PA2	La varianza es invariante ante cambio de origen
PA3	La varianza y la desviación típica tienen propiedades algebraicas y aritméticas más cómodas que la desviación media
PA4	El rango es la medida de dispersión más fácil de calcular
PE1	La suma de las desviaciones respecto a la media es 0
PE2	La varianza y la desviación típica son nulas si y solo si todas las medidas son iguales
PE3	Un mayor/menor valor de la varianza y la desviación típica significa mayor/menor dispersión. El valor cero significa ausencia de dispersión.
PE4	En el cálculo de varianza y desviación típica intervienen todos los valores de la variable
PE5	La modificación de algunos datos y añadir o eliminar algunos datos producen cambios la varianza y desviación típica
PE6	Los rangos miden la dispersión sin referencia a promedios. La desviación típica y la varianza miden la dispersión de las observaciones alrededor de la media
PE7	Si no se recomienda la media como medida de tendencia central, tampoco se deben recomendar desviación típica y varianza como medidas de dispersión. Esto es especialmente cierto en distribuciones asimétricas, en las que es preferible utilizar mediana y rango intercuartílico

Tabla 6. *Propiedades que aparecen en los libros de texto analizados*

Propiedad	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B			
	A	S	O	SM	A	S	O	SM	A	S	O	SM
PN1. Varianza y desviación típica positivas		X		X		X	X	X		X	X	X
PN2. Varianza unidades cuadradas y desviación típica unidades igual a datos	X			X	X			X	X			X
PN3. Desviación media positiva			X	X								
PN4. Coeficiente de variación positivo							X				X	
PN5. Coeficiente de variación adimensional	X			X								
PN6. Rango y datos mismas unidades.	X			X				X				X
PA1. Varianza y desviación típica dependen de agrupación de datos	X	X	X	X		X	X	X		X	X	X
PA2. Varianza invariante ante cambio de origen.	X				X	X			X	X		
PA3. La varianza y la desviación típica tienen propiedades más cómodas que la desviación media			X	X								
PA4. El rango es la medida más fácil de calcular	X	X		X		X	X	X		X	X	X

Propiedad	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B			
	A	S	O	SM	A	S	O	SM	A	S	O	SM
PE1. La suma de las desviaciones respecto a la media es 0				X								
PE2. Si los datos son iguales la varianza y desviación típica son 0				X								
PE3. A mayor/menor varianza y desviación típica mayor/menor dispersión. Valor 0 ausencia de dispersión	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
PE4. Todos los valores se usan para el cálculo de la varianza y desviación típica	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
PE5. Modificar datos cambia la varianza y desviación típica	X				X				X			
PE6. El rango mide la variación sin referencias a promedios, la varianza y desviación típica toman la media como referencia	X	X		X		X	X	X		X	X	X
PE7. Se debe utilizar o la media y la desviación típica o la mediana y el rango intercuartílico pero no mezclarlas								X			X	

En la Tabla 6 se muestran las propiedades que aparecen en los libros de texto analizados, donde se observa que hay propiedades que aparecen en todos los libros, PE3 y PE4, y que indican que intervienen todos los valores en el cálculo de la varianza y desviación típica, que a mayor dispersión sus valores son mayores y que intervienen todos los valores en su cálculo, tomando el valor cero en ausencia de dispersión. El resto de propiedades no aparecen en todos los textos. Una conclusión es que pocos libros trabajan las propiedades que hablan de cuando las medidas son nulas, en este caso PE1 y PE2; solo SM de 3º indica que la suma de las desviaciones es 0, y aunque puede ser evidente hay que mostrarlo. Los demás textos no lo indican. También el mismo texto trata sucintamente que la varianza pueda ser 0 si todas las medidas son iguales, aunque no lo explicita. El caso de PE1, es importante, ya que se puede utilizar para justificar la desviación absoluta y la varianza (Hart, 1984). En general, hay propiedades que sí se trabajan en la mayoría de los textos:

- no negatividad de la desviación típica, no expresada de forma tan explícita para la varianza, ya que la varianza toma cuadrados pero los estudiantes no lo ven tan claro como cuando se indica la raíz cuadrada positiva.
- y la propiedad algebraica 1, es decir, la idea de que la varianza y desviación típica dependen de cómo están agrupados los valores en torno a la media.

El resto de las propiedades aparecen en algunos libros de texto, pero no en todos. Sin embargo, la enseñanza de estas propiedades permite una mejor comprensión de las medidas de dispersión y su comportamiento para realizar comparaciones y valoraciones, tal como indica el currículo tanto para 3º como 4º de ESO (MEC, 2007).

### 6.5. Argumentos

En el estudio de argumentos en los textos analizados, hemos encontrado: Argumentos basados en Propiedades de Números y Operaciones (APNO); Argumentos con Ejemplos, Contraejemplos y Comprobaciones (AECC); Argumentos Apoyados en Ostensivos (AAO); Argumentos Verbales Deductivos (AVD); Argumentos Algebraicos Deductivos (AAD). La Tabla 7 cuantifica las veces que aparece cada tipo de argumento en los textos

analizados, donde se aprecia que la mayoría de los libros mantienen un número elevado de argumentos sobre los ejemplos (AECC) y apoyados en ostensivos (imágenes, gráficos o tablas) (AAO); esto es lógico debido a que la mayoría de las justificaciones se hacen mediante ejemplos y gráficas. También destacamos la excepción de Oxford de 3º, como se mostraba en las secciones previas, que es un texto con gran variedad de fórmulas y como consecuencia presenta más argumentos algebraicos deductivos que los demás. En general, las deducciones realizadas en los libros son escasas.

Tabla 7. Frecuencia de los argumentos por libros de texto analizados

Argumentos	3º ESO				4º ESO Opt. A				4º ESO Opt. B			
	A	S	O	SM	A	S	O	SM	A	S	O	SM
APNO	8	5	3	8	5	5	5	8	5	5	6	8
AECC	13	9	7	10	8	14	6	11	8	14	9	12
AAO	15	7	7	13	14	9	9	14	14	9	14	15
AVD	4	2	1	3	2	3	2	3	2	3	3	3
AAD	3	1	6	4	1	1	1	4	1	1	2	4

## 6.6. Conflictos semióticos

Del análisis de los objetos matemáticos en los textos, se han encontrado dos posibles tipos de conflictos semióticos: 1) conflictos ocasionados por significados confusos de conceptos, pues no se relacionan de manera precisa con propiedades o procedimientos; 2) conflictos ocasionados por argumentos que no relacionan adecuadamente diferentes elementos de significado.

### 6.6.1. Conflictos semióticos relacionados con conceptos

Encontramos conflictos semióticos potenciales cuando se introduce un concepto que no va ligado adecuadamente a un procedimiento o a sus propiedades, o cuando alguno de estos se construye de manera deficiente. Este tipo de conflicto genera en el alumno significados incompletos o desestructurados, generando problemas de comprensión.

En 3º de ESO, el concepto de rango en Santillana no va asociado a su procedimiento. En la Tabla 2 se observa que se introduce la definición de forma completa, tanto en forma textual como de fórmula, y en la Tabla 4 no aparece el procedimiento. Aunque es cierto que el cálculo del rango es sencillo, se trata de uno de los contenidos preceptivos y, por tanto, al menos estos hay que trabajarlos de forma completa y correcta.

En 4º de ESO, opción A, se ha visto que en Santillana el concepto y procedimiento, así como el resto de elementos de significado asociados al diagrama de caja, se trabajan de manera inadecuada: se introduce el concepto al final del tema, no de manera correcta, pues se suprime el concepto de rango intercuartílico y los valores atípicos que quedan fuera del bigote, luego el procedimiento que se presenta es incompleto. En las Figuras 1 y 2 se evidencia la diferencia entre Anaya, que lo introduce de forma correcta, y Santillana, que lo hace de forma bastante deficitaria. Todo esto genera un conflicto semiótico ya que el alumno no va a ser capaz de representar el diagrama de caja de forma correcta con la explicación dada por el libro.

Otro concepto que aparece de forma limitada es el coeficiente de variación, por ejemplo, en Oxford, ya que se trata de un parámetro algo más difícil de utilizar que otros, que sirve para comparar distribuciones, por lo que el que no aparezca el procedimiento asociado a este concepto dificulta en gran parte su uso en situaciones-problema.

En 4º de ESO, opción B, los libros son más completos, y aunque tienen carencias en los contenidos, cuando los presentan lo hacen de forma completa. Del análisis de los textos se infiere que sus autores se toman seriamente la presentación de contenidos. Aun así, tampoco incluyen todos los contenidos que el currículo del nivel hace preceptivos.

### **6.6.2. Conflictos semióticos relacionados con argumentos**

La falta de argumentos genera que unos elementos de significado no se relacionen correctamente con otros, provocando significados personales desvinculados y no estructurados en el alumno. El principal conflicto que se encuentra en este sentido es por falta de argumentos deductivos, ya sean verbales o algebraicos, aunque más estos últimos.

Al igual que indicaban Estepa y Ortega (2005b), en secundaria hay un ecosistema de ecuaciones para la desviación típica y la varianza. Estas fórmulas se pueden resumir en cuatro para la varianza y cuatro para la desviación típica. Dos serían para datos agrupados y dos para datos sin agrupar, y en cada bloque se tendría una simplificada y otra sin simplificar. El problema surge de la falta de argumentos para pasar de unas fórmulas a otras y para explicar sus características esenciales, lo que puede generar un conflicto semiótico al no explicar al alumno por qué son equivalentes, cuando el alumno tiene los conocimientos algebraicos suficientes para entender la equivalencia entre ecuaciones. Por tanto, la ausencia de argumentos deductivos de tipo algebraico deja algunas fórmulas vacías de sentido y puede confundir al alumno si no las relaciona.

Otro problema que genera el espectro de fórmulas es el exceso de lenguaje notacional no argumentado. Como hemos comentado, se emplean los símbolos  $s^2$  y  $\sigma^2$  sin indicar diferencias entre ellos ni tampoco explicitar con claridad los significados que representan. El estudiante, a lo largo de los cursos, trabaja con diferente notación que no está bien argumentada y se presta a confusión. Además, el alumno trabaja en los temas de estadística los conceptos de muestra y población, y puede entender la diferencia; incluso esto es un buen camino para introducir situaciones de muestreo e inferencia.

## **7. Conclusiones**

Los resultados del estudio muestran significados que deberían aparecer en los libros, según el currículo de 3º y 4º de ESO, pero que al no aparecer en la muestra analizada apuntan a una construcción limitada por el alumno de las medidas de dispersión. Al respecto, nuestra aportación contribuye a entender algunos de los aspectos potenciales de influencia en el aprendizaje de las medidas de dispersión. Coincidimos con Hart (1984) en que la desviación típica parece ser la medida de dispersión más importante, ya que aparece en todos los libros, mientras que las otras medidas se omiten en algunos libros.

Hemos observado que para 3º de ESO, los textos de Santillana y Oxford no incluían la interpretación conjunta de la media y la desviación típica, así como la comparación de distribuciones, perdiéndose así la oportunidad de generar un significado más completo al trabajar la aplicación práctica de dichos conceptos. En Oxford no se incluye el coeficiente de variación, lo que limita los significados que un alumno de 3º de ESO debe construir sobre el tema. Oxford tampoco incluye los elementos lingüísticos relativos a la comparación, ni propiedades, procedimientos y argumentos que ligan a unos con otros.

En 4º de ESO, opción A, Santillana no incluye la comparación de distribuciones en el texto, lo incluye en un ejercicio del final de tema que queda a discreción del profesor. En Oxford no se incluye ni la comparación de distribuciones ni el diagrama de caja. Según el currículo, se debe aprender el diagrama de caja; por tanto, los alumnos que cursen 4º de ESO en su opción A con Oxford posiblemente no construyen este significado, generándose una limitada formación estadística en su paso por esta etapa educativa.

En 4º de ESO, opción B, tan solo Oxford incluye el estudio de los valores atípicos y sus consecuencias sobre las medidas a utilizar para resumir la información de una distribución de datos, indicando que en dicho caso la mediana y el rango intercuartílico son mejores indicadores resumen. Esto genera en el alumno la falsa idea de que la media y la desviación típica son los mejores parámetros para resumir una distribución de datos. Este resultado es problemático ya que solo Oxford presenta el currículo al completo.

Como comprobamos, según los resultados del análisis realizado, en algunos textos no aparecen todos los objetos matemáticos que son prescriptivos según el currículo oficial. Una posible causa es la no revisión oficial de libros de texto, ya que según la disposición adicional cuarta de la LOE en su punto 2 dice “la edición y adopción de los libros de texto y demás materiales no requerirán la previa autorización de la Administración educativa” (MEC, 2006, p. 17195). Este hecho no se ha modificado en la LOMCE (MECD, 2013), que es la modificación de la LOE.

Tenemos la esperanza de que los resultados de esta investigación contribuyan a que los profesores no subestimen la dificultad de estos conceptos (Garfield & Ben-Zvi, 2007). Actualmente la formación del profesorado, sobre todo de aquellos que vienen de carreras más técnicas suele ser deficiente en el área de estadística; por tanto, la inclusión de asignaturas específicas mejora notablemente la comprensión de fenómenos que incluso con formación específica sigue generando dificultades, como son las medidas de dispersión. La inclusión en el máster de secundaria orientado a las matemáticas de asignaturas específicas por áreas puede ayudar a paliar este problema. Además, poner en conocimiento de las editoriales los resultados puede servir para que en futuros proyectos editoriales se ponga una atención especial en las unidades didácticas de estadística. Esperamos, además, que los resultados de esta investigación sean de utilidad a los profesores cuando utilizan libros de texto para planificar sus enseñanzas.

### **Agradecimientos**

Al Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER).

### **Referencias**

- Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A., & Laurentiev, M. A. (1988). *La matemática: Su contenido, métodos y significado* (8a ed., Vol. 1). Madrid: Alianza Editorial.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batanero, C., González-Ruiz, I., López-Martín, M. del M., & Contreras, J. M. (2015). La dispersión como elemento estructurador del currículo de estadística y probabilidad. *Épsilon*, 32(2), 7-20.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Clark, J., Kraut, G., Mathews, D., & Wimbish, J. (2007). The fundamental theorem of statistics: Classifying student understanding of basic statistical concepts. Recuperado el 15 de octubre de 2019 de <https://pdfs.semanticscholar.org/dfc4/7fb23105706c0d33e197876c1f0b1956c629.pdf>

- delMas, R., & Liu, Y. (2005). Exploring students' conceptions of the standard deviation. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 55-82.
- Del Pino, J., & Estepa, A. (2015). Análisis de libros de texto. Estadística de libros empleados en Andalucía. En J. M. Contreras et al. (Eds.), *Actas II Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 117-124). Granada.
- Del Pino, J., & Estepa, A. (2017). Análisis del tratamiento de la dispersión en libros de texto de 3º y 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria. En J. M. Contreras et al. (Eds.), *Actas II Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*. Granada. Disponible en <http://digibug.ugr.es/handle/10481/45411>
- Estepa, A., & Ortega, J. (2006). Meaning of the dispersion and its measures in secondary education. *The International Conference on Teaching Statistics-7*. Salvador de Bahía, Brasil. Disponible en [http://iase-web.org/documents/papers/icots7/6F2\\_ESTE.pdf](http://iase-web.org/documents/papers/icots7/6F2_ESTE.pdf)
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646.
- Font, V., & Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: Su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.
- Gea, M. M., López-Martín, M. del M., & Roa, R. (2015). Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 29-49.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, Á., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(76), 39-88.
- Godino, J. D., & Font, V. (2007). Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Gómez-Torres, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de Educación Primaria*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Hart, A. E. (1983). The non-standard deviation. *Teaching Statistics*, 5(1), 16-20.
- Hart, A. E. (1984). How should we teach the standard deviation? *Teaching Statistics*, 6(1), 24-27.
- Howson, G. (2013). The development of mathematics textbooks: Historical reflections from a personal perspective. *ZDM*, 45(5), 647-658.
- Jones, K., Bokhove, C., Howson, G., & Fan, L. (Eds.) (2014). *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-2014)*. Southampton, Inglaterra: University of Southampton.
- Loosen, F., Lioen, M., & Lacante, M. (1985). The standard deviation: Some drawbacks of an intuitive approach. *Teaching Statistics*, 7(1), 2-5.

- Love, E., & Pimm, D. (1996). 'This is so': A text on texts. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 371-409). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Marco-Buzunáriz, M. A., Muñoz-Escolano, J. M., & Oller-Marcén, A. M. (2016). Investigación sobre libros de texto en los simposios de la SEIEM (1997-2015). En J. A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 325-334). Málaga: SEIEM.
- MEC (2006). *Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación*. Recuperado el 15 de octubre de 2019 de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2006/BOE-A-2006-7899-consolidado.pdf>
- MEC (2007). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. Recuperado el 15 de octubre de 2019 <https://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>
- MECD (2013). *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa*. Recuperado el 15 de octubre de 2019 de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2013/BOE-A-2013-12886-consolidado.pdf>
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.
- Ortiz, J. J., Albanese, V., & Serrano, L. (2016). El lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria. En J. A. Macías et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 397-406). Málaga: SEIEM.
- Sánchez, E. A., & Orta, J. A. (2013). Problemas de mediciones repetidas y de riesgo para desarrollar el razonamiento de estudiantes de secundaria en los temas de media y dispersión. *Números*, 83, 65-77.
- Shaughnessy, J. M. (1997). Missed opportunities in research on the teaching and learning of data and chance. En F. Biddulph y K. Carr (Eds.), *Proceedings of the XX Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 6-22). Rotorua, Nueva Zelanda: University of Waikata.

### Referencias de los autores

Jesús del Pino, Universidad de Jaén (España). [jpr00026@red.ujaen.es](mailto:jpr00026@red.ujaen.es)

Antonio Estepa, Universidad de Jaén (España). [aestepa@ujaen.es](mailto:aestepa@ujaen.es)



## **Analysis of the teaching of dispersion measures in secondary school textbooks**

Jesús del Pino, Universidad de Jaén

Antonio Estepa, Universidad de Jaén

In mathematics education research, the investigation of mathematics textbooks is an increasing domain with an empirical body of evidence across the educational systems in different parts of the world. The aim of the study reported here is to analyze how the measures of dispersion are taught in the didactic units of statistics as developed in twelve textbooks. These are textbooks of 3rd and 4th compulsory secondary education –Grades 9<sup>th</sup> and 10<sup>th</sup>– in the context of the prior Spanish curricular policy. The idea arises from the professional experience of the authors as well as from an ongoing doctoral investigation on this topic. We first studied which books are used in educational centers by consulting websites of the local administrations. It came out that twelve textbooks –distributed in the two grades and two modalities for each grade– from four publishers were the most used. For the analysis and the conceptualization of the main elements to be examined, we drew on the onto-semiotic framework and its six primary mathematical objects: problem-situations, language, concepts, procedures, arguments and propositions. Since problem-situations was the object of a former preparatory research, in this article we focus the analysis on the other four objects, and we put results in relation to the possible generation of semiotic conflicts. Overall we found some textbooks that do not include the totality of prescriptive contents indicated by the curricular guidelines. On the other hand, some of the prescriptive contents written are exposed either incompletely or incorrectly. The lack of precision in the presentation of important meanings of the dispersion measures strongly suggests the possibility of experiencing semiotic conflicts when learning statistics with the support of the textbooks examined. In their training, mathematics teachers must gain awareness of the relevance of the meanings omitted or incorrectly expressed in textbooks, so that in their teaching, specifically of dispersion measures, they can anticipate and prevent semiotic conflicts that are unnecessary in the moving of the students' learning. Also, the mathematics textbooks used at present in schools must be revised in a didactical critical way in order to start the process towards more quality textbooks that serve to the learning and teaching of statistical contents in school mathematics.