

Avançant en l'estudi de la mecànica

Gerard Carrión Masgrau

Programa d'Informàtica Educativa, 1995

Contingut

CONTINGUT	1
1. INTRODUCCIÓ	2
2. PRESENTACIÓ	3
3. REFERÈNCIA ALS OBJECTIUS GENERALS DE L'ETAPA D'EDUCACIÓ SECUNDÀRIA OBLIGATÒRIA	6
4. CONTINGUTS	8
4.1. Fets, conceptes i sistemes conceptuals	8
4.2. Procediments	9
4.3. Valors, actituds i normes	11
5. CONTINGUTS CONCEPTUALS, PROCEDIMENTALS I ACTITUDINALS QUE ESTAN RELACIONATS AMB LA TECNOLOGIA DE LA INFORMACIÓ	13
6. REFERÈNCIA ALS OBJECTIUS GENERALS DE L'ÀREA DE CIÈNCIES DE LA NATURALESA	14
7. REFERÈNCIA ALS OBJECTIUS TERMINALS DE L'ÀREA DE CIÈNCIES DE LA NATURALESA	15
8. OBJECTIUS DIDÀCTICS	18
9. ACTIVITATS D'ENSENYAMENT I D'APRENTATGE	20
9.1. Primer bloc	20
9.2. Segon bloc	90
9.3. Tercer bloc	129
10. ACTIVITATS D'AVUACIÓ	185
11. TEMPORITZACIÓ	186
12. ORIENTACIONS DIDÀCTIQUES	187
13. ORGANITZACIÓ DE LA CLASSE	189
14. BIBLIOGRAFIA	190
15. RECURSOS	191

1. Introducció

Títol: "Avançant en l'estudi de la mecànica"

Autor: Gerard Carrión Masgrau

Nivell educatiu:

Aquest material està dividit en tres blocs. El primer està pensat pel segon o tercer curs de l'Educació Secundària Obligatòria. El segon bloc s'hauria de fer en el tercer o quart curs de l'ESO i el tercer bloc caldria incorporar-lo en un crèdit d'ampliació en el quart curs d'ESO o en el Batxillerat.

Àrea: Ciències de la naturalesa.

Matèria: Mecànica física: Cinemàtica, estàtica, dinàmica i energètica.

Tipologia:

Es tracta, com ja he dit, de material didàctic organitzat en tres blocs treballats seqüencialment, que pot ser utilitzat tot sencer o en mòduls separats, de tal manera que l'ús del material corresponent a un bloc, no implica la utilització dels anteriors. El tercer bloc és més propi d'un crèdit variable d'ampliació o aprofundiment de l'ESO -fins i tot pot ser utilitzat al Batxillerat-, mentre que els altres dos blocs corresponen al currículum comú de l'ESO i poden formar part tant de crèdits comuns de tipus àrea o de tipus integrat -amb l'àrea de matemàtiques- com de crèdits variables de consolidació, d'ampliació o aprofundiment, d'integració o, fins i tot de reforç, en funció del curs a què s'apliquin i de com s'encaminin.

Organització dels continguts:

El material elaborat incideix en l'àrea de ciències de la naturalesa, connectant contínuament amb la de matemàtiques, per tant, l'organització dels continguts crec que és clarament **interdisciplinària**.

2. Presentació

Fa tres cursos que vaig començar a treballar amb l'equip d'EXAO (EXperimentació Assistida per Ordinador) cedit pel PIE. Poc a poc he anat introduint diverses experiències dintre de la programació de Física de diferents nivells i la seva aplicació m'ha semblat molt positiva, sobretot pel que fa a:

- la comprensió de conceptes que sovint costa de comprendre i diferenciar -per exemple els de velocitat instantània i velocitat mitjana-
- la demostració fefaent de pre-conceptes falsos -per exemple que la velocitat de caiguda d'un cos realment és independent del seu pes-
- la pèrdua de la por que té bona part de l'alumnat al treball amb gràfics.

També he comprovat altres avantatges des del punt de vista de la diversitat metodològica:

- I. Si el nombre d'alumnes és baix i es disposa de material suficient ells mateixos poden realitzar el procés de la presa de dades.
- II. Com que, normalment, no s'acompleix cap de les dues condicions anteriors, aquest procés s'ha de realitzar de forma "magistral" -és a dir, per part del professorat- en presència de tot el grup d'alumnes i en les millors condicions possibles. Però a partir del moment que ja s'han aconseguit aquestes dades el procés a seguir també pot ser divers:
 - i. Si es disposa del maquinari adient i suficient i el nombre d'alumnes ho permet, poden fer les anàlisis de les dades amb l'ordinador de forma individual o per grups.
 - ii. I si, posats en el pitjor dels casos, això tampoc fos possible, es pot fer arribar a l'alumnat una còpia de les dades obtingudes en suport paper perquè puguin realitzar les anàlisis que siguin necessàries.

I és que la diversitat és la clau!

Cal tenir sempre present la diversitat d'alumnes dins del grup-classe. No es pot treballar amb esquemes tancats: la investigació continua de les característiques individuals de cada persona -a partir, naturalment, dels pre-conceptes que porta assumits, siguin correctes o siguin erronis- ens porta, sens dubte, a l'adequació de la nostra metodologia a les seves necessitats.

Així arribem a la diversitat en els mètodes que apliquem a l'aula, en funció del nombre d'alumnes i de les seves capacitats, dels mitjans que tinguem a l'abast i de la disposició personal del professorat envers la innovació.

Perquè, és clar, també cal tenir en compte la diversitat entre el personal docent: des dels més inquiets que cada curs introdueixen modificacions, fins els més estàtics que continuen fent pràcticament el mateix des del primer dia.

I és degut a aquesta diversitat que sempre he considerat més positiu organitzar la matèria en petits mòduls que es puguin recombinar fàcilment -com petites peces d'un trencaclosques- però en l'ordre i de la forma que cadascú consideri més convenient, per poder obtenir una programació global a la mida de cada necessitat.

Això permet una gran flexibilitat a l'hora d'adequar les programacions a la diversitat d'alumnat i també en funció dels coneixements previs i pre-conceptes que tinguin assumits.

També facilita la incorporació gradual del professorat que pot anar introduint poc a poc els diferents mòduls sense haver de trencar traumàticament les estructures anteriors.

Aquestes raons em porten a presentar un projecte de realització d'experiències educatives basat, principalment, en l'ús de l'EXAO, però que no negligeix la utilització d'altres metodologies i que està estructurat en mòduls que poden ser organitzats de la manera que més convingui, ja sigui dintre de crèdits de Física comuns, variables, de reforç, específics o de síntesi, tant per l'ensenyament obligatori com pel postobligatori.

Complemento aquesta experiència amb un primer bloc que s'utilitza només per a introduir la filosofia de l'EXAO -degut a l'edat no considero aconsellable generalitzar-ne l'ús- però que concreta una altra experiència que estimo molt positiva:

Massa sovint els alumnes i les alumnes ens pregunten per a què serveix estudiar les matemàtiques. Els costa d'entendre una matèria tant abstracta -sobretot quan s'estudia l'àlgebra- i es pregunten si tant d'esforç els ha de servir per quelcom. Per intentar evitar aquest problema, fa set anys vaig proposar unificar els programes de matemàtiques i de ciències experimentals a nivell del 1r curs d'FP del nostre Institut. Els companys de l'àrea em varen encarregar de fer l'experimentació durant el curs 1987-88. Aquest treball el vaig reunir en un dossier on s'estableix la programació, així com el material pel professor i per l'alumne. Des del curs 1988-89 s'imparteixen les matemàtiques i les ciències experimentals conjuntament a tots els primers cursos de l'Institut. Aquesta experiència la valorem molt positivament tots els membres de la nostra àrea.

El que estem intentant també ara és conjuminar els continguts de matemàtiques i de ciències experimentals per l'ESO per poder arribar a modular-los conjuntament.

Dintre d'aquesta línia de treball utilitzo la cinemàtica i l'estàtica com aplicació directa de la proporcionalitat -directa i inversa-, del plantejament i resolució d'equacions -de primer grau, segon grau i sistemes d'equacions- i dels gràfics de funcions de primer i segon grau.

D'aquesta manera es pot aconseguir una millor motivació en l'alumnat de cara a l'estudi d'alguns d'aquests temes.

Però encara que estigui motivat, moltes vegades costa mantenir la seva atenció a l'aula perquè pugui seguir un raonament una mica llarg.

Durant els anys que he actuat com a educador he experimentat diverses metodologies que em permetessin mantenir la seva atenció la màxima estona possible i la que m'ha donat millors resultats, en general, és fer les explicacions a classe utilitzant la tècnica de pregunta-resposta o l'ús de qüestionaris en suport paper. Així cada membre de l'alumnat es veu immers de forma continuada en el que s'està explicant i s'evita una excessiva dispersió. D'aquesta manera també s'aconsegueix fer sortir a fora idees que cada persona té -moltes vegades prou arrelades- però que, pot ser, ni tan sols s'havia plantejat mai; o que busqui

explicacions -i sovint les exposa prou encertadament- sobre fenòmens de la vida quotidiana. *Cal obligar a cada individu a pensar* i això no s'aconsegueix amb una exposició magistral de fets o explicacions que se suposen del tot certs ja a priori.

Per això el material proposat per realitzar les anàlisis de les experiències està en forma de qüestionari i, fins i tot el primer bloc, que estarà basat més en treball de classe que en EXAO, també està estructurat com a preguntes adreçades a l'alumnat, intentant aconseguir sempre les respostes més adients per part seva per poder així conduir-lo pel camí que més ens interessi i aconseguir el fi que ens proposem en cada moment.

Finalment, cal dir que fa uns quants anys que intento esbrinar quines són les idees pre-concebudes que porta l'alumnat sobre la mecànica. En general són molt semblants en tots els casos. També considero que és més positiu el descobriment i tractament d'aquestes idees dintre de cada tema que no pas utilitzant una prova prèvia. Per això, procuro que hi hagi preguntes dirigides en aquest sentit, de tal manera que la resta d'investigacions es dirigeixin a construir sobre els pre-conceptes correctes o a demostrar la seva falsedat.

Crec, doncs, que aquesta experiència pot ser pràctica i útil, no solament pels avantatges psicopedagògics de cara a l'alumne, sinó també per la seva versatilitat des del punt de vista metodològic i d'aplicació, ja que tant es pot utilitzar a l'ESO o al Batxillerat, com al BUP o a l'FP a qualsevol dels seus nivells i, en estar estructurada en mòduls, permet una total autonomia per part del professorat a l'hora del seu aprofitament i aplicació a l'aula.

3. Referència als objectius generals de l'etapa d'educació secundària obligatòria

En el Decret 96/1992, de 28 d'abril, s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria.

En l'article 2 d'aquest decret s'especifiquen les capacitats que l'alumnat ha d'assolir en acabar l'etapa.

El material elaborat fa incidència en aquestes capacitats, concretament en les següents:

Punt 2.1: "*Conèixer i comprendre els aspectes bàsics del funcionament del propi cos i de les conseqüències dels actes i de les decisions personals per a la salut individual i col·lectiva, i valorar els beneficis que comporten els hàbits d'exercici físic, d'higiene i d'una alimentació adequada.*"

Punt 2.2: "*Formar-se una imatge ajustada d'ell mateix, de les pròpies característiques i possibilitats, per desenvolupar un nivell d'autoestima que permeti encarrilar d'una forma autònoma i equilibrada la seva activitat; valorar l'esforç i la superació de les dificultats, i contribuir al benestar individual i col·lectiu.*"

Punt 2.3: "*Relacionar-se amb altres persones i participar en activitats de grup, adoptant actituds de flexibilitat, solidaritat, interès i tolerància, per superar inhibicions i prejudicis i rebutjar tot tipus de discriminacions degudes a l'edat, a la raça, al sexe o a diferències de caràcter físic, psíquic, social i altres característiques personals.*"

Punt 2.5: "*Analitzar els mecanismes bàsics que regeixen i condicionen el medi físic, valorar com hi repercuteixen les activitats humanes i contribuir activament en la seva defensa, conservació i millora com a element determinant de la qualitat de vida.*"

Punt 2.6: "*Conèixer els elements essencials del desenvolupament científic i tecnològic, valorant les seves implicacions sobre la persona, la societat i l'entorn físic.*"

Punt 2.8: "*Comprendre i produir missatges orals i escrits amb propietat, autonomia i creativitat, en llengua catalana i castellana i, si s'escau, en aranès i, almenys, en una llengua estrangera, fent-los servir per comunicar-se i per organitzar els propis pensaments, i per reflexionar sobre els processos implicats en l'ús del llenguatge.*"

Punt 2.9: "*Interpretar i produir missatges amb propietat, autonomia i creativitat, utilitzant codis artístics, científics i tècnics, articulant-los a fi d'enriquir les pròpies possibilitats de comunicació i reflexionar sobre els processos implicats en el seu ús.*"

Punt 2.10: "*Identificar problemes en els diversos camps del coneixement i elaborar estratègies per resoldre'ls, mitjançant procediments intuïtius, de raonament lògic i d'experimentació, bo i reflexionant sobre el procés seguit i el resultat obtingut.*"

Punt 2.11: "*Obtenir, seleccionar, tractar i comunicar informació utilitzant les fonts en què habitualment es troba disponible, i les metodologies i els instruments tecnològics apropiats, procedint de forma organitzada, autònoma i crítica.*"

Punt 2.13: "*Comprendre l'aplicació en l'àmbit professional, dels coneixements adquirits com a preparació i orientació de la futura integració al món laboral.*"

4. Continguts

4.1. Fets, conceptes i sistemes conceptuals

La incidència pel que fa als continguts de fets, conceptes i sistemes conceptuals especificats en el currículum comú de l'educació secundària obligatòria publicat en l'annex del decret esmentat anteriorment, es refereix bàsicament al punt tres i als seus dos apartats i també, en part, al primer apartat del punt cinc:

Punt 2: "*L'energia.*"

Punt 2.1: "*Formes d'energia.*"

Punt 2.2: "*Transformació i conservació de l'energia.*"

Punt 3: "*El moviment i les forces.*"

Punt 3.1: "*El moviment dels cossos.*"

Punt 3.2: "*Les forces com a causa de les deformacions i de la modificació del moviment.*"

Punt 5: "*La Terra.*"

Punt 5.1: "*La Terra com a planeta.*"

Aquests continguts -especificats per blocs- són els següents:

1r bloc

1. Cinemàtica

- 1.1. Trajectòria. Posició i espai recorregut.
- 1.2. Velocitat.
- 1.3. Moviment rectilini uniforme.
- 1.4. Acceleració.
- 1.5. Moviment rectilini uniformement accelerat.
- 1.6. Moviment rectilini uniformement retardat.

2. Estàtica

- 2.1. Efectes estàtic i dinàmic de les forces.
- 2.2. El pes i la gravetat.
- 2.3. Estudi del moviment vertical.
- 2.4. Mesura de forces. Llei de Hooke. El dinamòmetre.
- 2.5. La força com a magnitud vectorial.
- 2.6. Centre de gravetat.
- 2.7. Estudi de l'equilibri.
- 2.8. Composició de forces.

2n bloc

1. Cinemàtica

- 1.1. Estudi de la caiguda d'un cos.
- 1.2. Moviment rectilini uniformement accelerat.

- 1.3. Moviment rectilini uniformement retardat.
- 1.4. Moviment rectilini uniforme.
- 2. Dinàmica
 - 2.1. Lleis de Newton.
 - 2.2. Estudi dinàmic del moviment en un pla: Força de fricció.
 - 2.3. Estudi dinàmic de la rampa.
- 3. Energètica
 - 3.1. Estudi energètic del moviment en un pla: Treball de fricció.
 - 3.2. Estudi energètic d'un moviment rectilini uniformement accelerat.
 - 3.3. Estudi energètic de la rampa.

3r bloc

- 1. Cinemàtica
 - 1.1. Estudi de la caiguda d'un cos.
 - 1.2. Moviment rectilini uniformement accelerat.
 - 1.3. Moviment rectilini uniformement retardat.
 - 1.4. Estudi del tir horitzontal.
 - 1.5. Estudi del tir oblic.
 - 1.6. Moviment circular uniforme.
 - 1.7. Moviment circular uniformement accelerat.
 - 1.8. Projectió d'un moviment circular uniforme sobre un eix: Moviment harmònic simple.
 - 1.9. Estudi de l'oscil·lació d'una molla.
- 2. Dinàmica
 - 2.1. Estudi dinàmic de la màquina d'Atwood.
 - 2.2. Estudi dinàmic del moviment rectilini uniformement accelerat.
 - 2.3. Estudi dinàmic de la rampa.
 - 2.4. Estudi dinàmic de l'oscil·lació d'una molla.
 - 2.5. Estudi del pèndol.
- 3. Energètica
 - 3.1. Estudi energètic de la màquina d'Atwood.
 - 3.2. Estudi energètic del moviment rectilini uniformement accelerat.
 - 3.3. Estudi energètic de la rampa.
 - 3.4. Estudi energètic de l'oscil·lació d'una molla.
- 4. Quantitat de moviment
 - 4.1. Principi de conservació.
 - 4.2. Estudi de les col·lisions.

4.2. Procediments

Pel que fa als continguts de procediments especificats en el currículum comú de l'educació secundària obligatòria publicat en l'annex del decret ja esmentat, es fa

incidència en tots els punts, ja que s'utilitzen els processos inclosos en els tres blocs principals de procediments:

Punt 1: "*Obtenció de la informació.*"

Punt 2: "*Realització d'experiències.*"

Punt 3: "*Tractament, interpretació i expressió de la informació.*"

És per això que he optat per incloure darrere de cada un dels procediments el punt o punts en els que fa incidència.

Són els següents:

1. Utilització en tot moment del llenguatge científic correcte, identificant cada concepte amb la nomenclatura adient. (3.4)
2. Formulació de preguntes dirigides a l'observació i anàlisi de les contradiccions entre les idees dels alumnes i la realitat. (3.1)
3. Propostes de disseny d'experiències per a comprovar diversos fets. (2.4)
4. Observació directa de fenòmens experimentals. (1.1, 1.2, 2.3, 2.4)
5. Utilització de tècniques i mètodes experimentals informatitzats a través de l'equip i el software d'EXAO. (1.3, 2.3, 2.5, 3.1)
6. Manipulació del material informàtic i de laboratori. (2.1, 2.2, 2.5)
7. Mesura i càlcul de les diverses magnituds. (2.4, 2.5, 3.2, 3.3)
8. Interpretació i anàlisi de les experiències. (3.2)
9. Confecció de taules a partir de les dades obtingudes. (3.3)
10. Representació gràfica d'aquestes dades. (3.3)
11. Interpretació dels gràfics. (3.2)
12. Formulació d'hipòtesi de treball a partir d'aquestes dades. (3.2, 3.4)
13. Comparació dels resultats obtinguts en les diverses experiències amb els enunciats de les lleis físiques corresponents. (1.3, 2.3, 3.2)
14. Comparació dels resultats obtinguts en les diverses experiències i dels enunciats de les lleis físiques corresponents amb les seves idees prèvies sobre el tema. (1.3, 2.3, 3.2)
15. Anàlisi de les conclusions a que hagin arribat, comprovant-les experimentalment, si és possible; procurar la identificació de possibles errades i suggerir les causes que les poden haver produït. (1.1, 2.4, 3.1, 3.2, 3.4)
16. Debat sobre les possibles causes d'error en les anàlisis d'alguns mètodes de treball utilitzats i en les hipòtesis formulades. (1.3, 3.2, 3.4)
17. Descripció dels mètodes utilitzats en les diverses experiències. (3.4)
18. Reproducció escrita i oral de les experiències. (3.4)
19. Identificació de magnituds. (1.1, 1.3, 3.2, 3.4)
20. Aplicació de la proporcionalitat a la definició de conceptes físics. (1.3, 3.1, 3.2, 3.3)
21. Definició de conceptes i magnituds. (3.2, 3.4)
22. Identificació, descripció i definició d'unitats. (1.3, 3.2, 3.4)
23. Classificació dels moviments segons les seves característiques. (3.2, 3.4)

24. Quantificació de les diferents magnituds en les experiències. (3.3)
25. Utilització de la mecànica com a aplicació a la resolució d'equacions i sistemes d'equacions de primer i segon grau i com a eina per a la seva comprensió i interpretació. (3.1, 3.2, 3.3, 3.4)
26. Aplicació dels conceptes estudiats a accions i fenòmens observats i utilitzats diàriament, de manera que l'alumne prengui consciència de la importància i intervenció de la física en la vida quotidiana i en la interpretació i explicació d'aquestes accions i fenòmens. (1.1, 1.2, 1.3, 2.4, 2.5, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4)

4.3. Valors, actituds i normes

Pel que fa als continguts de valors, actituds i normes especificats en el currículum comú de l'educació secundària obligatòria publicat en l'annex del decret que he esmentat al principi, també es fa incidència en gairebé tots els punts inclosos en els quatre blocs principals:

Punt 1: "*Respecte pel patrimoni natural.*"

Punt 2: "*Respecte per un mateix i pels altres.*"

Punt 3: "*Sistematització del treball en les ciències experimentals.*"

Punt 4: "*Valoració de l'esperit científic i de la importància de la ciència en la tecnologia.*"

És per això que en aquest cas també he optat per incloure darrere de cada un dels valors, normes o actituds practicats el punt o punts en els que fa incidència.

Són els següents:

1. Normalització del lèxic propi del tema. (3.2, 4.3)
2. Valoració positiva de la utilització de la informàtica en el treball experimental, per la recollida de dades i per les seves anàlisis. (4.4)
3. Preocupació, curiositat i paciència per descobrir i conèixer les causes dels fenòmens, habituant-se a la utilització del mètode científic. (3.2, 4.1, 4.2, 4.3)
4. Comportament d'acord amb unes normes de convivència i de respecte a les persones i a les coses que ens envolten, amb incidència especial envers la natura. (1.2, 1.3, 2.2, 3.3)
5. Actuació davant de la transgressió d'aquestes normes per part d'altres membres de la comunitat. (1.3, 2.1)
6. Valoració positiva de la crítica constructiva. (2.2)
7. Esperit crític davant dels propis errors. (2.2)
8. Tolerància davant dels errors d'altri. (2.2)
9. Respecte per les idees dels altres, per més diferents que puguin ser de les seves. En el cas de que siguin errònies, que cerqui la manera de demostrar-ho, si és possible. (2.2, 3.3)
10. Capacitat de cercar l'ajut necessari per resoldre les pròpies dificultats. (2.2, 3.3)

11. Solidaritat envers els companys, sobretot pels que tenen menys capacitats. (2.2, 3.3)
12. Capacitat de treballar fructíferament en equip. (2.2, 3.3)
13. Habituar-se a compartir el material. (2.2, 3.3)
14. Portar el material de classe necessari per cada activitat d'aprenentatge. (3.1, 3.2)
15. Capacitat espacial d'abstracció per interpretar representacions gràfiques. (4.3)
16. Capacitat d'utilitzar les fonts d'informació i els mitjans àudio-visuals a l'abast. (2.2, 4.4)
17. Capacitat de formar el seu propi criteri, exposar-lo de forma entenedora i defensar-lo amb correcció, però que sàpiga reconèixer si s'ha equivocat i el rectifiqui. (2.3, 4.3)
18. Habituar-se a raonar ordenadament un problema o una qüestió. (2.2, 3.2, 4.1, 4.3)
19. Habituar-se a ser ordenat, precís i polit en el treball experimental i a l'hora de presentar els treballs. (3.1, 3.2, 4.1, 4.3)
20. Habituar-se a la planificació de la feina, a elaborar i seguir un horari. (3.1, 3.2, 4.3)
21. Preocupació per prendre correctament els apunts i aprofitar al màxim els mètodes d'estudi al seu abast. (3.1, 4.3)
22. Acostumar-se a respectar les instal·lacions i el material propi i aliè, deixant sempre els locals que utilitza perfectament nets i ordenats. (3.1)
23. Acceptació de l'honestetat, imparcialitat i objectivitat a l'hora de presentar les dades obtingudes. (2.2, 3.2, 4.3)
24. Valoració positiva de la seguretat en el treball. (2.1, 3.1, 3.2)
25. Habituar-se a ser puntual. (3.1, 3.3)

5. Continguts conceptuals, procedimentals i actitudinals que estan relacionats amb la tecnologia de la informació

Procediments

Punt 1.3: "*Utilització de mitjans tecnològics (àudio-visuals, informàtics i telemàtics), de documentació impresa i de fonts de transmissió oral de temàtica científica.*"

Punt 2.5: "*Ús de mitjans automàtics per al registre de dades experimentals.*"

Punt 3: "*Tractament, interpretació i expressió de la informació.*"

Punt 3.1: "*Utilització de tècniques per copsar i posar en relleu la informació.*"

Punt 3.2: "*Interpretació de la informació recollida.*"

Punt 3.3: "**Tractament de dades** numèriques, en càlculs i gràfics."

Valors, normes i actituds

Punt 4: "*Valoració de l'esperit científic i de la importància de la ciència en la tecnologia.*"

Punt 4.4: "*Valoració de la importància de l'avenç científico-tecnològic en la millora de la qualitat de vida.*"

6. Referència als objectius generals de l'àrea de ciències de la naturalesa

En l'annex del mateix decret que he fet referència abans s'especifica el currículum comú de l'educació secundària obligatòria.

La incidència del material elaborat pels tres blocs en els objectius generals de l'àrea de ciències de la naturalesa és la següent:

Punt 1: "***Emprar els coneixements científics per comprendre a grans trets l'evolució científico-tecnològica de la nostra societat i per donar suport a les opinions envers aspectes que afecten l'organització social, com ara l'aprofitament i l'ús de diverses fonts d'energia; l'ús adequat i la conservació de matèries primeres, el reciclatge de materials, la solució a problemes mèdico-sanitaris, la invenció i ús d'aparells i nous materials que facilitin la vida de les persones.***"

Punt 2: "***Valorar actituds científiques com la curiositat, l'objectivitat, l'observació, i els processos en la investigació científica per tal d'obrir-se receptivament a l'entorn i per distingir la superstició de la ciència pel fet d'adonar-se que és aquesta la que pot explicar els fenòmens.***"

Punt 4: "***Observar, analitzar i classificar objectes, organismes, fenòmens i processos relacionats amb l'entorn físic.***"

Punt 5: "***Utilitzar de forma correcta l'instrumental científic necessari per fer observacions i experimentacions adequades a la seva edat, tant en el treball de camp com en el laboratori, iniciar-se en el procés d'experimentació científica mitjançant l'elaboració i la realització de dissenys experimentals senzills, i expressar correctament les observacions realitzades i les mesures preses en forma d'esquemes, de quadre de dades, de taules, de gràfics i d'altres sistemes.***"

Punt 6: "***Demostrar que ha adquirit el coneixement de la terminologia científica i simbologia bàsica necessària per comprendre textos científics adequats a la seva edat i per descriure o explicar els coneixements o les opinions sobre temes relacionats amb la ciència.***"

Punt 7: "***Reconèixer que l'univers està constituït per diferents tipus d'unitats discretes de matèria (àtoms i molècules, cèl·lules, organismes, astres) i saber-les classificar i relacionar entre elles.***"

Punt 8: "***Reconèixer canvis que constantment es produeixen en l'entorn i, més en general, a l'univers; algunes de les seves causes; la possibilitat que siguin cíclics o puntuals i si són observables o s'han d'inferir a partir de dades.***"

Punt 10: "***Conèixer el cos humà i comprendre'n el funcionament per tal d'utilitzar aquests coneixements per tenir cura de la salut, tot adquirint aquells hàbits d'higiene, alimentació i profilaxi que seran útils al llarg de la vida.***"

7. Referència als objectius terminals de l'àrea de ciències de la naturalesa

La incidència del material elaborat pels tres blocs en els objectius terminals de l'àrea de ciències de la naturalesa, publicats en el mateix annex, és la següent:

Punt 10: "*Assenyalar que tota transmissió d'energia a un sistema hi provoca un canvi i distingir diferents formes i manifestacions de l'energia: energies potencial gravitatòria, cinètica, tèrmica, nuclear, química, lluminosa, i sonora, i identificar-ne transformacions energètiques en situacions simples, com en un circuit elèctric, en una combustió, en un escalfament per fricció, en un aparell d'ús quotidià i en el cas més complex d'una central elèctrica.*"

Punt 11: "*Analitzar el principi de conservació de l'energia en casos concrets i senzills, l'aprofitament de l'energia en màquines i dispositius, tot recalcant-ne la idea de rendiment.*"

Punt 14: "*Descriure els conceptes de moviment, velocitat i acceleració aplicats a moviments rectilinis, i assenyalar la importància d'utilitzar un sistema de referència en l'estudi del moviment.*"

Punt 15: "*Determinar el període i la velocitat lineal d'un mòbil que descriu un moviment circular uniforme, com la Terra, en una aproximació del seu moviment de translació a un moviment circular.*"

Punt 16: "*Interpretar les forces com a resultat de la interacció entre cossos i identificar diversos tipus de forces que actuen en situacions quotidianes, l'efecte que provoquen i les aplicacions tecnològiques que se'n deriven, i explicar les interaccions entre cossos, causades per les seves masses i càrregues, d'acord amb les lleis de la gravitació universal i de Coulomb.*"

Punt 17: "*Associar la noció intuïtiva del pes d'un cos a una força que depèn de la seva massa i de l'acceleració de la gravetat a la qual està sotmès i que, per tant, varia segons el planeta de referència, i aplicar les lleis de Newton a situacions senzilles de la vida quotidiana.*"

Punt 18: "*Utilitzar correctament les unitats de les magnituds emprant, sobretot el sistema internacional i també altres unitats d'ús quotidià.*"

Punt 38: "*Adonar-se que qualsevol sistema (físico-químic, biològic, geològic o ecològic) tendeix a l'equilibri i que una modificació de les condicions del sistema provoca un desequilibri per tendir, de nou, a l'equilibri; comprovar-ho en el cas del bescanvi calorífic entre cossos que es troben en contacte i a diferent temperatura.*"

Punt 39: "*Observar mostres, éssers vius i fenòmens a ull nu i amb instruments senzills, i fer-ne una descripció o dibuix acurat tot seleccionant-ne els trets significatius.*"

Punt 41: "*Observar analíticament informació científica en forma d'imatges fixes, com ara dibuixos, fotografies, esquemes, diagrames o mapes topogràfics, mapes meteorològics senzills, models i maquetes tant reals com en suport informàtic.*"

Punt 42: "*Extreure les idees bàsiques de textos científics senzills, de vídeos científics i de simulacions interactives per ordinador.*"

Punt 43: "*Recollir ordenadament la informació de caire científic tramesa pel professor o per altres fonts orals, buscar informació bibliogràfica a l'abast i manejar-la adequadament.*"

Punt 44: "*Identificar el problema que es planteja en una experiència, seguir el guió de treball i entendre el fonament científic d'aquesta, inclosa la possible necessitat d'emprar proves en blanc o de control; seleccionar els instruments de mesura i els aparells i estris adequats a l'objectiu previst.*"

Punt 45: "*Utilitzar, anomenar i netejar adequadament els materials i els instruments de mesura d'ús més freqüent en el treball de laboratori o de camp i adoptar les normes de seguretat necessàries per a la manipulació de materials, estris i equipaments.*"

Punt 46: "*Realitzar experiències senzilles que palesin fenòmens físics, químics, biològics i geològics; observar, si és avinent, l'efecte de la modificació de variables que hi intervenen i, si cal, construir muntatges senzills emprant el material de laboratori adequat.*"

Punt 47: "*Confeccionar una pauta de treball experimental per a la resolució d'un problema o comprovació d'una hipòtesi amb la posterior realització i discussió de l'experiment dissenyat, amb la finalitat de simular la metodologia científica i d'identificar-la i valorar-la com a mètode emprat en la recerca.*"

Punt 48: "*Enregistrar de forma ordenada i precisa, manualment o informàtica, en taules de doble entrada i llistes ordenades, les dades representatives obtingudes en una observació directa o en les experiències, i també dibuixar, realitzar diagrames, esquematitzar, fer descripcions orals o escrites d'objectes, éssers, fenòmens o processos senzills, recollint les característiques més rellevants de l'objecte d'observació.*"

Punt 49: "*Usar instrumentació automàtica per al registre de dades experimentals.*"

Punt 50: "*Interpretar i elaborar representacions gràfiques d'una variable, manualment i utilitzant un full de càlcul, mitjançant diagrames de barres, histogrames, diagrames de sectors, gràfiques cartesianes o altres tipus de gràfics.*"

Punt 51: "*Resoldre problemes numèrics senzills relacionats amb alguns continguts, amb la posterior discussió sobre la coherència del resultat.*"

Punt 52: "*Participar en debats, realitzar exposicions verbals, escrites o visuals, resumir oralment i per escrit el contingut d'una explicació oral o escrita senzilla, sempre emprant el lèxic propi de les ciències experimentals i tenint present la correcció en l'expressió.*"

Punt 53: "*Seleccionar criteris de classificació d'utilitat pràctica i comparar-los amb els criteris reconeguts per la comunitat científica, i manejar claus dicotòmiques simples per classificar minerals, roques i éssers vius.*"

Punt 54: *"Interrogar-se davant fenòmens i fets per buscar-ne l'explicació científica i rebutjar-ne explicacions supersticioses o mítiques."*

Punt 55: *"Reflexionar sobre l'actitud quotidiana personal envers problemes com ara la generació de deixalles, el mal ús de l'energia i de l'aigua, la contaminació i la limitació dels recursos naturals des de la perspectiva de voler trobar vies alternatives que puguin comportar canvis d'actituds."*

Punt 56: *"Manifestar-se respectuós i tolerant en la comunicació amb les idees i amb les persones, i posar l'esperit de cooperació per davant del de competició en la realització de treballs en grup, per tal d'extreure'n resultats reeixits."*

Punt 57: *"Valorar les solucions històriques donades per la ciència a problemes plantejats pels humans i les solucions tecnològiques que milloren la nostra qualitat de vida."*

Punt 58: *"Treballar amb ordre, pulcritud, netedat, exactitud i precisió en les diferents tasques pròpies de l'aprenentatge de les ciències especialment les de caire experimental."*

8. Objectius didàctics

Una vegada fetes les referències als objectius generals i als objectius terminals de l'àrea de ciències de la naturalesa en què es fa incidència, exposo, a continuació, uns objectius generals a assolir que són vàlids -amb les adaptacions necessàries- pels tres nivells tractats.

L'alumnat s'exercitarà en les següents accions i capacitats:

1. Introduir l'ús de les noves tecnologies -en aquest cas de la informàtica- en el treball de laboratori.
2. Exercitar-se en l'ús de l'ordinador com a eina per la recollida de dades experimentals i per les seves anàlisis.
3. Aplicar l'EXAO a la mecànica amb la realització i posterior anàlisi de les diverses experiències.
4. Introduir-se -i aprofundir més tard- en el funcionament de l'equip d'EXAO: explicar el seu funcionament, els sensors d'efecte Hall i el programa de software que permet fer les mesures.
5. Prendre mides amb exactitud i precisió i interpretar els gràfics obtinguts amb els sensors, deduint-ne les característiques del moviment que els ha produït.
6. Ressaltar la necessitat d'establir un punt -o sistema- de referència i observar els canvis que es produeixen quan se'l varia.
7. Confeccionar taules amb els valors obtinguts, fer els gràfics corresponents i interpretar-los.
8. Treure conclusions i establir hipòtesis a partir d'aquests resultats.
9. Comparar aquestes conclusions i hipòtesis amb les lleis físiques ja establertes, comprovant-ne la correcció.
10. Comparar les seves idees prèvies sobre el tema amb les Lleis Físiques ja establertes, comprovant-ne la correcció.
11. Analitzar els resultats obtinguts procurant la identificació de possibles errors, proposant les causes que els hagin pogut produir i suggerint la forma d'evitar-los.
12. Relacionar els diversos tipus de moviment amb les característiques dels gràfics posició-temps, velocitat-temps i acceleració-temps.
13. Correlacionar els gràfics obtinguts amb les equacions que relacionen les magnituds representades en cada tipus de moviment.
14. Classificar els diversos tipus de moviment estudiats en funció de les seves característiques comuns i diferencials.
15. Determinar, definir i interpretar les constants de proporcionalitat deduïdes a partir de l'observació de les taules obtingudes.
16. Utilitzar les diverses experiències com a aplicació de la proporcionalitat i de la resolució d'equacions i sistemes d'equacions de primer i segon grau.
17. Comprovar experimentalment diversos fets de difícil comprensió intuïtiva.
18. Descobrir experimentalment diverses lleis i principis de la mecànica.
19. Comparar, diferenciar i consolidar experimentalment diverses magnituds i conceptes a partir de les experiències realitzades.

20. Reflexionar i valorar les actituds pròpies i alienes envers l'ús de l'energia, les repercussions d'aquestes actituds sobre el medi ambient i els canvis que s'haurien de produir en aquestes actituds.
21. Comprovar si les seves idees prèvies estan d'acord amb el fets experimentals.
22. Acceptar la recerca de dades encara que el procediment a seguir resulti llarg.
23. Delectar-se a trobar respostes a través de l'esforç personal.
24. Habituat-se a mantenir la constància en el treball.
25. Participar activament en les activitats de classe.
26. Utilitzar en tot moment el llenguatge científic correcte i explicitar les unitats corresponents a cada magnitud.
27. Reproduir correctament de forma oral i escrita les experiències realitzades seguint una estructura perfectament ordenada i respectant en tot moment les regles ortogràfiques.
28. Valorar positivament la importància del treball ben fet i la seva planificació.
29. Delectar-se en conèixer i descobrir les causes dels fenòmens.
30. Valorar positivament la crítica constructiva.
31. Practicar el treball en grup i ajudar la resta de l'alumnat en tot el que pugui.
32. Demanar ajut al professorat o a la resta de l'alumnat sempre que en necessiti.
33. Reconèixer els seus errors i fer el possible per esmenar-los.
34. Habituat-se a portar sempre tot el material que necessiti i a compartir amb els companys el material seu i el del laboratori.
35. Manipular correctament el material de laboratori i el material informàtic.
36. Valorar positivament la seguretat al laboratori.
37. Aprofitar els mitjans àudio-visuals al seu abast.
38. Ser puntual.

9. Activitats d'ensenyament i d'aprenentatge

Aquestes activitats estan agrupades en tres blocs diferents. Cadascun d'ells correspon a un nivell d'ensenyament diferent, tal com ja he especificat al començament. De fet, representen una evolució en els coneixements de l'alumnat, però estan estructurats independentment, de tal manera que es puguin utilitzar qualsevol dels tres blocs sense necessitat dels altres. Els qüestionaris de les primeres pràctiques, per exemple, tenen un format molt semblant per a cada bloc i, poc a poc, van evolucionant fins a transformar-se en això, purs qüestionaris que l'alumnat haurà de contestar seguint l'esquema de treball proposat en els que ha resolt anteriorment.

He procurat fer la redacció d'aquest material deixant la màxima llibertat al professorat que vulgui utilitzar-lo, perquè cadascú decideixi per ell mateix segons el seu propi criteri, no tan sols la millor metodologia que ha de fer servir en cada cas sinó, fins i tot, el nivell d'importància que cal concedir a cada tema i a cada qüestió.

També he intentat que sigui prou variada la forma d'enfocar els temes. Des de les simulacions amb valors exactes per definir els diversos conceptes fins a les pràctiques totalment reals executades amb el suport de l'EXAO (EXperimentació Assistida per Ordinador) subministrat pel PIE, passant per les pràctiques tradicionals de manipulació directa per part de l'alumnat o l'anàlisi de textos -inclosos també com a material de repàs-, el ventall és prou variat per evitar l'avorriment i prou semblant per evitar de despistar l'alumnat amb canvis constants i excessivament dràstics dels mètodes de treball.

Al principi de cada bloc hi ha una petita presentació on s'especifiquen els trets més característics de les activitats que conté, així com alguns suggeriments sobre les tècniques i metodologies que es poden utilitzar, que trobareu més explicitades en els apartats finals d'aquest treball.

9.1. Primer bloc

Aquest primer bloc de material didàctic està pensat com una introducció a la mecànica física on, a partir de simulacions de diversos moviments es van introduint els conceptes de la cinemàtica i de l'estàtica, així com també les característiques dels diversos tipus de moviments.

Aquest treball d'introducció i de definició de conceptes es basa en conceptes matemàtics tals com la proporcionalitat i les funcions de primer i de segon grau, justificant així la necessitat del seu estudi previ des del punt de vista purament matemàtic.

Aquest bloc està estructurat com un diàleg establert a classe, on el professorat planteja les preguntes i l'alumnat les ha de respondre.

Es pot utilitzar de forma pràcticament textual.

Quan les respostes que s'obtenen no són les esperades, cal replantejar les preguntes a fi d'obtenir-les.

He utilitzat formats diferents per facilitar la lectura i el seguiment. Bàsicament en són quatre:

⌘ Aquest és el format de les preguntes.

® Aquest és el format de les respostes.

Aquest és el format de les explicacions que el professorat ha de fer directament.

Aquest és el format dels exercicis.

Els comentaris els trobareu en forma de notes a peu de pàgina.

Com a aplicació dels diversos temes es proposen unes quantes pràctiques. Per a cadascuna d'elles s'ha inclòs el qüestionari corresponent en la posició on crec que és més convenient realitzar-les.

Pel que fa a les pràctiques realitzades mitjançant EXAO, s'inclou el gràfic amb les dades necessàries per poder contestar totes les preguntes i fer una anàlisi exhaustiva del moviment. El que faig a classe és una demostració de la recollida de dades. Cal introduir poc a poc l'alumnat en la filosofia d'aquesta tècnica d'experimentació.

En la que correspon al "descobriment" de la llei de Hooke la tècnica que utilitzo normalment és la del treball en grups. Reparteixo fins la qüestió nº 10 -un joc de fulls per cada membre del grup i un altre joc pel grup-. Quan tenen aquestes qüestions complertes, em lliuren la còpia que correspon al joc que els havia entregat pel grup i, aleshores els dono la resta de les qüestions. D'aquesta manera queda constància de quines han estat, realment, les seves conclusions. En retornar la còpia de grup corresponent a les últimes qüestions, es pot comprovar si realment saben reconèixer on s'han equivocat i si saben esmenar les errades comeses.

Una vegada contestats els qüestionaris de forma individual o en grup, es fa una posada en comú a classe, iniciant-se un debat on es contrasten els resultats obtinguts i es discuteixen les conclusions que se n'han deduït.

Cal aprofitar la definició de nous conceptes i càlculs de magnituds per introduir l'alumnat en la utilització de la tècnica de les *guies de treball* o *bases d'orientació*.

9.1.1. Cinemàtica

La cinemàtica és la part de la física que estudia els moviments.

Per què sempre que comencem a estudiar la física ho fem per la cinemàtica?

Si recordeu quan parlàvem dels Sistemes d'Unitats, vèiem que hi havia unes **magnituds** que anomenàvem **fonamentals** que eren la base, a partir de les quals, podríem deduir totes les altres, que anomenàvem **derivades**.

⌘ Recordeu quines eren aquestes **magnituds fonamentals** en el **Sistema Internacional d'unitats (SI)**?

® *Longitud, massa i temps.*

Si us hi fixeu, us adonareu que combinant-ne dues obtenim un moviment: recorrem una **longitud** en un **temps** determinat. A partir d'aquestes dues magnituds en podrem anar deduint d'altres.

De la massa ja en parlarem més endavant.

Qualsevol objecte en moviment l'anomenem mòbil.

Qualsevol mòbil, en moure's, segueix un camí.

Anomenarem trajectòria la línia que descriu en l'espai un cos (un punt) quan es mou.

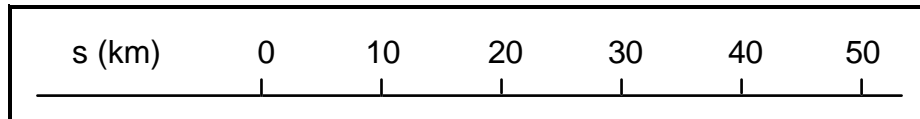
Segons la forma d'aquesta trajectòria tindrem diferents tipus de moviments: rectilinis, curvilinis, circulars, el·líptics, parabòlics, etc....

Nosaltres, aquest curs, només estudiarem moviments rectilinis.

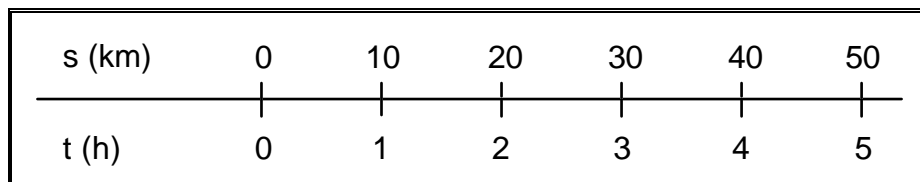
Per tant, a partir d'aquest moment, tot el que diguem estarà referit a moviments rectilinis i, encara que no ho especifiquem, totes les simulacions es referiran a moviments perfectament rectilinis.

9.1.1.1. Velocitat

Imaginem-nos que anem a una competició d'atletisme i tenim l'atleta situat al començament d'una carretera recta amb fites per marcar la **posició** on es troba l'atleta en cada moment. La podríem representar així:



Imaginem-nos que l'atleta es mou seguint aquesta carretera i, per controlar el seu moviment, col·loquem un cronometrador al costat de cada fita que mesura el temps transcorregut des que l'atleta es posa en moviment fins que passa pel seu davant. Els resultats obtinguts els podríem representar així:



∅ Amb aquestes dades, confeccioneu una taula **posició-temps**.

® Suposo que l'heu fet com ara aquesta:

<i>s (km)</i>	<i>0</i>	<i>10</i>	<i>20</i>	<i>30</i>	<i>40</i>	<i>50</i>
<i>t(h)</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>

∅ Amb les mateixes dades, confeccioneu també una taula **espai recorregut-temps**. Com ho fareu per calcular l'espai recorregut?

® Restant a cada posició *s* el valor de la posició inicial *s*₀.
Suposo que l'heu fet com aquesta:

$s-s_0$ (km)	0-0	10-0	20-0	30-0	40-0	50-0
	0	10	20	30	40	50
t (h)	0	1	2	3	4	5

- ⌘ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquestes dues taules?
- Ⓜ *Evidentment, tenen els mateixos valors.*
- ⌘ A què pot ser degut això?
- Ⓜ *A que la posició inicial és zero; hem començat a comptar el temps quan la posició de l'atleta era zero.*
- ⌘ Què més hi observeu?
- Ⓜ *Que per cada hora que augmenta el temps, la posició i l'espai recorregut augmenten 10 km.*
- ⌘ I com ho diríem això utilitzant vocabulari matemàtic?
- Ⓜ *Que són directament proporcionals.*
- ⌘ Com ho fariem per comprovar-ho?
- Ⓜ *Fent una sèrie de raons entre els valors de la posició o l'espai recorregut i el temps.*
- ⌘ Feu-les, doncs.
- Ⓜ *Han de ser com aquestes:*

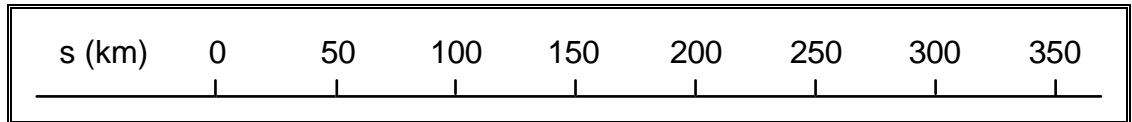
$$\frac{10 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{20 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{30 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{40 \text{ km}}{4 \text{ h}} = \frac{50 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 10 \text{ km/h}$$

$$\frac{10 \text{ km} - 0 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{20 \text{ km} - 0 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{30 \text{ km} - 0 \text{ km}}{3 \text{ h}} = \frac{40 \text{ km} - 0 \text{ km}}{4 \text{ h}} = \frac{50 \text{ km} - 0 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 10 \text{ km/h}$$

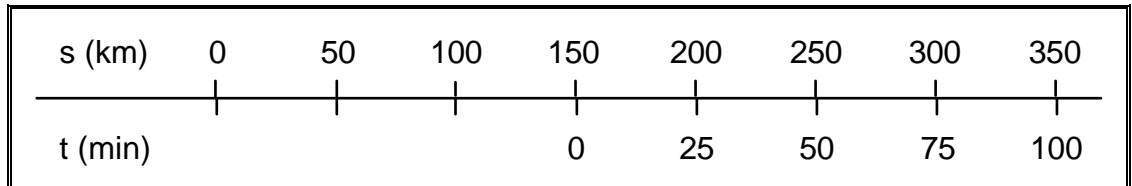
on 10 km/h és la raó de la sèrie, la mateixa en ambdós casos.

- ⌘ Però, així, doncs, tant la posició com l'espai recorregut són directament proporcionals al temps?
- Ⓜ *En aquest exemple no ho podem diferenciar bé perquè les dues taules i, per tant, les dues sèries de raons són idèntiques.*
- ⌘ Per què hem dit que eren idèntiques?
- Ⓜ *Perquè la posició inicial és zero.*
- ⌘ Com ho podríem fer per poder-les diferenciar?
- Ⓜ *Caldria triar una altra situació en què la posició inicial fos diferent de zero.*
- ⌘ Dissenyeu aquesta nova situació i comproveu quina de les dues magnituds és directament proporcional al temps o si, realment, ho són totes dues.
- Ⓜ *Hauria de ser com ara aquesta:
(Cal aprofitar i comentar les que ells hagin dissenyat)*

Imaginem-nos ara que tenim un cotxe situat al començament d'una carretera recta amb fites per marcar la **posició** on es troba el cotxe en cada moment, que podríem representar així:



Imaginem-nos que aquest cotxe es mou seguint aquesta carretera i, per controlar el seu moviment, col·loquem un cronometrador al costat de cada fita -a partir de la que indica els 150 km- que mesura el temps transcorregut des que el cotxe es posa en moviment fins que passa pel seu davant. Els resultats obtinguts els podríem representar així:



- ⊗ Amb aquestes dades, confeccioneu una taula posició-temps.
- Ⓜ Suposo que l'heu fet com ara aquesta:

<i>s (km)</i>	150	200	250	300	350
<i>t(min)</i>	0	25	50	75	100

- ⊗ Amb aquestes dades, confeccioneu ara també una taula espai recorregut-temps. Com ho fareu per calcular l'espai recorregut?
- Ⓜ Restant a cada posició *s* el valor de la posició inicial *s*₀.
Suposo que l'heu fet com aquesta:

	150-150	200-150	250-150	300-150	350-150
<i>s-s₀ (km)</i>	0	50	100	150	200
<i>t (min)</i>	0	25	50	75	100

- ⊗ Com ho faríem ara per comprovar si és la posició o l'espai recorregut el que és directament proporcional al temps?
- Ⓜ Fent una sèrie de raons entre els valors de la posició o l'espai recorregut i el temps.
- ⊗ Feu-les, doncs.
- Ⓜ Han de ser com aquestes:

$$\frac{200 \text{ km}}{25 \text{ min}} \neq \frac{250 \text{ km}}{50 \text{ min}} \neq \frac{300 \text{ km}}{75 \text{ min}} \neq \frac{350 \text{ km}}{100 \text{ min}}$$

Les raons no són iguals. No podem formar una sèrie de raons: La posició no és directament proporcional al temps.

$$\frac{200 \text{ km} - 150 \text{ km}}{25 \text{ min}} = \frac{250 \text{ km} - 150 \text{ km}}{50 \text{ min}} = \frac{300 \text{ km} - 150 \text{ km}}{75 \text{ min}} = \frac{350 \text{ km} - 150 \text{ km}}{100 \text{ min}} = 2 \text{ km/min}$$

És clar, doncs, que les magnituds que sí són directament proporcionals són l'espai recorregut i el temps.

En aquest cas la raó de la sèrie val 2 km/min.

- ⊗ Què ens diu a nosaltres aquesta raó de la sèrie?
- Ⓜ Ens diu que cada minut aquest cotxe recorre 2 km.

A aquesta raó de la sèrie o constant de proporcionalitat, l'anomenem **velocitat**.

- ⊗ Què ens expressa, doncs, la velocitat?
- Ⓜ Ens diu l'espai recorregut en una unitat de temps.
- ⊗ Segons això, com hauríem de definir la velocitat?
- Ⓜ La definiríem com: "**l'espai recorregut en una unitat de temps**" (en aquest cas, en un minut).
- ⊗ Seguint aquesta definició i fixant-nos en el que representa cada una de les raons que hem escrit, podríeu escriure l'equació general de la velocitat?

$$v = \frac{s - s_0}{t}$$

Cal que ens fixem també que segons les unitats que hem utilitzat en mesurar la posició i el temps, també ens han sortit diferents les unitats de velocitat.

En els Sistemes d'Unitats que utilitzem a física, caldrà definir les unitats de velocitat a partir de les de longitud i temps, que són magnituds fonamentals a tots tres sistemes, tal com hem comentat al començament.

- ⊗ Deduïu, doncs, ara, quines serien les unitats de velocitat per cadascun dels tres sistemes d'unitats.
- Ⓜ Suposo que haureu arribat a aquesta conclusió:

	<i>s</i>	<i>t</i>	$v = \frac{s - s_0}{t}$
CGS	<i>cm</i>	<i>s</i>	<i>cm/s</i>
MKS	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>m/s</i>
Tècnic	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>m/s</i>

- ⊗ Calculeu quines són les equivalències entre aquestes unitats de velocitat. (Sempre utilitzant factors de conversió)

Imaginem-nos ara una moto que va de Figueres a Girona (aprox. 40 km) en 20 minuts.

- ⊗ A quina velocitat hi ha anat?
 ® Per saber-ho haurem de dividir l'espai total recorregut pel temps total utilitzat.

$$v = \frac{40 \text{ km}}{20 \text{ min}} = 2 \text{ km}/\text{min}$$

- ⊗ Tota l'estona ha anat a la mateixa velocitat?
 ® Pot ser, però normalment, no. Hi haurà hagut estones que haurà anat més de pressa i d'altres que haurà anat més poc a poc.

La velocitat que hem calculat és l'anomenada **velocitat mitjana**.

Per tant,

$$v_m = \frac{s - s_0}{t}$$

Per augmentar la velocitat cal que acceleri, en canvi, quan frena la disminueix.

- ⊗ Quina velocitat portava quan passava per Bàscara?
 ® En aquest cas, només la podríem saber mirant el velocímetre en aquell moment.

Aquesta és l'anomenada **velocitat instantània**.

En els dos moviments que acabem de comentar, hem vist que la velocitat es manté constant, per tant la velocitat instantània a cada moment i la velocitat mitjana, coincideixen durant tot el moviment.

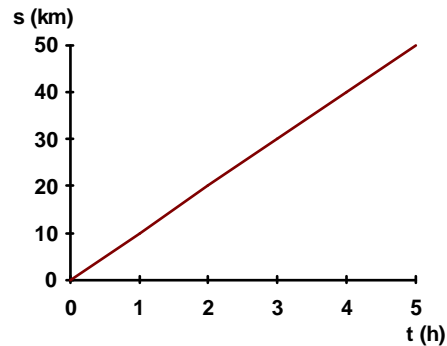
Tot seguit anem a estudiar diversos tipus de moviment. Veurem que, en alguns d'ells, podrem calcular el valor de la velocitat del mòbil en un instant determinat i la relacionarem amb la velocitat mitjana de tot el moviment.

1. Per anar de Figueres a Llançà un cotxe ha circulat a una velocitat mitjana de 90 km/h. Expressa aquesta velocitat en km/min i en m/s. Quin espai haurà recorregut en mig minut?

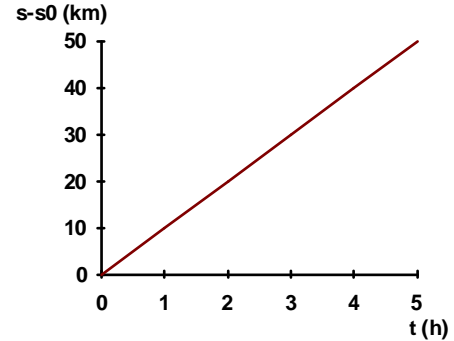
9.1.1.2. Moviment uniforme

Tornem ara a les simulacions que hem estudiat abans:

☞ Representeu gràficament les taules s/t i s-s₀/t del moviment de l'atleta.



GRÀFIC N° 1



GRÀFIC N° 2

Ⓜ Els dos gràfics són iguals: una línia recta que passa per l'origen de coordenades.

☞ Recordeu quin tipus de funcions tenen com a representació gràfica una línia recta?

Ⓜ Les funcions de primer grau.

☞ Quina és l'equació general que correspon a aquest tipus de funcions?

Ⓜ $y = ax + b$ on a i b són valors constants característics de cada funció.

☞ Els gràfics de les funcions de primer grau passen sempre per l'origen de coordenades?

Ⓜ No. Només hi passen els que tenen l'ordenada a l'origen igual a zero, és a dir, $b=0$.

☞ Podríeu escriure l'equació general que correspon a les funcions que tenen com a gràfic una línia recta que passa pel centre de coordenades?

Ⓜ Si $b=0 \Rightarrow y = ax$

☞ Relacioneu aquestes equacions generals que acabeu d'escriure amb les equacions de la posició en funció del temps i l'espai recorregut en funció del temps.

Ⓜ

$$v = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow s - s_0 = v \cdot t \Rightarrow s = v \cdot t + s_0$$

L'equació de l'espai recorregut en funció del temps correspon a l'equació general de les funcions que tenen com a gràfic una línia recta que passa pel centre de coordenades.

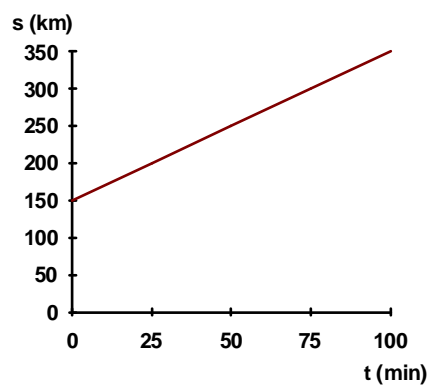
L'equació de la posició en funció del temps correspon a l'equació general de les funcions que tenen com a gràfic una línia recta. Però en aquest cas, com que $s_0=0$, quedarà

$$s = v \cdot t$$

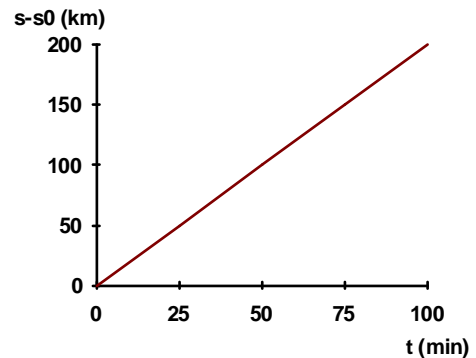
i la recta també passa pel centre de coordenades.

Sempre que $s_0=0$ les equacions de l'espai recorregut en funció del temps i de la posició en funció del temps són iguals i, per tant, les taules de valors i els gràfics corresponents també ho seran.

- ∅ Escriuiu les equacions de l'espai recorregut en funció del temps i de la posició en funció del temps que corresponen a aquest moviment.
- Ⓜ La de l'espai recorregut és: $s - s_0 = 10 \text{ km} / \text{h} \cdot t$
La de la posició és: $s = 10 \text{ km} / \text{h} \cdot t$
Totes dues són equacions de primer grau que han de tenir com a gràfic una línia recta que, en aquest cas, ha de passar pel centre de coordenades.
- ∅ Representeu gràficament les taules s/t i s-s₀/t del moviment del cotxe.



GRÀFIC N° 3



GRÀFIC N° 4

- Ⓜ També tenen la mateixa forma, encara que no són iguals entre ells.
- ∅ El gràfic posició-temps de l'atleta passa per l'origen i el del cotxe no. A què pot ser degut això?
- Ⓜ A que la posició inicial de l'atleta era zero i la del cotxe era 150 km.
- ∅ Aquests gràfics, es corresponen amb les equacions que has deduït anteriorment?
- Ⓜ Perfectament:
Ja hem dit que el gràfic espai recorregut-temps sempre haurà de passar per l'origen, ja que no té terme independent (l'ordenada a l'origen sempre val zero).
Pel que fa al gràfic posició-temps, com què en aquest cas la posició inicial és diferent de zero,

$$s = 2 \text{ km} / \text{min} \cdot t + 150 \text{ km}$$

L'ordenada a l'origen té un valor de 150 km, que és el punt per on la recta talla l'eix d'ordenades i que correspon al valor de la posició inicial.

- ∅ Podríeu relacionar aquestes equacions i els gràfics obtinguts amb el fet que dues magnituds siguin directament proporcionals?
- Ⓜ Perquè dues magnituds y i x siguin directament proporcionals s'ha de complir que

$$\frac{y}{x} = a$$

on a és una constant. Com què aquesta igualtat també la podem escriure com

$$y = a \cdot x$$

resulta una equació que té com a gràfic una recta que passa per l'origen, tal com hem deduït abans.

Segons això, si dues magnituds són directament proporcionals, la representació gràfica d'una d'elles en funció de l'altra, ha de donar com a resultat una línia recta que passa per l'origen de coordenades.

Aquesta afirmació es pot comprovar fàcilment comparant els gràfics amb els resultats que hem obtingut fent les sèries de raons.

2. Representa en una mateixa gràfica posició-temps els següents moviments:

- Un atleta que recorre 100 m en 10 segons.
- Un cotxe que recorre 100 m en 4 segons.
- Un avió que recorre 100 m en 0,5 segons.

a) Observa els tres gràfics. A quina conclusió arribes?

b) Escriu l'equació de la posició en funció del temps per a cada cas. Estan d'acord amb les teves conclusions anteriors?

⊗ Feu ara la taula i el gràfic v/t dels dos moviments.

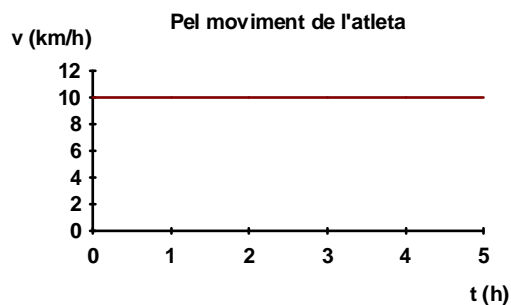
Ⓜ Pel moviment de l'atleta:

v (km/h)	10	10	10	10	10	10
t (h)	0	1	2	3	4	5

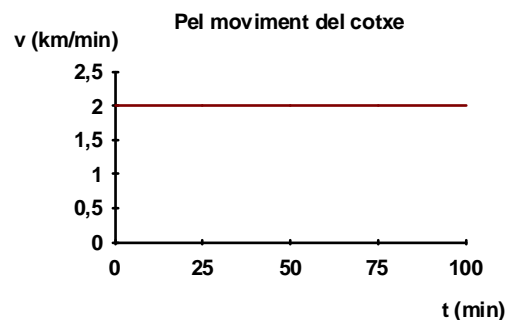
Pel moviment del cotxe:

v (km/min)	2	2	2	2	2
t (min)	0	25	50	75	100

Els gràfics són:



GRÀFIC N^o 5



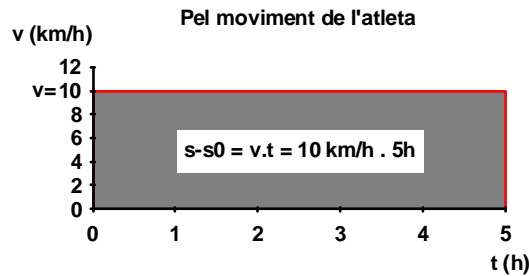
GRÀFIC N^o 6

En tots dos casos surt una recta paral·lela a l'eix d'abscisses, tal com era d'esperar, ja que la velocitat es manté constant.

- ⊗ Escriuiu l'equació de la velocitat per a cada moviment.
- Ⓡ Són: $v = 10 \text{ km/h}$ pel primer i $v = 2 \text{ km/min}$ pel segon.

Totes aquestes que hem vist són les característiques de l'anomenat **moviment uniforme**.

- ⊗ Resumiu les característiques del moviment uniforme.
- Ⓡ Quant la posició i el temps estan relacionats mitjançant una funció de primer grau \Leftrightarrow l'espai recorregut i el temps són directament proporcionals \Leftrightarrow la velocitat és constant \Leftrightarrow el gràfic posició-temps és una línia recta, el pendent de la qual és la velocitat del moviment \Leftrightarrow el gràfic velocitat-temps és una recta paral·lela a l'eix d'abscisses.
- ⊗ Compareu els gràfics velocitat-temps que acabeu d'obtenir amb l'equació de l'espai recorregut. Hi ha alguna relació?
- Ⓡ L'equació de l'espai recorregut és $s - s_0 = v \cdot t$ on $v \cdot t$ representa la superfície d'un rectangle. L'àrea marcada en el gràfic representa l'espai recorregut per l'atleta en 5 hores, si es mou a una velocitat constant de 10 km/h.



GRÀFIC N^o 7

3. Un cotxe ha recorregut un quilòmetre en una carretera recta. Les posicions des del punt de partida i els temps emprats són:

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70
s (m)	0	200	400	600	800	1000	1000	1000

- a) Dibuixa la gràfica posició-temps.
- b) És un moviment uniforme? Per què?
- c) Com està el cotxe els 20 últims segons?
- d) Comprova si la velocitat es manté constant i fes el gràfic velocitat-temps.

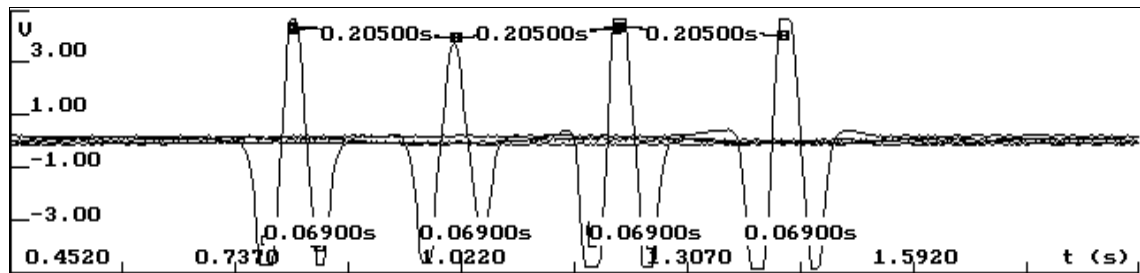
4. Anem en cotxe per l'autopista Barcelona-La Jonquera a velocitat constant. Quan passem per la fita que marca el quilòmetre 10, posem en funcionament el cronòmetre i, tot seguit, anem anotant en una taula les posicions i els temps transcorreguts:

t (min)	0	3	6		12	15	18		24	27
s (km)	10	15	20	25	30	35		45		55

- a) Observant la taula acaba d'anotar-hi els km i els temps que hi manquen.
 b) Dibuixa la gràfica posició-temps del moviment del cotxe.
 c) Què marcaria el velocímetre en cada moment del trajecte? (Expressa-ho en km/h).
 d) Fes el gràfic velocitat-temps d'aquest moviment.
5. Dibuixa en una gràfica posició-temps el moviment d'un ciclista que ha emprat 15 minuts per recórrer 10 km. Pots saber quant tardarà en recórrer 20 km més si va amb la mateixa velocitat? Calcula-ho gràficament i tot seguit numèricament.
6. Des què hem vist el llamp fins que hem sentit el tro han passat 10 segons. Si la velocitat del so en l'aire és de 340 m/s, calcula a quina distància es troba la tempesta. (Considerem que el llamp es veu al mateix moment de produir-se, ja que la velocitat de la llum és 300.000 km/s).

Pràctica: El moviment uniforme

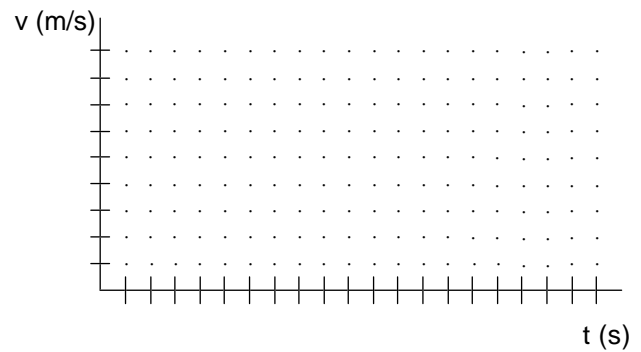
Tenim un mòbil -que porta enganxats tres imants- sobre un carril d'aire on hem situat quatre sensors Hall. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm. Donem un petit impuls al mòbil que es posa en moviment i obtenim el gràfic següent:



1. Fes un dibuix del muntatge que hem fet.
2. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del primer sensor?
3. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del segon sensor?
4. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del tercer sensor?
5. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del quart sensor?
6. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al segon sensor?
7. Quant temps tarda l'imant central per anar del segon al tercer sensor?
8. Quant temps tarda l'imant central per anar del tercer al quart sensor?

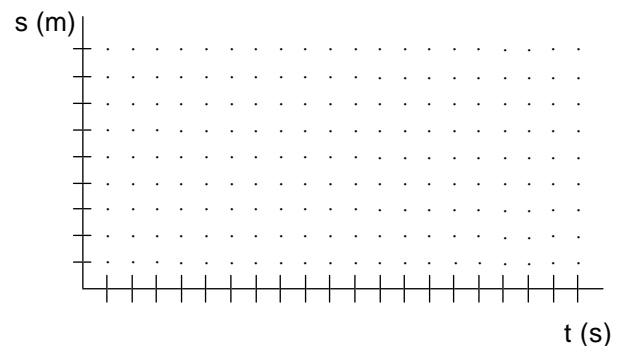
9. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al quart sensor?
10. Veient aquests resultats, què en pots dir de la velocitat del mòbil entre el primer i el quart sensor?
11. Comprova-ho calculant la velocitat de l'imant central en passar per davant de cada sensor.
12. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)



13. Quina forma té?
14. Quina relació matemàtica hi ha entre la velocitat i el temps, doncs?
15. Escribeu l'equació de la velocitat en funció del temps.
16. A partir del gràfic v/t fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.

s (m)	t (s)



17. Quina forma té?
18. Segons aquest gràfic, quin tipus de funció matemàtica relaciona la posició amb el temps?
19. Escribeu l'equació de la posició en funció del temps que correspon a aquest moviment.
20. Escribeu l'equació de l'espai recorregut en funció del temps que correspon a aquest moviment.
21. Quina relació matemàtica hi ha entre l'espai recorregut i el temps?
22. Segons totes aquestes característiques, quin tipus de moviment té aquest mòbil?
23. Quina distància separa els sensors Hall?
24. Si aquest moviment continués durant 3 segons més amb la mateixa velocitat, quina posició ocuparia el mòbil?

9.1.1.3. Moviments variats

9.1.1.3.1. Moviment uniformement accelerat

Imaginem-nos un cotxe que es mou seguint les dades de la taula següent:

$v \text{ (m/s)}$	0	10	20	30	40
$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4

- ☞ Què hi passa en aquest moviment?
- Ⓜ *La velocitat augmenta.*
- ☞ És un moviment uniforme?
- Ⓜ *No, perquè la velocitat no és constant.*
- ☞ Feu la taula $v-v_0/t$.
- Ⓜ *Ha de sortir com aquesta:*

	0-0	10-0	20-0	30-0	40-0
$v-v_0 \text{ (m/s)}$	0	10	20	30	40
$t \text{ (s)}$	0	1	2	3	4

- ☞ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquestes dues taules?
- Ⓜ *Evidentment, tenen els mateixos valors.*
- ☞ A què pot ser degut això?
- Ⓜ *A que la velocitat inicial és zero; hem començat a comptar el temps quan el cotxe estava parat.*
- ☞ Què més hi observeu?
- Ⓜ *Que per cada segon que augmenta el temps, la velocitat -i l'augment de velocitat- augmenten 10 m/s.*
- ☞ I com ho diríem això utilitzant vocabulari matemàtic?
- Ⓜ *Que són directament proporcionals.*
- ☞ Com ho fariem per comprovar-ho?
- Ⓜ *Fent una sèrie de raons entre els valors de la velocitat o l'augment de velocitat i el temps.*
- ☞ Feu-les, doncs.
- Ⓜ *Han de ser com aquestes:*

$$\frac{10 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = \frac{30 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = \frac{40 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = 10 \text{ m/s/s}$$

$$\frac{10 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = \frac{30 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = \frac{40 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = 10 \text{ m/s/s}$$

on 10 m/s/s és la raó de la sèrie, la mateixa en ambdós casos.

- ⊗ Però, així, doncs, tant la velocitat com l'augment de velocitat són directament proporcionals al temps?
- Ⓜ En aquest exemple no ho podem diferenciar bé perquè les dues taules i, per tant, les dues sèries de raons són idèntiques.
- ⊗ Per què són idèntiques?
- Ⓜ És degut a que la velocitat inicial (v_0) és zero.
- ⊗ Com ho podríem fer per poder-les diferenciar?
- Ⓜ Caldria triar una altra situació en què la velocitat inicial fos diferent de zero.
- ⊗ Dissenyeu un altre moviment i comproveu-ho.
- Ⓜ Anem a comprovar-ho en la situació següent:
(Cal utilitzar i comentar les taules que ells hagin proposat)

Imaginem-nos un altre cotxe que es mou seguint les dades de la taula següent:

v (m/s)	20	26	32	38	44
t (s)	0	2	4	6	8

- ⊗ Amb aquestes dades, confeccioneu la taula augment de velocitat-temps. Com ho fareu per a calcular l'augment de velocitat?
- Ⓜ Restant a cada velocitat el valor de la velocitat inicial v_0 .
Suposo que l'heu fet com aquesta:

	20-20	26-20	32-20	38-20	44-20
$v-v_0$ (m/s)	0	6	12	18	24
t (s)	0	2	4	6	8

- ⊗ Com ho faríeu ara per comprovar si és la velocitat o la variació de velocitat la que és directament proporcional al temps?
- Ⓜ Fent una sèrie de raons entre els valors de la velocitat o la variació de velocitat i el temps.
- ⊗ Feu-les, doncs.
- Ⓜ Han de ser com aquestes:

$$\frac{26 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} \neq \frac{32 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} \neq \frac{38 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} \neq \frac{44 \text{ m/s}}{8 \text{ s}}$$

Les raons no són iguals: No podem formar una sèrie de raons. **La velocitat no és directament proporcional al temps.**

$$\frac{26 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = \frac{32 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{4 \text{ s}} = \frac{38 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} = \frac{44 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 3 \text{ m/s/s}$$

És clar, doncs, que les magnituds que sí són **directament proporcionals són l'augment de velocitat i el temps.**

En aquest cas la raó de la sèrie val 3 m/s/s.

- ⊘ Què ens diu a nosaltres aquesta raó de la sèrie?
- Ⓜ Ens diu que cada segon, la velocitat augmenta 3 m/s.

A aquesta raó de la sèrie o constant de proporcionalitat, és el que anomenem **acceleració.**

- ⊘ Què ens expressa, doncs, l'acceleració?
- Ⓜ Ens diu el que augmenta la velocitat en una unitat de temps.
- ⊘ Segons això, com podríem definir l'acceleració?
- Ⓜ La definiríem com **l'augment de la velocitat en una unitat de temps** (en aquest cas, en un segon).

Per tant, si volem representar l'acceleració d'una forma general, similarment a com ho hem fet amb la velocitat, ho hem de fer tenint en compte que no hem de prendre el valor de la velocitat en cada moment, sinó l'augment que s'ha produït en la velocitat des que hem començat a comptar el temps fins el moment actual

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Cal que ens fixem també que segons les unitats que utilitzem en mesurar la velocitat i el temps, també ens han sortit diferents les unitats d'acceleració. Cal tenir en compte que no estem mai molta estona accelerant: és convenient, doncs, que quan es tracta de mesurar acceleracions mesurem el temps en unitats prou petites, com els segons.

En els Sistemes d'Unitats que utilitzem en física, caldrà definir les unitats d'acceleració a partir de les de velocitat -que acabem de definir- i temps que, com ja hem dit, és magnitud fonamental a tots tres sistemes.

- ⊘ Deduïu, doncs, ara, quines serien les unitats de l'acceleració per cadascun dels tres sistemes d'unitats.
- Ⓜ Suposo que haureu arribat a aquesta conclusió:

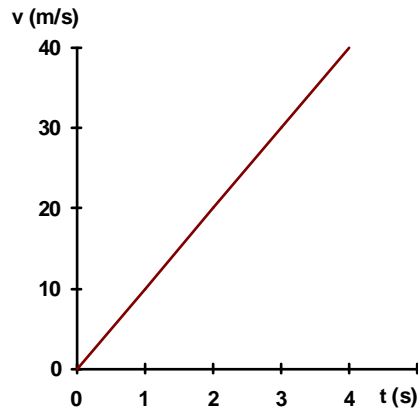
	v	t	$a = \frac{v - v_0}{t}$
CGS	cm/s	s	cm/s/s
MKS	m/s	s	m/s/s
Tècnic	m/s	s	m/s/s

- ⊘ Calculeu quines són les equivalències entre aquestes unitats d'acceleració.

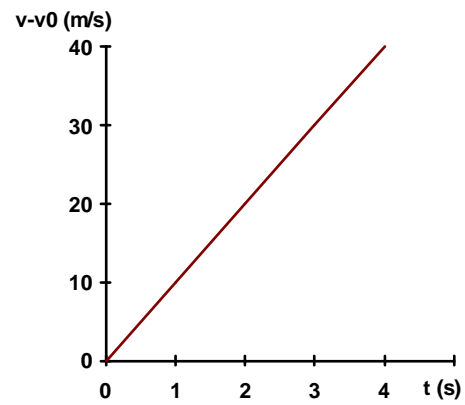
(Sempre utilitzant factors de conversió)

Tornem a les nostres experiències:

- ☞ Representeu gràficament les taules v/t i $v-v_0/t$ del primer moviment.
- Ⓡ Pel primer moviment:

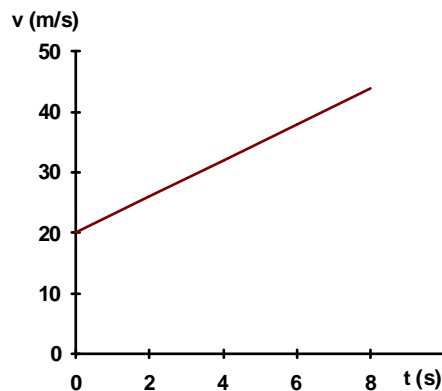


GRÀFIC N° 8

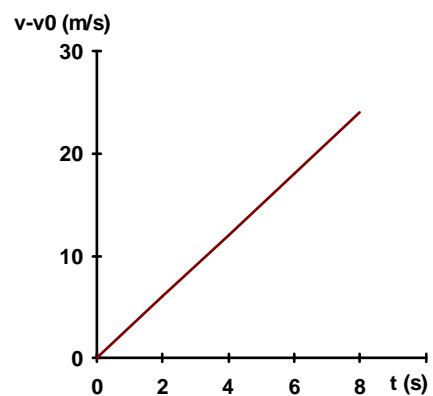


GRÀFIC N° 9

- ☞ Què en podeu dir d'aquests gràfics?
- Ⓡ Surten tots dos iguals degut a que la velocitat inicial val zero. Pel que hem observat abans, com que totes dues rectes passen pel centre de coordenades, tant la velocitat com la seva variació haurien de ser directament proporcionals al temps, i en aquest cas concret ho seran.
- ☞ Representeu gràficament les taules v/t i $v-v_0/t$ del segon moviment.
- Ⓡ Pel segon moviment:



GRÀFIC N° 10



GRÀFIC N° 11

- ☞ Què en podeu dir d'aquests gràfics?
- Ⓡ Com que en aquest cas la velocitat inicial té un valor diferent de zero, els dos gràfics surten diferents i s'observa clarament que la velocitat no és directament proporcional al temps, mentre que la variació de velocitat sí que ho és, ja que la recta passa per l'origen de coordenades.

- ⊗ Podeu arribar a les mateixes conclusions que heu arribat amb els quatre gràfics a partir de l'equació de l'acceleració que hem deduït abans?
- Ⓜ A partir de l'equació de l'acceleració $a = \frac{v - v_0}{t}$ aïllem la velocitat:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$$

És una equació de primer grau on l'acceleració i la velocitat inicial són constants, per tant, el gràfic ha de ser una línia recta, tal com hem obtingut en tots els casos.

Aïllant la variació de velocitat $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$ s'observa que sempre serà directament proporcional al temps, mentre l'acceleració sigui constant.

$$\frac{\Delta \mathbf{v}}{t} = \mathbf{a}$$

Per tant, el gràfic $\Delta v/t$ sempre serà una línia recta que passarà per l'origen, tal com hem obtingut en els GRÀFICS 9 I 11.

Quan $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ resulta que $\mathbf{v} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{t}$ i, per tant, en aquest cas particular, la velocitat també serà directament proporcional al temps -sempre que l'acceleració es mantingui constant- i el seu gràfic també haurà de ser una línia recta que passi per l'origen, tal com hem observat en el GRÀFIC N° 8.

Pel que fa al GRÀFIC N°10 surt una línia recta -ja que prové de la representació gràfica d'una equació de primer grau- però no passa per l'origen -perquè la velocitat i el temps no són directament proporcionals-, sinó que l'ordenada a l'origen coincideix amb el valor de la velocitat inicial.

- ⊗ S'avenen aquests resultats amb els que havíem obtingut numèricament fent les sèries de raons?
- Ⓜ Del tot.
- ⊗ Escriviu les equacions de la velocitat per cadascun dels dos moviments.
- Ⓜ Pel primer moviment: $\mathbf{v} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \mathbf{t}$
- Pel segon moviment: $\mathbf{v} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \mathbf{t}$
- Totes dues són equacions de primer grau i s'avenen perfectament amb els GRÀFICS 8 I 10 que n'hem obtingut.
- ⊗ Feu ara la taula i el gràfic a/t dels dos moviments:
- Ⓜ Pel primer moviment:

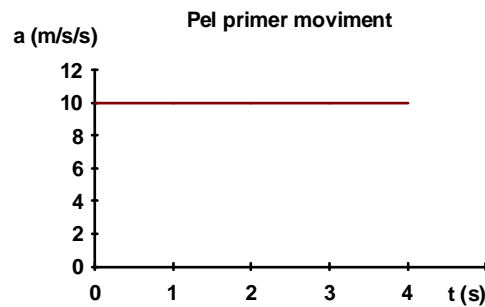
a (m/s/s)	10	10	10	10	10
t (s)	0	1	2	3	4

I pel segon:

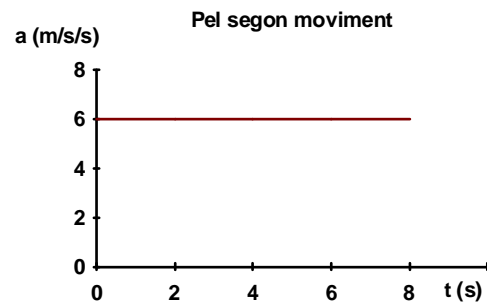
a (m/s/s)	6	6	6	6	6
-------------	---	---	---	---	---

$t(s)$	0	2	4	6	8
--------	---	---	---	---	---

Els gràfics són:



GRÀFIC N° 12



GRÀFIC N° 13

Tal com era d'esperar, ens surt una recta paral·lela a l'eix d'abscisses, ja que l'acceleració es manté constant.

- ∅ Observeu el GRÀFIC N° 7. Què creieu que podríeu obtenir en calcular la superfície en els GRÀFIC N° 12 i 13?
- Ⓜ També ens quedarien rectangles en els quals, la base és igual al temps i l'altura a l'acceleració. En calcular-ne la superfície:

$$A_{\text{RECTANGLE}} = \text{Base} \times \text{Altura} = t \cdot a$$

i, com que, en general, $v - v_0 = a \cdot t$ resulta que el valor d'aquesta superfície és igual a la variació de velocitat del mòbil fins al moment t .

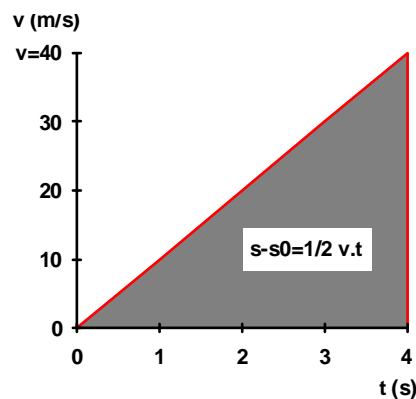
- ∅ En el moviment uniforme, com podíeu calcular l'espai recorregut en un temps determinat a partir del gràfic v/t ?
- Ⓜ Calculant l'àrea entre la recta que hem representat i l'eix d'abscisses pel temps que estem estudiant.
- ∅ Apliqueu-ho al càlcul de l'espai recorregut pel primer cotxe en els quatre primers segons.

- Ⓜ Cal calcular l'àrea marcada en el gràfic. Com que és un triangle:

$$s - s_0 = \frac{v \cdot t}{2}$$

ja que l'altura del triangle equival al valor de la velocitat i la seva base equival al valor del temps. Aquesta equació també es pot expressar:

$$s - s_0 = \frac{1}{2} v \cdot t$$



GRÀFIC N° 14

En aquest cas:

$$s - s_0 = \frac{1}{2} 40 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

☞ Si coneixeu l'espai total que ha recorregut i el temps que ha tardat, podeu calcular el valor de la velocitat mitjana.

Ⓜ Cal recordar que $v_m = \frac{s - s_0}{t}$ per tant, en aquest cas:

$$v_m = \frac{80 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

☞ A partir dels valors de la velocitat inicial i de la velocitat final, no podríeu calcular també el valor de la velocitat mitjana?

Ⓜ Sí, fent la mitjana de totes dues: $v_m = \frac{v_0 + v_f}{2}$ per tant, en aquest cas:

$$v_m = \frac{0 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s}}{2} = 20 \text{ m/s}$$

que ens dona el mateix resultat d'abans.

☞ Calculeu el valor de la velocitat en el punt que correspon a la meitat del temps que dura el moviment.

Ⓜ El moviment dura 4 segons. La meitat del temps seran dos segons, per tant, com que la velocitat inicial val zero:

$$v = a \cdot t = 10 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

☞ Compareu aquest valor amb el de la velocitat mitjana. A quina conclusió us permet arribar?

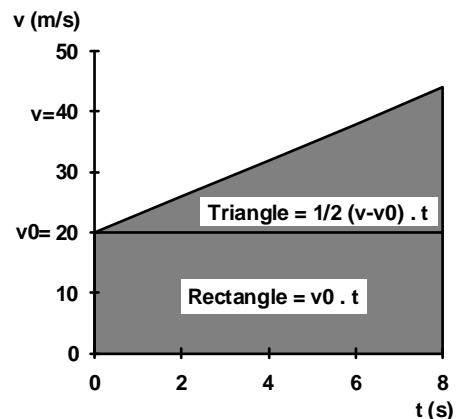
Ⓜ **Que el valor de la velocitat mitjana d'un moviment coincideix amb el valor de la velocitat instantània quan el temps és igual a la meitat del temps que dura aquest moviment.**

☞ Calculeu ara l'espai recorregut pel segon mòbil en els vuit primers segons.

Ⓜ També hem de calcular la superfície marcada en el gràfic. En aquest cas es tracta d'un trapezi i en podem calcular l'àrea bé directament, bé com la suma de l'àrea del rectangle més la del triangle.

Si la volem calcular directament, la base gran representa la velocitat final, la petita la velocitat inicial i l'altura el temps que estem estudiant, per tant:

$$s - s_0 = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$



GRÀFIC N° 15

Si el calculem per parts:

En el rectangle, el valor de la base representa el temps que estem estudiant i l'altura la velocitat inicial, per tant:

$$A_{\text{RECTANGLE}} = v_0 \cdot t$$

Pel que fa al triangle, la base també representa el mateix valor del temps i l'altura la variació de la velocitat:

$$A_{\text{TRIANGLE}} = \frac{\Delta v \cdot t}{2} = \frac{(v - v_0) \cdot t}{2}$$

o, el que és el mateix:

$$A_{\text{TRIANGLE}} = \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot t$$

El valor de l'espai recorregut és la suma de les dues superfícies:

$$s - s_0 = A_{\text{RECTANGLE}} + A_{\text{TRIANGLE}}$$

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot t$$

En aquest cas, si volem calcular l'espai recorregut en 8 segons:

$$s - s_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{s} + \frac{(44 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot 8 \text{s}}{2}$$

$$s - s_0 = 160 \text{m} + \frac{24 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{s}}{2}$$

$$s - s_0 = 160 \text{m} + \frac{192 \text{m}}{2}$$

$$s - s_0 = 160 \text{m} + 96 \text{m} = 256 \text{m}$$

∅ Si coneixeu l'espai total que ha recorregut i el temps que ha tardat, podeu calcular el valor de la velocitat mitjana.

Ⓜ Cal recordar que $v_m = \frac{s - s_0}{t}$ per tant, en aquest cas:

$$v_m = \frac{256 \text{m}}{8 \text{s}} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

∅ A partir dels valors de la velocitat inicial i de la velocitat final, calculeu també el valor de la velocitat mitjana?

Ⓜ Cal recordar que: $v_m = \frac{v_0 + v_f}{2}$ per tant, en aquest cas:

$$v_m = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 44 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

que ens dona el mateix resultat d'abans.

∅ Calculeu el valor de la velocitat en el punt que correspon a la meitat del temps que dura el moviment.

Ⓜ El moviment dura 8 segons. La meitat del temps seran 4 segons, per tant:

$$v = v_0 + a \cdot t = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{s} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- ☞ Compareu aquest valor amb el de la velocitat mitjana. A quina conclusió us permet arribar?
- Ⓡ **Que, igual que en cas anterior, el valor de la velocitat mitjana d'un moviment coincideix amb el valor de la velocitat instantània quan el temps és igual a la meitat del temps que dura aquest moviment.**
- ☞ Operant en l'equació del requadre, demostreu que és igual a la que heu obtingut calculant l'àrea del trapezi.
- Ⓡ *Ja hem vist que també la podem escriure com:*

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{(v - v_0) \cdot t}{2}$$

Si reduïm a denominador comú:

$$s - s_0 = \frac{2v_0 t + (v - v_0) \cdot t}{2}$$

Traiem parèntesi:

$$s - s_0 = \frac{2v_0 t + vt - v_0 t}{2}$$

Tot seguit reduïm termes semblants:

$$s - s_0 = \frac{v_0 t + vt}{2}$$

I traient el temps en factor comú:

$$s - s_0 = \frac{(v + v_0) \cdot t}{2}$$

Que és el mateix que

$$s - s_0 = \frac{v + v_0}{2} \cdot t$$

- ☞ En aquestes equacions s'expressa l'espai recorregut en funció de dues variables, la velocitat i el temps. Normalment cal expressar-lo en funció d'una sola variable i que la resta de magnituds que apareixen en l'equació siguin constants. Feu una relació de les magnituds constants i variables que apareixen en aquest moviment rectilini uniformement accelerat.

Ⓡ

Magnituds constants	Magnituds variables
<i>Acceleració</i>	<i>Temps</i>
<i>Velocitat inicial</i>	<i>Velocitat</i>
<i>Posició inicial</i>	<i>Posició</i>

- ☞ En funció de quines magnituds cal expressar l'espai recorregut?
- Ⓡ *En funció de l'acceleració i la velocitat inicial, mantenint el temps com a única variable.*
- ☞ Expressau l'equació del requadre en funció d'aquestes magnituds.
- Ⓡ *Si recordem que $a = \frac{v - v_0}{t}$ podem deduir fàcilment que $v - v_0 = a \cdot t$*

Si substituïm aquest valor en l'equació del requadre ens queda que

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

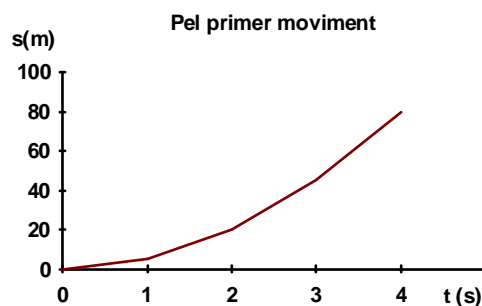
- ⌘ A partir d'aquesta equació, escriviu l'equació de la posició.
- Ⓜ Si l'aïllem de l'equació anterior:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

- ⌘ Quin tipus d'equació ha resultat?
- Ⓜ Una equació de segon grau del tipus $y = ax^2 + bx + c$ on a , b i c són constants. En aquest cas, a és igual a la meitat de l'acceleració, b és igual al valor de la velocitat inicial i c correspon al valor de la posició inicial.
- ⌘ Quin gràfic cal esperar quan representem l'espai recorregut o la posició en funció del temps?
- Ⓜ Una paràbola que, en el cas de l'espai recorregut, com que el terme independent és igual a zero, passarà per l'origen de coordenades. El mateix passarà en el gràfic de la posició respecte del temps quan considerem que el mòbil parteix de l'origen, és a dir, quan considerem la posició inicial igual a zero.
- ⌘ Utilitzant el gràfic v/t confeccioneu la taula s/t corresponent al primer moviment, considerant que inicialment es troba a l'origen.
- Ⓜ Suposo que és com aquesta:

$s(m)$	0	5	20	45	80
$t(s)$	0	1	2	3	4

- ⌘ Feu el gràfic corresponent a aquesta taula:



GRÀFIC N^o 16

- ⌘ És el que esperàveu obtenir?

- Ⓜ Sí.
- ⊗ Escriuiu l'equació de l'espai recorregut i de la posició corresponents a aquest moviment. Tot seguit comproveu els valors de la taula anterior substituint el temps pels seus valors en l'equació de la posició.
- Ⓜ La de l'espai recorregut és:

$$s - s_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + \frac{1}{2} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

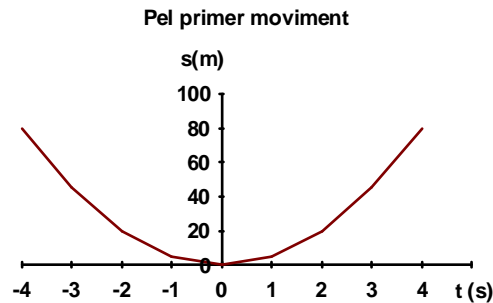
que una vegada operada: $s - s_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$

Considerant que hem suposat que inicialment parteix de l'origen, $s_0=0$,

per tant: $s = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$ que és l'equació de la posició.

Sempre que $s_0=0$, l'equació de la posició i la de l'espai recorregut coincidiran.

- ⊗ Representeu gràficament la funció $s = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$ i compareu el que us ha sortit amb el GRÀFIC N° 16.
- Ⓜ



GRÀFIC N° 17

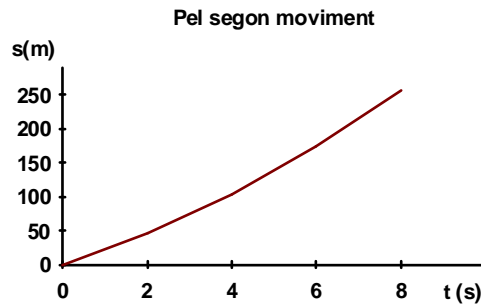
Realment el GRÀFIC N° 16 que hem obtingut és la meitat del GRÀFIC N° 17 i representa una branca de paràbola.

És normal que la paràbola tingui el vèrtex en el centre de coordenades i sigui simètrica respecte de l'eix d'ordenades, ja que s'anul·len tant el terme independent com el terme de primer grau. I és normal que el GRÀFIC N° 16 sigui la meitat del GRÀFIC N° 17, ja que hi falta la part esquerra perquè, en aquest cas, no té sentit parlar de temps negatius.

- ⊗ Utilitzant el gràfic v/t confeccioneu la taula s/t corresponent al segon moviment, considerant que inicialment es troba a l'origen.
- Ⓜ Suposo que és com aquesta:

<i>s(m)</i>	0	46	104	174	256
<i>t(s)</i>	0	2	4	6	8

- ☞ Feu el gràfic corresponent a aquesta taula:
 Ⓜ



GRÀFIC N° 18

- ☞ És el que esperàveu obtenir?
 Ⓜ Sí.
- ☞ Escriviu l'equació de l'espai recorregut i de la posició corresponents a aquest moviment. Tot seguit comproveu els valors de la taula anterior substituint el temps pels seus valors en l'equació de la posició.
- Ⓜ La de l'espai recorregut és:

$$s - s_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

que una vegada operada:

$$s - s_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

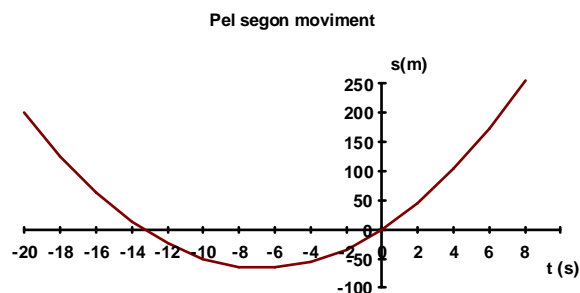
Considerant que hem suposat que inicialment parteix de l'origen, $s_0=0$, per tant:

$$s = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

que és l'equació de la posició.

Comprovem que, tal com hem vist abans, sempre que $s_0=0$, l'equació de la posició i la de l'espai recorregut coincideixen.

- ☞ Representeu gràficament la funció $s = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$ i compareu el que us ha sortit amb el GRÀFIC N° 18.
- Ⓜ La paràbola talla l'eix d'abscisses pels punts $t = 0 \text{ s}$ i $t = -13,3 \text{ s}$. El vèrtex està situat en el punt $(-6,6, -66,6)$



GRÀFIC N° 19

Realment el GRÀFIC Nº 18 que hem obtingut és la part del GRÀFIC Nº 19 corresponent a la part positiva de l'eix d'abscisses -ja que el temps que estem estudiant només és positiu- i representa una branca de paràbola. És normal que la paràbola passi per l'origen de coordenades, ja que el terme independent de l'equació de segon grau és zero.

- ⊗ A què és degut que el vèrtex de la paràbola no coincideixi amb l'origen?
- Ⓜ A que el coeficient del terme de primer grau de l'equació és diferent de zero. Efectivament, en aquest moviment la velocitat inicial és de 20 m/s.
- ⊗ Resumiu les característiques de l'anomenat MOVIMENT UNIFORMEMENT ACCELERAT. Per què us sembla que se l'anomena així?
- Ⓜ Se l'anomena accelerat perquè la velocitat augmenta i és uniformement accelerat perquè aquest augment de velocitat és directament proporcional al temps.

Quan l'augment de velocitat i el temps estan relacionats mitjançant una equació de primer grau \Leftrightarrow L'augment de velocitat i temps són directament proporcionals \Leftrightarrow El gràfic v/t és una línia recta, el pendent de la qual és l'acceleració del moviment \Leftrightarrow L'acceleració és constant \Leftrightarrow El gràfic a/t és una recta paral·lela a l'eix d'abscisses \Leftrightarrow L'espai recorregut està relacionat amb el temps i l'acceleració mitjançant una equació de segon grau \Leftrightarrow El gràfic s/t és una branca de paràbola. Cal recordar que la superfície entre el gràfic a/t i l'eix d'abscisses ens dóna la velocitat del mòbil en cada moment, mentre que la superfície entre el gràfic v/t i l'eix d'abscisses ens dóna l'espai recorregut en cada moment.

7. En un moviment s'han obtingut les següents dades:

t (s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	0	3	6	9	12	15

- a) Compara aquesta taula amb la de l'exercici número 3. Quines diferències observes?
- b) És uniforme? Per què?
- c) És uniformement accelerat? Per què?
- d) Quin és el valor de l'acceleració? Fes la gràfica acceleració-temps.
- e) Fes la gràfica velocitat-temps. Quina forma té? Segons això, si expresses la velocitat en funció del temps, quina funció obtindràs? Escribeu la que correspon a aquest moviment.
- f) Calcula sobre aquesta última gràfica l'espai recorregut en 5 segons.
- g) Fes la gràfica posició-temps. Quina forma té? Segons això, si expresses la posició en funció del temps, quina funció obtindràs? Escribeu la que correspon a aquest moviment.
- h) Quant val la velocitat al cap de 7 segons si manté l'acceleració? **Fes aquest càlcul sobre la gràfica velocitat-temps i sobre la gràfica acceleració-temps.**¹

¹ Cal recalcar que la recta que s'obté en els dos gràfics es pot allargar, ja que si l'acceleració es manté constant, també s'hi manté el pendent de les rectes.

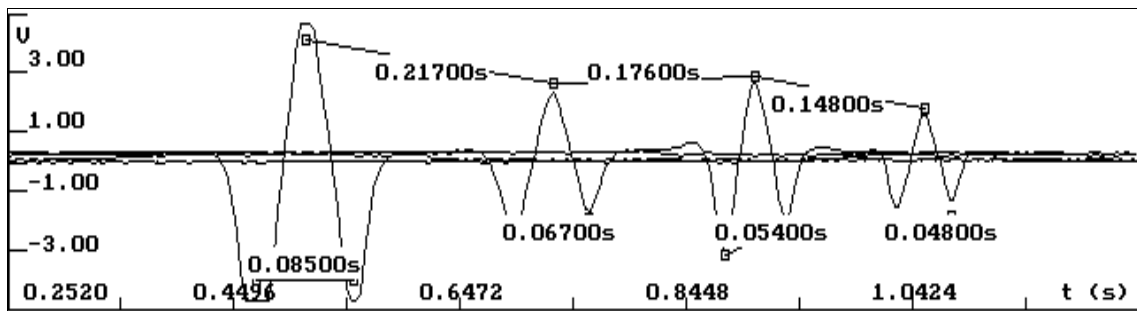
8. En un moviment s'han obtingut les següents dades:

t (s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	5	8	11	14	17	20

- És uniforme? Per què?
 - És uniformement accelerat? Per què?
 - Quin és el valor de l'acceleració? Fes la gràfica acceleració-temps.
 - Fes la gràfica velocitat-temps. Escriu l'equació de la velocitat en funció del temps que correspon a aquest moviment.
 - Calcula sobre aquesta última gràfica l'espai recorregut en 4 segons.
 - Fes la gràfica posició-temps. Escriu l'equació de la posició en funció del temps que correspon a aquest moviment.
 - Quant val la velocitat al cap de 7 segons si manté l'acceleració? **Fes aquest càlcul sobre la gràfica velocitat-temps i sobre la gràfica acceleració-temps.**
9. Un cotxe es posa en marxa i arriba a la velocitat de 72 km/h en 10 segons. Calcula l'acceleració expressada en m/s/s.

Pràctica: Moviment rectilini uniformement accelerat

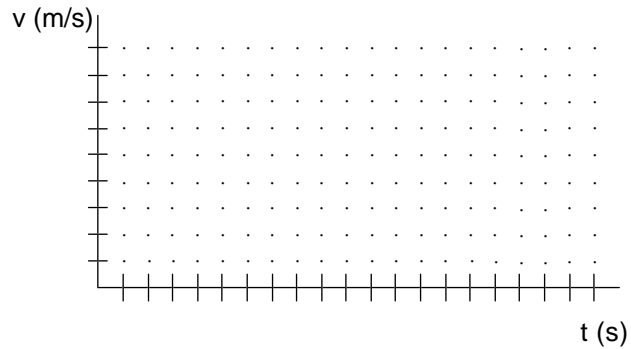
Aquest és el gràfic que hem obtingut en baixar un vagó per una rampa on hem situat quatre sensors Hall. El vagó porta enganxats tres imants i té una massa total de 29 g. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm.



- Fes un dibuix del muntatge que hem fet.
- Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del primer sensor?
- Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del segon sensor?
- Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del tercer sensor?
- Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del quart sensor?
- Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al segon sensor?
- Quant temps tarda l'imant central per anar del segon al tercer sensor?
- Quant temps tarda l'imant central per anar del tercer al quart sensor?
- Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al quart sensor?

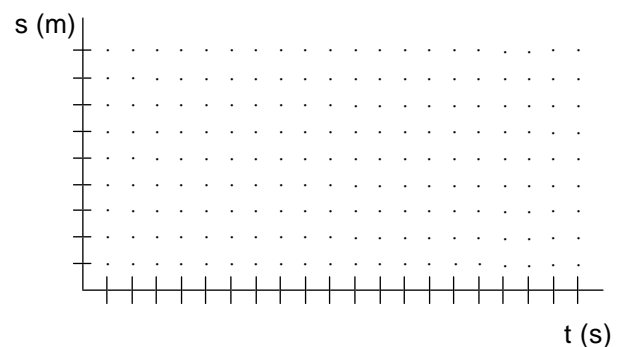
10. Veient aquests resultats, què en pots dir de la velocitat del mòbil entre el primer i el quart sensor?
11. Comprova-ho calculant la velocitat de l'imant central en passar per davant de cada sensor.
12. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)



- a) Quina forma té?
 - b) Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la velocitat amb el temps? Escribeu-la.
 - c) Quina relació matemàtica hi ha entre la variació de la velocitat i el temps?
 - d) Quin tipus de moviment és?
13. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment.
 14. Escribeu l'equació de la velocitat corresponent a aquest moviment.
 15. A partir del gràfic velocitat/temps, fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.

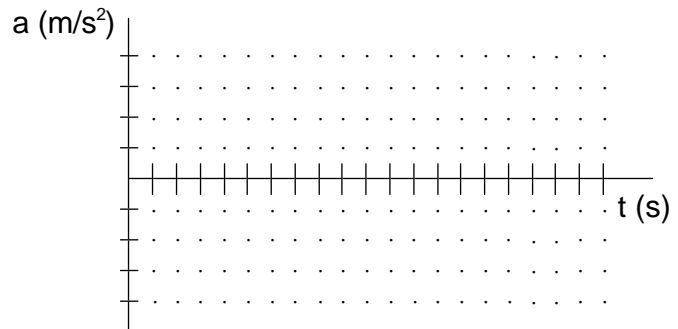
s (m)	t (s)



- a) Quina forma té?
- b) Quina equació matemàtica relaciona la posició i l'espai recorregut amb el temps? Dedueix-la a partir del gràfic velocitat-temps.
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
- d) Escribeu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment i representa-la gràficament.
- e) Calcula els espais recorreguts entre els sensors utilitzant l'equació de l'apartat anterior. Compara'ls amb els que has obtingut al principi d'aquest apartat 15. A quina conclusió arribes?

16. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic acceleració/temps corresponent a aquest moviment.

a (m/s ²)	t (s)



- a) Quina forma té?
 b) Què et diu aquest gràfic sobre la variació de l'acceleració?
 c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
17. Calcula la velocitat que tindria el vagó si el descens durés 2 segons més -suposant l'acceleració constant-. En quina posició es trobaria el mòbil al cap d'aquests dos segons?

9.1.1.3.2. Moviment uniformement retardat

Observem aquest altre moviment que té lloc segons la taula següent:

v (m/s)	40	30	20	10	0
t(s)	0	1	2	3	4

- ☞ Què hi passa en aquest moviment?
 ® *La velocitat disminueix.*
- ☞ És un moviment uniforme?
 ® *No, perquè la velocitat no és constant.*
- ☞ És un moviment uniformement accelerat?
 ® *No, perquè la velocitat no augmenta proporcionalment al temps.*
- ☞ Feu la taula v-v₀/t.
 ® *Ha de sortir com aquesta:*

	40-40	30-40	20-40	10-40	0-40
v-v₀ (m/s)	0	-10	-20	-30	-40
t(s)	0	1	2	3	4

- ☞ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquesta última taula?
 ® *Sí, dos: Que les diferències surten negatives i que són directament proporcionals al temps.*
- ☞ Comproveu-ho.

Ⓜ La sèrie de raons és:

$$\frac{30 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ s}} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s}} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Queda clar, doncs, que la disminució de la velocitat (o el seu augment negatiu) és directament proporcional al temps.

La raó de la sèrie o constant de proporcionalitat ens surt negativa.

⌘ Què ens diu a nosaltres aquesta raó de la sèrie?

Ⓜ Ens diu que cada segon la velocitat disminueix 10 m/s.

A aquesta raó de la sèrie o constant de proporcionalitat entre la disminució de la velocitat i el temps, també l'anomenem **acceleració**.

⌘ Què ens expressa, doncs, ací l'acceleració?

Ⓜ Ens diu el que disminueix la velocitat en una unitat de temps.

Per tant, per una banda hem vist que l'acceleració ens mesura l'augment de la velocitat en una unitat de temps, i per l'altra, que ens mesura la disminució de la velocitat en una unitat de temps.

⌘ Quina paraula podríem trobar que vulgui dir a la vegada augment i disminució?

Ⓜ Variació, naturalment.

⌘ Per tant, quina serà la definició real i completa d'acceleració?

Ⓜ Serà: **la variació de la velocitat en una unitat de temps** (en aquest cas en un segon)

L'expressarem amb l'equació

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{t}$$

Cal tenir en compte que quan parlem de la variació d'una magnitud -que es representa posant-li un triangle (Δ) al davant- sempre l'hem de calcular restant el seu valor actual menys el seu valor inicial:

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$$

Per tant, sempre que el valor actual sigui més gran que l'inicial sortirà un increment positiu, i si el valor actual és més petit que l'inicial, sortirà un increment negatiu.

Tenint això en compte, l'equació de l'acceleració seria la mateixa que pel moviment uniformement accelerat

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v} - \mathbf{v}_0}{t}$$

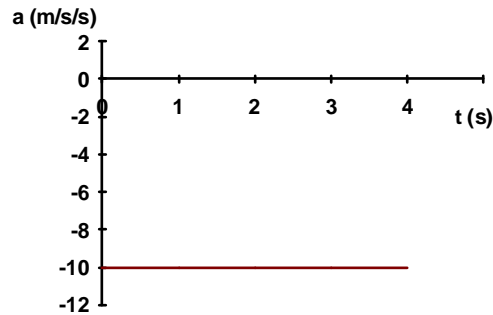
i l'equació de la velocitat també

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a} \cdot t$$

però considerant que l'acceleració té valor negatiu.

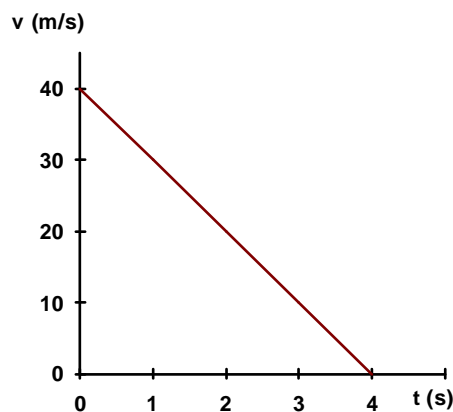
⌘ Feu el gràfic a/t d'aquest moviment.

- Ⓜ Tal com esperàvem surt una recta paral·lela a l'eix d'abscisses, ja que l'acceleració és constant, però a la part negativa de l'eix d'ordenades ja que és negativa.



GRÀFIC N° 20

- Ⓜ Feu el gràfic v/t d'aquest moviment.
 Ⓜ El gràfic v/t és



GRÀFIC N° 21

Tal com era d'esperar també, surt una línia recta, perquè

$$v = 40 \frac{m}{s} + \left(-10 \frac{m}{s/s}\right) \cdot t$$

però la seva inclinació és al revés del que hem trobat fins ara, ja que l'acceleració -que és el coeficient de la variable- és negativa i la velocitat disminueix en comptes d'augmentar.

És el gràfic que correspon a una equació del tipus

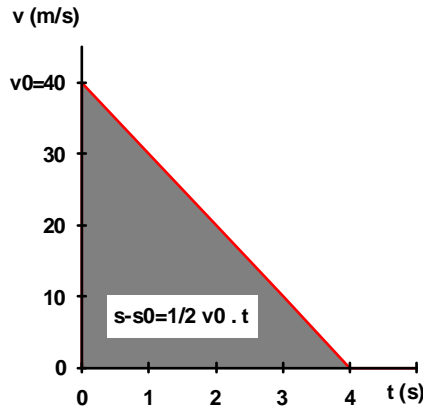
$$y = -ax + b$$

- Ⓜ Com calcularíeu l'espai recorregut pel mòbil en els quatre segons?
 Ⓜ Com sempre: calculant la superfície ratllada. En aquest cas és un triangle que té el temps transcorregut com a base i la velocitat inicial per altura, per tant:

$$s - s_0 = \frac{v_0 \cdot t}{2}$$

És a dir:

$$s - s_0 = \frac{1}{2} 40 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 80 \text{ m}$$

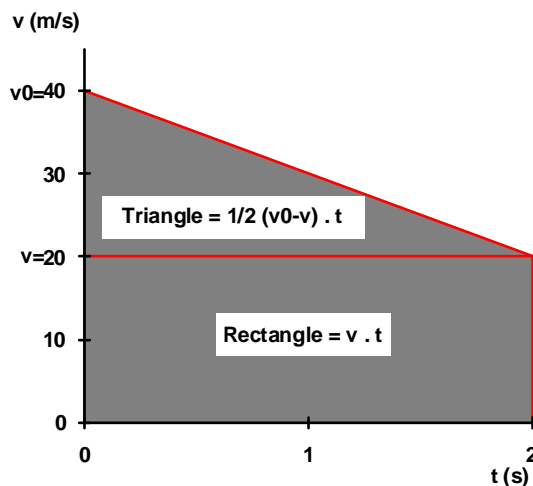


GRÀFIC N° 22

- ∅ I com calcularíeu l'espai recorregut pel mòbil en els dos primers segons?
 ® Per calcular l'espai recorregut en un temps determinat també hem de calcular la superfície marcada en el gràfic. Com que és un trapezi, la podem calcular de les dues maneres que hem comprovat en el moviment uniformement accelerat.

Si la calculem directament, la base petita representa la velocitat que porta el mòbil en l'instant en què volem calcular l'espai que ha recorregut; la base gran, representa la velocitat inicial, i l'altura el temps en què volem calcular l'espai recorregut.

$$s - s_0 = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$



GRÀFIC N° 23

Ens surt la mateixa equació que en el moviment uniformement accelerat.

Si la calculem per parts:

En el rectangle, la base és el temps i l'altura la velocitat final.

$$A_{\text{RECTANGLE}} = v \cdot t$$

Pel que fa al triangle, la base també representa el mateix valor del temps i l'altura la variació de la velocitat:

$$A_{\text{TRIANGLE}} = \frac{(v_0 - v) \cdot t}{2}$$

o, el que és el mateix:

$$A_{\text{TRIANGLE}} = \frac{1}{2}(v_0 - v) \cdot t$$

El valor de l'espai recorregut és la suma de les dues superfícies:

$$s - s_0 = A_{\text{RECTANGLE}} + A_{\text{TRIANGLE}}$$

$$s - s_0 = v \cdot t + \frac{1}{2}(v_0 - v) \cdot t$$

L'espai recorregut en els dos primers segons seria:

$$s - s_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} + \frac{(40 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot 2\text{s}}{2}$$

$$s - s_0 = 40\text{m} + \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s}}{2}$$

$$s - s_0 = 40\text{m} + \frac{40\text{m}}{2}$$

$$s - s_0 = 40\text{m} + 20\text{m} = 60\text{m}$$

⊗ L'equació que heu obtingut -la del requadre- sembla diferent de la que obteníeu en el moviment uniformement accelerat. Demostreu si són iguals. Per fer-ho, cal que opereu tant en aquesta última com en la que hem requadrat en el MRUA i comproveu si us dóna el mateix resultat.

Ⓜ Si opereu en aquesta última equació:

$$s - s_0 = v \cdot t + \frac{1}{2}(v_0 - v) \cdot t$$

$$s - s_0 = v \cdot t + \frac{1}{2}v_0 \cdot t - \frac{1}{2}v \cdot t$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2}v_0 \cdot t + \frac{1}{2}v \cdot t$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v) \cdot t$$

Si ara fem el mateix amb l'equació que havíem obtingut en el moviment uniformement accelerat:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}(v - v_0) \cdot t$$

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}v \cdot t - \frac{1}{2}v_0 \cdot t$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2} v \cdot t + \frac{1}{2} v_0 \cdot t$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2} (v + v_0) \cdot t$$

Els dos resultats són idèntics. Això vol dir que les dues expressions són equivalents. Per tant, les equacions de l'espai recorregut i de la posició que hem deduït pel moviment uniformement accelerat seran també vàlides per aquest moviment. L'única diferència rau en què en aquest moviment l'acceleració és negativa.

Per tant, les expressions de l'espai recorregut i de la posició en funció de l'acceleració seran:

$$s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

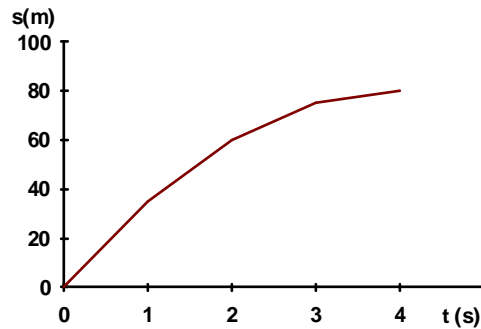
$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

considerant sempre l'acceleració negativa.

- ⌘ Quin gràfic cal esperar quan es representi l'espai recorregut o la posició en funció del temps?
- Ⓜ Una paràbola que passarà per l'origen en el gràfic de l'espai recorregut, i també en el de la posició sempre que es consideri que el mòbil parteix de l'origen, és a dir, sempre que $s_0=0$. Per altra banda hem de tenir present que estarà invertida, ja que el coeficient del terme de segon grau és negatiu.
- ⌘ Utilitzant el gràfic v/t confeccioneu la taula s/t corresponent al primer moviment, considerant que inicialment es troba a l'origen.
- Ⓜ Suposo que és com aquesta:

$s(m)$	0	35	60	75	80
$t(s)$	0	1	2	3	4

- ⌘ Feu el gràfic corresponent a aquesta taula:
- Ⓜ



GRÀFIC N° 24

- ⊘ És el que esperàveu obtenir?
- Ⓜ Sí.
- ⊘ Escriviu l'equació de l'espai recorregut i de la posició corresponents a aquest moviment. Tot seguit comproveu els valors de la taula anterior substituint el temps pels seus valors en l'equació de la posició.

Ⓜ La de l'espai recorregut és:

$$s - s_0 = 40 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2} \left(-10 \text{ m/s}^2 \right) \cdot t^2$$

que una vegada operada:

$$s - s_0 = 40 \text{ m/s} \cdot t - 5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Considerant que hem suposat que inicialment parteix de l'origen, $s_0=0$, per tant:

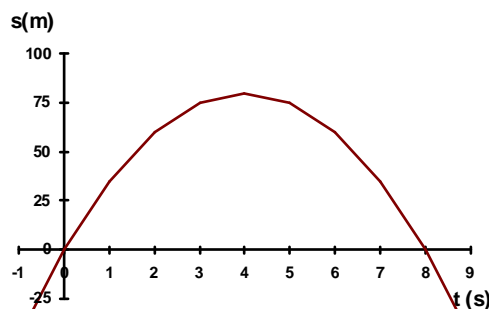
$$s = 40 \text{ m/s} \cdot t - 5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

que és l'equació de la posició.

Tal com havíem observat, sempre que $s_0=0$, l'equació de la posició i la de l'espai recorregut coincidiran.

- ⊘ Representeu gràficament la funció $s = 40 \text{ m/s} \cdot t - 5 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$ i compareu el que us ha sortit amb el GRÀFIC N° 24.

Ⓜ



GRÀFIC N° 25

Realment el GRÀFIC N° 24 que hem obtingut és la meitat del GRÀFIC N° 25 i representa una branca de paràbola.

Tal com havíem predit surt una paràbola invertida, ja que el coeficient del terme de segon grau és negatiu i passa pel centre de coordenades perquè el terme independent és nul.

☞ Resumi les característiques de l'anomenat MOVIMENT UNIFORMEMENT RETARDAT. Per què us sembla que se l'anomena així?

Ⓜ Se l'anomena retardat perquè la velocitat disminueix i és uniformement retardat perquè aquesta disminució de la velocitat és directament proporcional al temps.

Quan la velocitat i el temps estan relacionats mitjançant una equació de primer grau \Leftrightarrow La variació de velocitat i temps són directament proporcionals \Leftrightarrow El gràfic v/t és una línia recta, amb pendent negatiu ja que l'acceleració és negativa \Leftrightarrow L'acceleració és constant i negativa \Leftrightarrow El gràfic a/t és una recta paral·lela a l'eix d'abscisses \Leftrightarrow L'espai recorregut està relacionat amb el temps i l'acceleració mitjançant una equació de segon grau \Leftrightarrow El gràfic s/t és una branca de paràbola amb pendent negatiu, ja que l'acceleració és negativa.

Cal recordar que la superfície entre el gràfic a/t i l'eix d'abscisses ens dona la velocitat del mòbil en cada moment, mentre que la superfície entre el gràfic v/t i l'eix d'abscisses ens dona l'espai recorregut en cada moment.

Cal remarcar que en el moviment uniformement accelerat, l'acceleració és constant i positiva, mentre que en el moviment uniformement retardat, l'acceleració és constant i negativa. Es pot considerar, doncs, un sol moviment rectilini uniformement accelerat, amb l'acceleració positiva o negativa segons si la velocitat augmenta o disminueix.

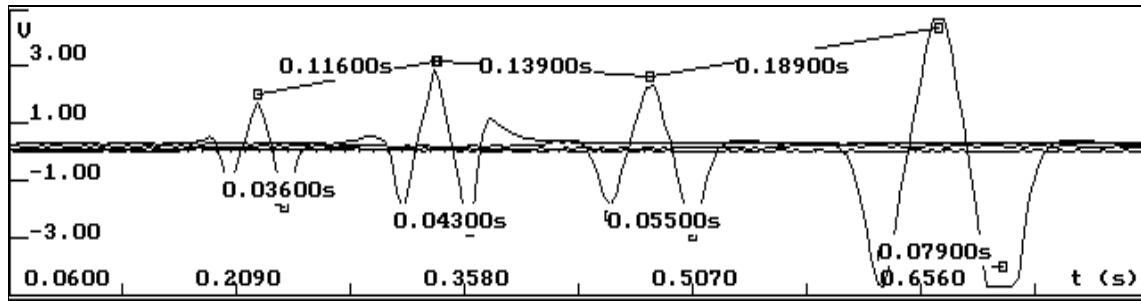
10. En un moviment s'han obtingut les següents dades:

t (s)	0	3	6	9	12
v (m/s)	24	18	12	6	0

- Quin tipus de moviment és? Per què?
- Quin és el valor de l'acceleració? Fes la gràfica acceleració-temps.
- Fes la gràfica velocitat-temps. Quina forma té? Segons això, si expresses la velocitat en funció del temps, quina equació se't formarà?
- Calcula sobre aquesta última gràfica l'espai recorregut en 12 segons.
- Fes la gràfica posició-temps. Quina forma té? Segons això, si expresses la posició en funció del temps, quina equació se't formarà?
- Quant val la velocitat al cap de 7 segons? Fes aquest càlcul sobre la gràfica velocitat-temps i sobre la gràfica acceleració-temps.

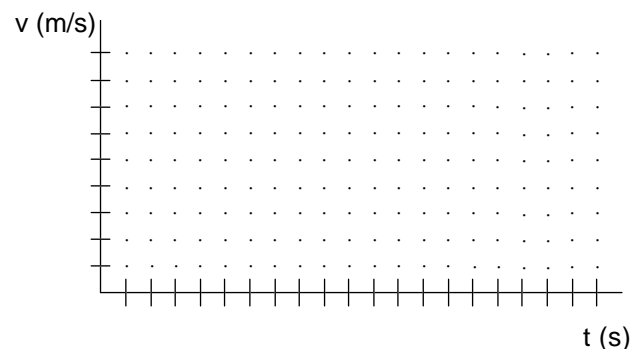
Pràctica: Moviment rectilini uniformement retardat

Aquest és el gràfic que hem obtingut en pujar un vagó per una rampa on hem situat quatre sensors Hall. El vagó porta enganxats tres imants i té una massa total de 29 g. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm.



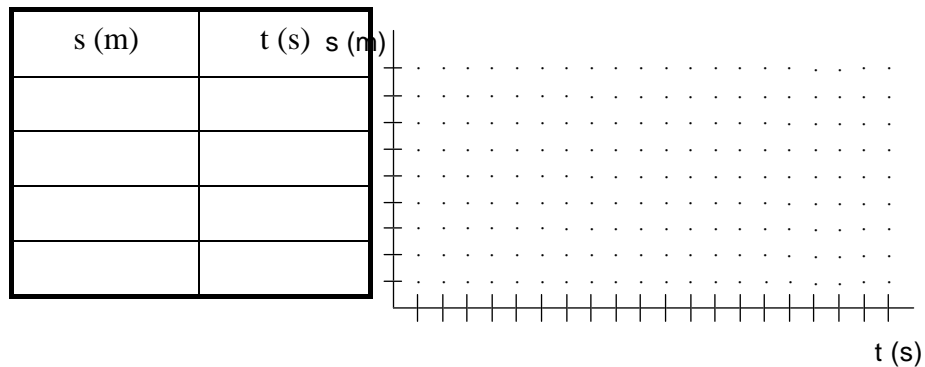
1. Fes un dibuix del muntatge que hem fet.
2. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del primer sensor?
3. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del segon sensor?
4. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del tercer sensor?
5. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del quart sensor?
6. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al segon sensor?
7. Quant temps tarda l'imant central per anar del segon al tercer sensor?
8. Quant temps tarda l'imant central per anar del tercer al quart sensor?
9. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al quart sensor?
10. Veient aquests resultats, què en pots dir de la velocitat del mòbil entre el primer i el quart sensor?
11. Comprova-ho calculant la velocitat de l'imant central en passar per davant de cada sensor.
12. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)

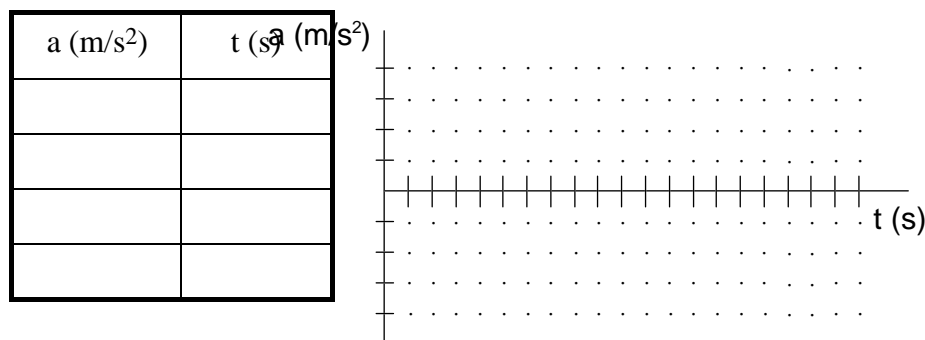


a) Quina forma té?

- b) Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la velocitat amb el temps?
Escriu-la.
 - c) Quina relació matemàtica hi ha entre la variació de la velocitat i el temps?
 - d) Quin tipus de moviment és?
13. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment.
14. Escriu l'equació de la velocitat corresponent a aquest moviment.
15. A partir del gràfic velocitat/temps, fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
 - b) Quina equació matemàtica relaciona la posició i l'espai recorregut amb el temps? Dedueix-la a partir del gràfic velocitat-temps.
 - c) És igual que la que has deduït pel moviment uniformement accelerat? Demosta-ho.
 - d) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
 - e) **Escriu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment i representa-la gràficament.**
 - f) Calcula els espais recorreguts entre els sensors utilitzant l'equació de l'apartat anterior. Compara'ls amb els que has obtingut al principi d'aquest apartat 15. A quina conclusió arribes?
16. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic acceleració/temps corresponent a aquest moviment.




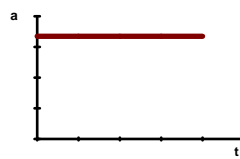

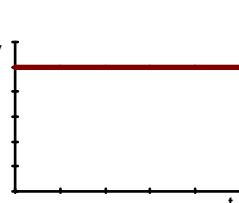
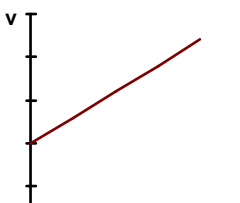
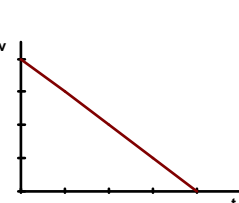
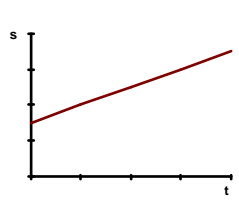
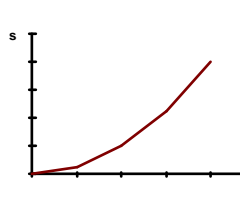
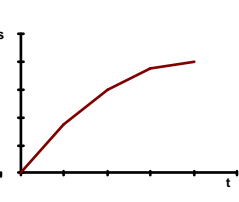
- a) Quina forma té?
- b) Què et diu aquest gràfic sobre la variació de l'acceleració?
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?

17. Calcula el temps que tarda el vagó a arribar al punt més alt sobre la rampa i l'espai mínim de rampa que es necessita **per damunt de l'últim sensor** per evitar que el vagó caigui.

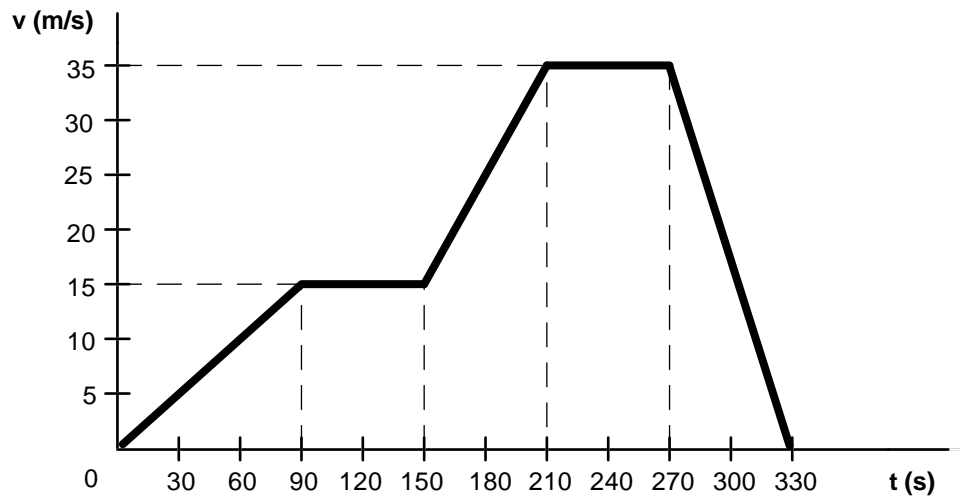
☞ En el quadre següent, fes un resum dels tres tipus de moviments:

	Moviment uniforme	Moviment uniformement accelerat	Moviment uniformement retardat
Velocitat			
Acceleració			
Equació de la velocitat			
Equació de la posició			
Gràfica acceleració-temps			
Gràfica velocitat-temps			
Gràfica posició-temps			

®

	Moviment uniforme	Moviment uniformement accelerat	Moviment uniformement retardat
Velocitat	CONSTANT	AUGMENTA DIRECTAMENT PROPORCIONAL AL TEMPS	DISMINUEIX DIRECTAMENT PROPORCIONAL AL TEMPS
Acceleració	NUL·LA	CONSTANT I POSITIVA	CONSTANT I NEGATIVA
Equació de la velocitat	$v = \frac{\Delta s}{t}$	$v = v_0 + a \cdot t$	$v = v_0 + a \cdot t$
Equació de la posició	$s = s_0 + v \cdot t$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$
Gràfica acceleració-temps			
Gràfica velocitat-temps			
Gràfica posició-temps			

11. La següent gràfica representa el moviment d'un tren:

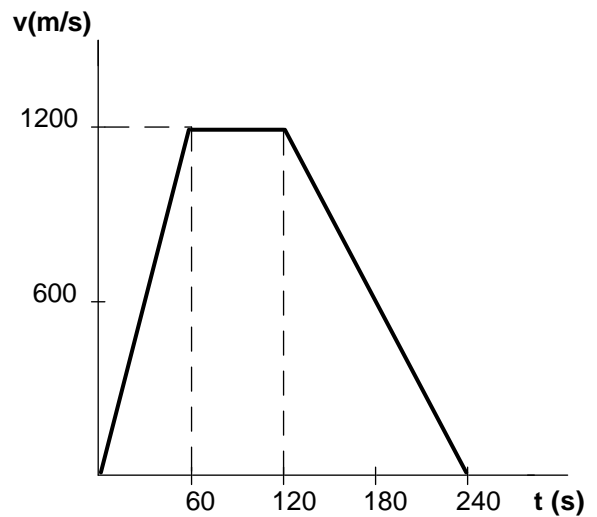
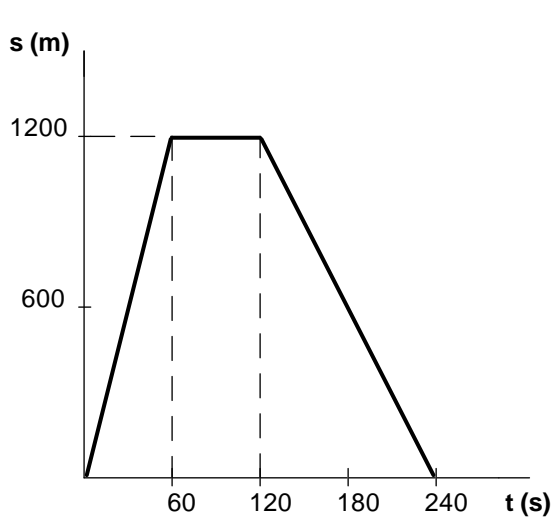


Comenta-la i calcula l'espai recorregut i l'acceleració a cada secció de la gràfica. Fes la taula posició temps de tot el moviment.

12. Comenta aquestes gràfiques especificant els aspectes següents per a cadascuna:

- Condicions del punt de partida.
- Els valors de l'espai recorregut, de la velocitat i de l'acceleració i els tipus de moviment que tenen lloc entre 0 s i 60 s, 60 s i 120 s i entre 120 s i 240 s.
- Condicions del punt final.

... Compara entre ells el primer moviment de cada gràfica i també el segon i el tercer.



9.1.2. Estàtica

- ☞ Quan tenim un cotxe que està parat i no s'engega, com ho fem per fer-lo moure?
- Ⓜ *La premem.*
- ☞ I com ho fem per prémer-lo?
- Ⓜ *Li fem una força.*
- ☞ I quan li apliquem la força, què fa el cotxe?
- Ⓜ *Es mou.*
- ☞ I si estava parat i l'hem fet moure, què li ha passat a la seva velocitat?
- Ⓜ *Ha augmentat.*
- ☞ I si la velocitat ha augmentat, què ha hagut de passar?
- Ⓜ *Que hi ha hagut d'intervenir una acceleració.²*

Fixeu-vos, doncs, que en aplicar una força, s'ha produït una acceleració. La pregunta que ens podem fer ara, és: Sempre hi ha alguna relació entre la força aplicada sobre un cos i l'acceleració que se li produeix?

Per intentar contestar-la, farem un parell d'experiències³:

Sobre un cos que té una certa massa **m**, apliquem diverses forces, i mesurem les acceleracions que li hem produït. Podem confeccionar aquesta taula:

F	0	10	20	30	40
a	0	2	4	6	8

(De moment no tenim en compte les unitats. Ja en parlarem tot seguit)

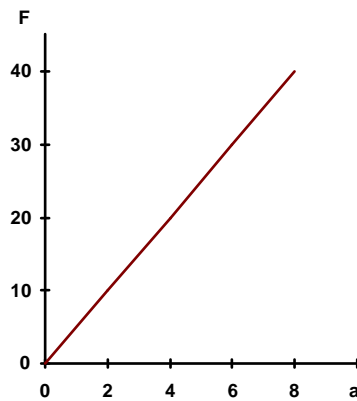
- ☞ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquesta taula?
- Ⓜ *Que per cada deu unitats que augmenta la força, l'acceleració n'augmenta dues.*
- ☞ I com ho diem això utilitzant llenguatge matemàtic?
- Ⓜ *Que la força aplicada i l'acceleració que es produeix sobre el cos, són directament proporcionals.*
- ☞ Com ho farem per a comprovar-ho?
- Ⓜ *Fent una sèrie de raons entre els valors de la força i els de l'acceleració. O bé fent el gràfic F/a que ens haurà de sortir una línia recta.*
- ☞ Feu-los, doncs.
- Ⓜ *La sèrie de raons serà:*

$$\frac{10}{2} = \frac{20}{4} = \frac{30}{6} = \frac{40}{8} = 5$$

i es comprova que realment la força i l'acceleració són directament proporcionals. La constant de proporcional, en aquest cas val 5. El gràfic F/a:

² Cal que s'adonin que el mateix passaria si el que volguéssim fos parat una bola que s'està movent.

³ Si es disposa de l'equip EXAO i un carril d'aire per poder treballar sense fricció es poden realitzar aquestes experiències de forma real



GRÀFIC N° 26

És una línia recta que passa pel centre de coordenades. Aquest fet també ens confirma que la força aplicada és directament proporcional a l'acceleració.

Anem per la segona experiència:

Sobre un cos que té una massa que val el doble de l'anterior (**2m**), apliquem diverses forces, i mesurem les acceleracions que li hem produït. Podem confeccionar aquesta taula:

F	0	10	20	30	40
a	0	1	2	3	4

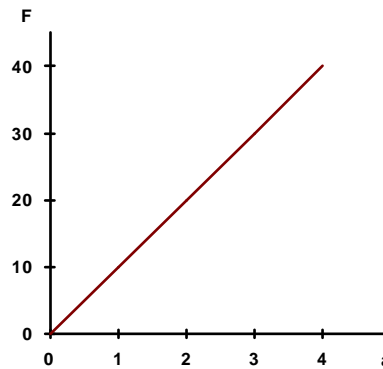
(Tampoc tindrem en compte les unitats)

- ∅ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquesta taula?
- Ⓡ *Que per cada deu unitats que augmenta la força, l'acceleració n'augmenta una.*
- ∅ I com ho diem això utilitzant llenguatge matemàtic?
- Ⓡ *Que la força aplicada i l'acceleració que es produeix sobre el cos, són directament proporcionals.*
- ∅ Com ho farem per a comprovar-ho?
- Ⓡ *Fent una sèrie de raons entre els valors de la força i els de l'acceleració o el gràfic F/a.*
- ∅ Feu-los, doncs.
- Ⓡ *La sèrie de raons serà:*

$$\frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3} = \frac{40}{4} = 10$$

on es comprova que realment la força i l'acceleració són directament proporcionals. La constant de proporcional, en aquest cas val 10.

El gràfic F/a:



GRÀFIC N° 27

És una línia recta que passa pel centre de coordenades. Aquest fet també ens confirma que la força aplicada és directament proporcional a l'acceleració.

- ∅ Compara les constants de proporcionalitat que has obtingut. Què observes?
- Ⓜ *Que una és doble de l'altre.*
- ∅ Poden tenir relació amb alguna altra magnitud de les que intervenen en l'experiència?
- Ⓜ *Hem dit que la massa del segon cos és doble que la del cas anterior i observem que la constant de proporcionalitat entre la força i l'acceleració val el doble en el segon cas que en el primer.*

Si continuéssim fent experiències comprovaríem que aquest fet s'acompleix sempre, de tal manera que la constant de proporcionalitat entre la força que apliquem a un cos i l'acceleració que li produeix és, precisament, la massa d'aquest cos.

- ∅ Escriu l'expressió matemàtica d'aquesta conclusió:
- Ⓜ *L'expressió matemàtica d'aquest fet seria:*

$$\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{a}} = \mathbf{m}$$

o, dit d'una altra manera

$$\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$$

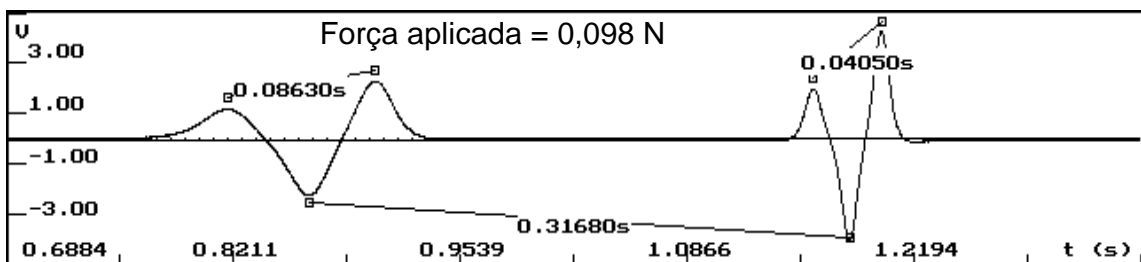
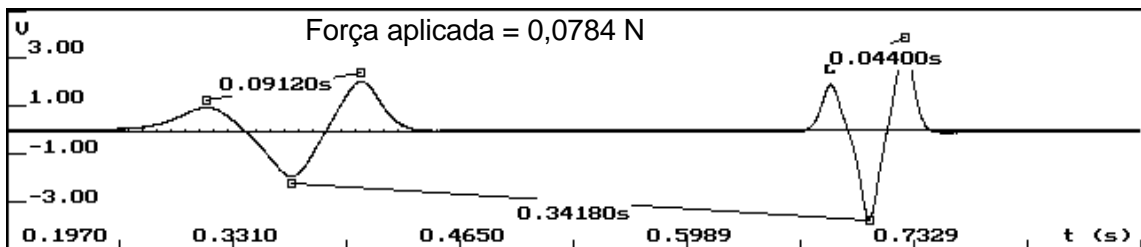
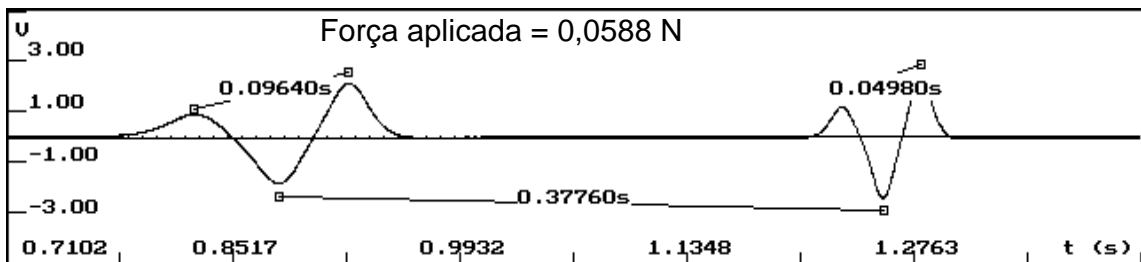
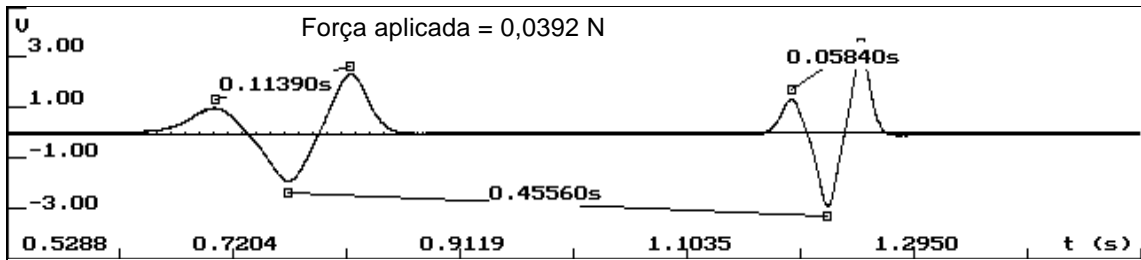
Fixeu-vos que com més gran és la massa, més força hem d'aplicar sobre el cos per a produir-li la mateixa acceleració.

És a dir, que aquesta massa ens dóna una idea de la resistència que oposa el cos a variar la seva velocitat; la resistència que oposa a moure's, si està parat, o a parar-se si s'està movent.

Pràctica: Efecte produït per l'aplicació de diverses forces sobre un mateix mòbil

Tenim un mòbil de 44 g de massa amb els tres imants (separats 5,15 cm el primer de l'últim) parat sobre el carril d'aire. Li enganxem un fil que fem passar per una politja i, a l'altre extrem hi pengem un pes, de manera que pugui baixar per fora de la taula. Quan el pes baixa, produeix una força constant sobre el mòbil que el fa moure per davant de dos sensors Hall.

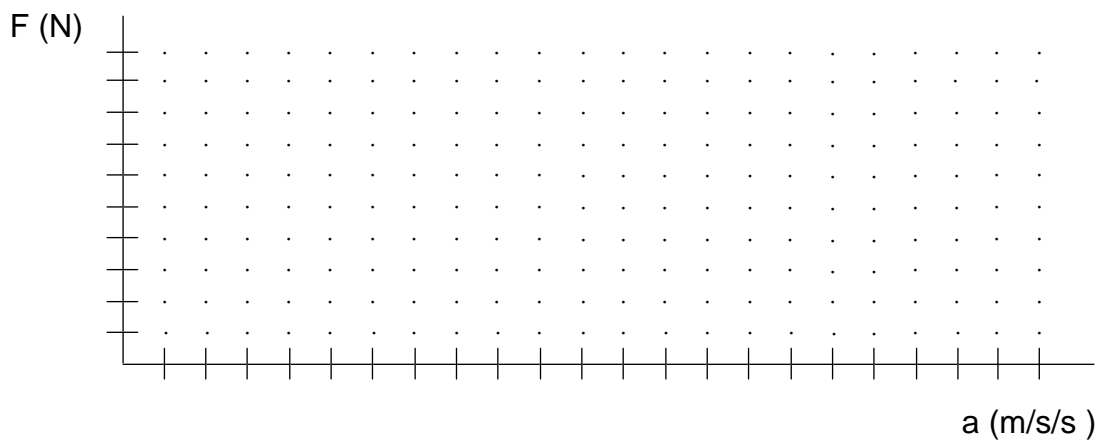
Realitzem quatre experiències diferents, utilitzant diferents pesos penjats i obtenim els gràfics següents:



1. Amb els valors d'aquests gràfics omple la taula següent, calculant els valors que s'hi indiquen: (A la taula posa-hi només els resultats)

Força aplicada (N)				
v_0 (m/s)				
v_{final} (m/s)				
Acceleració mitjana				

2. Amb aquestes dades fes un gràfic força / acceleració:



- Quina forma té aquest gràfic?
- Quina relació matemàtica hi ha entre la força i l'acceleració?
- Calcula'n la constant de proporcionalitat.

F (N)	a (m/s/s)	F / a

- Podries escriure l'equació matemàtica que relaciona la força amb l'acceleració?
3. Fixa't bé en el valor de la constant de proporcionalitat. Compara'l amb les dades de l'enunciat. A quina conclusió arribes?

☞ Hem dit que si apliquem una força a un cos li provoquem una acceleració. Sempre passa així o hi ha vegades que quan li apliquem una força el cos no es mou?

Ⓜ *De vegades en aplicar la força el cos no es mou, sinó que es deforma.*

Segons això, podem tenir dos efectes diferents produïts per les forces: O bé moviment (**efecte dinàmic**) o bé deformacions (**efecte estàtic**).

☞ Tenint en compte aquests dos efectes, com podríem definir la força?

Ⓜ *Com qualsevol causa capaç de modificar l'estat de repòs o de moviment d'un cos o de produir-li deformacions.*

☞ I quines unitats hem d'utilitzar per a mesurar les forces?

Les deduirem a partir de l'equació que per a la força hem aïllat fa un moment.

Cal tenir present que, tal com ja vàrem dir, pels Sistemes CGS i MKS la massa és una magnitud fonamental i l'acceleració l'hem definida i deduïda en el tema anterior: per tant, podem deduir les unitats de força a partir de les unitats d'aquestes dues magnituds.

Això no passa en el Sistema Tècnic: la massa no és magnitud fonamental, sinó que ho és la Força. Per tant, caldrà definir la unitat de força i, a partir d'ella, deduir-ne la unitat de massa.

Anem a veure quines serien aquestes unitats pels Sistemes CGS i MKS:

	m	a	$F = m \cdot a$
CGS.	g	cm/s/s	1 g x 1 cm/s/s = 1 dina (din)
MKS.	kg	m/s/s	1 kg x 1 m/s/s = 1 Newton (N)

☞ Per tant, com definiríem un Newton?

Ⓜ *Un Newton és la força que hem d'aplicar sobre una massa d'un quilogram per originar-li una acceleració d'un metre per segon cada segon.*

☞ Com definiríeu una dina?

Ⓜ *Una dina és la força que hem d'aplicar sobre una massa d'un gram per originar-li una acceleració d'un centímetre per segon cada segon.*

☞ Deduiu les equivalències: (utilitzeu factors de conversió)

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{10^3 \text{g}}{1\text{kg}} \cdot \frac{10^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}}{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10^5 \text{g} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 10^5 \text{din}$$

$$1\text{din} \cdot \frac{1\text{N}}{10^5 \text{din}} = 10^{-5} \text{N}$$

La unitat de força del sistema Tècnic és el **Kilopond (kp)** i el definirem com *el pes que té un quilogram de massa mesurat a 45° de latitud i a nivell del mar.*

(Ja veurem perquè cal especificar totes aquestes condicions)

- ⊗ A partir del kilopond ens cal deduir la unitat de massa del Sistema Tècnic. Com la podríem definir?
- Ⓜ *Ha de ser la massa que, en aplicar-li una força d'un kilopond se li origini una acceleració d'un metre per segon cada segon (ja que aquesta és la unitat d'acceleració en aquest Sistema)*

A aquesta massa se l'anomena **Unitat Tècnica de Massa (utm)**.

- ⊗ Confecciona la taula complerta de les unitats de força.
- Ⓜ *La taula complerta seria, doncs:*

	m	a	$F = m \cdot a$
CGS.	g	cm/s/s	1 g x 1 cm/s/s = 1 dina (din)
MKS.	kg	m/s/s	1 kg x 1 m/s/s = 1 Newton (N)
Tècnic	utm.	m/s/s	1 kilopond = 1 utm x 1 m/s/s (kp)

Les equivalències del kp amb les altres unitats ja les deduirem més endavant.

9.1.2.1. El pes i la gravetat

Si ho recordeu, hem definit el kilopond com un pes. Però hem dit que el kilopond és unitat de Força. Segons això el pes és una força i es mesura amb les mateixes unitats⁴.

- ⊗ Sabríeu explicar com és possible que el pes sigui una força? Quina mena de força és?
- Ⓜ *La força de Gravatat.*
- ⊗ Què és la força de Gravatat?
- Ⓜ *És la força amb que la Terra atreu els cossos.*
- ⊗ Només la fa la Terra, aquesta força?
- Ⓜ *No, també la fan el Sol i els altres Planetes.*
- ⊗ Així, doncs, cal que tinguem masses molt grosses perquè hi hagi força de Gravatat?
- Ⓜ *(Aquesta pregunta normalment la contesten afirmativament).*

Doncs, en realitat, no és així. Newton ho va enunciar en la seva **LLEI DE LA GRAVITACIÓ UNIVERSAL**:

Sempre que hi ha dues masses, s'atreuen amb una força que és directament proporcional al seu producte i inversament proporcional al quadrat de la distància que les separa.

- ⊗ Escriu l'expressió matemàtica que correspon a aquest enunciat.
- Ⓜ *L'expressió matemàtica d'aquesta Llei és:*

$$F = G \frac{M \cdot m}{d^2}$$

⁴ Les respostes a les preguntes que segueixen són les que solen donar més sovint. Cal intentar reconduir-los cap al punt on ens interessa per arribar a conclusions correctes.

⁵on G és la constant de proporcionalitat, anomenada **Constant de la Gravitació Universal** que té un de $6,670 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Fixeu-vos que això s'ha de complir sempre, sigui quin sigui el valor d'aquestes masses. Aquesta força d'atracció existeix entre tots nosaltres, amb els mobles, etc...

- ⊘ Per què, doncs, no quedem tots enganxats?
- Ⓜ És degut al valor tant petit de G . Aquestes forces d'atracció no són suficientment grans com per fer-nos moure els uns envers els altres.
- ⊘ Aleshores, com podríem explicar el pes de la taula, per exemple?
- Ⓜ Com la força d'atracció gravitatòria entre la taula i la Terra.
- ⊘ Ara, imagineu-vos que el que ens interessa és calcular el pes de la taula. Com ho hauríem de fer? (Cal tenir present que heu dit que és la força d'atracció gravitatòria entre la taula i la Terra)
- Ⓜ Caldria aplicar l'equació anterior, substituint M per la massa de la Terra, m per la massa de la taula i d per la distància entre totes dues.
- ⊘ Però és clar que la taula està sobre la superfície de la Terra. Quant val doncs aquesta distància? (Quan es tracta de grans masses, sempre es considera que tota la massa està concentrada en el seu centre)
- Ⓜ Aquesta d ha de ser el valor del radi de la Terra.

Per altra banda, si el pes és una força i hem demostrat que $F = m \cdot a$, també podem expressar així el pes de la taula:

$$\text{pes} = m \cdot g$$

on g és l'acceleració deguda a la força de la gravetat i que anomenarem **acceleració de la gravetat** i, en el nostre cas, m serà la massa de la taula.

$$\text{pes}_{\text{de la taula}} = m_{\text{de la taula}} \cdot g$$

Si ara tenim en compte aquestes dues formes d'expressar el pes i que, en aquest cas, totes dues han de donar com a resultat el pes de la taula, és a dir, han de tenir el mateix valor, podem establir la igualtat següent:

$$G \frac{M \cdot m}{d^2} = m \cdot g$$

Com que m representa en els dos casos la massa de la taula, se'ns simplifica i resulta que

$$G \frac{M}{d^2} = g$$

que ens servirà per poder calcular el valor de l'acceleració de la gravetat en el cas de la Terra.

⁵ Val la pena fer-los comprovar que la força augmenta en augmentar les masses i disminueix en augmentar la distància entre elles. Cal fer-ho amb exemples numèrics.

Si canviem els valors de la massa i el radi pels d'un altre cos celeste, podrem calcular el valor de l'acceleració de la gravetat en el lloc on nosaltres vulguem.

Però cal que no oblidem un detall: La Terra no és perfectament esfèrica; és aplatada pels pols. Això fa que el seu radi no sigui constant i que, per tant, faci variar també el valor de l'acceleració de la gravetat d'un punt a l'altre de la seva superfície.

- ☞ Comprova-ho calculant els valors de l'acceleració de la gravetat en els pols i en l'equador, mesures extremes del seu radi.

$$\text{Massa de la Terra} = 5,976 \cdot 10^{21} \text{ t} = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{Radi polar de la Terra} = 6356 \text{ km} = 6,356 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Radi equatorial de la Terra} = 6378 \text{ km} = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$$

- Ⓜ En els pols:

$$g_{\text{polar}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,356 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,866 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 9,866 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

En l'equador:

$$g_{\text{equatorial}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6,378 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,798 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 9,798 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- ☞ Quin efecte té l'aplatament de la Terra sobre l'acceleració de la gravetat?
- Ⓜ Degut a que la terra està aplatada en els pols, el radi polar és uns 22 km més petit que el radi equatorial. Això fa que l'acceleració de la gravetat sigui més gran en els pols que en l'equador.
- ☞ On és més gran l'acceleració de la gravetat, dalt d'una muntanya o arran de mar?
- Ⓜ Si estem a dalt d'una muntanya, també estem més lluny del centre de la Terra, el radi serà més gran i l'acceleració de la gravetat més petita.
- ☞ Es manté constant la massa d'un cos?
- Ⓜ Sí, mentre no variï la seva quantitat de matèria. P.ex.: La massa d'un llibre sempre serà la mateixa mentre no li arranquem cap full.
- ☞ El pes d'un cos, també es manté constant?
- Ⓜ Com que per un mateix cos el pes = $m \cdot g$ i la massa és constant, el seu pes serà més gran en els pols que en l'equador i a nivell del mar més gran que al cim d'una muntanya -encara que aquestes diferències siguin mínimes-

13. Un quilogram de material es porta de Figueres a l'equador. Guanya o perd massa? Guanya o perd pes?

Queda clar, doncs, perquè calia especificar la latitud i l'altura en la definició de kilopond. En les condicions en què l'hem definit es pren com a **valor de l'acceleració de la gravetat de la Terra**, el seu valor mitjà que es considera igual a **9,8 m/s/s**.

Aquest és el valor que utilitzarem sempre nosaltres, i el considerarem constant per a petites altures sobre la superfície de la Terra.

En els nostres càlculs haurem de considerar sempre que a una massa d'un quilogram li correspon un pes d'un kilopond.

També cal tenir present que si a la mil·lèsima part del quilogram l'anomenem gram, a la mil·lèsima part del kilopond l'anomenarem pond.

- ∅ Per tant, quant pesarà una massa d'un gram?
- Ⓜ Sempre 1 pond, en les condicions que acabem de definir.
- ∅ Segons aquest valor de l'acceleració de la gravetat que considerem constant, calculeu el pes d'un kg. de massa utilitzant l'equació $\text{pes} = m \cdot g$.
- Ⓜ Serà

$$\text{pes} = 1\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,8\text{N}$$

Fixem-vos que segons aquesta equació resulta que un kg de massa té un pes de 9,8 N, però fa un moment hem dit que pesava 1 kp en aquestes mateixes condicions.

- ∅ Què voldrà dir això?
- Ⓜ Que 1 kp equival a 9,8 N.

Acabem de trobar l'equivalència que ens faltava.

- ∅ Calculeu l'equivalència entre les dines i els kiloponds. I un kp, quants Newtons tindrà? (Utilitzeu sempre factors de conversió)
- ∅ A partir d'aquesta, podríem deduir també l'equivalència de la utm?
- Ⓜ Naturalment. Si tenim en compte les equacions següents:

$$1\text{kg} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{N}$$

$$1\text{u. t. m.} \times 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{kp} = 9,8\text{N}$$

observem que 1 m/s/s és igual a totes dues equacions. L'única diferència està en les unitats de massa. Doncs si una equació és igual a 1 N i l'altra a 9,8 N, l'única conclusió possible és que

$$1\text{u. t. m.} = 9,8\text{kg}$$

- ∅ El valor de l'acceleració de la gravetat en la superfície d'altres cossos celestes seria igual al de la Terra?
- Ⓜ En cada cas dependrà del valor de la massa de l'astre i del seu radi.
- ∅ Calcula el valor de l'acceleració de la gravetat en la superfície de la Lluna amb les dades següents:

$$\text{Massa de la Lluna} = 7,338 \cdot 10^{19} \text{t} = 7,338 \cdot 10^{22} \text{kg}$$

$$\text{Radi de la Lluna} = 1736\text{km} = 1,736 \cdot 10^6 \text{m}$$

- Ⓜ El valor de l'acceleració de la gravetat a la superfície de la Lluna serà:

$$g_{\text{Lluna}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{7,338 \cdot 10^{22} \text{kg}}{(1,736 \cdot 10^6 \text{m})^2} = 1,623 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1,623 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- ⌘ Observant aquest valor calcula el tant per cent que representa l'acceleració de la gravetat de la Lluna respecte de l'acceleració de la gravetat mitjana de la Terra.⁶
- Ⓜ Considerant l'acceleració de la gravetat mitjana de la Terra 9,8 m/s/s, el tant per cent seria:

$$\frac{1,623 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100 = 16,56\%$$

que representa aproximadament el 16% de la de la Terra.

- ⌘ Quin tant per cent del pes mesurat a la Terra es mesurarà a la Lluna?
- Ⓜ Com que la massa es manté constant, es produirà només la variació deguda a l'acceleració, és a dir, un 16%. Per tant el pes d'un cos a la Lluna serà també aproximadament el 16% del pes que tindria a la Terra.
- ⌘ Calcula el valor de l'acceleració de la gravetat en la superfície de Júpiter amb les dades següents:

$$\text{Massa de Júpiter} = 1,89 \cdot 10^{24} \text{ t} = 1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

$$\text{Radi mitjà de Júpiter} = 71440 \text{ km} = 7,144 \cdot 10^7 \text{ m}$$

- Ⓜ El valor de l'acceleració de la gravetat a la superfície de Júpiter serà:

$$g_{\text{Júpiter}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1,89 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{(7,144 \cdot 10^7 \text{ m})^2} = 24,7 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 24,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- ⌘ Observant aquest valor calcula el tant per cent que representa l'acceleració de la gravetat de Júpiter respecte de l'acceleració de la gravetat mitjana de la Terra.
- Ⓜ Considerant l'acceleració de la gravetat mitjana de la Terra 9,8 m/s/s, el tant per cent seria:

$$\frac{24,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100 = 252\%$$

que representa el 252% de la de la Terra.

- ⌘ Quin tant per cent del pes mesurat a la Terra es mesurarà a Júpiter?
- Ⓜ Com que la massa es manté constant, es produirà només la variació deguda a l'acceleració, és a dir, un 252%. Per tant el pes d'un cos a la Lluna serà també aproximadament el 252% del pes que tindria a la Terra.

14. Tenim un kg de pomes al pol nord de la Terra. Quant pesarà? Calcula també la massa i el pes d'aquestes pomes a l'equador de la Terra, a la Lluna i a Júpiter.
15. En Joan té una massa de 50 kg. Calcula el seu pes en kp al pol nord i a l'equador de la Terra, a la Lluna i a Júpiter.

⁶ En comptes del tant per cent, se'ls pot fer calcular quantes vegades l'acceleració de la terra és més gran que la de la Lluna.

9.1.2.2. Moviment vertical

- § Després de tot això us haurà quedat ben clar què és el pes! Expliqueu-ho.
- ® És la força d'atracció gravitatòria entre la Terra i el cos que estiguem estudiant.
- § Què passa si deixem un cos sol a una determinada altura sobre la superfície de la Terra?
- ® El cos cau degut a aquesta força d'atracció gravitatòria.
- § És el cos el que cau o és la Terra la que puja cap al cos?
- ® És el cos el que cau.⁷
- § Per què és el cos el que cau i no la Terra la que puja cap al cos?
- ® Perquè la massa de la Terra és molt més gran que la del cos.
- § Per tant, és el cos qui fa la força d'atracció sobre la Terra o és la Terra la que fa la força d'atracció sobre el cos?
- ® La força és mútua: el cos atrau la Terra, mentre la Terra atrau el cos amb la mateixa força.
- § Com s'anomena aquesta força quan la considerem aplicada sobre el cos?
- ® És el pes d'aquest cos.
- § Tal com ja hem vist, si hi ha una força i es produeix un moviment, què ha de generar aquesta força?
- ® Una acceleració. En aquest cas, l'acceleració de la gravetat.
- § Quan un cos cau, què li passa a la seva velocitat?
- ® Que cada vegada és més gran: va augmentant a mida que baixa.
- § I, tal com també hem dit, com considerem nosaltres l'acceleració?
- ® Constant.
- § Per tant, amb quin tipus de moviment baixa un cos?
- ® **Amb un moviment uniformement accelerat.**

16. Deixem anar una pedra i tarda 5 segons en arribar a terra.

- a) Fes una taula velocitat-temps d'aquest moviment, expressant el temps en segons i la velocitat en m/s.
 - b) Fes el gràfic velocitat-temps i, sobre el gràfic, calcula l'alçada des d'on l'hem deixada anar.⁸
-

⁷ En aquest moment es pot aprofitar per fer esment dels **SISTEMES DE REFERÈNCIA**: a part de les pròpies sensacions, necessitem un punt de referència per saber si un cos es mou o no. Es pot parlar del moviment aparent del Sol des de la Terra i que, triant un altre sistema de referència exterior, es pot observar perfectament el que passa en realitat.

Fins i tot, es pot comentar també què hauria passat en els dos primers exemples de cinemàtica, en que la posició inicial s'ha triat en l'origen, si aquesta posició hagués tingut un valor diferent de zero.

⁸ Tot seguit es resol l'exercici nº 16 fent els comentaris següents:

- Observar que la diferència entre "deixar caure" i "tirar cap avall un cos" està en el valor de la seva velocitat inicial.
 - Es pot aprofitar aquest punt per a comentar la diferència que hi ha entre forces constants i forces instantànies.
 - Que diguin quant valdrà l'acceleració i que, en omplir la taula, expliquin com calculen cada valor que hi posen.

- ∅ Qualsevol cos que deixem caure des d'una mateixa altura arribarà a terra amb la mateixa velocitat i en el mateix temps?
Ⓜ *No, com més pesa més ràpidament arriba a baix.*⁹

Perquè s'adonin del seu error, els proposo que tornin a fer el problema 37:

- a) Per una pedra d'un kg de massa i b) per una altra d'una tona de massa. Hauran de comprovar que la massa no intervé per a res en els càlculs i que, per tant, tots els cossos tarden el mateix i arriben a la mateixa velocitat a terra quan els deixem caure de la mateixa altura.
- ∅ Quan llencem un cos cap enlaire amb una determinada velocitat inicial, què li passa?
Ⓜ *Que aquesta velocitat va disminuint fins que es para en el punt més alt del recorregut i després torna a baixar.*
- ∅ Quin tipus de moviment tindrem, doncs?
Ⓜ *Un moviment retardat.*
- ∅ Qui la fa disminuir la velocitat?
Ⓜ *El pes del cos, és a dir, la força gravitatòria.*
- ∅ Tal com ja hem vist, si hi ha una força i es produeix un moviment, què ha de generar aquesta força?
Ⓜ *Una acceleració. En aquest cas, l'acceleració de la gravetat.*
- ∅ Com considerem nosaltres l'acceleració?
Ⓜ *Constant.*
- ∅ Per tant, a quin tipus de moviment donarà lloc?
Ⓜ *A un moviment uniformement retardat.*

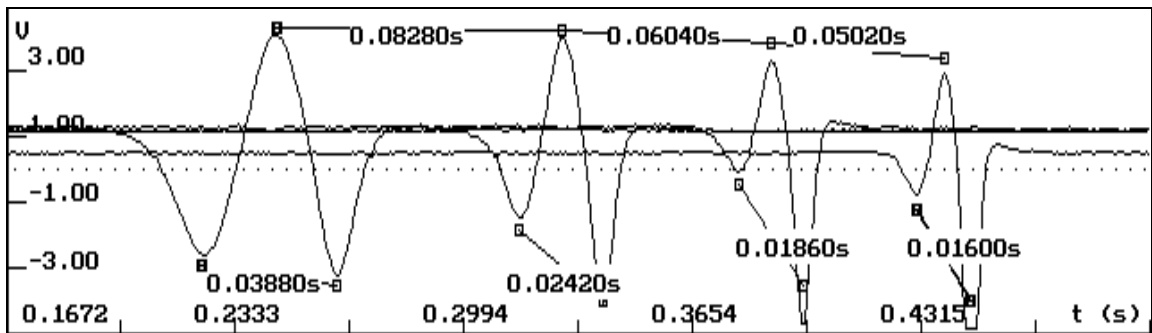
-
17. Llencem cap avall una pedra amb una velocitat inicial de 10 m/s i tarda 5 segons en arribar a terra.
- Fes una taula velocitat-temps d'aquest moviment, expressant el temps en segons i la velocitat en m/s.
 - Fes el gràfic velocitat-temps i, sobre el gràfic, calcula l'alçada des d'on l'hem llençada.
18. Tirem una pedra cap amunt des de terra amb una velocitat inicial de 98 m/s.
- Explica què passarà fins que torni a arribar a terra.
 - Fes una taula velocitat-temps d'aquest moviment.
 - Quant de temps estarà pujant?
 - Quant valdrà la seva velocitat en el punt més alt?
 - Quant valdrà la seva velocitat quan torni a arribar a terra?
 - Quins tipus de moviments hi intervenen?
 - Fes el gràfic velocitat-temps.
 - Fins a quina alçada arribarà?
-

Pràctica: Caiguda lliure

-
- Recordar que el gràfic passa per l'origen perquè la velocitat inicial és nul·la.
 - Fer-los adonar que l'altura des d'on cau correspon a l'espai recorregut durant el temps de caiguda i que aquesta altura és prou considerable.

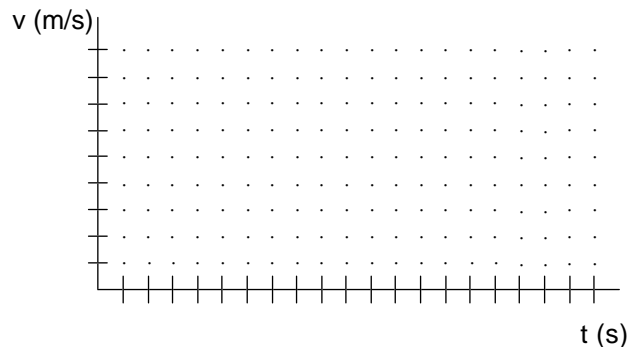
⁹ Aquesta és la resposta incorrecta que donen tots

Aquest és el gràfic que hem obtingut en deixar caure lliurement una barreta amb tres imants enganxats per davant de quatre sensors Hall. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm.



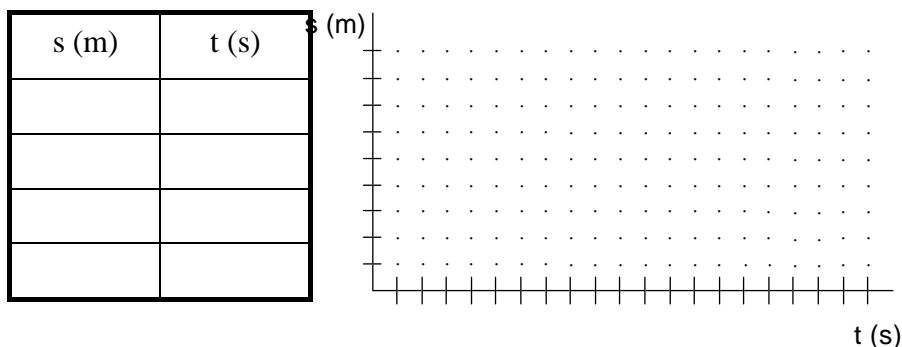
1. Fes un dibuix del muntatge que hem fet.
2. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del primer sensor?
3. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del segon sensor?
4. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del tercer sensor?
5. Quant temps tarden els tres imants que porta enganxat el mòbil en passar per davant del quart sensor?
6. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al segon sensor?
7. Quant temps tarda l'imant central per anar del segon al tercer sensor?
8. Quant temps tarda l'imant central per anar del tercer al quart sensor?
9. Quant temps tarda l'imant central per anar del primer al quart sensor?
10. Veient aquests resultats, què en pots dir de la velocitat del mòbil entre el primer i el quart sensor?
11. Comprova-ho calculant la velocitat de l'imant central en passar per davant de cada sensor.
12. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)

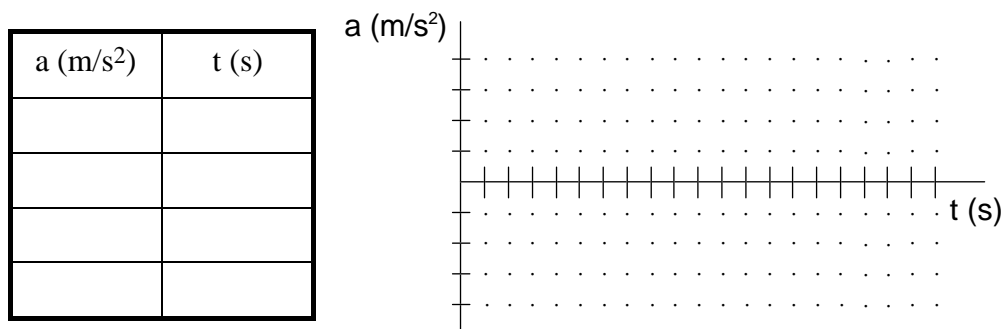


- a) Quina forma té?
- b) Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la velocitat amb el temps? Escriu-la.

- c) Quina relació matemàtica hi ha entre la variació de la velocitat i el temps?
- d) Quin tipus de moviment és?
13. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment. És el valor que esperaves obtenir?
14. Escriu l'equació de la velocitat corresponent a aquest moviment.
15. A partir del gràfic velocitat/temps, fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
- b) Quina equació matemàtica relaciona la posició i l'espai recorregut amb el temps? Dedueix-la a partir del gràfic velocitat-temps.
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
- d) **Escriu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment i representa-la gràficament.**
- e) Calcula els espais recorreguts entre els sensors utilitzant l'equació de l'apartat anterior. Compara'ls amb els que has obtingut al principi d'aquest apartat 15. A quina conclusió arribes?
16. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic acceleració/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
- b) Què et diu aquest gràfic sobre la variació de l'acceleració?
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
17. Calcula la velocitat que tindria el vagó si el descens durés 2 segons més -suposant l'acceleració constant-. En quina posició es trobaria el mòbil al cap d'aquests dos segons?

18. Si ara repetim l'experiència amb un pes lligat a la barreta amb els imants, quines diferències esperes trobar respecte de la caiguda de la barreta amb els imants tota sola?
19. Què ha passat realment?
20. Segons això, a quina conclusió pots arribar?
21. Està d'acord això amb les teves observacions de la vida quotidiana? Posa exemples i explica perquè sí o perquè no i a què poden ser degudes aquestes discrepàncies.

9.1.2.3. Dinamòmetres. llei de hooke

⌘ Com ho podem fer per mesurar pesos, per pesar?

Ⓜ *Amb una balança.*¹⁰

Amb una balança no, perquè sempre hi mesurem masses, mai pesos.¹¹

⌘ A més de generar una acceleració en el cos sobre el que actua, quin altre efecte vèrem veure que produïa una força?

Ⓜ *Al començar el tema vèrem veure que a més de modificar l'estat de repòs o de moviment dels cossos, les forces també podien produir deformacions.*

⌘ Què passa si nosaltres apliquem una força a una molla?

Ⓜ *Evidentment, s'estira. També sabem que com més força hi fem, més s'estirarà.*

Per a comprovar-ho pràcticament¹² muntem un peu amb una nou amb un ganxo on hi penjarem una molla. Per saber la força que actua sobre la molla, hi penjarem peces metàl·liques de massa coneguda. Farem una taula on hi constin la força aplicada, la llargada de la molla i l'allargament que s'hi produeix en cada cas, p.ex:¹³

Força (ponds)	Longitud (cm)	Allargament (cm)
0	50	0
50	53,3	3,3
100	56,6	6,6
150	59,9	9,9
200	63,2	13,2
250	66,5	16,5

¹⁰ Aquesta és la resposta incorrecta que donen tots.

¹¹ Es pot aprofitar aquesta resposta per explicar-los el funcionament d'una balança i perquè s'hi mesuren masses i no pesos. També es pot recordar l'equivalència entre el quilogram de massa i el kilopond de pes.

¹² Si les condicions del grup són adequades i es disposa del material necessari, es pot realitzar la pràctica per grups d'alumnes seguint el qüestionari que s'inclou al final de l'apartat. En cas contrari es pot realitzar la pràctica davant de l'alumnat seguint aquest guió.

¹³ Pot ser que la taula surti així de "rodona", però això no sol passar. El que hem de procurar és que, com a mínim dues o tres dades se'ns avinguin; aleshores podem aprofitar per comentar les possibles causes en les desviacions de les altres mesures: errors experimentals, la molla que es dona una mica, etc...

- ⊗ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquesta taula?
- Ⓜ *Amb les dades obtingudes podem observar que sempre que es produeix el mateix augment en la força aplicada, la molla s'allarga exactament la mateixa quantitat, per tant, la força i l'allargament són directament proporcionals.*

- ⊗ Com ho comprovareu?
- Ⓜ *Fent una sèrie de raons.*

$$\frac{50\text{p}}{3,3\text{cm}} = \frac{100\text{p}}{6,6\text{cm}} = \frac{150\text{p}}{9,9\text{cm}} = \frac{200\text{p}}{13,2\text{cm}} = \frac{250\text{p}}{16,5\text{cm}} = 15,15\text{p/cm}$$

on $15,15\text{p/cm}$ representa la raó de la sèrie, és a dir, la constant de proporcionalitat entre la força i l'allargament de la molla.

- ⊗ Què ens diu aquesta constant de proporcionalitat?
- Ⓜ *Ens diu que per cada 15,15 pons de força que apliquem a la molla, se'ns allargarà un cm.*
O que per allargar la molla un cm, hem de fer-li una força de 15,15 pons.
- ⊗ Afegiu aquest resultat a la taula.

Força (pons)	Longitud (cm)	Allargament (cm)	$k=F/\Delta l$ (p/cm)
0	50	0	-
50	53,3	3,3	15,15
100	56,6	6,6	15,15
150	59,9	9,9	15,15
200	63,2	13,2	15,15
250	66,5	16,5	15,15

Aquesta és la **LLEI DE HOOKE**:
Quan diverses forces actuen sobre una molla, els allargaments que s'hi produeixen són directament proporcionals a les forces aplicades.

- ⊗ Escriu l'expressió matemàtica d'aquesta Llei:
- Ⓜ *L'expressió matemàtica d'aquesta Llei és:*

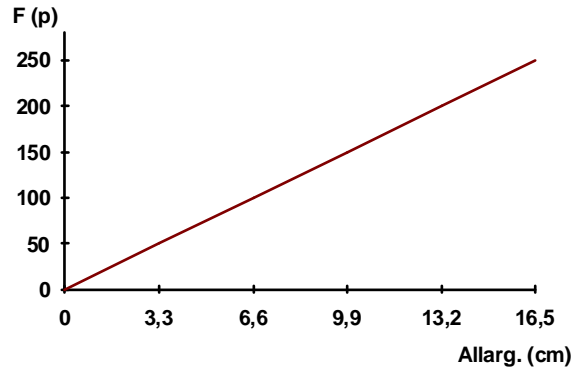
$$\boxed{\frac{F}{\Delta l} = k} \text{ o, dit d'una altra manera } \boxed{F = k \cdot \Delta l}$$

Si ara repetíssim tot el procés amb una altra molla, aquest valor de **k** ens sortiria diferent. Això ens demostra que és una característica de la molla. Per això s'anomena **constant de recuperació de la molla**.

- ⊗ Què ens diu aquesta constant de recuperació de la molla?
- Ⓜ *Ens dirà la força que hem d'aplicar-li per estirar-la un cm.*
O, des del punt de vista de la molla: La força que fa la molla per "recuperar-se" un cm (per tornar-se a encongir un cm).

Cal remarcar que la força que fem nosaltres és contra la molla i la força que fa la molla és per recuperar la seva llargada inicial.

- ∅ Comproveu mitjançant una gràfica que la força i l'allargament són directament proporcionals.¹⁴
- Ⓜ Si són directament proporcionals el gràfic ens donarà una línia recta que passa pel centre de coordenades.



- ∅ Hem dit que això ens havia de servir per pesar. Com ho fariem, doncs, per pesar una bola amb aquesta molla?
- Ⓜ Agafarem la bola, la penjarem a la molla i mirarem quant s'ha allargat. Com que sabem la força necessària per allargar-la 1 cm, i coneixem també els centímetres que s'ha allargat, podem trobar fàcilment el pes de la bola multiplicant aquestes dues quantitats.

Un **dinamòmetre** és exactament això: Una molla que s'estira proporcionalment a la força que hi fem. A més, ja ve graduat i, per tant, només ens caldrà llegir l'escala per saber quant val la força que hi hem aplicat.¹⁵

-
19. Com podem saber amb la nostra molla si dues forces són iguals?
 20. I per saber si una força és el doble d'una altra?
 21. Quin pes hi hem de penjar (quina força hi hem d'aplicar) perquè la molla s'allargui un metre?
 22. Quin allargament es produirà a la nostra molla quan hi pengem un pes d'un kp?
 23. En una molla fem una força de 50 punds i s'allarga 6 cm.¹⁶
 - a) Quina força hi apliquem quan s'allarga 6 mm?
 - b) Quant s'allarga si hi pengem una massa de mig kg?
 - c) Calcula la constant de la molla.
-

Pràctica: Llei de Hooke¹⁷

-
- ¹⁴ Cal aprofitar el fet que els valors no ens hagin donat perfectament correctes perquè observin que, en fer el gràfic, es desvien de la recta.
 - ¹⁵ Cal comprovar que el pes de la bola obtingut amb la molla és el mateix que el pes que marca el dinamòmetre per la mateixa bola.
 - ¹⁶ Els dos primers apartats que els contestin sense fer operacions, només utilitzant la proporcionalitat, i una vegada calculada la constant de la molla que els calculin numèricament i comparin els resultats.
Cal que s'adonin que s'obtenen els mateixos resultats raonant desde la proporcionalitat que utilitzant les equacions matemàtiques.

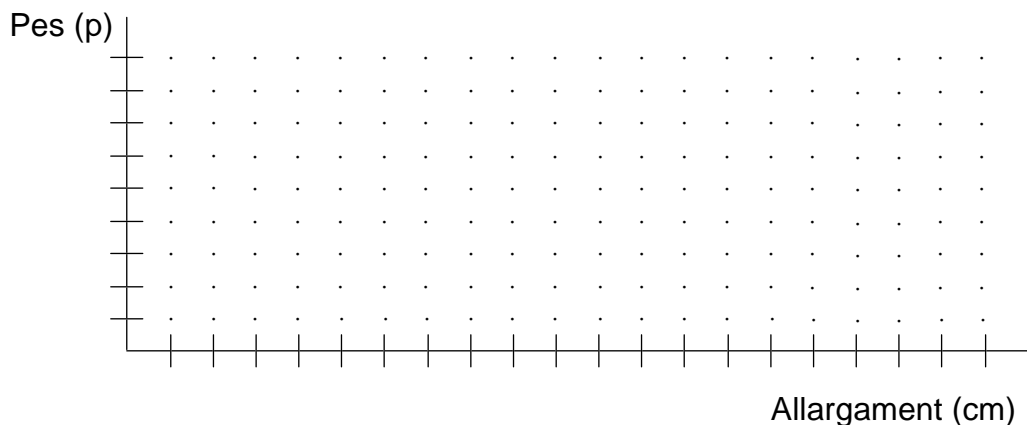
MATERIAL

- Dos peus.
- Una barra.
- Un regle.
- Una nou amb ganxo.
- Una molla amb indicador.
- Un portapesos.
- Un cilindre de 50 g de massa.
- Dos cilindres de 100 g de massa.
- Una bola.
- Un dinamòmetre.

1. Penja el portapesos a la molla i aquesta al ganxo de la nou, de tal manera, que l'indicador de la molla marqui 50 cm en el regle.
2. Observa els cilindres. Quant pesa cadascun d'ells? Expressa'ls en Newtons i en pons.
3. Ves penjant els cilindres al portapesos i omple la taula següent:

Pes (p)	Longitud de la molla (cm)	Allargament de la molla (cm)
0		
50		
100		
150		
200		

4. Amb els valors obtinguts, fes el gràfic pes-allargament de la molla.



5. Quina forma té aquest gràfic?
6. Quina relació matemàtica hi ha, doncs, entre el pes penjat i l'allargament de la molla? Explica-la i escriu l'equació matemàtica que descriu aquesta relació.

¹⁷ Aquesta pràctica és de manipulació directa per part de l'alumne, per això s'inclou la relació del material que cal utilitzar. Primer es dóna als alumnes el qüestionari fins l'apartat 10 i, una vegada han acabat, se'ls facilita la resta del qüestionari.

7. Omple la taula següent:

Pes (p)	Allargament de la molla (cm)	Pes / Allargament
50		
100		
150		
200		

8. Estudia els valors que has obtingut. Observes algun fet particular? Explica'l.

9. S'avé amb la forma que has obtingut en el gràfic? Explica-ho.

10. Considerant tots aquests resultats, a quina conclusió pots arribar? Explica -utilitzant llenguatge matemàtic- què passa quan apliquem diverses forces a una molla i escriu l'equació matemàtica que expressa aquests resultats.

LLEI DE HOOKE

Els allargaments que experimenta una molla metàl·lica són directament proporcionals a les forces aplicades.

L'expressió matemàtica d'aquest enunciat seria: $\frac{F}{\Delta l} = \text{constant}$, és a dir,

$F = k \cdot \Delta l$ on F és la força aplicada, Δl és l'allargament de la molla i k és la constant de proporcionalitat, **característica de cada molla**, i que s'anomena **constant de recuperació**.

- Has arribat tu també a la mateixa conclusió? (Si és que no, indica quines causes et sembla que no t'han permès arribar-hi i proposa solucions per evitar l'error la propera vegada)
- Quant val la constant de recuperació de la teva molla? Indica clarament quines són les seves unitats i explica el significat d'aquesta constant.
- Ara, penja la bola a la molla. Calcula el seu pes.

Un dinamòmetre és un aparell que s'utilitza per a mesurar forces.

Es fonamenta en la llei de Hooke i consta, bàsicament, d'una molla amb una escala graduada que, en comptes de mesurar el seu allargament, ja està calibrada en les unitats de força corresponents.

- Penja la bola al dinamòmetre. Quin pes hi mesures?
- Coincideix amb el valor que havies calculat anteriorment?
- Quina massa té aquesta bola, doncs?
- Com pots saber -amb la teva molla- si dues forces són iguals?
- I per saber si una força és el doble d'una altra?
- Quin pes hi hem de penjar (quina força hi hem d'aplicar) perquè la molla s'allargui un metre?
- Quin allargament es produirà a la nostra molla quan hi pengem un pes d'un kilopond?

21. En una molla fem una força de 50 punds i s'allarga 6 cm.
- Quina força hi apliquem quan s'allarga 6 mm?
 - Quant s'allarga si hi pengem una massa de mig kg.?
 - Calcula la constant de la molla.

9.1.2.4. Força: magnitud vectorial

Si ara us diuen que apliqueu una força en una taula, com ho faríeu?¹⁸ A on i cap a on l'aplicaríeu? Evidentment, és molt diferent aplicar-la a sobre la taula cap avall o, a sota i cap amunt; o a la dreta i cap a l'esquerra o a l'esquerra i cap a la dreta. Els efectes són totalment diferents.

Per tant, a més de la magnitud de la força ens hauran de dir a on l'hem d'aplicar i cap a on. Això vol dir que *per determinar completament una força ho hem de fer mitjançant el que s'anomena un vector*. Podem dir, doncs, que

**La força és una magnitud vectorial.
Definirem el vector com "un segment orientat".**

Anem a veure que representa aquesta definició:

SEGMENT: Part d'una recta limitada pels dos extrems.

La longitud d'aquest segment ens representa el valor numèric del vector i l'anomenem mòdul.

*La recta que el conté ens determina la **direcció** del vector.*

ORIENTAT: Vol dir que ha de tenir un principi i un final.

*Del principi en diem **punt d'aplicació** perquè és el punt on es fa la força.*

*El final l'anomenarem **extrem** i el representarem amb una punta de fletxa. Això ens indicarà en quin **sentit** va el vector (tota direcció pot tenir dos sentits possibles).*

*Fixeu-vos, doncs, que **per determinar un vector** necessitem sempre quatre dades. Les que es donen sempre són: **El punt d'aplicació, la direcció, el sentit i el mòdul.***

Un vector se'l representa amb una lletra amb una fletxa petita a sobre \vec{v} .

*De vegades ens interessarà treballar amb vectors que siguin exactament iguals uns als altres, però aplicats en un altre punt: els anomenarem **equipolents**.*

*Altres vegades parlarem de vectors que seran ben diferents, però aplicats en el mateix punt: els anomenarem **concurrents**.*

*Igual que quan parlàvem de números enters cada un d'ells tenia el seu **oposat**, igual passarà amb els vectors, però en comptes de tenir signe contrari, tindran sentit contrari.*

Segons això els tipus de vectors que utilitzarem més seran:

¹⁸ Es pot fer la sèrie de preguntes directament a algun membre de l'auditori, procurant obtenir les respostes que condueixin a les conclusions que ens interessa arribar.

- **Vectors equipolents:** Són els que tenen igual mòdul, direcció i sentit, però diferent el punt d'aplicació.
- **Vectors concurrents:** Són els que tenen, només, el mateix punt d'aplicació. (Els altres paràmetres poden ser iguals o diferents, és igual)
- **Vectors oposats:** Tenen igual mòdul, igual direcció i sentit contrari.

Cada força, doncs, vindrà determinada per un vector.

Per tant, no n'hi haurà prou en donar el seu valor, sinó que, a més, haurem d'especificar el seu punt d'aplicació, direcció i sentit.

I el pes? Hem dit que el pes és una força, per tant, també ha de venir determinat per un vector.

☞ Com serà el vector pes?

Ⓜ *Tindrà un mòdul que el determinarem amb el dinamòmetre.*

La direcció serà la recta que uneixi el punt d'aplicació del vector pes amb el centre de la Terra.

El sentit anirà dirigit cap al centre de la Terra.

☞ I el punt d'aplicació?

Ⓜ *Tots els cossos estan formats per partícules molt petites cada una de les quals té el seu pes. La suma vectorial de tots aquests pesos ens donarà el pes del cos i ens determinarà el seu punt d'aplicació que anomenarem **CENTRE DE GRAVETAT**.*

Anem a veure alguns exemples per determinar el centre de gravetat dels cossos:

☞ Quin és el CG d'un cercle?

Ⓜ *És el centre de la circumferència que el limita.*

☞ Quin és el CG d'un quadrat?

Ⓜ *És el punt on s'encreuen les diagonals.*

☞ Quin és el CG d'un triangle?

Ⓜ *Correspon al baricentre (punt d'encreuament de les mitjanes).*

☞ Si el que nosaltres tenim és un cos pla irregular, com podem determinar-li el CG?

Ⓜ *El pengem. Una vegada ha restat quiet, tracem una perpendicular a terra. Repetim unes quantes vegades aquesta operació, penjant-lo per punts diferents. El punt d'encreuament de totes les perpendiculars és el CG del cos.*

☞ Imaginem-vos ara que tenim un plat. Si el deixem sol, cau i es trenca. Per què cau?

Ⓜ *El plat cau degut al seu pes, que l'estira cap avall.*

☞ Perquè no passi això, l'hem d'aguantar; com ho farem?

Ⓜ *Perquè no caigui hem de fer una força cap amunt de mòdul igual al del seu pes; oposada al pes.*

☞ Què passaria si fos més grossa?

Ⓜ *Si fos més grossa fariem pujar el plat.*

☞ I si fos més petita?

Ⓜ *Si fos més petita baixaria.*

- ⌘ Però, i si el volguéssim aguantar només per un punt?
Ⓜ *Aquest hauria de ser el mateix punt d'aplicació del pes, és a dir, el CG del cos.*¹⁹

9.1.2.5. Equilibri

- ⌘ Heu dit que per a poder aguantar el plat caldria fer una força oposada al pes i aplicada en el centre de gravetat del plat. Si ho fem així, com estarà el plat?
Ⓜ *Estarà quiet i estabilitzat.*

*Aquest seria un cas del que anomenem **equilibri**.*

- ⌘ I si volguéssim aconseguir l'equilibri del cos, no amb el pes, sinó amb alguna altra força, com ho hauríem de fer?
Ⓜ *Caldria tenir dues forces oposades aplicades en el mateix punt.*
⌘ Podríem aconseguir l'equilibri d'un cos sobre el qual actuïn 15 forces en un sentit i 20 en sentit contrari?
Ⓜ *Si les forces són diferents unes de les altres sí.*
⌘ Què hauria de passar?
Ⓜ *Que la suma (o **resultant**) de totes les forces que actuen en un sentit, fos oposada a la suma (o resultant) de totes les forces que actuen en sentit contrari i s'apliquessin totes dues en el mateix punt.*

Aquesta seria la **condició general d'equilibri**.

- ⌘ Quin valor té la força neta que actua sobre un cos quan està en equilibri?
Ⓜ *Zero.*
⌘ Què produeix qualsevol força atenent al seu efecte dinàmic?
Ⓜ *Una acceleració*²⁰.
⌘ Si en l'equilibri la força neta que actua sobre el cos val zero, què voldrà dir?
Ⓜ *Que sobre aquest cos no hi actua cap acceleració.*
⌘ Per tant, com pot estar un cos en equilibri?
Ⓜ *Pot estar parat o amb moviment uniforme*²¹.

Tipus d'equilibri: (Per una bola recolzada a terra)

- **Estable:** Quan el separem de la posició d'equilibri hi torna espontàniament.

¹⁹ Cal aclarir-los perquè ha de ser el mateix punt d'aplicació i no un altre.

²⁰ Moltes vegades contesten: "moviment". En aquest cas es pot enllaçar la pregunta: "Sense força, doncs, no hi ha moviment?" Cal tornar a deixar clar ací que sense acceleració també hi ha moviment: el moviment uniforme; amb velocitat constant.

²¹ Amb aquesta pregunta i/o la que hem comentat abans cal deixar clares dues coses, principalment:

- a) Que sense que actui cap força, és a dir, sense acceleració, també hi pot haver moviment.
- b) Que un cos pot estar en equilibri i no ha d'estar necessàriament quiet.

- **Inestable:** Quan el separem de la posició d'equilibri no hi torna espontàniament.
- **Indiferent:** Resta quiet en la posició que el deixem.

24. Per on hauríem de penjar un regle perquè es trobi en cadascun d'aquests equilibris?

Equilibri de cossos recolzats a terra: (aplicar-lo a un edifici o a una persona)

- a) Busquem el CG.
- b) Tracem la direcció del pes (perpendicular a terra).
- c) Quan aquesta recta talla la línia de terra dintre de la base de sustentació del cos, aquest resta en equilibri. Si cau fora, cau.

25. Per què no cau la torre inclinada de Pisa? Explica-ho des d'un punt de vista físic. Atenent aquest punt de vista, proposa possibles solucions per a retardar la seva caiguda i explica com ho farien possible²².

9.1.2.6. Composició de forces

Aquests dies passats hem parlat de què el pes d'un cos l'obtenim a partir de la suma dels pesos de cada una de les partícules que el formen.

En parlar de l'equilibri també hem dit que cal que la suma de totes les forces que van en un sentit sigui igual a la suma de totes les que van en sentit contrari.

Però, com ho hem de fer per sumar forces?

El primer que cal tenir en compte és que la força és una magnitud vectorial, per tant, per operar amb forces haurem de fer-ho igual que amb els vectors.

Compondre forces no és fer altra cosa que sumar-les vectorialment. Al vector suma se l'anomena resultant.

I com s'opera amb vectors? Anem-ho a veure, però aplicant-ho directament a les forces²³:

En distingirem uns quants tipus diferents:

1. Composició de forces que actuen sobre un mateix punt d'aplicació (**concurrents**):
 - a) Forces que tenen la mateixa direcció:
 - (I) De mateix sentit:
 - ∅ Com haurà de ser la força resultant?
 - ® Haurà de tenir el mateix punt d'aplicació, la mateixa direcció, mateix sentit i per mòdul, la suma dels mòduls.
 - ∅ Com la trobarem gràficament?

²² Sobretot com fer baixar el centre de gravetat.

²³ Cal anar fent les representacions gràfiques de les forces a la pissarra a mida que es van comentant els diversos apartats.

- Ⓜ *Primer dibuixarem una de les forces. En el seu extrem hi posarem el punt d'aplicació de l'altre i així successivament. La força resultant és la que té el punt d'aplicació en el punt d'aplicació de la primera força i l'extrem en l'extrem de l'última.*

(II) De sentit contrari.

- ⊗ Com haurà de ser la força resultant?
- Ⓜ *Haurà de tenir el mateix punt d'aplicació, la mateixa direcció, el sentit de la força que tingui el mòdul més gran i per mòdul, la diferència dels mòduls.*
- ⊗ Com la trobarem gràficament?
- Ⓜ *Exactament igual que en el cas anterior, respectant els sentits de cadascuna de les forces.*

b) Forces que tenen direccions diferents.

- ⊗ Com trobarem gràficament la força resultant?
- Ⓜ *Exactament igual que en els casos anteriors, respectant els sentits de cadascuna de les forces. Utilitzant aquest sistema, ens apareix un triangle. Per això en molts llibres trobareu que anomenen aquest sistema com la **regla del triangle**.*
- ⊗ Com podem calcular el seu mòdul?
- Ⓜ *Amb els coneixements que tenim només ho podem fer utilitzant el teorema de Pitàgores.*
- ⊗ El podem utilitzar sempre en tots els triangles, aquest teorema?
- Ⓜ *No, només quan són triangles rectangles.*
- ⊗ Com hauran de ser les forces per a poder calcular el mòdul de la força resultant?
- Ⓜ *Hauran de ser perpendiculars.*

Per tant, només podem calcular el mòdul de la resultant de forces perpendiculars. En els altres casos, ens haurem de conformar amb determinar-les només gràficament.

-
-
- 26. *La suma de forces, té la propietat commutativa?*
 - 27. *Representeu dues forces de 10 N que formin un angle de 30°. Dibuixeu la força que resulta de sumar-les. Què passaria si l'angle que formen fos més gran? Comproveu-ho pels casos que aquest angle sigui de 60°, 90°, 120°, 150° i 180° respectivament. Compareu els resultats de cadascuna de les sumes. Davant d'aquests resultats, què aconsellàrieu a dues persones que haguessin d'estirar una pedra?*
 - 28. *Dibuixa dues forces perpendiculars i concurrents que tinguin per mòduls 1,5 N i 2N respectivament. Determina gràficament la força que resulta de sumar-les i calcula el valor del seu mòdul.*
-
-

2. Composició de forces amb diferent punt d'aplicació.

a) Forces que tenen direccions diferents:

Es tracta de traçar vectors equipolents a les forces estudiades que siguin concurrents. Aleshores, el tractament és idèntic a l'apartat 1b)

b) Forces de mateixa direcció i mateix sentit:

(I) Mateix mòdul:

§ Imagineu-vos que voleu aguantar un pal que no pesa amb dues boles iguals una a cada extrem equilibrat horitzontalment a sobre el dit. Per on l'haureu d'aguantar perquè es mantingui en equilibri?

Ⓜ *Pel punt mig del pal.*

§ Quant valdrà la força que haureu de fer per a aguantar-lo?

Ⓜ *Haurà de ser igual al pes total de les dues boles.*

§ Cap a on l'haureu de fer aquesta força?

Ⓜ *Cap amunt.*

§ Vàrem dir que perquè hi hagués equilibri, què havia de passar?

Ⓜ *Que la resultant de totes les forces que actuen en un sentit fos igual a la resultant de totes les forces que actuen en sentit contrari i, a més, que fossin aplicades en el mateix punt.*

§ Segons això, i tenint en compte el que heu dit de com hauríeu d'aguantar el pal amb les dues boles, podríeu explicar com seria la força resultant del pes de les dues boles?

Ⓜ *Hauria de tenir el punt d'aplicació al centre del pal, la mateixa direcció i mateix sentit que el pes de les boles i per mòdul, la suma dels seus mòduls.*

§ Què en podem dir del Centre de Gravetat del sistema?

Ⓜ *Que coincideix amb el punt d'aplicació d'aquesta força resultant que representa el pes del sistema de dues boles²⁴.*

(II) Mòduls diferents:

§ Imagineu-vos que ara intentem aguantar una escombra equilibrada horitzontalment a sobre el dit. També l'aguantarem pel mig del pal?

Ⓜ *No, l'haurem d'aguantar per un punt que estarà més a la vora del plomall.*

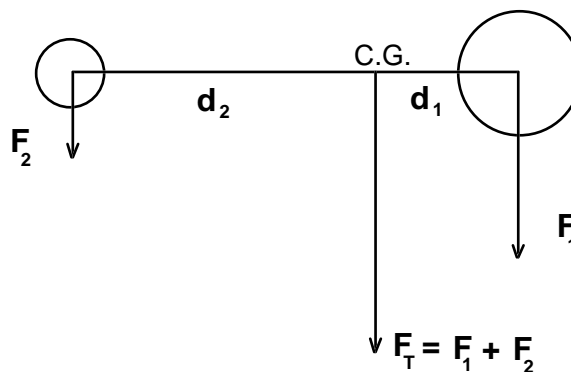
§ Per què et sembla que deu ser això?

Ⓜ *Perquè és el costat que pesa més.*

§ Quant valdrà la força que haureu de fer per a aguantar-la?

²⁴ Cal que l'alumnat s'adoni que per aguantar un sistema de masses en equilibri cal aguantar-lo amb una força oposada al pes global del sistema i aplicada en el seu Centre de Gravetat. Així mateix, és convenient ressaltar el fet que el Centre de Gravetat d'un cos coincideix amb el punt d'aplicació del seu pes i també amb el punt per on l'hem d'aguantar perquè resti en equilibri.

- Ⓜ *Haurà de ser igual al pes total de l'escombra.*
- Ⓜ Cap a on l'haureu de fer aquesta força?
- Ⓜ *Cap amunt.*
- Ⓜ Així, doncs, què en podem dir, en aquest cas de la resultant del pes de l'escombra ajaguda?
- Ⓜ *Que tindrà el punt d'aplicació més a la vora del plomall, la mateixa direcció i sentit que el pes i, per mòdul, el pes total de l'escombra.*
- Ⓜ A on és el Centre de Gravetat de l'escombra?
- Ⓜ *Coincideix amb el punt d'aplicació del seu pes.*
- Ⓜ I si en comptes de l'escombra tinguéssim un pal com el d'abans, que no pesi, i amb dues boles als seus extrems, però una pesant el doble que l'altre?
- Ⓜ *La resultant tindria la mateixa direcció i el mateix sentit que el pes de les boles, el mòdul seria igual a la suma dels seus mòduls i el punt d'aplicació estaria més a la vora de la bola grossa que de la petita.*



Si féssim una experiència amb boles de pesos diferents i anotéssim en una taula els valors d'aquests pesos i les distàncies fins al punt d'aplicació de la força resultant, obtindríem el següent:

Força 1 (p)	Distància 1 (cm)	Força 2 (p)	Distància 2 (cm)
50	60	50	60
100	40	50	80
150	30	50	90
200	24	50	96
250	20	50	100

- Ⓜ Observeu algun fet que us cridi l'atenció en aquesta taula?
- Ⓜ *Una de les forces es manté constant, mentre que l'altre es va fent el doble, el triple, etc..., i tal com era d'esperar,*

les distàncies entre les forces i el punt d'aplicació de la força resultant també van variant.

- ∅ Fixeu-vos en cada parell de forces i les seves distàncies respectives al punt d'aplicació de la força resultant: podeu establir alguna relació entre aquestes quantitats?
- Ⓜ *Sí. Per a cada parell de forces, els productes entre la força i la seva distància al punt d'aplicació de la força resultant són iguals:*

$$50_p \times 60_{cm} = 50_p \times 60_{cm} = 3000_p \cdot cm$$

$$100_p \times 40_{cm} = 50_p \times 80_{cm} = 4000_p \cdot cm$$

$$150_p \times 30_{cm} = 50_p \times 90_{cm} = 4500_p \cdot cm$$

$$200_p \times 24_{cm} = 50_p \times 96_{cm} = 4800_p \cdot cm$$

$$250_p \times 20_{cm} = 50_p \times 100_{cm} = 5000_p \cdot cm$$

- ∅ Com expressariem aquest fet en llenguatge matemàtic?
- Ⓜ *Les forces aplicades a cada extrem del pal són inversament proporcionals a les distàncies respectives fins al punt d'aplicació de la força resultant.*
- ∅ Quina seria l'expressió matemàtica d'aquest fet?
- Ⓜ *Matemàticament això s'expressa:*

Força1 × Distància1 = Força2 × Distància2
--

o, abreviant:

$F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$

- ∅ Considerem el mateix cas d'abans: tenim un pal, que no pesi, i amb dues boles als seus extrems, però una (F_1) pesant el doble que l'altre (F_2). Quina relació hi haurà entre les distàncies respectives (d_1 i d_2) fins al centre de gravetat del sistema?
- Ⓜ *Cal considerar que $F_1 = 2 \cdot F_2$ i com que han de ser inversament proporcionals: $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$ per tant:*

$$2 \cdot F_2 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \Rightarrow 2 \cdot d_1 = d_2$$

29. *En els extrems d'un pal de 3 m de longitud i que suposem que no pesa, hi ha dues boles de 2 kp i 6 kp de pes respectivament.*

- a) Quant pesa el conjunt?*
- b) Dibuixa el diagrama de forces.*
- c) Determina el Centre de Gravetat del conjunt.*

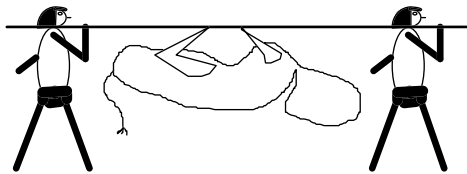
c) Forces de mateixa direcció i sentit contrari:

Només veurem el cas que tinguin el mateix mòdul:

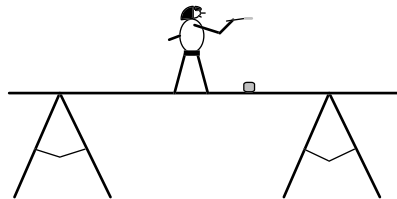
Els anomenarem PARELL DE FORCES.

- ⊗ Agafeu un llapis pels dos extrems; apliqueu-hi a cadascun una força igual però de sentit contrari. Quin moviment pren el llapis?
- Ⓜ Una rotació.
- ⊗ Podríeu trobar més exemples on utilitzeu els parells de forces?. Quins moviments s'hi produeixen?
- Ⓜ Volants, portes, aixetes, baldufa,...
- Sempre s'hi produeixen moviments de rotació.
- ⊗ A quina conclusió et sembla que pots arribar?
- Ⓜ **Els parells de forces sempre produeixen moviments de rotació.**

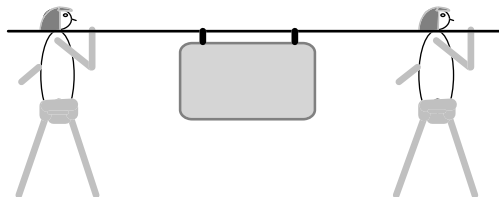
30. En un poblat africà s'organitza una expedició de caça. Maten una peça de 150 kp i, per transportar-la la lliguen en un pal de 3 metres de longitud i que considerem que no pesa. Quin pes aguanta cadascun dels dos traginers si han lligat la peça al mig del pal? Si el traginer que va darrera només vol aguantar 50 kp, a quina distància d'ell haurà de penjar la peça?



31. Un pintor que pesa 60 kp està sobre una bastida formada per un tauló aguantat sobre dues escales situades a tres metres de distància una de l'altra. A on s'ha de situar el pintor perquè cada escala aguantant el mateix pes? A quin punt del tauló estarà situat el pintor quan la primera escala aguantant 40 kp?

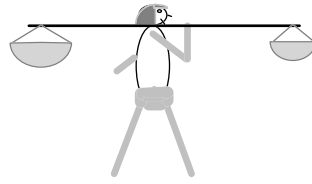


32. Dos homes traginen una pedra de 120 kp penjada en un pal que mesura 2,25 m de longitud i que considerem que no pesa. Quan la pedra està situada a 1,5 m de l'home de davant, quin pes aguanta cada un dels traginers?



33. Ens trobem a la Xina. Un pagès torna del camp i porta dos cabassos plens d'arròs que pesen 12 kp i 18 kp respectivament, penjats als extrems d'un pal de 1,25 m de

longitud i que considerarem que no pesa. Per quin punt haurà d'estintolar-lo a sobre de l'espatlla perquè resti en equilibri? Quin pes aguantarà?



9.2. Segon bloc

Aquest segon bloc de material didàctic està pensat com a continuació de l'anterior, aprofundint en els conceptes ja definits i, per tant, coneguts, però continuant sempre amb la base matemàtica de la proporcionalitat i de les funcions de primer i de segon grau. Quan es comença a estudiar la rampa queda justificat també l'estudi de la trigonometria.

No és imprescindible haver utilitzat el primer bloc de material per poder emprar aquest segon. He procurat que els qüestionaris de les pràctiques vagin evolucionant poc a poc, partint pràcticament des de zero. Observareu que en les primeres pràctiques s'especifiquen al màxim les qüestions i, fins i tot, s'inclouen les plantilles per fer les taules i els gràfics. Més endavant, una vegada l'alumnat ja ha assumit la forma de treball, els qüestionaris ja es fan molt més simplificats.

Pel que fa a les pràctiques, s'utilitza material corrent de laboratori -que es descriu en l'apartat de **RECURSOS**- i per a la recollida de dades s'ha emprat el material subministrat pel PIE i conegut com a EXAO (EXperimentació Assistida per Ordinador).

Per la realització d'aquestes pràctiques i per l'enregistrament de les dades a l'ordinador es poden utilitzar diverses metodologies, sempre limitades pel fet que en els centres només es disposa d'una placa de recollida de dades. Aquesta circumstància unida al nombre d'alumnes per aula fa difícil que l'alumnat pugui manipular directament aquest procés.

Una solució pot ser l'execució de la pràctica a l'aula per part de l'ensenyant seguint la tècnica que podríem anomenar "magistral".

Una altra solució pot ser agrupar l'alumnat de manera que cada grup prepari i -si és possible- realitzi una de les pràctiques a l'aula, explicant-la a la resta del grup.

En tot cas, però, cal que l'alumnat col·labori tant en la preparació (suggerint dissenys) com en la realització. Al final, cal analitzar tots plegats tant la pràctica en sí, com els resultats obtinguts.

He procurat incloure en els qüestionaris totes les dades necessàries per l'anàlisi de les pràctiques. *Fins i tot en el cas que no es disposi de la placa de recollida de dades es pot fer aquesta anàlisi amb el gràfic que s'inclou a cadascun dels qüestionaris.*

Després de la cinemàtica he inclòs un qüestionari basat en un text sobre Galileo Galilei per situar històricament aquest personatge, analitzar la seva influència

sobre el desenvolupament de la ciència i, al mateix temps, repassar conceptes cinemàtics i extreure informació d'un text.

Tot seguit hi ha un altre qüestionari, aquesta vegada basat en un text sobre Isaac Newton. Els objectius són els mateixos que en el cas anterior, però enfocat cap als conceptes d'estàtica i, sobre tot, de dinàmica. Algunes de les qüestions es refereixen a temes que ja s'han estudiat en el primer bloc -poden servir de repàs pels qui hagin emprat aquell material o per veure'ls per primera vegada en el cas dels qui no l'hagin utilitzat- i altres qüestions són per a introduir l'alumnat a la dinàmica.

9.2.1. Cinemàtica

9.2.1.1. Moviment rectilini uniformement accelerat

Aprofitarem l'estudi d'un moviment ben conegut per l'alumnat, com és el moviment vertical, per introduir el moviment rectilini uniformement accelerat (**MRUA**) i deduir-ne les equacions.

Després aplicarem aquestes equacions a l'estudi de la baixada d'un vagó per una rampa.

9.2.1.1.1. Moviment vertical

En aquest cas estudiarem la caiguda lliure a través de l'EXAO.

D'aquesta manera, a més de comprovar les característiques pròpies dels moviments accelerats, calcularem també el valor de l'acceleració de la gravetat.

A més, comprovarem que aquest moviment no depèn de la massa del cos que cau.

Objectius

- Introduir l'alumnat en el funcionament de l'EXAO: Explicar el funcionament de l'equip, els sensors d'efecte Hall i el programa de software que permet fer mesures.
- Interpretar els gràfics obtinguts amb els sensors i relacionar-los amb les característiques del moviment.
- Prendre mides de temps en els gràfics de potencial que hem obtingut amb els sensors.
- Ressaltar la necessitat d'establir un punt de referència zero des d'on mesurar el temps transcorregut.
- Determinar els valors inicials de les magnituds en funció del punt que es pren com a referència.
- Introduir la idea de velocitat mitjana d'un interval en un moviment uniformement accelerat i relacionar-la amb el valor de la velocitat instantània quan el temps pren el valor que correspon al punt mitjà de l'interval considerat: cal estudiar cada interval com un moviment rectilini uniforme, calculant-ne la velocitat; reconèixer-la com la velocitat mitjana de l'interval i com el valor de la velocitat instantània quan el temps pren el valor que correspon al punt mitjà de l'interval considerat.
- Confeccionar la taula velocitat / temps amb els valors obtinguts, fer el gràfic corresponent i interpretar-lo.

- Calcular la distància que hi ha entre els sensors. Confeccionar una taula posició / temps, fer-ne el gràfic corresponent i interpretar-lo.
- Dividir un segment en parts iguals.
- Graduar correctament els eixos coordenats.
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment, comprovar el seu valor amb el ja conegut de l'acceleració de la gravetat i treure conclusions sobre possibles errades comeses.
- Deducir les equacions del MRUA a partir dels càlculs realitzats.
- Comprovar que els gràfics coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.
- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques.
- Observar que el temps de caiguda no depèn de la massa de l'objecte que cau i aplicar-ho a situacions de la vida quotidiana.

Desenvolupament de la pràctica

Deixem caure una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants: d'aquesta manera podem calcular la velocitat de la placa en passar pel davant de cada sensor.

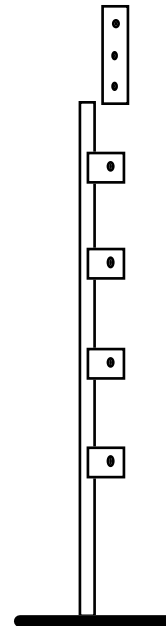
Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que s'aproxima a una recta. En aquest punt cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que l'acceleració representa la constant de proporcionalitat.

A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una branca de paràbola.

També es calcula l'acceleració mitjana del moviment que ha d'aproximar-se al valor de l'acceleració de la gravetat.

Generalitzant tots aquests càlculs realitzats, es poden arribar a deduir les equacions que corresponen al MRUA. En aquest punt és el moment de ressaltar que l'equació de la velocitat és una equació de primer grau que té com a representació gràfica una recta. Així mateix cal ressaltar que l'equació de la posició és una equació de segon grau que té com a representació gràfica una paràbola.

Si repetim l'experiència amb una barra metàl·lica enganxada a la regleta amb els imants, es comprova que la caiguda dura exactament el mateix temps que abans.



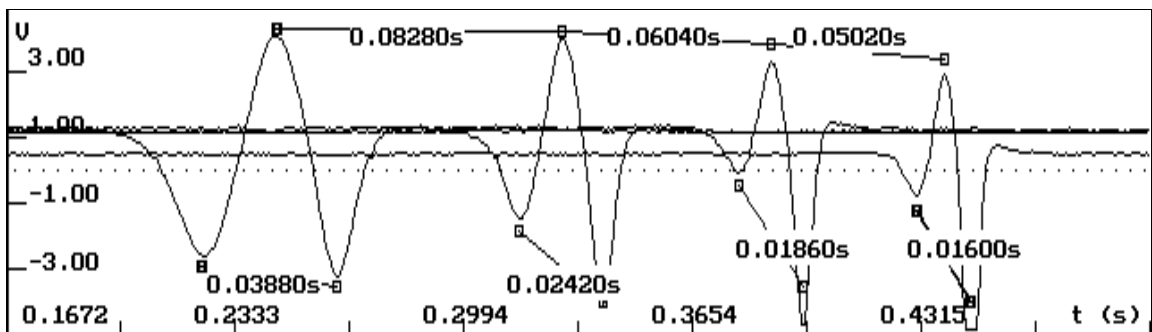
Principals errades observades en l'alumnat

- Es detecten errades en els càlculs de l'acceleració de la gravetat.
- Confusions en les mesures del temps i en la seva utilització.

- Es detecten greus problemes en l'apreciació i valoració de les aproximacions de quantitats decimals.
- Confonen la "mida" amb el "pes" del cos.
- Es detecten dificultats en la generalització de dades numèriques a equacions algebraiques.
- Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Caiguda lliure

1. Explica la pràctica que hem realitzat.
2. Aquest és el gràfic que hem obtingut.

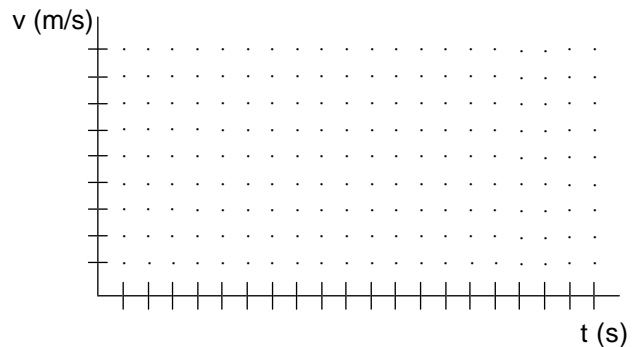


3. Observant aquest gràfic, què en pots dir de la velocitat de la barreta amb els tres imants?
 - Com serà, doncs, aquest moviment?
4. Com pots mesurar el temps que tarden en passar els tres imants per davant de cada sensor a partir d'aquest gràfic?
5. Si els tres imants són equidistants l'un de l'altre i suposem que la velocitat augmenta uniformement, com ho pots fer per calcular la velocitat que té l'imant central en el moment de passar per davant del sensor?
6. Omple la taula següent posant:
 - A la primera columna (**SENSOR**) el número del sensor que estàs estudiant, començant pel més alt.
 - A la segona (**d**) l'espai recorregut per l'objecte que cau des de la primera senyal del sensor fins l'última del mateix sensor.
 - A la tercera (**t**) el temps que tarden en passar els tres imants per davant del sensor.
 - A la quarta (**v**) el càlcul del valor de la velocitat de l'imant central en passar per davant del sensor.

SENSOR	d	t	v

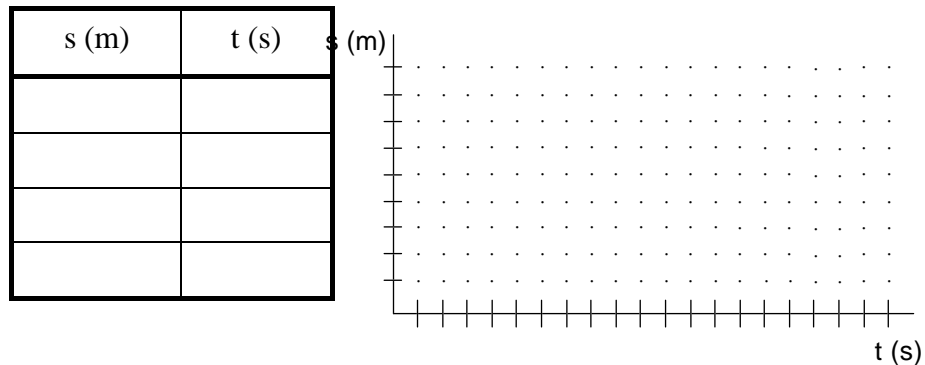
- Quant ha tardat l'imant central en recórrer l'espai que separa el primer de l'últim sensor?
7. Què representa la velocitat d'un mòbil? Defineix-la.
- a) Segons els valors que has obtingut a la taula anterior, què li passa a la velocitat d'aquest mòbil?
 - b) Com s'anomena la magnitud que ens mesura l'augment de la velocitat en un segon?
 - c) Explica com pots calcular el valor de l'acceleració mitjana d'aquesta caiguda lliure.
 - d) Calcula'l.
 - e) Què et diu aquest valor?
 - f) És el valor que esperaves trobar? (Si no és així, explica quines poden ser les causes de l'error)
 - g) Es manté constant aquest valor?
 - h) Quant val la velocitat de l'imant central $\frac{1}{4}$ de segon després de passar per davant del tercer sensor ?
 - i) Quant val la velocitat de l'imant central 1 segon després de passar per davant del quart sensor -suposant que no hagi arribat a terra-?
8. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)



- Quina forma té?
9. Podries expressar l'equació matemàtica que ens defineix l'acceleració? (Fixa't com has fet per calcular-la en l'apartat 7)
- Podries definir-la l'acceleració?
10. A partir de l'equació de l'acceleració, podries deduir l'equació general que ens permet calcular la velocitat instantània d'un mòbil?
- a) S'avé aquesta equació matemàtica amb el gràfic que has obtingut a l'apartat 8?
 - b) Quina relació matemàtica hi ha entre la velocitat i el temps, doncs?
 - c) Quin tipus de moviment és?

- d) Escriu l'equació de la velocitat que correspon a *aquest moviment*.
- e) Utilitzant aquesta equació, calcula la velocitat de l'imant central 5 segons després de passar per davant del primer sensor -suposant que no hagi arribat a terra-.
11. Podries calcular l'espai recorregut per l'imant central entre els dos primers sensors a partir del gràfic v/t ? Si és així, indica'l en el gràfic i calcula'l.
- I entre el primer i el quart sensor?
12. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.



- Quina forma té?
13. Podries expressar l'equació general que ens permet calcular l'espai recorregut? (Fixa't com has fet per calcular-lo en l'apartat 11)
- a) Podries expressar-lo en funció de l'acceleració?
 - b) S'avé aquesta equació matemàtica amb el gràfic que has obtingut a l'apartat 12?
 - c) Escriu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment.
 - d) Representa gràficament aquesta funció i compara-la amb la que has obtingut en l'apartat 12.
 - e) Utilitzant aquesta equació, calcula la posició que ocuparà l'imant central 5 segons després de passar per davant del primer sensor -suposant que no hagi arribat a terra-.
14. Si ara repetim l'experiència amb un pes lligat a la barreta amb els imants, quines diferències esperes trobar respecte de la caiguda de la barreta amb els imants tota sola?
15. Què ha passat realment?
16. Segons això, a quina conclusió pots arribar, doncs?
17. Està d'acord això amb les teves observacions de la vida quotidiana? Posa exemples i explica perquè sí o perquè no i a què poden ser degudes aquestes discrepàncies.

9.2.1.1.2. Descens per una rampa

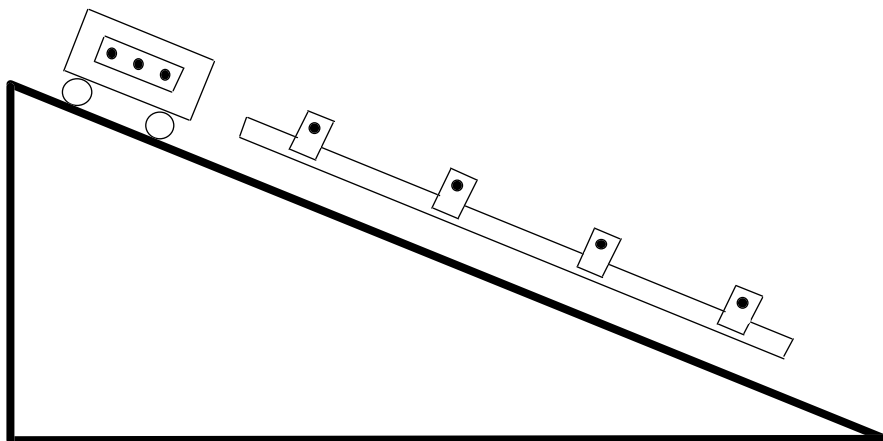
Ara comprovarem el que hem estudiat a la pràctica anterior, aplicant-ho al descens d'un vagó per una rampa.

Objectius

- Consolidar el coneixement i funcionament de l'equip de l'EXAO i de la interpretació dels gràfics que se n'obtenen.
- Establir els punts de referència -és a dir: des d'on comencem a comptar el temps la posició i l'espai recorregut-.
- Consolidar els conceptes de velocitat mitjana i velocitat instantània .
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment i comprovar que coincideix amb la mitjana dels valors de l'acceleració a cada interval.
- Deducir el valor de les equacions de la velocitat en funció del temps -a partir de la definició d'acceleració- i de la posició en funció del temps -a partir del gràfic velocitat / temps-
- Calcular el valor de la velocitat instantània -per a valors diversos del temps- utilitzant aquesta equació de la velocitat.
- Dividir un segment en parts iguals.
- Graduar correctament els eixos coordenats.
- Calcular els espais que separen els sensors a partir del gràfic velocitat / temps i també utilitzant les equacions deduïdes anteriorment. Comprovar que els resultats són idèntics.
- Comprovar les característiques del MRUA tant des del punt de vista de taules de valors com de gràfics.
- Comprovar que els gràfics obtinguts coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.
- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques, relacionant-lo amb les equacions i els gràfics obtinguts.

Desenvolupament de la pràctica

Deixem baixar un vagó per una rampa portant una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants.



D'aquesta manera podem calcular les velocitats a cada sensor.

Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que s'aproxima a una recta. En aquest punt cal ressaltar que l'equació de la velocitat és una equació de primer grau que té com a representació gràfica una recta. Així

mateix cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que l'acceleració representa la constant de proporcionalitat.

A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una branca de paràbola. Igual com hem fet abans, aquí cal ressaltar que l'equació de l'espai és una equació de segon grau que té com a representació gràfica una paràbola. Cal determinar l'equació de la posició en funció del temps per a aquest moviment i representar-la gràficament. Així mateix, cal comparar la paràbola completa amb la branca que ha sortit en el gràfic posició / temps.

També es calcula l'acceleració mitjana del moviment.

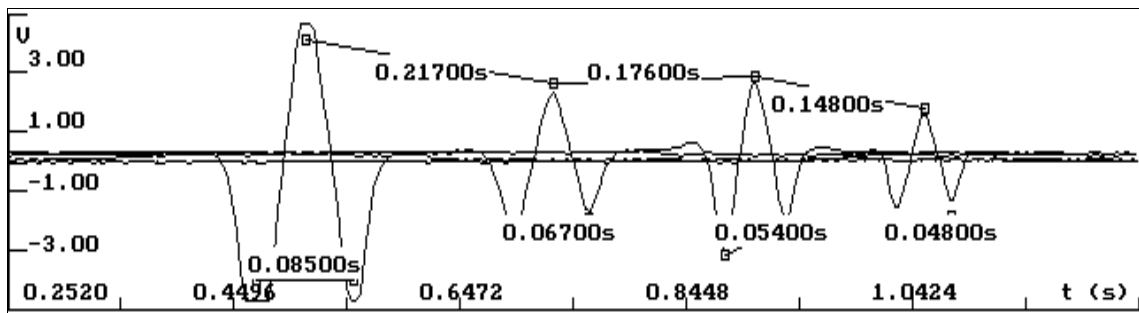
Si es calculen les acceleracions a cada interval, surten valors diferents. Cal aprofitar aquest fet per comentar com es duen a terme les comprovacions i els càlculs experimentals (errors de mesura, necessitat de repetir les experiències moltes vegades, càlcul de mitjanes per a aproximar-nos als valors reals, etc.)

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Encara hi ha qui continua tenint problemes en confondre's en les mesures del temps en els gràfics obtinguts amb l'equip EXAO i en la seva utilització.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Continuen els problemes quan cal aproximar valors decimals.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Vagó baixant per una rampa

1. Aquest és el gràfic que hem obtingut en baixar un vagó - que porta enganxats tres imants i que té una massa total de 29 g - per una rampa on hem situat quatre sensors Hall separats entre ells 15 cm. cadascun. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm.

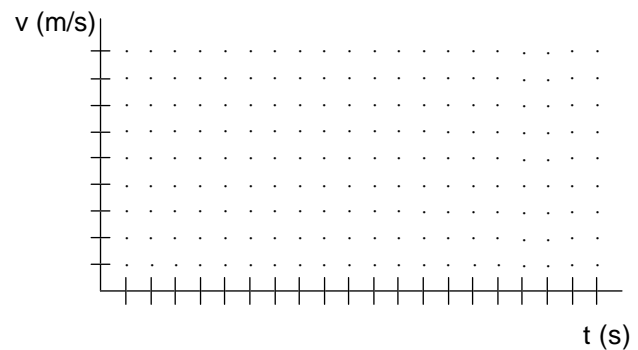


2. Omple la taula següent amb les dades del gràfic anterior:

SENSOR	d	t	v

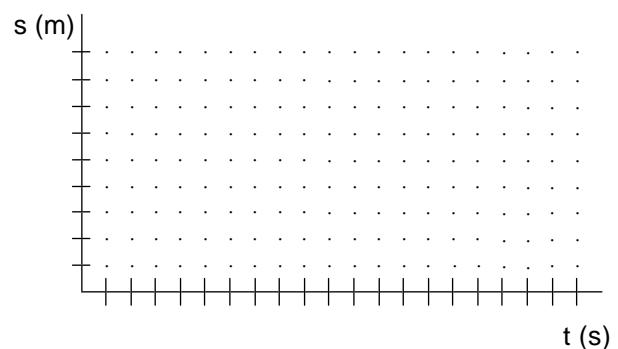
- Quant ha tardat l'imant central en recórrer l'espai que separa el primer de l'últim sensor?
3. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment.
 4. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)



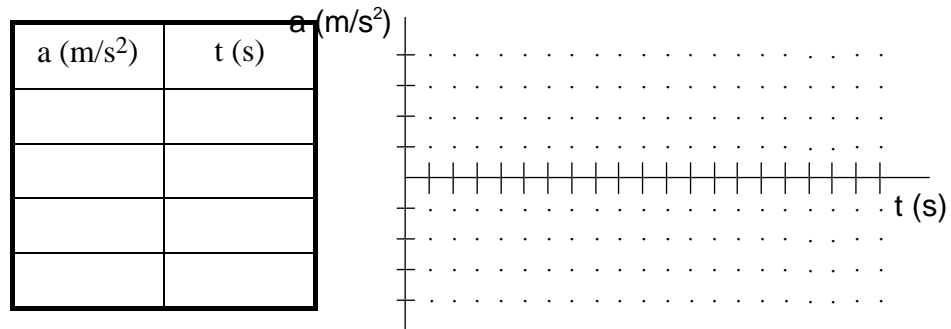
- a) Quina forma té?
 - b) Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la velocitat amb el temps? Escribeu-la.
 - c) Quina relació matemàtica hi ha entre la variació de la velocitat i el temps?
 - d) Quin tipus de moviment és?
5. Calcula la velocitat que tindria el vagó si el descens durés 2 segons més - suposant l'acceleració constant-.
 6. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.

s (m)	t (s)



- a) Quina forma té?
- b) Quina equació matemàtica relaciona la posició i l'espai recorregut amb el temps? Dedueix-la a partir del gràfic velocitat-temps.
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?

- d) Escriu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment i representa-la gràficament.
- e) Calcula els espais recorreguts entre els sensors utilitzant l'equació de l'apartat anterior. Compara'ls amb els que has obtingut al principi d'aquest apartat 6. A quina conclusió arribes?
7. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic acceleració/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
- b) Què et diu aquest gràfic sobre la variació de l'acceleració?
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
- d) Calcula l'acceleració a cada interval entre sensors.
- e) Realment es manté constant?
- f) A què pot ser degut això?
- g) Calcula la mitjana d'aquests valors.
- h) Compara'l amb el valor de l'acceleració mitjana que has calculat a l'apartat 3. A quina conclusió arribes?

9.2.1.2. Moviment rectilini uniformement retardat

En aquesta pràctica estudiarem què li passa al vagó d'abans quan, en comptes de baixar per la rampa, la puja.

Si interessa es pot combinar per estudiar la pujada i la baixada seguides, però potser és millor, en tot cas, deixar l'estudi d'aquest problema per més endavant, quan s'hagi comentat aquest moviment rectilini uniformement retardat (**MRUR**).

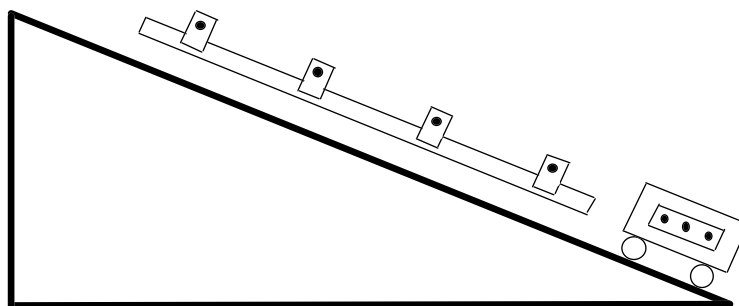
Objectius

- Consolidar el coneixement i funcionament de l'equip de l'EXAO i de la interpretació dels gràfics que se n'obtenen.
- Establir els punts de referència -és a dir: des d'on comencem a comptar temps i espai-.
- Dividir un segment en parts iguals.
- Graduar correctament els eixos coordenats.
- Consolidar els conceptes de velocitat mitjana i velocitat instantània .
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment comprovant que és negativa.

- Deducir el valor de les equacions de la velocitat en funció del temps -a partir de la definició d'acceleració- i de la posició en funció del temps -a partir del gràfic velocitat / temps-
- Calcular el valor de la velocitat instantània -per a valors diversos del temps- utilitzant aquesta equació de la velocitat.
- Calcular els espais que separen els sensors a partir del gràfic velocitat / temps i també utilitzant les equacions deduïdes anteriorment. Comprovar que els resultats són idèntics i que, per tant, les equacions són igualment vàlides pel MRUA que pel MRUR, respectant el signe que correspon a l'acceleració en cada cas.
- Calcular el temps que tarda el vagó a arribar al punt més alt de la rampa i la posició d'aquest punt.
- Comprovar les característiques del MRUR tan des del punt de vista de taules com de gràfics.
- Comprovar que els gràfics coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.
- Relacionar el signe de l'acceleració amb l'orientació de la paràbola obtinguda a partir de l'equació de la posició en funció del temps, així com també amb el pendent de la recta obtinguda en el gràfic velocitat / temps.
- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques.
- Comparar els resultats obtinguts en aquest cas amb els que havíem obtingut en la baixada del vagó per la rampa, estudiant les diferències i les similituds entre els dos moviments.

Desenvolupament de la pràctica

Un vagó portant una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre puja per una rampa degut a un impuls inicial. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants.



D'aquesta manera podem calcular les velocitats a cada sensor.

Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que s'aproxima a una recta. En aquest punt cal ressaltar que l'equació de la velocitat és una equació de primer grau que té com a representació gràfica una recta que en aquest cas té pendent negatiu degut al valor de l'acceleració. Així mateix cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que l'acceleració representa la constant de proporcionalitat.

A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una branca de paràbola. Igual com hem fet abans, cal ressaltar que l'equació de l'espai és una equació de segon grau que té com a representació gràfica una paràbola. Cal determinar l'equació de la posició en funció del temps per a aquest moviment i representar-la gràficament. Així mateix, cal comparar la paràbola completa amb la branca que ha sortit en el gràfic posició / temps i amb els gràfics obtinguts en MRUA. Finalment, cal relacionar el signe negatiu de l'acceleració amb la inversió de la paràbola.

També es pot calcular l'acceleració mitjana del moviment justificant el fet de ser negativa.

A partir de les equacions de la velocitat i de la posició en funció del temps que hem deduït, calculem el temps que tarda el vagó a arribar al punt més alt de la rampa i l'espai mínim que cal deixar des de l'últim sensor fins al final de la rampa per evitar que el vagó caigui. Aquest càlcul és perfecte per comentar els diversos punts de referència possibles, ja que, segons el sensor escollit com a referència varia el valor de la velocitat inicial que hem d'utilitzar.

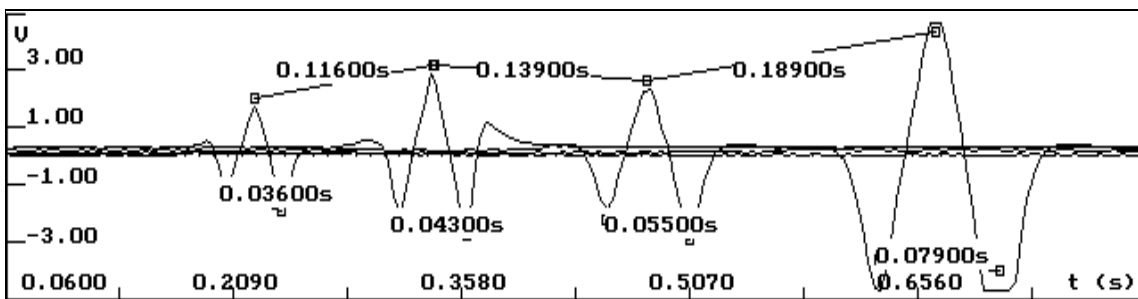
Cal comparar els resultats obtinguts -tan pel que fa als numèrics com als gràfics- amb els que havíem obtingut a la pràctica anterior, comentant les similituds i diferències, per caracteritzar així els dos moviments.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Encara hi ha qui continua tenint problemes en confondre's en les mesures del temps en els gràfics generats amb l'equip EXAO i en la seva utilització.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Continuen els problemes quan cal aproximar valors decimals.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Vagó pujant per una rampa

1. Aquest és el gràfic que hem obtingut en pujar un vagó - que porta enganxats tres imants i que té una massa total de 29 g - per una rampa on hem situat quatre sensors Hall separats entre ells 15 cm cadascun. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm.

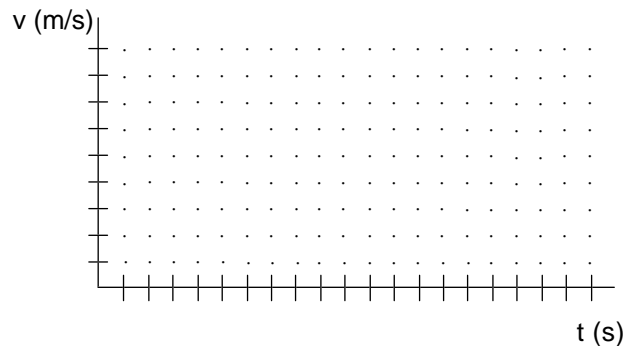


2. Omple la taula següent amb les dades del gràfic anterior:

SENSOR	d	t	v

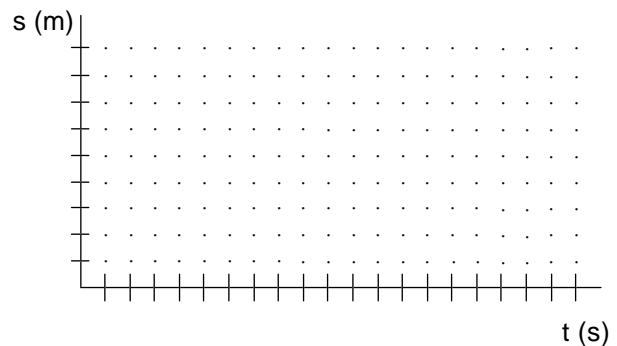
- Quant ha tardat l'imatge central en recórrer l'espai que separa el primer de l'últim sensor?
3. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment.
 4. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)



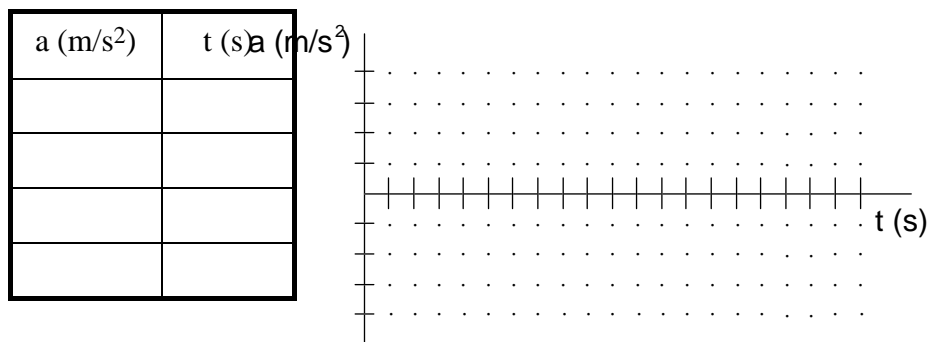
5. Quina forma té?
 - a) Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la velocitat amb el temps? Escriu-la.
 - b) Quina relació matemàtica hi ha entre la variació de la velocitat i el temps?
 - c) Quin tipus de moviment és?
6. A partir del gràfic v/t fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.

s (m)	t (s)



- a) Quina forma té?
- b) Quina equació matemàtica relaciona la posició i l'espai recorregut amb el temps? Dedueix-la a partir del gràfic v/t.

- c) És igual que la que has deduït pel moviment uniformement accelerat? Demostra-ho.
- d) Quina diferència hi ha, doncs, entre l'equació de la posició pel moviment rectilini uniformement accelerat i pel moviment rectilini uniformement retardat?
- e) Escribeu l'equació de la posició que correspon a aquest moviment i representa-la gràficament.
- f) Calcula els espais recorreguts pel vagó entre cada parell de sensors utilitzant aquesta equació i comprova que els resultats són els mateixos que figuren a la taula.
7. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic acceleració/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
- b) Què et diu aquest gràfic sobre la variació de l'acceleració?
- c) Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
8. Calcula el temps que tarda el vagó a arribar al punt més alt sobre la rampa i l'espai mínim de rampa que es necessita **per damunt de l'últim sensor** per evitar que el vagó caigui.

9.2.1.3. Moviment rectilini uniforme

Perquè els quedi clar el moviment rectilini uniforme (**MRU**), és convenient que els temps que ens surtin en el gràfic obtingut siguin exactament iguals.

Objectius

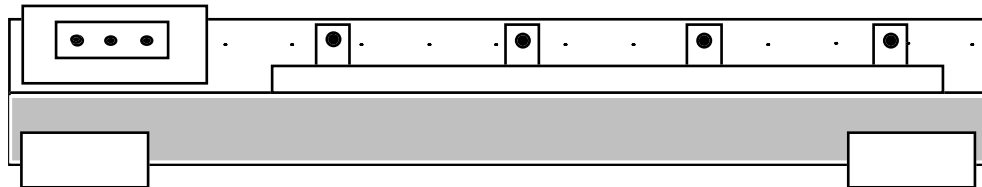
- Consolidar el coneixement i funcionament de l'equip de l'EXAO i de la interpretació dels gràfics que se n'obtenen.
- Establir els punts de referència -és a dir: des d'on comencem a comptar el temps, la posició i l'espai recorregut-.
- Comprovar que la velocitat mitjana coincideix amb la velocitat instantània de cada punt del moviment.
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment comprovant que és nul·la.
- Representar el gràfic velocitat / temps, comentar la seva forma i relacionar-la amb l'equació de la velocitat en funció del temps.
- Calcular els espais que separen els sensors a partir del gràfic velocitat / temps i també utilitzant les equacions deduïdes en les pràctiques anteriors.

Comprovar que els resultats són idèntics i que, per tant, les equacions són igualment vàlides pel MRUA que pel MRUR i fins i tot pel MRU, respectant el signe i el valor que correspon a l'acceleració en cada cas.

- Comprovar les característiques del MRU tant des del punt de vista de taules com de gràfics.
- Comprovar que els gràfics obtinguts coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.
- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques, relacionant-lo amb les equacions i els gràfics.
- Comparar els resultats obtinguts en aquest cas amb els que havíem obtingut en la baixada i en la pujada del vagó per la rampa, estudiant les diferències i les similituds entre tots els moviments.

Desenvolupament de la pràctica

Un mòbil portant una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre es mou per un carril d'aire degut a un impuls inicial. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants.



Si no es disposa de carril d'aire es pot utilitzar un vagó, però cal inclinar lleugerament la rampa per aconseguir així compensar la fricció i que resulti un moviment realment amb acceleració nul·la.

Així podem calcular les velocitats a cada sensor.

Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que és una recta paral·lela a l'eix d'abscisses.

A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una recta. Podem deduir l'equació de l'espai a partir de la del MRUA i comprovar que és una equació de primer grau que té com a representació gràfica una recta. Així mateix cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que la velocitat representa la constant de proporcionalitat.

També es pot calcular l'acceleració mitjana del moviment i comprovar que és nul·la.

Cal comparar aquests resultats -tant pel que fa als numèrics com als gràfics- amb els que havíem obtingut a les pràctiques anteriors, comentant les similituds i diferències, per caracteritzar així tots els moviments.

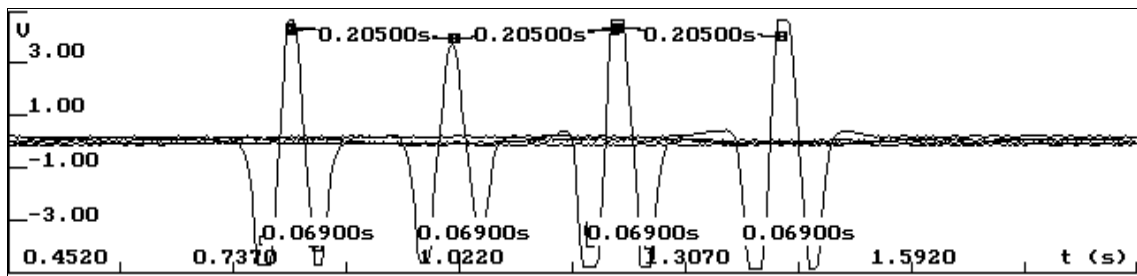
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.

- ◆ Continuen els problemes quan cal aproximar valors decimals. És per això que es fa necessari aconseguir que els valors del temps en el gràfic obtingut per l'EXAO siguin exactament iguals.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Mòbil circulant per un carril D'AIRE

1. Tenim un mòbil -que porta enganxats tres imants- sobre un carril d'aire on hem situat quatre sensors Hall. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm. Donem un petit impuls al mòbil que es posa en moviment i obtenim el gràfic següent:



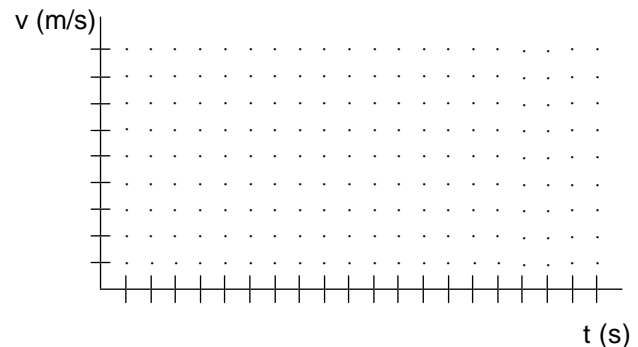
- Observes alguna cosa especial en aquest gràfic?
2. Omple la taula següent amb les dades del gràfic anterior:

SENSOR	d	t	v

- a) Què observes en aquesta taula?
 - b) Quant ha tardat l'imant central en recórrer l'espai que separa el primer de l'últim sensor?
3. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment.

4. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.

v (m/s)	t (s)

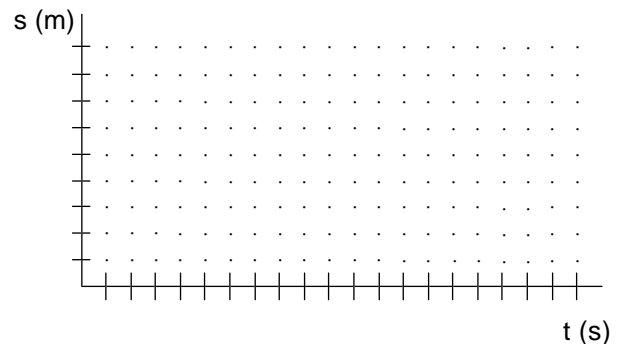


5. Quina forma té?

- Quina relació matemàtica hi ha entre la velocitat i el temps, doncs?
- Quin tipus de moviment és?

6. A partir del gràfic v/t fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.

s (m)	t (s)



- Quina forma té?
- Quin tipus d'equació matemàtica relaciona la posició amb el temps? Escriu-la.
- Quina relació matemàtica hi ha entre l'espai recorregut i el temps, doncs?
- Està d'acord amb el tipus de moviment que has deduït anteriorment?
- Aquesta recta sempre passarà per l'origen?

7. A partir de les equacions de la velocitat i de la posició del MRUA, dedueix les equacions que corresponen a aquest moviment.

8. Calcula els espais recorreguts pel mòbil entre cada parell de sensors utilitzant aquesta equació i comprova que els resultats són els mateixos que figuren a la taula de l'apartat 6.

9. Si aquest moviment continués durant 3 segons més amb la mateixa velocitat, quina posició ocuparia el mòbil?

9.2.2. Galileo Galilei

Ens trobem a Pàdua, pels volts de l'any 1600. El canvi de segle és a prop i la Santa Inquisició continua condemnant a tots els que gosen contradir els ensenyaments de l'Església, basats en les idees dels filòsofs clàssics -sobretot d'Aristòtil- i acceptats durant tota l'Edat Mitjana.

Fins aquest moment -seguint la tradició clàssica- la física s'havia desenvolupat per simple deducció a partir d'idees abstractes i per això estava bàsicament reservada als filòsofs. Però en aquests anys ha aparegut un home que sembla que no creu en aquest sistema i treballa per demostrar amb fets les idees que defensa.

Els grecs havien proclamat sempre que com més pesava un cos més de pressa queia. Però a cap grec se li va ocórrer en cap moment deixar caure dues pedres de diferent pes per demostrar-ho, perquè consideraven que n'hi havia prou amb deduir-ho a partir d'un bon raonament.

Galileo Galilei, en canvi, va considerar imprescindible fer-ho i va comprovar que el que s'havia considerat cert durant tants segles estava molt lluny de la realitat.

Galileo -igual com havia fet Leonardo da Vinci un segle abans- va sospitar que a mida que els objectes cauen la seva velocitat augmenta de forma constant. I es va disposar a comprovar-ho. Però no era fàcil: Galileo no disposava de cap rellotge que donés l'hora a intervals aproximadament iguals. Va haver de recórrer a un rudimentari rellotge d'aigua: feia gotejar aigua dins d'una tassa i suposava -carregat d'optimisme- que les gotes baixaven sempre amb la mateixa freqüència; segons el pes de l'aigua de la tassa podia comparar el temps que tardaven en produir-se les caigudes. Fins i tot va utilitzar els batecs del seu propi pols per a mesurar els temps!

Però la dificultat es mantenia: un objecte cau tan ràpidament que Galileo no podia recollir prou aigua, mentre durava la caiguda, com per poder-la pesar amb precisió suficient.

I va ser aleshores quan es va despertar el seu geni d'experimentador! Es tractava de fer la caiguda més lenta i això ho va aconseguir fent baixar una bola per un pla inclinat: com més horitzontal era el pla, més lent era el moviment.

D'aquesta manera va demostrar que quan un cos es movia sobre un pla horitzontal sense que res ni ningú el toquessin, la seva velocitat no variava i que l'espai recorregut era proporcional al temps que durava el moviment.

Igualment va demostrar que quan es deixava caure una bola per un pla inclinat -i en el cas de màxima inclinació: quan es deixava caure la bola verticalment- la velocitat anava augmentant proporcionalment al temps i que la distància recorreguda era proporcional al quadrat d'aquest mateix temps.

Els estudis de Galileo no es varen limitar a aquest camp, sinó que, seguint la tradició de l'època, es va dedicar també a altres ciències, sobretot a l'astronomia. Les seves idees defensant l'heliocentrisme, varen ser condemnades per la Santa Inquisició. L'any 1633 es va veure obligat a abjurar-ne per poder-se salvar de la tortura i va ser reclòs a casa seva, prop de Florència, on moria nou anys més tard, a l'edat de 78 anys.

*Avui Galileo és reconegut com l'iniciador de la ciència en el seu sentit modern i com a introductor del **mètode científic**, és a dir, del raonament recolzat en l'observació i en l'experimentació.*

Llegeix atentament el text anterior i contesta les preguntes següents:

1. Explica què signifiquen les paraules següents segons el context on es troben:
 - Freqüència:
 - Precisió:
 - Astronomia:
 - Heliocentrisme:
 - Abjurar:
2. Quin any va néixer Galileo? I quin any va morir? Explica com ho has deduït a partir del text.
3. Explica en què consisteix el mètode científic.
4. Quina és la diferència bàsica entre el mètode científic i el mètode utilitzat pels filòsofs grecs?
5. Explica la diferència que hi ha entre observació i experimentació.
6. Explica com pots utilitzar els batecs del pols com a rellotge. Quina característica ha de complir un bon rellotge?
7. Et trobes a Pisa. Puges dalt del campanar de la seva catedral amb dues boles del mateix diàmetre, una de fusta i l'altra de ferro.
 - a) Estàs a l'any 1500. Preguntes la gent del carrer què creuen que passarà quan les deixis anar. Què creus que et contestaran? Per què ho creus així?
 - b) Estàs a l'any 1610. Al teu costat hi tens Galileo Galilei. Li fas la mateixa pregunta. Què creus que et contestarà? Per què ho creus així?
 - c) I tu, què en penses? Per què?
 - d) Les deixes anar al mateix temps des de dalt del campanar. Què passarà?
8. Analitza acuradament els tipus de moviment que es descriuen al text, indicant-ne el nom i expressant les relacions que s'hi esmenten en forma d'equacions matemàtiques.

9.2.3. Isaac Newton

El mateix any que Galileo moria en la seva reclusió de Florència naixia un nen prematur en el si de la família Newton, agricultors a Lincolnshire, que va ser batejat amb el nom d'Isaac. Durant els primers anys d'escola no va ressaltar de forma especial, però el que sí va aconseguir va ser guanyar la batalla amb la seva mare que volia que es dedicés a l'agricultura. I així va ser com la Gran Pesta que es va abatre sobre Anglaterra l'any 1665 el va trobar amb el títol de batxiller en arts recent obtingut. La Universitat de Cambridge es va tancar i els divuit mesos que el jove Isaac Newton va haver de passar a casa seva, esperant que la fi de la Gran Pesta permetés de reobrir la Universitat, varen ser els més fecunds de la seva vida i es pot dir que durant aquest temps va concebre totes les idees que el món li deu.

Va destacar, sobretot, en l'estudi de les matemàtiques i en la seva aplicació a fenòmens físics.

Va ser ell qui va generalitzar els resultats de Galileo: Newton defineix amb molta cura la massa com a diferent del pes. Això li permetrà passar de la tímida descripció cinemàtica del moviment que havia introduït Galileo a la seva profunda descripció dinàmica. Segons aquesta, a la massa li correspon una inèrcia de la massa, una virtut que està en la mateixa naturalesa de la matèria que li assegura el seu estat de repòs o de moviment rectilini i uniforme, mentre no actüi sobre ella cap força exterior. Però hi ha, a més, forces que actuen des de fora dels cossos i modifiquen aquest estat, modificant, doncs, la seva velocitat. Aquí tenim resumides les dues primeres Lleis de Newton sobre la dinàmica dels cossos.

Així, doncs, si llencem un objecte sobre una superfície perfectament pulimentada en direcció horitzontal, haurem d'efectuar una força per donar-li una velocitat -accelerar el cos- a causa de la seva inèrcia. Si es mesuren les forces que s'apliquen sobre el cos i les acceleracions que se li produeixen observarem que en doblar la força es dobla també l'acceleració. Per a una determinada massa, l'acceleració produïda és proporcional a la força aplicada.

Però encara va desenvolupar una tercera Llei: Per a cada acció existeix una reacció igual i de sentit contrari. Això s'aplica a les forces: si la turbina d'un avió llença aire cap a fora amb una determinada força -acció-, ella mateixa -i per tant l'avió- es veurà impulsada en sentit contrari amb la mateixa força -reacció-.

Ara bé: Si tal com diu Galileo quan un cos cau verticalment la seva velocitat augmenta proporcionalment al temps i tal com diu la segona Llei de Newton aquest augment de velocitat és proporcional a la força, vol dir que els cossos cauen degut a l'acció d'una força. El gran geni de Newton li va permetre estendre aquest fet als cossos que es mouen per l'Univers, generalitzant aquestes forces, no tan sols a tots els objectes que hi ha sobre la Terra, sinó també als astres del cel. I així va sorgir la seva Llei de la Gravitació Universal: Totes els cossos s'atrauen entre ells i ho fan en proporció directa al producte de les seves masses i en proporció inversa al quadrat de la distància que els separa. L'expressió matemàtica d'aquesta Llei seria, doncs

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{m}}{d^2}$$

on \mathbf{G} representa la Constant de Gravitació Universal.

D'aquesta manera s'explicava la relació entre massa i pes i, a la vegada, es comprenia perfectament la seva diferència:

Sovint mesurem la massa com el pes. Però el pes només és el resultat de l'atracció de la força gravitatòria de la Terra. Si no hi hagués cap gravetat, un objecte no tindria pes; malgrat això estaria format per la mateixa quantitat de matèria, és a dir, que tindria la mateixa massa. La massa, per tant, és totalment independent del pes.

La Llei de la Gravitació Universal de Newton va tenir el seu gran èxit quan es va comprovar que tots els planetes que s'anaven descobrint ajustaven els seus moviments a les exigències de la Llei i que fins els estels dobles més llunyans dansen al compàs de l'anàlisi que Newton va fer de l'Univers.

Llegeix atentament el text anterior i contesta les preguntes següents:

1. Digues si les afirmacions següents són certes o falses:
 - I. La força de la gravetat entre tu i la taula que tens davant és directament proporcional a la teva massa i a la massa de la taula.
 - II. El teu cos no atrau la Terra; només és ella la que t'atrau a tu, ja que ets tu el que caus.
 - III. La força de la gravetat que actua entre tu i la Terra és igual al teu pes.
 - IV. Un cos, com més pesa, més de pressa cau.
 - V. Agafes un bolígraf i el deixes anar. El bolígraf cau cap a terra perquè la força de gravetat de la Terra l'atrau.
 - VI. Agafes un bolígraf i el deixes anar. El bolígraf cau cap a terra perquè la força de gravetat del bolígraf l'atrau cap a la Terra.
 - VII. Tots els cossos cauen amb una acceleració que depèn del seu pes.
2. Explica la diferència fonamental entre l'estudi del moviment de Galileo i de Newton.
3. Enuncia les tres Lleis de Newton sobre la dinàmica dels cossos. Procura no utilitzar les mateixes paraules que hi ha en el text.
4. Escribeu l'expressió matemàtica de la segona Llei.
5. Relaciona els moviments que fa esment l'article sobre Galileo amb les Lleis de Newton de la dinàmica.
6. Segons el text, quan l'avió llença l'aire cap a fora, es produeix una força en sentit contrari que fa moure l'avió. Si es produeixen dues forces iguals i de sentit contrari, com és possible que es mogui l'avió?
7. Enuncia la Llei de la Gravitació Universal de Newton. Procura no utilitzar les mateixes paraules que hi ha en el text.
8. Escribeu l'equació que necessites per calcular el teu pes utilitzant l'equació matemàtica de la Llei de la Gravitació Universal de Newton. **Substitueix les lletres que hi ha en l'expressió general que tens al text, pels noms de les magnituds que necessites per calcular el teu pes a la Terra.**
9. Escribeu l'equació que necessites per calcular el teu pes utilitzant l'equació matemàtica de la segona Llei de la dinàmica de Newton. **Substitueix les lletres que hi ha en l'expressió general que has escrit anteriorment, pels noms de les magnituds que necessites per calcular el teu pes a la Terra.**
10. Compara aquestes dues equacions que has escrit. Pots aïllar-ne l'acceleració de la gravetat?

Radi equatorial de la Terra	6378 km
Radi polar de la Terra	6356 km
Radi de la Lluna	1736 km
Radi mitjà de Júpiter	71440 km

Massa de la Terra	$5,98 \times 10^{21}$ t
Massa de la Lluna	$7,34 \times 10^{19}$ t
Massa de Júpiter	$1,89 \times 10^{24}$ t

Constant de Gravitació Universal: $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$
--

1. Observa la taula anterior i contesta les preguntes següents:
 - I. Per què creus que el radi equatorial i el radi polar de la Terra són diferents?
 - II. Per què creus que es parla del radi mitjà de Júpiter i en canvi es parla només del radi de la Lluna?
12. Amb les dades de la taula anterior i l'equació que has deduït anteriorment calcula els valors següents, fent els canvis d'unitats que siguin necessaris:
 - I. El valor de l'acceleració de la gravetat als pols de la Terra:
 - II. El valor de l'acceleració de la gravetat a l'equador de la Terra:
 - III. El valor de l'acceleració de la gravetat a la Lluna:
 - IV. El valor de l'acceleració de la gravetat mitjana a Júpiter:
13. Observant aquestes dades, a quina conclusió arribes?
14. Quin tant per cent representen l'acceleració de la gravetat a la Lluna i a Júpiter respecte de la de la Terra?
15. És cert que l'acceleració de la gravetat a la Terra es manté constant?
16. De què depèn el valor de l'acceleració de la gravetat a la superfície d'un planeta?
17. Tens un llibre que té una massa de 2 kg. Calcula el seu pes a l'equador de la Terra.
18. Agafes el mateix llibre d'abans i el portes al pol nord de la Terra. Quina massa té? Quant pesa?
19. El mateix llibre el portes a la Lluna. Quina massa té? Quant pesa?
20. Finalment el portes a Júpiter. Quina massa té allà? Quant pesa aleshores?
21. Observant tots aquests resultats, a quina conclusió arribes?
22. Quina força és més gran, la força amb què la Terra atrau al llibre o la força amb què el llibre atrau la Terra. Per què?
23. Amb quina força atrau la Lluna al llibre?
24. Amb quina força atrau el llibre al planeta Júpiter?
25. Si la distància del centre de la Terra a la Lluna és aproximadament de 386.000 km, quant val la força d'atracció gravitatòria entre totes dues?
26. Dissenya una experiència que et permeti comprovar la 2a Llei de Newton de la Dinàmica. Dibuixa el muntatge que faries i explica com caldria portar-la a terme.
27. Dissenya un aparell que et permeti mesurar forces. En què es basa?

9.2.4. Dinàmica

9.2.4.1. Comprovació de les lleis de Newton

Es tracta d'evitar al màxim les forces de fricció per poder comprovar que es compleixen perfectament les lleis de Newton. És per això que hem utilitzat un carril d'aire.

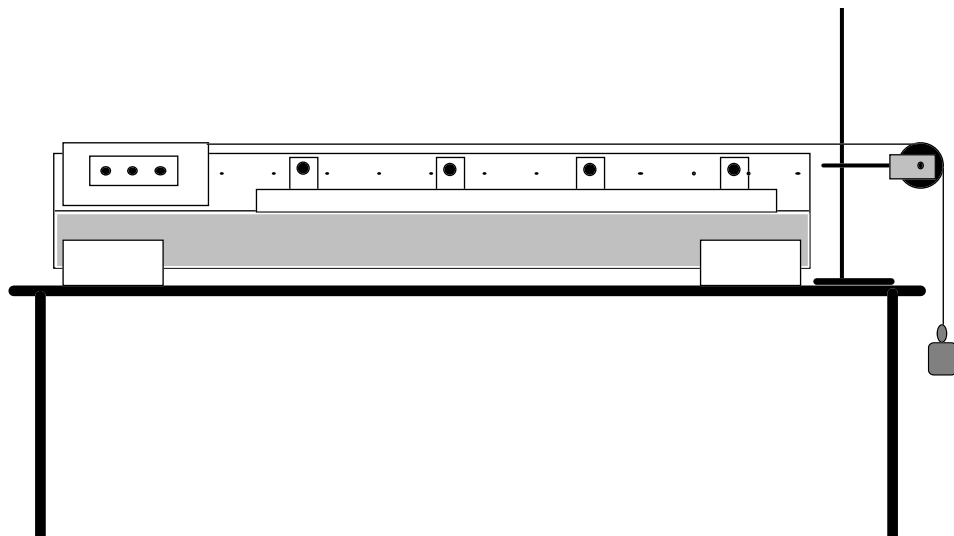
Aquesta pràctica també la realitzarem utilitzant l'EXAO. Tornarem a utilitzar el pes com a força motriu.

Objectius

- Consolidar el coneixement del funcionament de l'EXAO.
- Demostrar i definir el 1r i el 2n principis de la Dinàmica.
- Comprovar que perquè un cos es comenci a moure, ha d'actuar una força.
- Diferenciar força instantània de força constant i els efectes que produeixen.
- Comprovar que un cos es pot moure sense que actuï cap força en el sentit del moviment.
- Aplicar el concepte de proporcionalitat a dues magnituds físiques, relacionant-lo amb les equacions i els gràfics.
- Dividir un segment en parts iguals.
- Graduar correctament els eixos coordinats.
- Comprovar que la força varia la velocitat del cos, per tant, li produeix una acceleració i que aquesta és proporcional a la força aplicada.
- Consolidar el concepte de pes d'un cos com la força d'atracció mútua entre aquest cos i la Terra. Relacionar-lo amb l'acceleració de la gravetat.
- Introduir la idea de forces de reacció.
- Crear la necessitat de definir noves unitats. Definir les unitats de força.
- Consolidar el concepte i el càlcul de velocitat mitjana i d'acceleració mitjana en un moviment uniformement accelerat.
- Confeccionar taules amb els valors obtinguts, fer els gràfics corresponents i interpretar-los.

Desenvolupament de la pràctica

Utilitzem un mòbil amb tres imants equidistants l'un de l'altre circulant sobre un carril d'aire que podem considerar sense fricció. Uns sensors Hall recullen el pas del mòbil i obtenim així les dades necessàries per calcular-ne la velocitat en passar per davant de cada sensor.



Per demostrar la primera llei de Newton, podem col·locar tres o quatre sensors equidistants l'un de l'altre. Si donem una empenta al mòbil podem comprovar que la velocitat es manté pràcticament constant i ens podem remetre a la pràctica del MRU.

Per demostrar la segona llei de Newton, amb dos sensors Hall en tenim prou. Fem córrer el mòbil tibet per un fil que passa per una politja i té un portapesos penjat a l'altre extrem.

Coneixent les velocitats i el temps que tarda el carretó en anar d'un sensor a l'altre podem calcular l'acceleració que se li ha produït. Si pengem diversos pesos en el portapesos, podem confeccionar una taula força-acceleració. Fent el gràfic observem que s'aproxima a una recta que passa pel centre de coordenades i, per tant, les dues magnituds són proporcionals. També es pot calcular la constant de proporcionalitat F/a i veure que es manté pràcticament constant.

A partir d'aquest valor es pot definir la massa del mòbil.

Si mesurem aquesta massa, observem que és molt semblant a la que hem calculat com a constant de proporcionalitat entre la força i l'acceleració.

En el cas que no es disposi d'un carril d'aire es pot realitzar la mateixa pràctica fent circular un vagó sobre una via. Si es manté la via lleugerament inclinada com en la pràctica del MRU, s'aconsegueix compensar la fricció. Si no es fa així, quan es mesura la massa del vagó al final de la pràctica, s'observa que és més petita que la que s'ha calculat com a constant de proporcionalitat entre la força i l'acceleració: Es pot aprofitar la circumstància per introduir la força de fricció, calcular-la i, fins i tot, es pot calcular el coeficient de fricció.

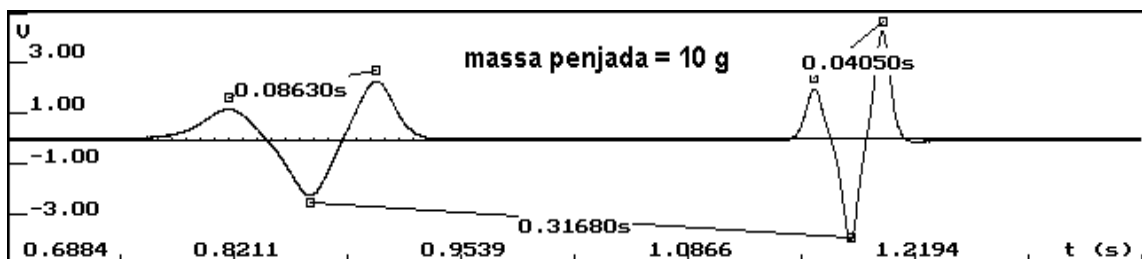
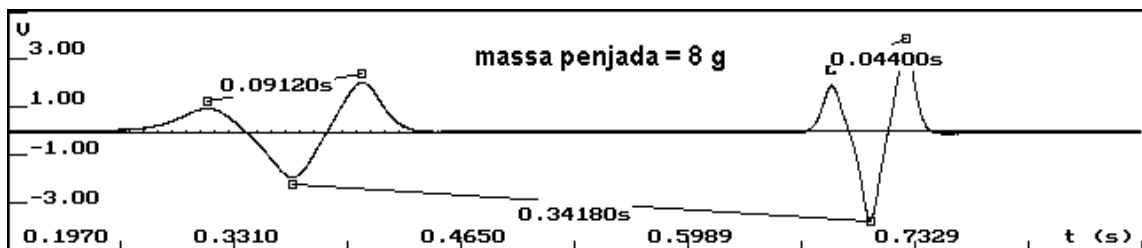
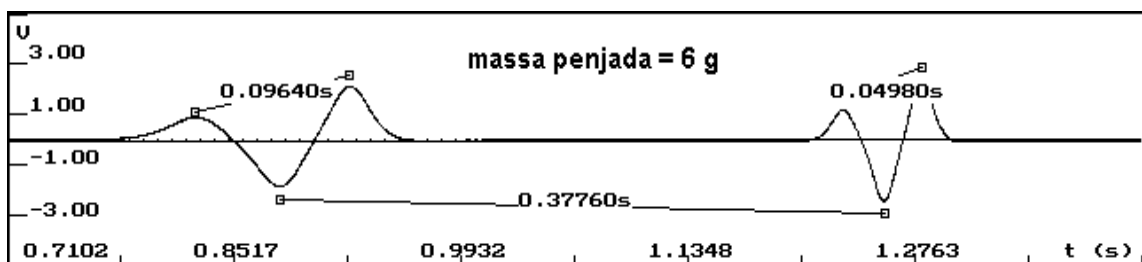
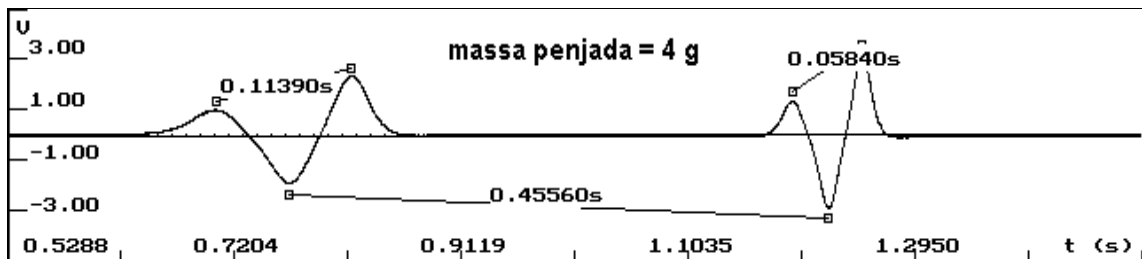
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ En general encara fan poc ús de les unitats. Utilitzen moltes quantitats sense unitats.
- ◆ Confonen unitats de massa i pes.
- ◆ Tenen problemes a l'hora de fer les transformacions d'unitats necessàries per comprovar la relació entre el quocient F/a i la massa del vagó.
- ◆ Continuen els problemes quan cal aproximar valors decimals. Els costa valorar quan l'error entre dues quantitats és significatiu o no.
- ◆ No fan el gràfic correctament: no aproximen la recta entre els punts, no reparteixen bé la graduació dels eixos perquè ocupin tot el gràfic o no els graduen correctament: fan les divisions diferents pel mateix valor o iguals per valors diferents.
- ◆ Quan representen les forces no mantenen la proporció dels mòduls amb la mida dels vectors, ja que cal fer-los més curts per les forces més petites i més llargs per les més grans.

Questionari: Dinàmica

1. Tenim un mòbil amb els tres imants (separats 5,15 cm. el primer de l'últim) parat sobre el carril d'aire. Dibuixa'l amb totes les forces que actuen.
2. Apliques una força instantània al mòbil. Explica què li passa. Dibuixa'l en el moment d'aplicar-li la força i mentre es mou. Indica quines forces actuen en cada cas.

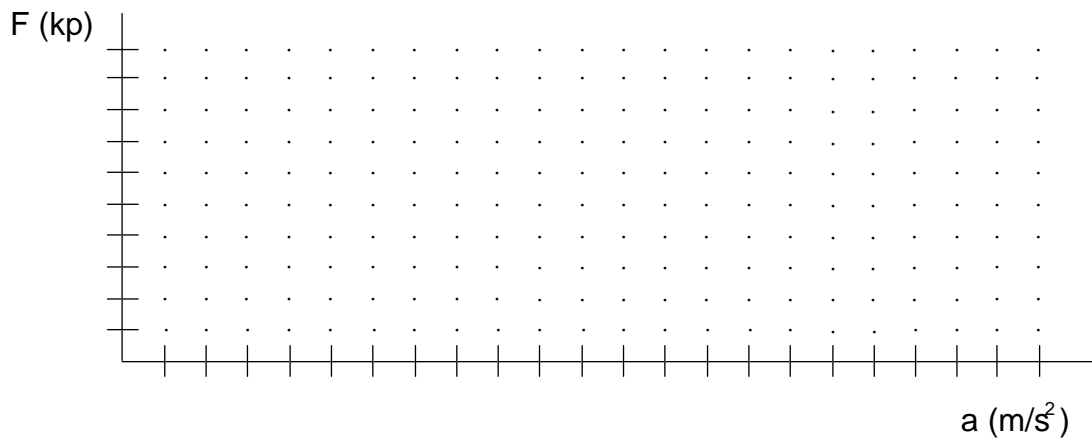
3. En una de les pràctiques que ja hem estudiat hem fet exactament el mateix. Recordes quina era? Quin tipus de moviment prenia el mòbil?
4. A quina conclusió et permet arribar això?
5. Com ho faries per aplicar una força constant al mòbil?
6. Apliquem una força constant al mòbil.
 - a) Explica com ho fem.
 - b) Fes un dibuix del muntatge, indicant totes les forces que actuen mentre dura el moviment. (Fixa't que en aquest cas només necessitem dos sensors).
7. Fem quatre proves. En cada una d'elles pengem una massa diferent al fil. Els gràfics que obtenim són els següents:



8. Amb els valors d'aquests gràfics omple la taula següent, calculant els valors que s'hi indiquen: (Fes els càlculs darrera el full. A la taula posa-hi només els resultats).

Força aplicada (kp)				
v₀ (m/s)				
v_{final} (m/s)				
Acceleració mitjana				

9. Amb aquestes dades fes un gràfic força / acceleració:



- A partir d'aquest gràfic dedueix quina acceleració tindrà el mòbil si pengem al fil una massa de 2 g. Explica com ho has fet.
- Quina forma té aquest gràfic?
- Què en pots dir, doncs, de la força i l'acceleració?
- Calcula'n la constant de proporcionalitat.

F (kp)	a (m/s²)	F / a

- Podries escriure l'equació matemàtica que relaciona la força amb l'acceleració?
10. Quines unitats té el quocient $\frac{F}{a}$ que has calculat a la taula de l'apartat 9
- Quina magnitud representa?

11. Segons el segon principi de Newton aquesta constant de proporcionalitat representa la massa del mòbil sobre el que hem aplicat aquestes forces.
 - a) Quina massa ha de tenir, doncs, aquest mòbil? Expressa-la en unitats dels tres sistemes.
 - b) Quant pesa, doncs? Expressa'l en unitats dels tres sistemes.
12. Calcula quina acceleració tindrà el cos si li apliquem una força de 0,002 kp.
 - S'avé amb el valor que has deduït a partir del gràfic? Si no és així explica'n les causes.
13. Volem pesar el mòbil. Quin aparell haurem d'utilitzar?
 - a) Quant pesa realment?
 - b) Quant val, doncs, la seva massa?
14. S'avé amb la que acabem de calcular?

9.2.4.2. Estudi de la fricció

Si posem un objecte sobre la taula i li donem un impuls -li apliquem una força instantània- es posarà en moviment. Des d'aquest moment, l'única força que l'afecta és la fricció. Així la podrem estudiar sense interferències d'altres forces que podrien emmascarar-la.

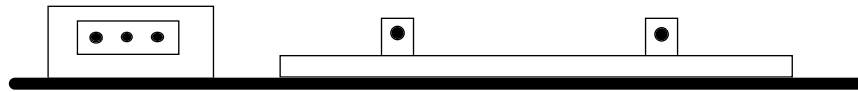
Objectius

- Consolidar el coneixement del funcionament de l'EXAO.
- Aplicar el concepte de proporcionalitat a dues magnituds físiques.
- Consolidar el concepte i el càlcul de velocitat mitjana i d'acceleració mitjana en un moviment uniformement accelerat.
- Comprovar que perquè un cos es comenci a moure, ha d'actuar una força.
- Comprovar que la força el que fa és variar la velocitat del cos, per tant, li produeix una acceleració que és proporcional a la força aplicada.
- Comprovar els efectes de les forces que actuen en la mateixa direcció del moviment, diferenciant el que produeix una força instantània -variació instantània de la velocitat; velocitat inicial si és la que dóna lloc al moviment- del que produeix una força constant -variació constant de la velocitat: és a dir, acceleració constant-.
- Comprovar que un cos es pot moure encara que no actuï cap força en el mateix sentit, fins i tot encara que la força vagi en sentit contrari, introduint el concepte i les característiques de la força de fricció dinàmica.
- Introduir el concepte de força de fricció estàtica diferenciant-la de la dinàmica.
- Calcular forces de fricció dinàmica com a productores d'acceleració sobre un mòbil aplicant l'equació fonamental de la dinàmica.
- Confeccionar taules amb els valors obtinguts i interpretar-los.
- Comparar valors de forces de fricció per a diferents mòbils i cada un d'ells amb masses diferents per deduir de quins factors depèn aquesta força de fricció.

- Comprovar que la força de fricció no depèn de la quantitat de les superfícies que estan en contacte, sinó de les seves característiques.
- Definir la força de fricció en funció del pes del mòbil introduint el concepte de coeficient de fricció com a constant de proporcionalitat.
- Calcular coeficients de fricció i relacionar el seu valor amb les característiques del mòbil -ja que el pla sobre el que es mouen no varia: és la taula en tots els casos-.
- Comprovar experimentalment i utilitzant equacions que l'acceleració del moviment no depèn de la massa del mòbil.
- Calcular el temps que tardarà a parar-se i l'espai que haurà recorregut. -Aquesta qüestió és particularment important ja que es torna a promoure la polèmica de determinar la localització de l'origen del temps. Per fer els càlculs s'ha designat implícitament el punt on el temps val zero, però la majoria de l'alumnat n'és conscient-.

Desenvolupament de la pràctica

Utilitzem dos mòbils diferents -un bloc de fusta i un vagó- **movent-se sobre el pla** de la taula per l'aplicació d'una força instantània inicial. Una vegada iniciat el moviment, l'única força que actua sobre el mòbil és la força de fricció. Per cadascun d'ells estudiarem dos casos en que actuïn amb diferents masses, intentant que en algun cas, les masses dels mòbils diferents s'assemblin.



També estudiem un cinquè cas utilitzant com a mòbil el mateix bloc de fusta, però posat de cantell, de manera que la superfície de contacte amb la taula sigui molt més petita.

En total tenim, doncs, cinc moviments diferents. A classe cal repartir-los de manera que cada membre de l'alumnat en resolgui un de sol. Al final, es posen totes les dades en comú generant una taula. És a partir d'aquesta taula que s'estableix el debat per arribar a descobrir quins són els factors que influeixen en el valor de la força de fricció dinàmica.

En acabat es defineix la força de fricció com a proporcional a la força perpendicular al pla on recolza el mòbil -proporcional, doncs, al pes del mòbil en el pla horitzontal-, introduint el concepte de coeficient de fricció. Cal fer el càlcul del coeficient de fricció del bloc de fusta i del vagó, comparant els resultats obtinguts.

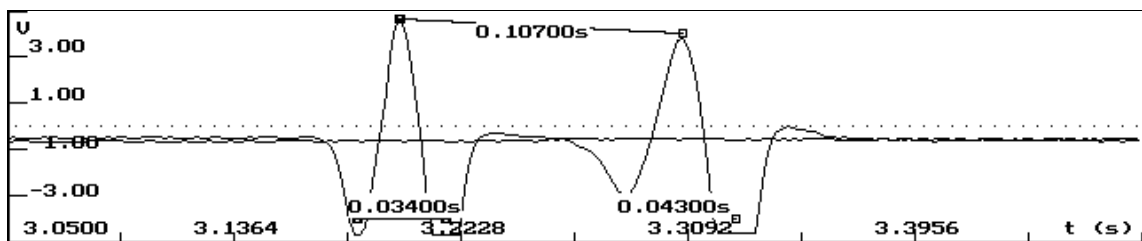
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ En general encara fan poc ús de les unitats. Utilitzen moltes quantitats sense unitats.
- ◆ Confonen unitats de massa i pes.
- ◆ Confonen força de fricció i coeficient de fricció.
- ◆ Parlen que "la fricció es posa en moviment".

- ◆ Quan representen les forces no mantenen la proporció dels mòduls amb la mida dels vectors, ja que cal fer-los més curts per les forces més petites i més llargs per les més grans.
- ◆ Quan fan els diagrames de forces no tenen en compte la força de fricció estàtica.
- ◆ No saben aïllar l'acceleració a partir de les dues expressions de la força de fricció.
- ◆ No reconeixen la relació entre el mòbil i el coeficient de fricció.
- ◆ Tenen molta dificultat en fer comparacions si no són guiats. El mateix els passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.

Qüestionari: Moviment en un pla (I)

1. **Tens un bloc de fusta de 142 g de massa posat planer** a sobre la taula portant la regleta amb els tres imants (separats 51 mm el primer de l'últim). Li apliques una força instantània. Explica detalladament què li passarà.
2. Dibuixa'l amb totes les forces que hi actuen:
 - I. En el moment d'aplicar-li la força.
 - II. Després d'haver-li aplicat.
3. Si el cos es mou davant de dos sensors d'efecte Hall, obtens el gràfic següent:

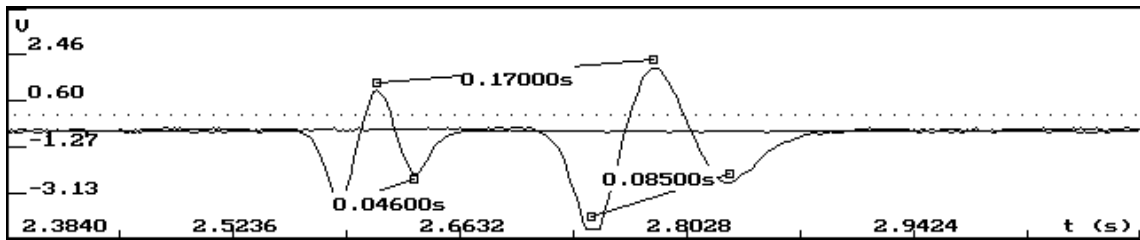


- A quin tipus de moviment correspon? Per què ho creus així?
 - S'avé amb el que tu havies predit a l'apartat 1?
4. Calcula l'acceleració d'aquest moviment. Aproxima fins les mil·lèsimes.
 5. Quin tipus de força la pot produir? Explica'n les característiques.
 6. Calcula el seu valor en aquest cas.

Moviment en un pla (II)

1. **Tens un bloc de fusta de 192 g de massa posat planer** a sobre la taula portant la regleta amb els tres imants (separats 51 mm el primer de l'últim). Li apliques una força instantània. Explica detalladament què li passarà.
2. Dibuixa'l amb totes les forces que hi actuen:
 - I. En el moment d'aplicar-li la força.
 - II. Després d'haver-li aplicat.

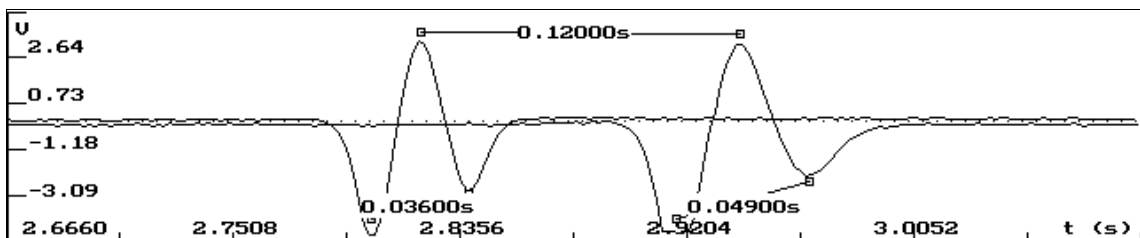
3. Si el cos es mou davant de dos sensors d'efecte Hall, obtens el gràfic següent:



- A quin tipus de moviment correspon? Per què ho creus així?
 - S'avé amb el que tu havies predit a l'apartat 1?
4. Calcula l'acceleració d'aquest moviment. Aproxima fins les mil·lèsimes.
5. Quin tipus de força la pot produir? Explica'n les característiques.
6. Calcula el seu valor en aquest cas.

Moviment en un pla (III)

1. **Tens un bloc de fusta de 160 g de massa posat de cantell** a sobre la taula portant la regleta amb els tres imants (separats 51 mm el primer de l'últim). Li apliques una força instantània. Explica detalladament què li passarà.
2. Dibuixa'l amb totes les forces que hi actuen:
 - I. En el moment d'aplicar-li la força.
 - II. Després d'haver-li aplicat.
3. Si el cos es mou davant de dos sensors d'efecte Hall, obtens el gràfic següent:



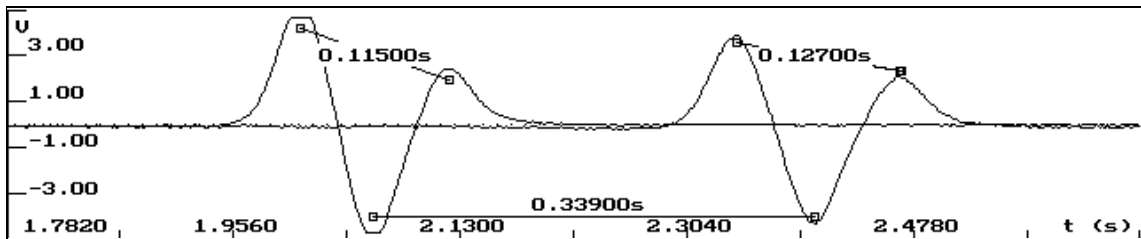
- A quin tipus de moviment correspon? Per què ho creus així?
 - S'avé amb el que tu havies predit a l'apartat 1?
4. Calcula l'acceleració d'aquest moviment. Aproxima fins les mil·lèsimes.
5. Quin tipus de força la pot produir? Explica'n les característiques.
6. Calcula el seu valor en aquest cas.

Moviment en un pla (IV)

1. **Tens un vagó de 79 g de massa** a sobre la taula portant la regleta amb els tres imants (separats 51 mm el primer de l'últim). Li apliques una força instantània. Explica detalladament què li passarà.
2. Dibuixa'l amb totes les forces que hi actuen:
 - I. En el moment d'aplicar-li la força.

II. Després d'haver-li aplicat.

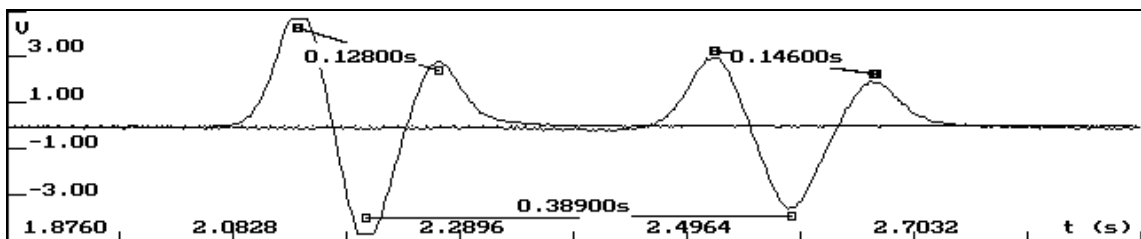
3. Si el cos es mou davant de dos sensors d'efecte Hall, obtens el gràfic següent:



- A quin tipus de moviment correspon? Per què ho creus així?
 - S'avé amb el que tu havies predit a l'apartat 1?
4. Calcula l'acceleració d'aquest moviment. Aproxima fins les mil·lèsimes.
5. Quin tipus de força la pot produir? Explica'n les característiques.
6. Calcula el seu valor en aquest cas.

Moviment en un pla (V)

1. **Tens un vagó de 129 g de massa** a sobre la taula portant la regleta amb els tres imants (separats 51 mm el primer de l'últim). Li apliques una força instantània. Explica detalladament què li passarà.
2. Dibuixa'l amb totes les forces que hi actuen:
- I. En el moment d'aplicar-li la força.
 - II. Després d'haver-li aplicat.
3. Si el cos es mou davant de dos sensors d'efecte Hall, obtens el gràfic següent:



- A quin tipus de moviment correspon? Per què ho creus així?
 - S'avé amb el que tu havies predit a l'apartat 1?
4. Calcula l'acceleració d'aquest moviment. Aproxima fins les mil·lèsimes.
5. Quin tipus de força la pot produir? Explica'n les característiques.
6. Calcula el seu valor en aquest cas.

És evident que quan li apliques la força instantània, el cos comença a moure's.

Si sobre el mòbil no hi actua cap més força en el sentit del moviment, aquest serà uniforme, però si està a sobre la taula, hi ha d'haver una **força de fricció**, que, *com sempre, anirà en sentit contrari del moviment.*

Com que és una força constant, es produirà una acceleració constant i negativa -ja que va en sentit contrari del moviment- que farà disminuir la velocitat, produint un moviment uniformement retardat.

7. És això el que tu has proposat? Si no és així, explica perquè.
8. Torna a repassar els gràfics que has fet a l'apartat 2 i, si et sembla que no són correctes, els tornes a dibuixar tot seguit.
9. Si no has contestat correctament a alguna de les qüestions 4, 5 o 6, és l'hora de rectificar.
10. Amb els valors que has obtingut i amb els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa	Pes	Acceleració	Força de fricció
Bloc de fusta planer	142 g			
Bloc de fusta planer	192 g			
Bloc de fusta de cantell	160 g			
Vagó	79 g			
Vagó	129 g			

11. De què creus que depèn, doncs, la força de fricció?

La força de fricció entre el mòbil i la taula és proporcional a la força perpendicular al pla del moviment, segons l'equació:

$$F_f = F_n \cdot \mu$$

on F_n representa la força **normal** (perpendicular) al pla i μ és la constant de proporcionalitat que s'anomena **coeficient de fricció** i depèn dels cossos que estan en contacte.

Quan el cos es troba en un pla horitzontal, la força de fricció és proporcional al pes del cos -que és la força normal al pla-

$$F_f = \text{Pes} \cdot \mu$$

12. Calcula el valor de μ per cadascun dels casos que hem estudiat.
13. Comenta els resultats que has obtingut. A quina conclusió arribes?

14. Escribe les dues equacions en què t'ha aparegut la força de fricció.
15. L'acceleració que la força de fricció produeix sobre els mòbils, depèn de la massa que té cadascun? (Si suposem que sobre els mòbils només actua la fricció)
Demostrea-ho matemàticament aïllant l'acceleració de les dues equacions de l'apartat anterior.
16. Quina distància separa els sensors?
17. Quant tardarà a parar-se, el teu mòbil des què passa pel segon sensor?
18. Quin espai haurà recorregut des què passa pel segon sensor fins que es para?

9.2.4.3. Estudi dinàmic de la rampa

Una de les màquines més conegudes és la rampa. El seu estudi permet aplicar la descomposició de forces a un cas real i comprovar-ne els efectes. També la utilitzem per comprovar que la força de fricció no és sempre proporcional al pes, sinó a la força perpendicular al pla on descansa el mòbil.

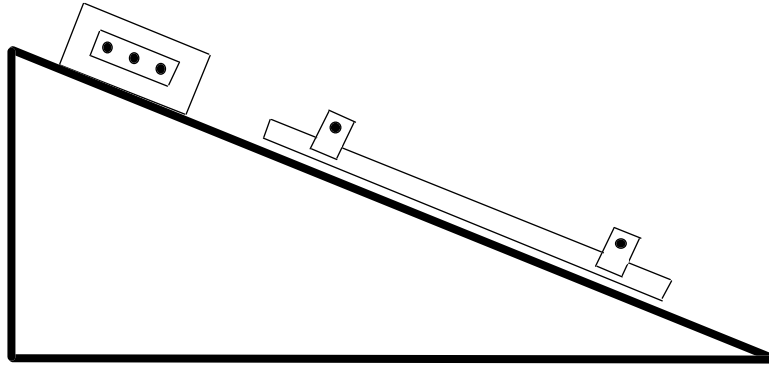
Objectius

- Consolidar el coneixement del funcionament de l'EXAO.
- Aplicar el concepte de proporcionalitat a dues magnituds físiques.
- Aplicar la trigonometria a la resolució de triangles rectangles.
- Consolidar el concepte i el càlcul de velocitat mitjana i d'acceleració mitjana en un moviment uniformement accelerat.
- Comprovar que perquè un cos es comenci a moure, ha d'actuar una força.
- Comprovar que la força el que fa és variar la velocitat del cos, per tant, li produeix una acceleració que és proporcional a la força aplicada.
- Confeccionar el diagrama de les forces que actuen sobre un mòbil quan es troba sobre una rampa, establint les característiques i calculant el valor de cadascuna d'elles.
- Comprovar que el pes és realment la força responsable del moviment del cos per la rampa.
- Comprovar els efectes de les forces que actuen en la mateixa direcció del moviment, diferenciant el que produeix una força instantània -variació instantània de la velocitat; velocitat inicial si és la que dóna lloc al moviment- del que produeix una força constant -variació constant de la velocitat: és a dir, acceleració constant-.
- Confeccionar el balanç de les forces que actuen sobre el mòbil en diverses situacions.
- Comprovar que la força que fa baixar el mòbil per la rampa és igual a la suma vectorial de les forces que actuen en la direcció de la rampa.
- Consolidar el concepte de força de fricció i comprovar que és directament proporcional a la força perpendicular al pla on descansa el mòbil.
- Comprovar que el valor del coeficient de fricció coincideix amb el que s'ha calculat a la pràctica anterior i que, per tant, no depèn de cap dels factors que han variat.

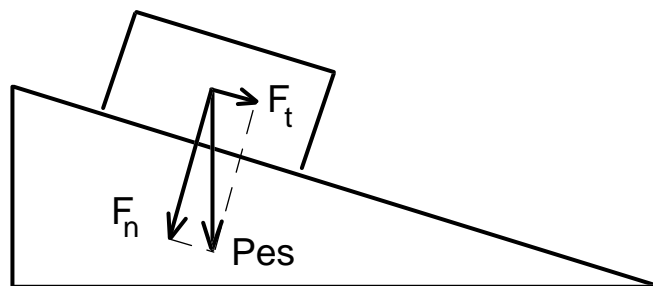
- Observar que com més petita és la inclinació de la rampa menys força cal fer per fer-hi pujar el mòbil.

Desenvolupament de la pràctica

Deixem caure un bloc de fusta amb els tres imants per una rampa. Dos sensors Hall són suficients i, d'aquesta manera, els càlculs se simplifiquen.



Cal estudiar totes les forces que actuen sobre el bloc de fusta, descomponent el pes correctament. A partir del diagrama, cal descriure l'acció de cadascuna d'elles i l'efecte que tenen sobre el mòbil. Tot seguit es calcula el valor de les dues forces que ens han resultat de descompondre el pes -l'una paral·lela al pla de la rampa (F_t) i l'altra perpendicular a aquest pla (F_n)- per trigonometria i la força de fricció a partir del balanç de totes les forces que actuen sobre el bloc de fusta. Finalment es calcula el coeficient de fricció i es comprova que és el mateix que s'havia calculat en la pràctica anterior.



Per practicar la confecció del balanç de forces i consolidar la relació entre força i moviment es proposen aplicacions en condicions diverses.

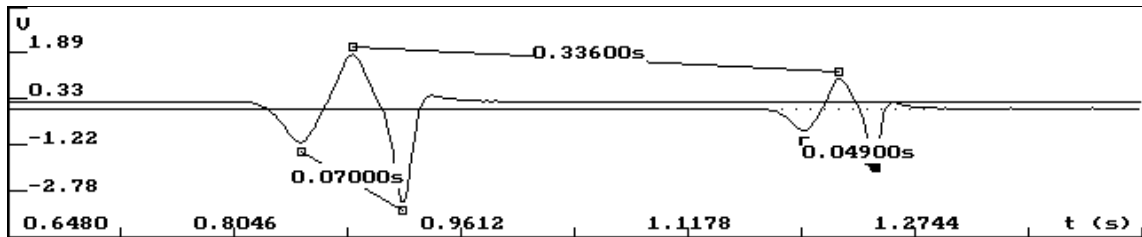
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Encara utilitzen quantitats sense unitats.
- ◆ Quan representen les forces no mantenen la proporció dels mòduls amb la mida dels vectors.
- ◆ No descomponen correctament el pes: les forces no formen un paral·lelogram.
- ◆ Presenten dificultats de comprensió espacial a l'hora de resoldre els triangles rectangles i de reconèixer quins són els angles iguals.
- ◆ També es detecten dificultats a l'hora de fer el balanç de forces.

- ◆ Tenen molta dificultat en fer comparacions sense una guia. El mateix passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.

Qüestionari: Estudi dinàmic de la rampa

1. Un bloc de fusta de 140 g amb els tres imants -amb una separació de 51 mm. entre el primer i l'últim- baixa lliurement per una rampa de 22° d'inclinació respecte del pla horitzontal. Si passa pel davant de dos sensors d'efecte Hall obtenim el gràfic següent:



- A quin tipus de moviment correspon aquest gràfic? Per què ho creus així?
2. Calcula l'acceleració d'aquest moviment.
 3. Dibuixa el bloc de fusta sobre la rampa amb totes les forces que hi actuen.
 4. Descric cada una d'aquestes forces i explica l'efecte que produeixen sobre el mòbil.
 5. Calcula el valor de cada una d'elles:

Pes	F_t	F_n	F_f

6. Calcula el valor del coeficient de fricció.
 - Coincideix amb el que haves obtingut a la pràctica anterior?
7. Quina força hauries d'aplicar sobre el bloc de fusta per fer-lo pujar per la mateixa rampa amb la mateixa acceleració que tenia al baixar?
8. Si ara inclines el pla fins a 30°, quina força hauràs d'aplicar sobre el bloc de fusta perquè hi pugui amb:
 - a) Moviment uniforme.
 - b) La mateixa acceleració constant que en la qüestió 7.
 Utilitza el valor del coeficient de fricció que has calculat a la qüestió 6.
9. Repeteix els càlculs de la qüestió anterior, però ara suposant que el pla es manté horitzontal.

9.2.5. Energètica

9.2.5.1. Estudi energètic del moviment en un pla horitzontal

Reprenem l'estudi del moviment en un pla per estudiar-lo des del punt de vista energètic i comprovar el principi de conservació de l'energia mecànica.

Objectius

- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla horitzontal produït per una força instantània inicial.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Determinar el punt que es pren com a referència i origen del temps.
- Introduir el concepte de treball de fricció i calcular-ne el valor.
- Introduir el concepte d'energia cinètica.
- Calcular la variació de l'energia cinètica d'un mòbil.
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.

Desenvolupament de la pràctica

Reprenent la pràctica de l'estudi dinàmic d'un moviment en un pla -cadascú utilitzant el mòbil que ja ha estudiat- es calcula l'espai recorregut entre els dos sensors i, tot seguit, el treball realitzat per l'única força que actua, és a dir, el treball de fricció. Finalment es comprova que aquest treball de fricció s'ha esmerçat en disminuir l'energia cinètica del mòbil.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Quan realitzen els càlculs, barregen unitats de diversos sistemes.

Qüestionari: Estudi energètic del moviment en un pla

Pren la pràctica que vares fer del moviment en un pla.

Explica què hi passa:

Repassa en aquesta taula les dades que vares obtenir:

Mòbil	Massa (kg)	v_0 (m/s)	v_{final} (m/s)	a_m (m/s ²)	F_f (N)	μ

1. Segons el gràfic que tu tens i els càlculs que has fet, on has considerat l'origen de temps ($t=0$) en el càlcul de l'acceleració mitjana?
2. Quines forces actuen en la direcció del moviment?
3. Segons el gràfic, quant temps està actuant aquesta força?
4. Calcula l'espai recorregut pel mòbil en aquest temps.
5. Quin treball realitza aquesta força? Quina potència desenvolupa?
6. En què s'ha esmerçat aquest treball?
7. Calcula l'energia cinètica inicial i final del mòbil.
8. Quant val la variació d'aquesta energia cinètica?

9. Compara el valor d'aquesta variació amb els que tu tens. S'assembla a algun d'ells? A quina conclusió pots arribar, doncs?

9.2.5.2. Estudi energètic d'un moviment rectilini uniformement accelerat

Reprenem l'estudi del moviment rectilini uniformement accelerat obtingut en estudiar les lleis de Newton per estudiar-lo des del punt de vista energètic i comprovar el principi de conservació de l'energia mecànica.

Objectius

- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla horitzontal produït per una força constant.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Determinar el punt que es pren com a referència i origen del temps.
- Calcular el treball realitzat per la força constant que produeix el moviment.
- Calcular la potència desenvolupada per la força constant que produeix el moviment.
- Calcular la variació de l'energia cinètica d'un mòbil.
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.

Desenvolupament de la pràctica

Utilitzant un dels moviments obtinguts en fer la comprovació de les lleis de Newton, es calcula l'espai recorregut entre els dos sensors i, tot seguit, el treball realitzat per la força que estira el mòbil, així com la potència que ha desenvolupat. Finalment es comprova que aquest treball s'ha esmerçat en augmentar l'energia cinètica del mòbil.

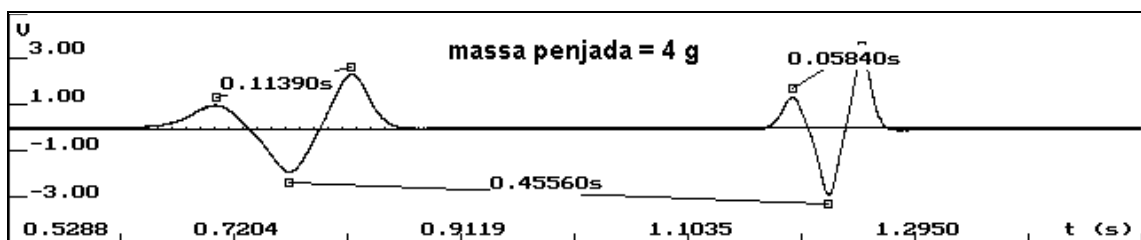
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Quan realitzen els càlculs, barregen unitats de diversos sistemes.

Qüestionari: Estudi energètic d'un moviment uniformement accelerat

Quan fèiem la pràctica de dinàmica on comprovàvem les lleis de Newton, en el primer cas teníem un mòbil corrent per un carril d'aire estirat per un fil. A l'altre cap del fil hi penjava una massa de 4 g.

El gràfic obtingut és el següent:



Recorda que haves obtingut les dades següents:

Força aplicada (kp)	0,004
v_0 (m/s)	0,45
v_{final} (m/s)	0,88
a_m (m/s ²)	0,94
Massa del mòbil (kg)	0,044

1. Quin punt consideres com a origen de temps ($t=0$) en el càlcul de l'acceleració mitjana?
2. Segons el gràfic, quant temps està actuant la força de 0,004 kp?
3. Calcula l'espai recorregut pel mòbil en aquest temps.
4. Quin treball realitza aquesta força? Quina potència desenvolupa?
5. En què s'ha esmerçat aquest treball?
6. Calcula l'energia cinètica inicial i final del mòbil.
7. Quant val la variació d'aquesta energia cinètica?
8. Compara el valor d'aquesta variació amb els valors que has calculat fins ara. S'assembla a algun d'ells? A quina conclusió pots arribar, doncs?

9.2.5.3. Estudi energètic de la rampa

Reprenem l'estudi de la rampa per estudiar-lo des del punt de vista energètic i comprovar el principi de conservació de l'energia mecànica.

Objectius

- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla inclinat.
- Aplicar la trigonometria a la resolució de triangles rectangles.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Determinar el punt que es pren com a referència i origen del temps.
- Calcular el treball realitzat per cadascuna de les forces que intervenen en el moviment.
- Introduir el concepte de força neta i de treball net.
- Calcular la potència desenvolupada per cadascuna de les forces que intervenen en el moviment.
- Calcular la variació de l'energia cinètica d'un mòbil.
- Calcular la variació de l'energia potencial gravitatòria del mòbil deguda a la variació que es produeix en l'altura en baixar per la rampa.
- Comprovar que la variació d'energia potencial gravitatòria és igual al treball realitzat per aixecar el cos verticalment des del primer sensor fins al segon.
- Caracteritzar la rampa com una màquina, comprovant que el treball realitzat per pujar el cos des del primer sensor fins al segon és el mateix que es

necessita per pujar-lo verticalment, però utilitzant una força sensiblement més petita.

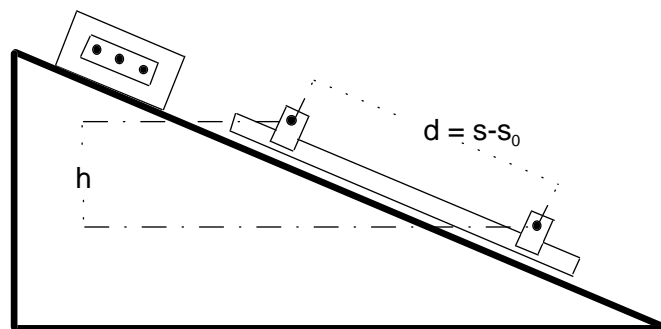
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.

Desenvolupament de la pràctica

Utilitzant les mateixes dades que en l'estudi dinàmic de la rampa, es calcula la força neta que fa baixar el mòbil. Calculant l'espai recorregut entre els dos sensors tenim les dades necessàries per calcular el treball realitzat per cadascuna de les forces que intervenen en el moviment així com la potència que han desenvolupat i el treball net obtingut.

Tot seguit es comprova que tot el treball net s'esmerça en variar l'energia cinètica del mòbil.

Calculant la diferència d'altura entre els dos sensors es comprova que la variació de l'energia potencial gravitatòria coincideix amb el valor del treball necessari per pujar el mòbil verticalment d'un sensor a l'altre i amb el treball esmerçat en transportar el mòbil d'un sensor a l'altre per sobre de la rampa.



Així es comprova el profit que es pot treure de la rampa com a màquina: es produeix el mateix treball utilitzant una força que va disminuint amb l'angle que forma la rampa amb el pla horitzontal.

Finalment es comprova que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica i que el balanç energètic es pot expressar de maneres diverses segons les magnituds utilitzades.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Quan realitzen els càlculs, barregen unitats de diversos sistemes.
- ◆ Es detecten dificultats en el càlcul de la diferència d'altura entre els dos sensors.

Qüestionari: Estudi energètic de la rampa

Pren la pràctica en què estudiaves la rampa des d'un punt de vista dinàmic.

Suposa que el bloc de fusta baixa per la rampa.

Fixa't en el diagrama de forces:

1. Quines forces actuen en la direcció del moviment?
2. Com serà la força neta que afecta al mòbil? Quin valor té?

3. Quant val el treball realitzat per cadascuna d'aquestes forces? Quina potència desenvolupen?

	F_t	F_f	F_{neta}
Treball realitzat (J)			
Potència desenvolupada (W)			

4. En què s'ha utilitzat aquest treball net realitzat en la direcció del moviment? Comprova-ho.
5. Varia l'altura del mòbil respecte a terra durant el moviment? Calcula aquesta variació.
6. Si varia l'altura, quin tipus d'energia ha de variar també? Calcula aquesta variació.
7. Compara aquest valor que has obtingut amb els que ja tens. A quina conclusió arribes?
8. Calcula el treball realitzat per pujar el cos verticalment des del nivell del primer sensor fins al del segon (W_v). Compara aquest valor que has obtingut amb els que ja tens. A quina conclusió arribes?

W_v (J)	W_t (J)	W_f (J)	W_{net} (J)	ΔE_c (J)	ΔE_p (J)

9. Fixa't que pots expressar el balanç energètic d'aquest moviment de maneres diferents. Escribeu-les i comprova que realment són certes.

9.3. Tercer bloc

El tercer bloc de material didàctic està pensat com a ampliació i aprofundiment dels temes estudiats en els dos blocs anteriors, però no és imprescindible haver-los utilitzat per poder emprar aquest tercer bloc. He procurat que els qüestionaris de les pràctiques també vagin evolucionant poc a poc, partint pràcticament des de zero. Observareu que en les primeres pràctiques s'especifiquen al màxim les qüestions i, fins i tot, s'inclouen les plantilles per fer les taules i els gràfics. Més endavant, una vegada l'alumnat ja ha assumit la forma de treball, els qüestionaris ja es fan molt més simplificats.

El mètode de treball que s'ha utilitzat és exactament el mateix que en el bloc anterior i també he procurat incloure en els qüestionaris totes les dades necessàries per l'anàlisi de les pràctiques. També ara, *fins i tot en el cas que no es disposi de la placa de recollida de dades es pot fer aquesta anàlisi amb el gràfic obtingut i que s'inclou a cadascun dels qüestionaris.*

Si es pot treballar amb un grup suficientment petit i es disposa d'una aula d'informàtica adequada, l'anàlisi de les dades la pot fer el grup-classe directament a l'ordinador, ja sigui per grups o individualment. En aquest cas, una vegada efectuada la pràctica i la recollida de dades, cal facilitar-los l'arxiu numèric generat perquè ells mateixos puguin dur a terme l'anàlisi de les dades en el mateix software de l'EXAO, aprofitant al màxim les funcions i els gràfics que inclou.

Una altra possibilitat consisteix en utilitzar l'arxiu numèric obtingut amb l'equip EXAO per a realitzar les pràctiques de manipulació d'un full de càlcul, servint-se'n per a fer els càlculs i els gràfics que es considerin més adequats.

9.3.1. Cinemàtica

9.3.1.1. Moviment rectilini

9.3.1.1.1. Moviment rectilini uniformement accelerat

En aquesta pràctica s'estudia la caiguda lliure a través de l'EXAO.

D'aquesta manera, a més de comprovar les característiques pròpies dels moviments accelerats, calcularem també el valor de l'acceleració de la gravetat.

A més, comprovarem que aquest moviment no depèn de la massa del cos que cau.

Objectius

- Introduir l'alumnat en el funcionament de l'EXAO: Explicar el funcionament de l'equip, els sensors d'efecte Hall i el programa de software que permet fer mesures.
- Interpretar els gràfics obtinguts amb els sensors i relacionar-los amb les característiques del moviment.
- Prendre mides de temps en els gràfics de potencial que hem obtingut amb els sensors.
- Ressaltar la necessitat d'establir un punt de referència zero des d'on mesurar el temps transcorregut.
- Determinar els valors inicials de les magnituds en funció del punt que es pren com a referència.
- Comparar els conceptes de velocitat instantània i de velocitat mitjana en un moviment uniformement accelerat, i comprovar com estan relacionats.
- Confeccionar la taula velocitat / temps amb els valors obtinguts, fer el gràfic corresponent i interpretar-lo.
- Calcular la distància que hi ha entre els sensors. Confeccionar una taula posició / temps, fer-ne el gràfic corresponent i interpretar-lo.
- Graduar correctament els eixos coordenats.
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment, comprovar el seu valor amb el ja conegut de l'acceleració de la gravetat i treure conclusions sobre possibles errades comeses.
- Deducir les equacions del MRUA a partir dels càlculs realitzats.
- Comprovar que els gràfics coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.

- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques.
- Observar que el temps de caiguda no depèn de la massa de l'objecte que cau i aplicar-ho a situacions de la vida quotidiana.

Desenvolupament de la pràctica

Deixem caure una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants: d'aquesta manera podem calcular la velocitat de la placa en passar pel davant de cada sensor.

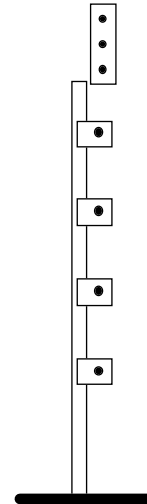
Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que s'aproxima a una recta. En aquest punt cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que l'acceleració representa la constant de proporcionalitat.

A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una branca de paràbola.

També es calcula l'acceleració mitjana del moviment que ha d'aproximar-se al valor de l'acceleració de la gravetat.

És interessant que comprovin que la velocitat mitjana d'un interval d'un moviment uniformement accelerat és igual al valor de la velocitat instantània en el punt en què el temps val la meitat del temps total de l'interval, no en el punt mitjà del recorregut.

Si repetim l'experiència amb una barra metàl·lica enganxada a la regleta amb els imants es comprova que la caiguda dura exactament el mateix temps que abans.

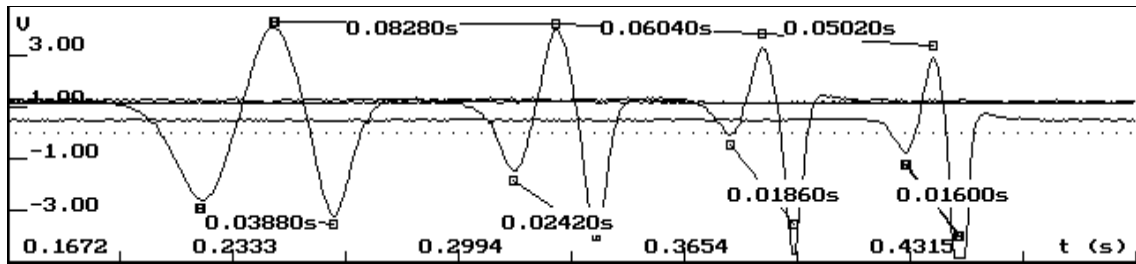


Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Confusions en les mesures del temps dels gràfics generats amb l'equip d'EXAO i en la seva utilització.
- ◆ Es detecten problemes en l'apreciació i valoració de les aproximacions de quantitats decimals i en els gràfics.
- ◆ Es detecten dificultats en la generalització de dades numèriques a equacions algebraïques.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Caiguda lliure

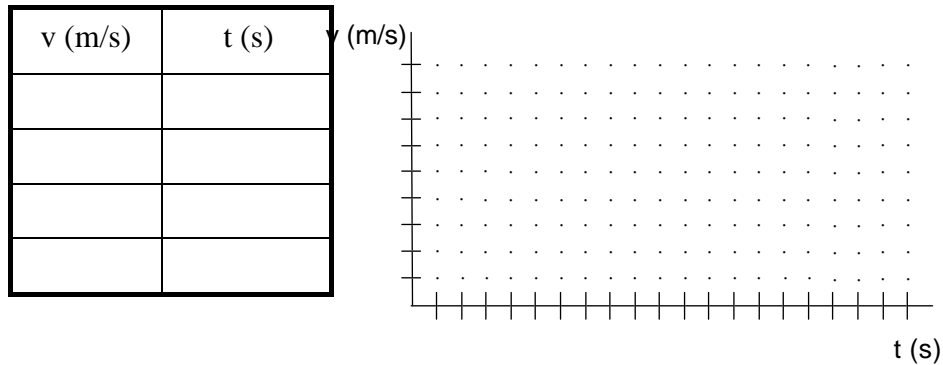
1. Explícit a la pràctica que hem realitzat.
2. Aquesés el gràfic que hem obtingut.



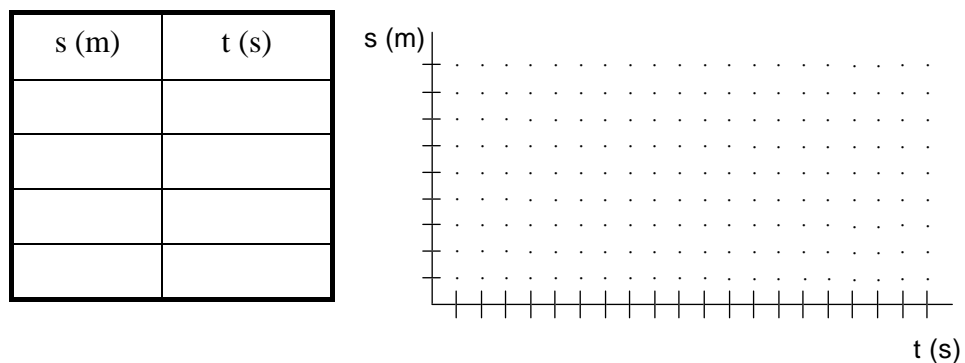
3. Observant aquest gràfic, quin tipus de moviment creus que podria ser? Explica perquè ho creus així.
4. Com pots mesurar el temps que tarden en passar els tres imants per davant de cada sensor a partir d'aquest gràfic?
5. Si suposem que la velocitat de l'imant del mig en passar per davant d'un sensor és igual a la velocitat mitjana dels tres imants en passar per davant d'aquest sensor, estem cometent un error molt gran? Calcula'l per un cas general. (Fixa't que si els tres imants són equidistants l'un de l'altre, l'imant del mig ha d'ocupar exactament la posició central i fent això suposem que la velocitat mitjana d'un interval és igual a la velocitat instantània en la posició central d'aquest interval! És cert això? Quina és la realitat? Quina és la diferència entre aquesta suposició i la realitat?)
6. Omple la taula següent posant:
 - A la primera columna (**SENSOR**) el número del sensor que estàs estudiant, començant pel més alt.
 - A la segona (**d**) l'espai recorregut per l'objecte que cau des de la primera senyal del sensor fins l'última del mateix sensor.
 - A la tercera (**t**) el temps que tarden en passar els tres imants per davant del sensor.
 - A la quarta (**v**) el càlcul del valor de la velocitat de l'imant central en passar per davant del sensor.

SENSOR	d	t	v

- Quant ha tardat l'imant central en recórrer l'espai que separa el primer de l'últim sensor?
7. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic velocitat/temps corresponent a aquest moviment.



8. Quina forma té?
 - a) Quina relació matemàtica hi ha entre la velocitat i el temps, doncs?
 - b) Quin tipus de moviment és?
 - c) Escribeu l'equació de la velocitat respecte del temps per a aquest moviment.
9. Explica com pots calcular el valor de l'acceleració mitjana d'aquesta caiguda lliure.
 - a) Calcula'l.
 - b) És el valor que esperaves trobar? (Si no és així, explica quines poden ser les causes de l'error)
10. Fes una taula de valors que et permeti fer el gràfic posició/temps corresponent a aquest moviment.



- a) Quina forma té?
 - b) S'avé amb l'equació que relaciona la posició amb el temps en aquest tipus de moviment? Explica perquè.
 - c) Escribeu **l'equació de la posició per aquest moviment** i representa-la gràficament.
11. Si ara repetim l'experiència amb un pes lligat a la barreta amb els imants, quines diferències esperes trobar respecte de la caiguda de la barreta amb els imants tota sola?
 12. Què ha passat realment?
 13. Segons això, a quina conclusió pots arribar, doncs?
 14. Està d'acord això amb les teves observacions de la vida quotidiana? Posa exemples i explica perquè sí o perquè no i a què poden ser degudes aquestes discrepàncies.

9.3.1.1.2. Moviment rectilini uniformement accelerat i uniformement retardat

En aquesta pràctica estudiarem què li passa a un vagó quan puja per una rampa i, tot seguit, la baixa.

Interessa combinar la pujada i la baixada seguides per poder comparar aquests dos tipus de moviments rectilinis i enllaçar els gràfics que en resulten.

Objectius

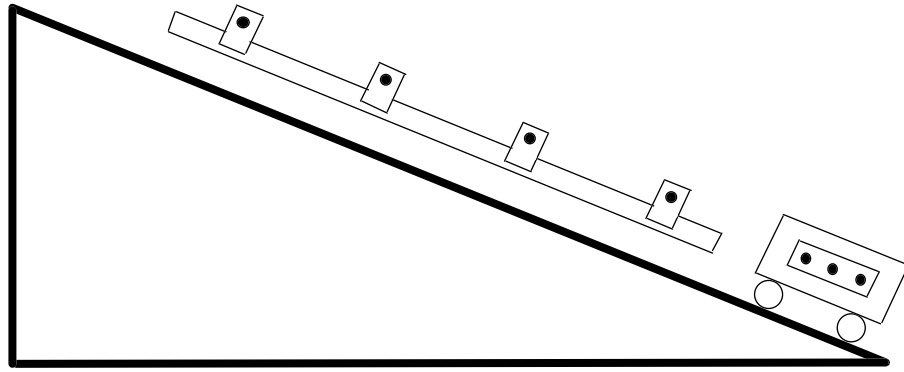
- Consolidar el coneixement i funcionament de l'equip de l'EXAO i de la interpretació dels gràfics que se n'obtenen.
- Establir els punts de referència -és a dir: des d'on comencem a comptar el temps la posició i l'espai recorregut-.
- Consolidar els conceptes de velocitat mitjana i velocitat instantània.
- Calcular el valor de l'acceleració mitjana del moviment i comprovar que és negativa en el cas del MRUR i positiva pel MRUA.
- Calcular els espais que separen els sensors a partir del gràfic velocitat / temps i també utilitzant les equacions deduïdes anteriorment. Comprovar que els resultats són idèntics i que, per tant, les equacions són igualment vàlides pel MRUA que pel MRUR, respectant el signe que correspon a l'acceleració en cada cas.
- Graduar correctament els eixos coordenats.
- Comprovar les característiques del MRUA i del MRUR tant des del punt de vista de taules de valors com de gràfics.
- Comprovar que els gràfics obtinguts coincideixen perfectament amb els que calia esperar segons les equacions del moviment.
- Repassar el concepte de proporcionalitat aplicat a les magnituds cinemàtiques, relacionant-lo amb les equacions i els gràfics obtinguts.
- Comparar els resultats obtinguts en la baixada del vagó per la rampa amb els que s'obtenen quan la puja, estudiant les diferències i les similituds entre els dos moviments.
- Observar les diverses maneres d'interpretar el moviment i les variacions que es produeixen en els gràfics segons aquestes interpretacions.

Desenvolupament de la pràctica

Un vagó portant una placa amb tres imants equidistants l'un de l'altre puja per una rampa degut a un impuls inicial; tot seguit, la torna a baixar lliurement. Quatre sensors Hall, també equidistants entre ells, enregistren el pas dels imants.

D'aquesta manera podem calcular les velocitats a cada sensor.

Amb aquests valors es pot fer un gràfic velocitat / temps i comprovar que s'aproxima a una recta. En aquest punt cal ressaltar que l'equació de la velocitat és una equació de primer grau que té com a representació gràfica una recta. Així mateix cal comentar el fet que les dues magnituds representades són directament proporcionals i que l'acceleració representa la constant de proporcionalitat.



A partir d'aquest gràfic calculem els espais que hi ha entre els sensors, confeccionant la taula que ens permet fer el gràfic posició / temps i comprovem que s'aproxima a una branca de paràbola. Igual com hem fet abans, aquí cal ressaltar que l'equació de l'espai recorregut és una equació de segon grau que té com a representació gràfica una paràbola. Cal determinar l'equació de la posició en funció del temps per a aquest moviment i representar-la gràficament. Així mateix, cal comparar la paràbola completa amb la branca que ha sortit en el gràfic posició / temps.

També es calcula l'acceleració mitjana del moviment justificant el fet que en un cas sigui negativa i en l'altre prengui valor positiu.

Es calcula el temps que tarda el vagó en arribar a l'altura màxima, així com la distància que haurà recorregut per la rampa fins arribar a aquesta posició. D'aquesta manera es detecten fàcilment errades en la comprensió en la determinació de punts de referència.

Els gràfics, tant pel que fa a l'acceleració / temps, al velocitat / temps o al posició / temps, cal fer-los complerts, és a dir, des que el vagó passa pel primer sensor fins que es torna a trobar en la posició inicial, justificant la forma que prenen i el criteri que s'ha adoptat per enllaçar-los.

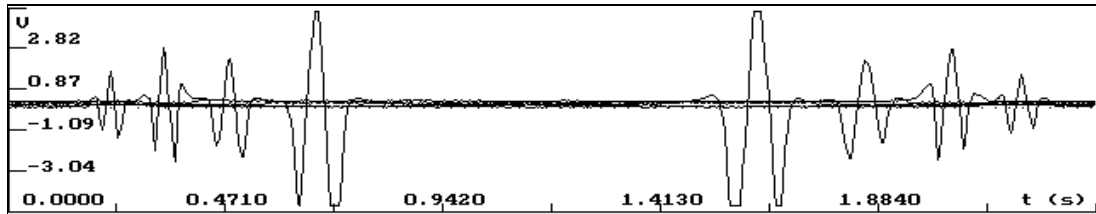
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Encara hi ha qui continua tenint problemes en confondre's en les mesures del temps en els gràfics obtinguts amb l'equip EXAO i en la seva utilització.
- ◆ Encara es detecten problemes a l'hora de determinar punts de referència.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Els gràfics pels dos moviments no s'enllacen correctament: l'apreciació del temps és incorrecta i no s'explica clarament el criteri seguit.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

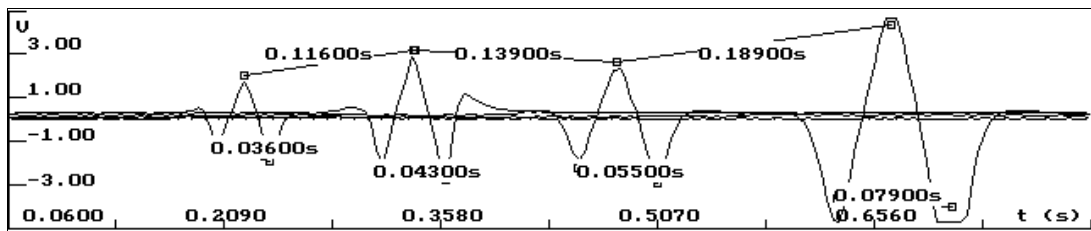
Questionari: Vagó pujant i baixant per una rampa

1. Tenim un vagó amb tres imants enganxats i amb una massa total de 29 g. a baix de tot d'una rampa on hem situat quatre sensors Hall. Els tres imants són equidistants l'un de l'altre i entre el primer i el tercer hi ha una distància de 5,15 cm. Donem un impuls al vagó: puja rampa amunt i tot seguit baixa.

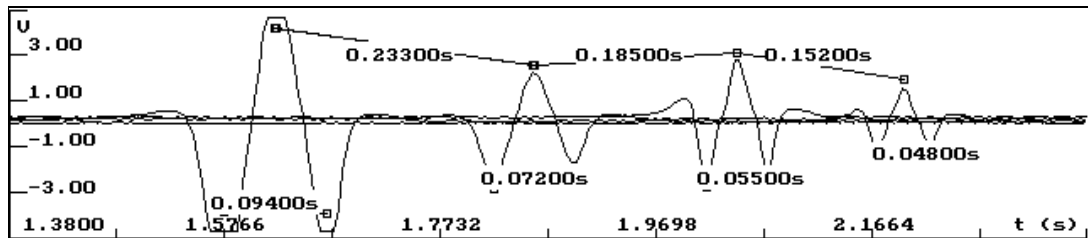
- Aquest és el gràfic que hem obtingut de tot el moviment:



- Per a veure millor els valors del temps cal ampliar-lo per sectors. Aquesta és l'ampliació corresponent al moviment de **pujada** del vagó:



- I aquesta és l'ampliació que correspon al moviment de **baixada**:



2. Calcula la velocitat de l'imant central en passar per davant de cada sensor, tant a la pujada com a la baixada.
3. Calcula el valor de l'acceleració mitjana d'aquest moviment, tant quan puja com quan baixa. De quins tipus de moviment es tracta?
4. Quina distància separa cadascun dels sensors que hem col·locat a la rampa?
5. Quant temps tarda el carretó a arribar a l'altura màxima? Quan hi arriba, a quina distància es troba de l'últim sensor?
6. Fes els gràfics acceleració / temps, velocitat / temps i espai / temps corresponents a aquest moviment. Comenta'ls.
7. Dedueix l'equació general de la posició per a cadascun dels dos moviments a partir del gràfic v/t corresponent i demostra que totes dues equacions són iguals.

9.3.1.2. Moviment parabòlic

Estudiarem tant el tir horitzontal com el tir oblic a través de l'EXAO.

Comprovarem que l'abast depèn de la velocitat de sortida i, sobre tot, que tan bon punt la bola surt del carril, ja comença a caure, és a dir, que si cau, no és degut a què "perd la força", sinó que és la força de gravetat la que la fa baixar.

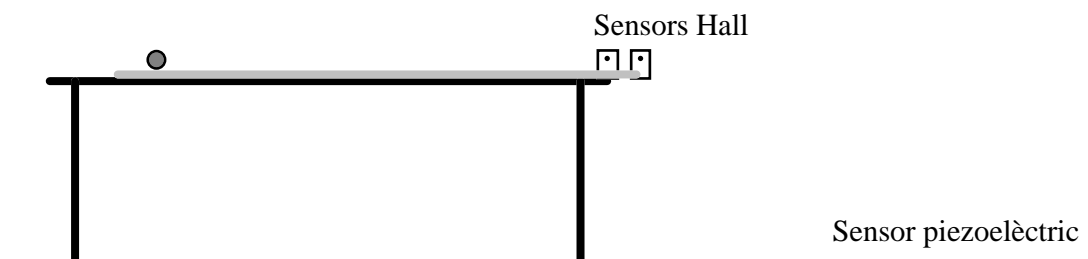
9.3.1.2.1. Tir horitzontal

Objectius

- Conèixer el funcionament de l'EXAO i els diferents tipus de sensors amb que compta.
- Interpretar els gràfics obtinguts amb els sensors.
- Observar la trajectòria que segueix la bola des que surt del carril fins que toca a terra i explicar perquè comença a baixar tan bon punt perd contacte amb el carril.
- Calcular l'equació de la trajectòria i comprovar que s'avé amb la forma observada.
- Comprovar que la trajectòria parabòlica és deguda a la combinació de dos moviments independents l'un de l'altre: un moviment horitzontal uniforme i un altre de caiguda vertical.
- Calcular el valor de l'acceleració de la gravetat.
- Comprovar que la distància a on va a parar la bola depèn exclusivament de la velocitat de sortida i el temps de vol només de l'alçada.
- Calcular el valor de la velocitat de la bola en el moment de tocar a terra en funció dels dos components horitzontal i vertical.

Desenvolupament de la pràctica

Impulsem una bola per un carril horitzontal amb dos sensors Hall+imant al final, i com menys separats millor, per comprovar la velocitat de sortida. L'últim dels dos ha de coincidir exactament amb el final del carril per poder mesurar exactament el temps de volada i perquè la velocitat calculada sigui el més semblant possible a la real. Recollim l'arribada a terra amb un sensor piezoelèctric per detectar el moment i amb un paper de calcar i un foli per a saber la posició exacta.



Amb les dades que tenim, podem demostrar que el component horitzontal de la velocitat durant el vol és igual a la velocitat de sortida de la bola del carril i que la caiguda es comporta com una caiguda lliure.

Calculant l'equació de la trajectòria resulta una funció de segon grau que té com a representació gràfica una paràbola. Aquest fet, juntament amb el valor calculat de l'acceleració de caiguda -que coincideix amb el de la gravetat- pot arribar a

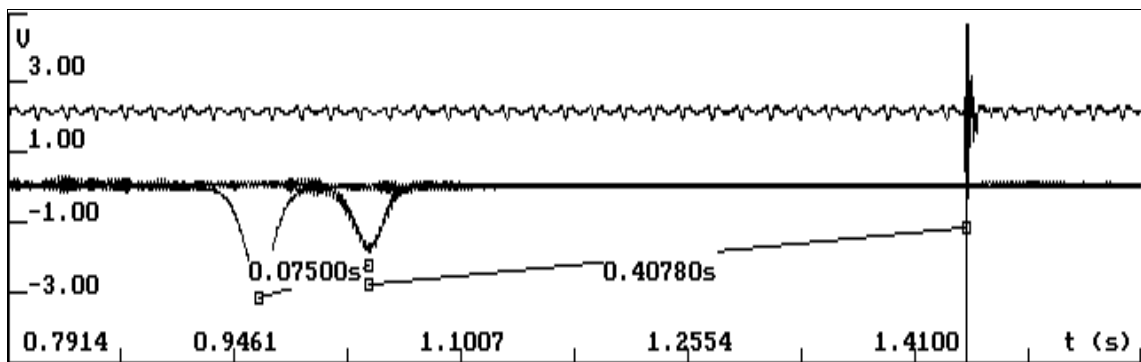
convèncer a més d'un que la bola comença a caure tan bon punt surt del carril, sense fer ni un tros de trajectòria recta en l'aire.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ No calculen la velocitat final com la suma dels seus components horitzontal i vertical.
- ◆ Calculen el valor de l'acceleració de la gravetat utilitzant directament la fórmula, sense deduir-la ni explicar d'on surt.
- ◆ No expliquen correctament com hem fet per comprovar els efectes que té sobre les magnituds estudiades el llançament de la bola pel carril amb una força diferent i que han observat.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Tir horitzontal

1. Impulsem una bola per un carril horitzontal situat a sobre d'una taula de 80,8 cm. d'altura i a l'extrem del qual hi ha dos sensors Hall amb imant separats 5 cm. En arribar al final del carril la bola cau i toca a terra a una distància de 27 cm. de la vertical de l'extrem del carril.
 - Fes un dibuix del muntatge i acota les mides.
 - Observa i dibuixa la trajectòria que segueix la bola fins que toca a terra.
2. Amb l'equip d'EXAO hem obtingut el gràfic següent:



3. Calcula la velocitat de la bola en el moment d'iniciar la volada utilitzant la distància entre els sensors Hall amb imant.
 - ... Quant val el seu component horitzontal?
 - ... I el vertical?
4. Si la bola mantingués aquesta mateixa velocitat durant tot el temps que està caient, quina distància horitzontal recorreria?
5. Compara aquest valor amb la distància que es troba la bola de la vertical de l'extrem del carril quan toca a terra.
6. Considerant només la caiguda (moviment vertical) de la bola -amb les dades que tens- calcula el valor de l'acceleració que la fa caure. Segons aquest valor, a què creus que és degut que la bola caigui?

7. Creus, doncs, que es pot dir que la bola està sotmesa a dos moviments independents l'un de l'altre? Per què ho creus així?
8. Calcula *la velocitat de la bola* quan arriba a terra i l'equació de la trajectòria.
9. Si lllences la bola amb força diferent pel carril, quines magnituds creus que variaran? **Encercla la resposta que consideris correcta.**

La velocitat de sortida del carril	Sí	No
El temps de volada	Sí	No
La distància a la taula quan toca a terra	Sí	No

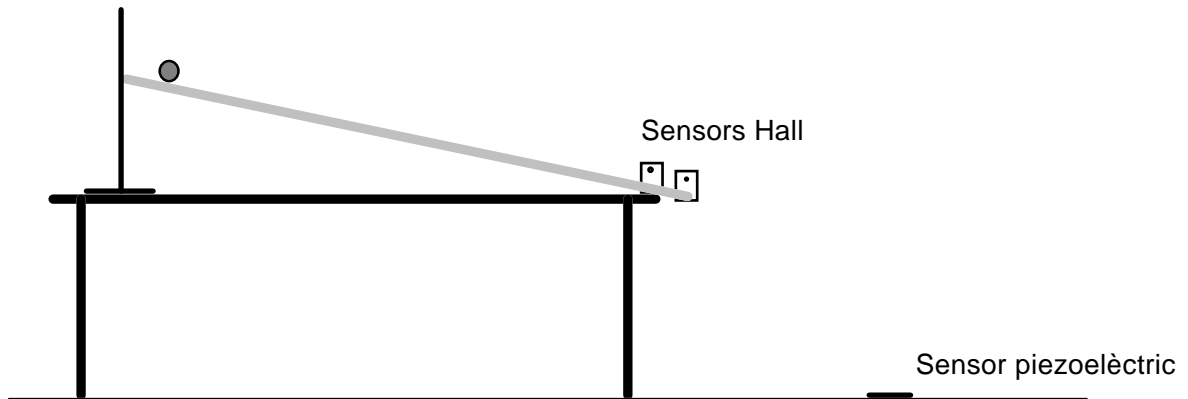
9.3.1.2.2. Tir oblic

Objectius

- Conèixer el funcionament de l'EXAO i els diferents tipus de sensors amb que compta.
- Interpretar els gràfics obtinguts amb els sensors.
- Observar la trajectòria que segueix la bola des que surt del carril fins que toca a terra i explicar perquè comença a baixar tan bon punt perd contacte amb el carril.
- Descompondre la velocitat de sortida del carril en dos components i calcular-ne els valors.
- Calcular l'equació de la trajectòria i comprovar que s'avé amb la forma observada.
- Comprovar que la trajectòria parabòlica és deguda a la combinació de dos moviments independents l'un de l'altre: un moviment horitzontal uniforme i un altre de caiguda vertical.
- Calcular el valor de l'acceleració de la gravetat.
- Comprovar que la distància on va a parar la bola depèn exclusivament de la velocitat de sortida i el temps de vol només de l'alçada.
- Calcular el valor de la velocitat de la bola en el moment de tocar a terra en funció dels dos components horitzontal i vertical.

Desenvolupament de la pràctica

Impulsem una bola per un carril horitzontal amb dos sensors Hall+imant al final, i com menys separats millor, per comprovar la velocitat de sortida. L'últim dels dos ha de coincidir exactament amb el final del carril per poder mesurar exactament el temps de volada i perquè la velocitat calculada sigui el més semblant possible a la real. Recollim l'arribada a terra amb un sensor piezoelèctric per detectar el moment i amb un paper de calcar i un foli per a saber la posició exacta.



El carril pot estar amb inclinació negativa o positiva, segons l'experiència que es vol realitzar. Nosaltres l'hem fet inclinant-lo de manera que la bola pren velocitat baixant pel carril.

Amb les dades que tenim, podem demostrar que el component horitzontal de la velocitat durant el vol és igual al component horitzontal de la velocitat de sortida de la bola del carril i que la caiguda es comporta com una caiguda lliure, tenint en compte que té velocitat inicial igual al component vertical de la velocitat de sortida del carril.

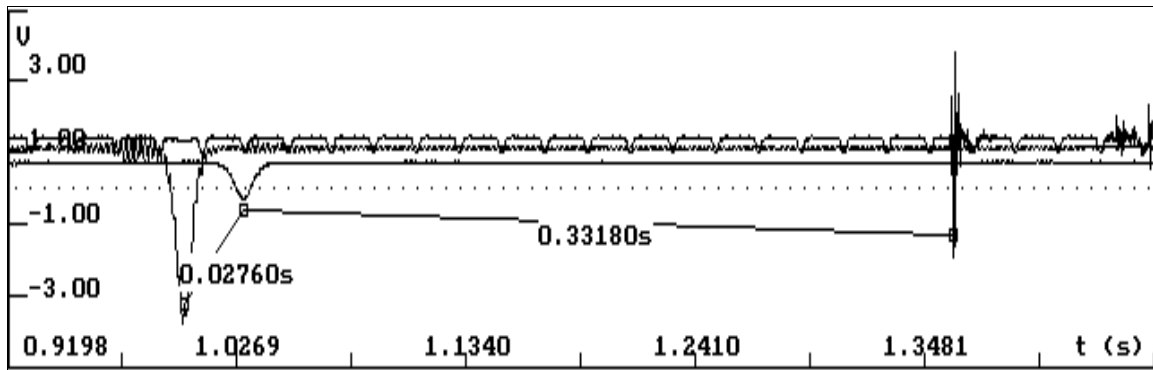
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Diuen que el temps de volada no depèn de la velocitat de sortida: no tenen en compte que, a diferència del tir horitzontal, el component vertical de la velocitat de sortida fa variar aquest temps de volada.
- ◆ Tampoc tenen en compte el component vertical de la velocitat de sortida en el càlcul del component vertical de la velocitat d'arribada a terra.
- ◆ A l'hora de fer càlculs confonen la velocitat inicial amb els seus components i els utilitzen tots indiscriminadament.
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ Es detecten greus mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Tir oblic

1. Impulsem una bola per un carril inclinat de 92 cm. de longitud. Un extrem està aixecat 26 cm. per sobre de la taula on reposa l'altre extrem, on hi ha dos sensors Hall amb imant separats 5 cm. L'altura de la taula és de 70 cm. fins a terra. En arribar al final del carril la bola cau i toca a terra a una distància de 58 cm. de la vertical de l'extrem del carril.
 - Fes un dibuix del muntatge i acota les mides.
 - Observa i dibuixa la trajectòria que segueix la bola fins que toca a terra.

2. Amb l'equip d'EXAO hem obtingut el gràfic següent:



3. Calcula *la velocitat de la bola* en el moment d'iniciar la volada utilitzant la distància entre els sensors Hall amb imant.
 - Quant val el seu component horitzontal?
 - I el vertical?
4. Si la bola mantingués aquesta mateixa velocitat durant tot el temps que està caient, quina distància horitzontal recorreria?
5. Compara aquest valor amb la distància que es troba la bola de la vertical de l'extrem del carril quan toca a terra.
6. Considerant només la caiguda (moviment vertical) de la bola, amb les dades que tens, calcula el valor de l'acceleració que la fa caure. Segons aquest valor, a què creus que és degut que la bola caigui?
7. Creus, doncs, que es pot dir que la bola està sotmesa a dos moviments independents l'un de l'altre? Per què ho creus així?
8. Calcula *la velocitat de la bola* quan arriba a terra i l'equació de la trajectòria.
9. Si lences la bola amb força diferent pel carril, quines magnituds creus que variaran? **Encercla la resposta que consideris correcta**

La velocitat de sortida del carril	Sí	No
El temps de volada	Sí	No
La distància a la taula quan toca a terra	Sí	No

9.3.1.3. Moviment circular

Estudiarem les principals característiques del moviment circular, tant pel que fa a l'uniforme (MCU) com a l'uniformement accelerat (MCUA) utilitzant l'EXAO.

9.3.1.3.1. Moviment circular uniforme

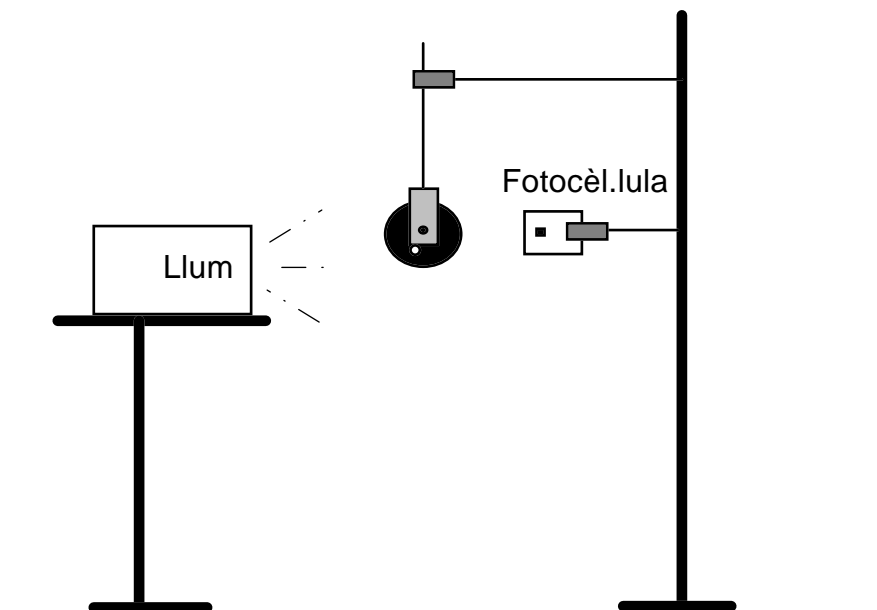
Objectius

- Consolidar el coneixement sobre el funcionament de l'equip d'EXAO, demanant propostes a l'alumnat de com realitzar la pràctica, previsions sobre els resultats gràfics dels sensors i obtenció de dades a partir d'aquests gràfics.
- Estudiar gràfics de moviments periòdics enregistrats amb l'equip EXAO que no tenen forma sinusoidal.

- Utilitzar les seves idees prèvies del moviment en fer les prediccions i en la resta del desenvolupament de la pràctica, demanant-los també conclusions per analogia amb el moviment rectilini.
- Determinar i explicar la importància de fixar un punt de referència.
- Utilitzar els radiants com a unitats per a mesurar angles.
- Definir les magnituds característiques d'aquest moviment.
- Establir les bases i definir les magnituds característiques dels moviments periòdics.
- Descobrir i explicar la dependència que té la velocitat lineal d'un punt amb la distància que el separa del centre de gir, en contraposició amb la validesa del valor de la velocitat angular per a qualsevol punt de la roda que gira.
- Calcular i estudiar l'acceleració normal i la seva variació en funció del radi de gir.
- Establir les equacions matemàtiques entre les diferents magnituds.
- Establir les equacions del moviment i representar-les gràficament, comprovant la seva total analogia amb els del moviment rectilini uniforme.

Desenvolupament de la pràctica

Per estudiar el MCU, donem una petita empenta a una roda amb un petit forat. Utilitzant un llum en un costat de la roda i una fotocèl·lula a l'altre, s'enregistra un pic cada vegada que el forat de la roda passa pel davant del llum i el deixa passar fins la fotocèl·lula.



Obtenim així una seqüència de pics a intervals regulars. Mesurant els intervals de temps respecte del primer pic podem fer les representacions gràfiques angle / temps i ω / t .

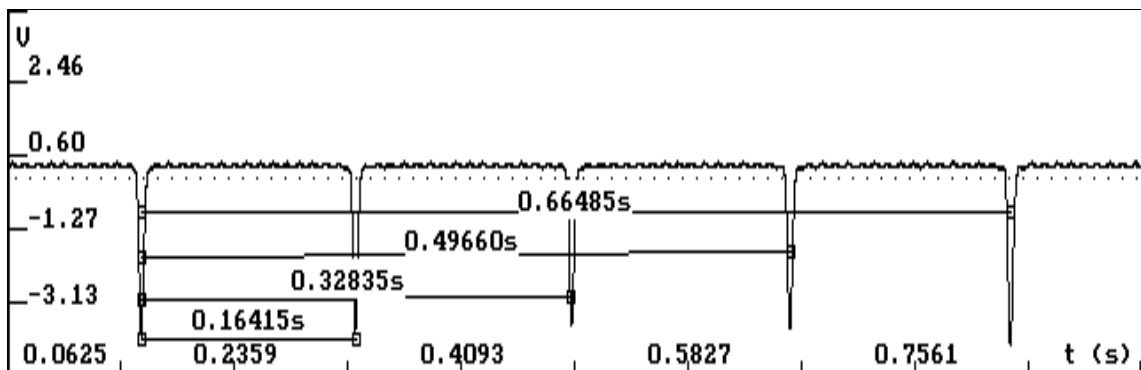
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.

- ◆ No comenten el fet que la velocitat disminueix una mica degut a la fricció i que és per això que prenem les dades en un temps petit, perquè aquesta disminució sigui mínima, però que, malgrat tot, considerem el moviment com a uniforme.
- ◆ No calculen les velocitats i les acceleracions normals pel forat i per un punt situat a la perifèria de la roda, només calculen un valor. Tampoc comenten el fet que aquestes magnituds depenen del radi.
- ◆ Escriuen les expressions matemàtiques entre les diferents magnituds sense deduir-les ni explicar d'on surten.
- ◆ Es detecten mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Moviment circular uniforme

1. Tenim una roda de 22 mm. de radi amb una bombeta a un costat i un fotodíode a l'altre. Hem practicat un forat a la roda, a 11 mm. del seu centre, de manera que, quan passarà entre la bombeta i el fotodíode, aquest quedarà il·luminat i ens donarà un senyal en el gràfic de potencial.
 - Fes un dibuix del muntatge i acota les mides.
2. Donem un impuls inicial a la roda i la deixem que giri lliurement. Aquest és el gràfic que hem obtingut:



3. Fes la taula posició-temps d'aquest moviment i el gràfic corresponent.
 - Què en pots dir d'aquestes magnituds?
4. Quin tipus de moviment diries que és, doncs?
5. Quant temps tarda a fer una volta?
6. Quantes voltes fa en un segon?
7. Què en pots dir de la seva velocitat angular? Calcula el seu valor.
8. Quant valdrà la seva velocitat lineal?
9. Tindrà acceleració aquest moviment? Si en té, calcula-la.
10. Expressa matemàticament la relació entre la freqüència i el període.
11. Expressa matemàticament la velocitat angular, la velocitat lineal i l'acceleració normal, en funció de la freqüència i el període.

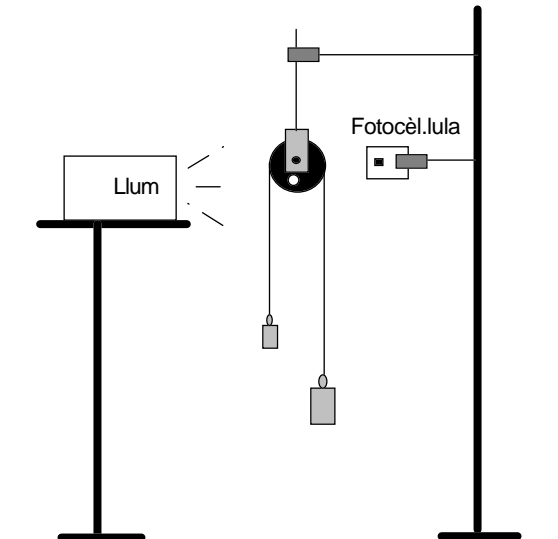
9.3.1.3.2. Moviment circular uniformement accelerat

Objectius

- Consolidar el coneixement sobre el funcionament de l'equip d'EXAO, demanant propostes a l'alumnat de com realitzar la pràctica, previsions sobre els resultats gràfics dels sensors i obtenció de dades a partir d'aquests gràfics.
- Utilitzar les seves idees prèvies del moviment per fer les prediccions i en la resta del desenvolupament de la pràctica, demanant-los també conclusions per analogia amb el moviment rectilini.
- Determinar i explicar la importància de fixar un punt de referència. Diferenciar els valors inicials reals dels que prenem com a tals segons la referència que utilitzem.
- Utilitzar els radiants com a unitats per a mesurar angles.
- Definir les magnituds característiques d'aquest moviment.
- Comparar aquest moviment amb el MCU. Consolidar el concepte de periodicitat per comparació amb un moviment no periòdic.
- Consolidar la idea de velocitat mitjana en moviments accelerats. Aquesta vegada cal estudiar cada cicle (volta) com un MCU, calculant-ne la velocitat, reconèixer-la com la velocitat mitjana del cicle i com el valor de la velocitat instantània en el seu punt mig.
- Comprovar que, segons el que vulguem calcular, hem d'utilitzar un valor del temps o un altre, i que és ell el que ens marca les referències en les posicions. (p. ex.: per calcular períodes i freqüències a cada interval hem d'utilitzar el temps entre pic i pic, ja que són valors mitjans; en canvi, per fer la taula temps / freqüència / velocitat angular, hem d'utilitzar el valor del temps en el punt mig de cada cicle, ja que hem calculat l' ω_m de l'interval que correspon a l' ω instantània del seu punt mig).
- Relacionar la velocitat angular mitjana del moviment, calculada com la semisuma de les velocitats angulars inicial i final, amb el nombre de voltes que ha fet entre els punts en què hem mesurat aquestes dues velocitats. (Altra vegada ens apareix la necessitat de tenir molt presents els punts de referència que hem utilitzat, així com també la diferència entre valors mitjans i instantanis)
- Extrapolar els gràfics obtinguts per calcular valors inicials. Interpretar els valors negatius del temps.
- Descobrir i explicar la dependència que tenen les acceleracions tangencial i normal d'un punt amb la distància que es troba del centre de rotació.
- Establir les equacions del moviment i representar-les gràficament, comprovant la seva total analogia amb els del moviment rectilini uniforme.

Desenvolupament de la pràctica

Si el que volem és estudiar el MCUA fem passar un fil amb dues masses diferents penjades a cada extrem per la mateixa roda utilitzada en l'estudi del MCU. Quan deixem anar les masses la roda gira: utilitzant un llum en un costat de la roda i una fotocèl·lula a l'altre, s'enregistra un pic cada vegada que el forat de la roda passa pel davant del llum i el deixa passar fins la fotocèl·lula: obtenim així una seqüència de pics a intervals irregulars.



Mesurant els intervals de temps respecte del primer pic podem fer les representacions gràfiques angle / temps i ω / t , i calcular la resta de magnituds característiques d'aquest moviment.

Aquesta és una bona pràctica per comprovar fins a quin punt l'alumnat s'ha fet càrrec la importància i la transcendència de triar amb encert els punts de referència i les conseqüències que aquest fet comporta envers el càlcul dels valors correctes per a les magnituds implicades en el moviment estudiat. Per això val la pena consolidar aquest estudi, aprofitant l'avinentsa per comentar altres qüestions també prou importants, com l'extrapolació de gràfics o la interpretació del temps negatiu.

Principals errades observades en l'alumnat

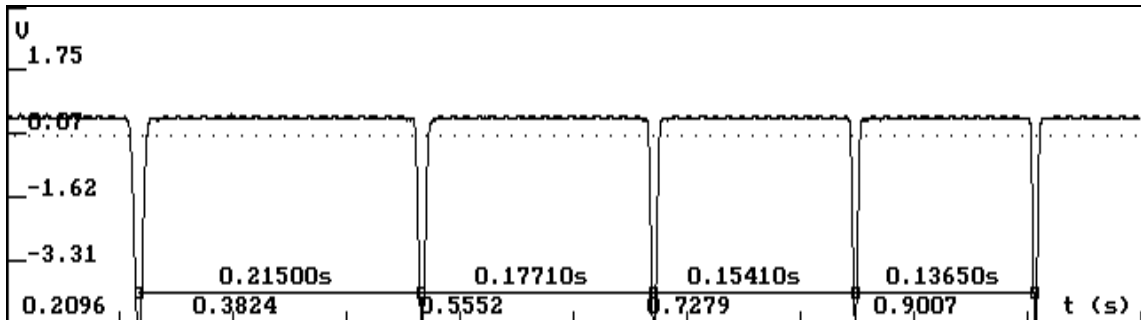
- ◆ Manquen explicacions a l'hora de raonar les conclusions.
- ◆ El temps que utilitzen en la taula temps / freqüència / velocitat angular és el temps de l'interval, en lloc de ser el que correspon al seu punt mitjà.
- ◆ Prenen el valor del temps del punt mitjà de cada interval per calcular la freqüència de cada cicle.
- ◆ Consideren que el nombre de voltes que ha fet la roda és igual al nombre de pics que dona el sensor.
- ◆ Per calcular l'acceleració angular prenen com a valors inicials del temps i de la velocitat zero, en lloc dels primers valors que tenen a la taula. (Cal tenir present que si hem pres el primer pic com a origen de temps, la velocitat en aquest punt no és zero: es pot comprovar en el gràfic ω / t).
- ◆ Es detecten mancances de lèxic, vocabulari i ortografia.

Qüestionari: Moviment circular uniformement accelerat

1. Tenim una roda de 22 mm. de radi amb una bombeta a un costat i un fotodíode a l'altre. Hem practicat un forat a la roda, a 11 mm. del seu

centre, de manera que, quan passarà entre la bombeta i el fotodíode, aquest quedarà il·luminat i ens donarà un senyal en el gràfic de potencial. Per la roda passa un fil amb un portapeses a cada banda: Un té una massa total de 61 g. i l'altre de 71 g.

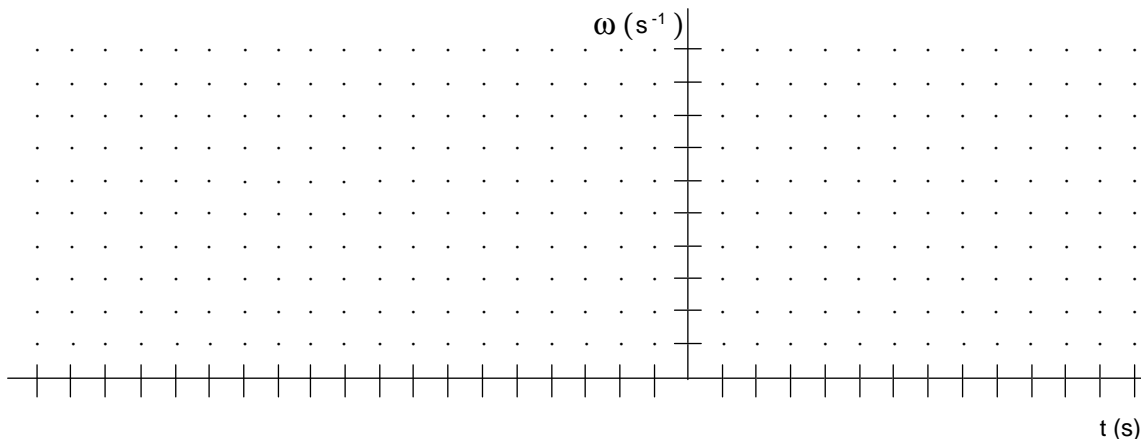
- Fes un dibuix del muntatge i acota les mides.
- 2. Deixem anar els portapeses i el sistema es posa en moviment. Aquest és el gràfic que hem obtingut:



- 3. Segons aquest gràfic, quantes voltes ha fet la roda?
- 4. La freqüència, és la mateixa en tot el moviment?
- 5. Fes la taula freqüència / velocitat angular / temps d'aquest moviment. (Recorda que el que calcules és la **velocitat angular mitjana** de cada interval).

$v(s^{-1})$				
$\omega(s^{-1})$				
$t (s)$				

- 6. Fes el gràfic velocitat angular / temps.
- 7. Què en pots dir d'aquestes dues magnituds?



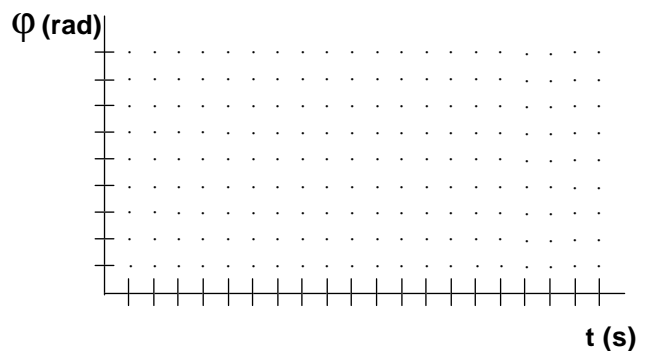
- 8. I de l'acceleració angular?
- 9. I de l'acceleració tangencial?
- 10. Calcula-les.

11. Quin tipus de moviment és, doncs?
12. Té algun altre tipus d'acceleració aquest moviment? Si fos així, digues quina és i calcula-la.
13. Omple la taula següent:

t (s)				
$\omega(s^{-1})$				
v (forat)				
v (perifèria)				
v (portapeses)				
a_n (forat)				
a_n (perifèria)				

14. Calcula a partir del gràfic **-explicant com ho fas-** i utilitzant equacions:
 - a) Quant val l' ω quan el temps val zero?
 - b) Quant temps fa que volta quan el forat passa per primera vegada - segons el gràfic que hem utilitzat- per davant del llum? Quin espai ha recorregut des de què hem deixat anar els portapeses?
15. Com esperes que sigui el gràfic posició / temps?
16. Comprova-ho fent la taula i el gràfic posició / temps.

φ (rad)	t (s)



17. Quant val la velocitat angular mitjana de tot el moviment?
18. Segons això, quantes voltes hauria hagut de fer la roda?
19. S'avé amb la realitat?

9.3.1.4. Moviment harmònic simple

Per facilitar la comprensió del moviment harmònic simple (MHS) l'obtenim a partir d'un moviment ja conegut: el moviment circular uniforme. Considerem la

projecció sobre l'eix d'ordenades de la partícula puntual que gira. Es calculen les equacions i es defineixen les diverses magnituds característiques del MHS a partir de les del MCU. Tot seguit s'aplica a l'estudi de l'oscil·lació d'una molla.

9.3.1.4.1. Projecció d'un moviment circular uniforme sobre l'eix d'ordenades

Utilitzem el moviment que ja hem estudiat a la pràctica del MCU, projectant-lo sobre l'eix d'ordenades. A partir del gràfic generat amb l'equip EXAO i dels valors que n'hem obtingut, definim les magnituds corresponents al MHS -introduint la nomenclatura adient- i en deduïm les equacions del moviment.

Objectius

- Comprovar que un moviment harmònic correspon a la projecció d'un moviment circular uniforme sobre un dels eixos.
- Consolidar la utilització dels radiants com a unitats per mesurar angles.
- Calcular les característiques del MHS a partir de les del MCU.
- Deduir les equacions del MHS tant pel que fa a l'elongació com per la velocitat i l'acceleració.
- Determinar aquestes equacions per la projecció del MCU que es va estudiar en la pràctica corresponent.
- Fer una taula de valors temps / elongació / velocitat / acceleració per a valors del temps 0, T/8, T/4, 3T/8, T/2, 5T/8, 3T/4, 7T/8 i T. Amb els valors obtinguts, fer els gràfics elongació / temps, velocitat / temps i acceleració / temps.
- Estudiar i comentar els valors i els gràfics obtinguts, generalitzant-los per al MHS en general.
- Escriure l'equació del moviment segons què en el moment inicial el forat de la rodeta es trobi formant angles de $\pi/6$, $\pi/2$, $5\pi/6$, $7\pi/6$, $3\pi/2$ o $11\pi/6$ respecte de la fotocèl·lula. Determinar l'equació de la velocitat i el valor de la velocitat inicial per cadascuna d'aquestes situacions. Comparar els resultats obtinguts amb els gràfics anteriors comentant la seva coincidència.

Desenvolupament de la pràctica

Utilitzem les dades que s'han pres en fer la pràctica del MCU.

El procés seguit en aquesta pràctica difereix del que s'ha utilitzat en les anteriors:

Primer es reparteix el qüestionari fins la qüestió nº 3. Una vegada contestades aquestes qüestions es reparteix la resta del qüestionari on s'alterna l'explicació de les tres primeres qüestions amb la introducció de les magnituds característiques del MHS, procurant que sigui l'alumnat el que faci el major nombre de deduccions possible.

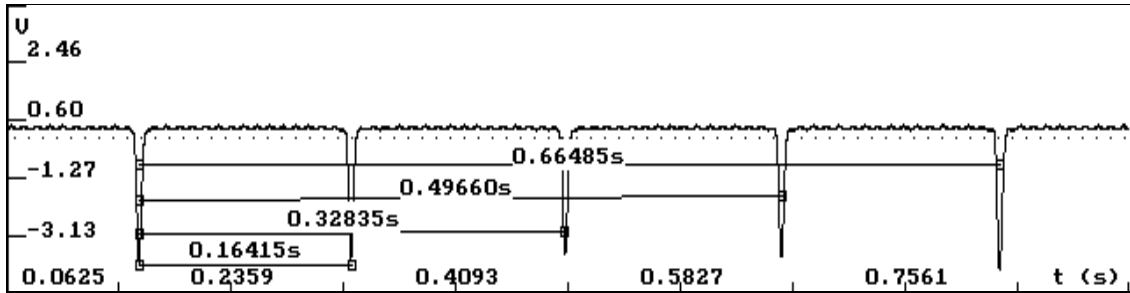
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ A l'hora de fer la taula, els errors derivats dels resultats irracionals no donen valors finals exactes (zero o u). Al principi, això els despista una mica.

- ◆ Errades degudes a haver d'expressar els angles en radiants.
- ◆ Dificultat a l'hora d'utilitzar funcions trigonomètriques i aproximar el seu valor en una circumferència.
- ◆ Confonen la pulsació amb la velocitat del MHS.

Qüestionari: Projecció d'un moviment circular uniforme sobre l'eix d'ordenades

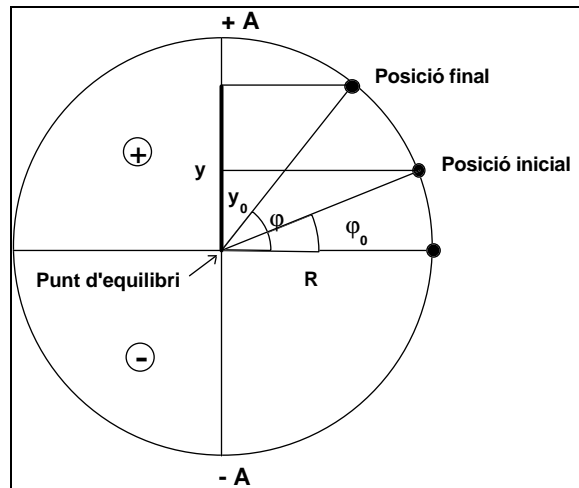
Quan hem donat un impuls inicial a una roda i l'hem deixat rodar lliurement, hem obtingut aquest gràfic:



1. A quin tipus de moviment correspon?
 - Escriu les seves característiques

Període	Freqüència	Velocitat angular	Radi del forat	Radi de la roda

2. Si projectem aquest moviment del forat sobre l'eix d'ordenades, quant valdrà aquesta projecció y quan el forat hagi girat un angle ϕ respecte de l'eix d'abscisses?
3. Ara bé, tenint en compte que amb aquesta equació volem representar qualsevol punt en qualsevol moment, pot ser que en el punt que nosaltres considerem l'origen del temps, l'angle no sigui nul, sinó que tinguem un angle inicial ϕ_0 . Com quedaria, aleshores, aquesta equació?



Estudiem què passaria amb el moviment d'aquesta projecció:

Cada moment ocuparia un lloc sobre l'eix d'ordenades. A aquesta posició y , que ja en sabem l'equació, l'anomenem **elongació**, i pot ser *positiva* o *negativa*.

En els dos extrems, el valor de l'elongació és màxim i s'anomena **amplitud** (A).

4. Quina relació hi ha entre el valor de l'amplitud i el MCU que estàvem estudiant?

Al valor de la velocitat angular del MCU, que és constant, se l'anomena **pulsació** del MHS. Per tant, el MHS tindrà el mateix període i freqüència que el MCU del qual prové.

Quan el MCU hagi fet una volta sencera, el MHS haurà completat un **cicle**. Per això la *freqüència* es mesura en *cicles per segon* -que també s'anomenen *Hertz* (Hz)-.

Tenint en compte tot això, l'equació de l'elongació seria:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

on φ_0 s'anomena **fase inicial**.

5. Però la projecció segueix un moviment rectilini, per tant ha de tenir una velocitat i una acceleració lineals.
 - Serà constant aquesta velocitat lineal del MHS? Si et sembla que no, explica com variarà.
6. I de l'acceleració, què en pots dir?
7. Dedueix quines seran les equacions de la velocitat i de l'acceleració. Explica com ho has fet.
8. Escribeu les equacions que corresponen al nostre moviment.

9. Utilitzant aquestes equacions, omple la taula següent considerant nul·la la fase inicial expressant les quantitats en cm. i segons:

	0	T/8	T/4	3T/8	T/2	5T/8	3T/4	7T/8	T
t									
y									
v									
a									

- Comenta els resultats d'aquesta taula.
 - A la vista dels resultats comenta si el MHS és o no uniformement accelerat.
10. Fes els gràfics elongació / temps, velocitat / temps, i acceleració / temps. Comenta'ls tot seguint el recorregut de la projecció del forat sobre l'eix d'ordenades.
11. Escriu l'equació del moviment del forat quan, en el moment de començar a comptar el temps, el forat es troba a cadascuna de les posicions que s'indiquen a continuació. Calcula i comenta com seria la velocitat inicial en cadascun dels sis casos. A la vista dels resultats, comenta si el MHS és o no uniformement accelerat.
- I. Mig camí pujant (dalt)
 - II. Dalt de tot.
 - III. Mig camí baixant (dalt)
 - IV. Mig camí baixant (baix)
 - V. Baix de tot.
 - VI. Mig camí pujant (baix)
12. Ara, imagina't que tens tres MHS de mateixa pulsació i mateixa amplitud, però diferents fases inicials. Quan tots tres es trobin en la mateixa posició (iguals elongacions), tenen tots la mateixa velocitat? I l'acceleració, tindrà el mateix valor en tots tres moviments?

9.3.1.4.2. Oscil·lació d'una molla

Objectius

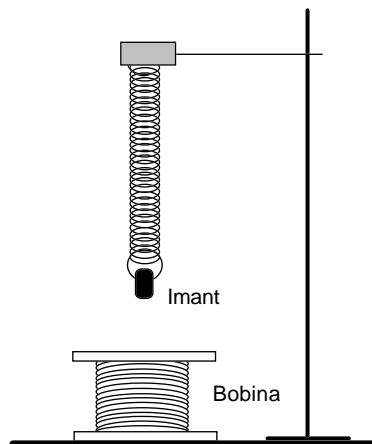
- Consolidar el coneixement sobre el funcionament de l'equip d'EXAO. Utilitzar els gràfics obtinguts a la pantalla impresos en suport paper per estudiar-los en altres sessions de classe.
- Estudiar gràfics de moviments periòdics enregistrats amb l'equip EXAO que tenen forma sinusoidal.
- A partir d'aquests gràfics, deduir l'equació del moviment.

- Consolidar la utilització dels radianats com a unitats per a mesurar angles.
- Comprovar la transcripció del valor de l'elongació del moviment a valors de potencial en el gràfic.
- Comprovar que la funció derivada (dV/dt) obtinguda a través del mateix programa satisfà totes les característiques de les derivades de funcions trigonomètriques. També comparant-la amb la funció primitiva (V): els màxims d'una coincideixen amb els nodes de l'altra. Concloure que representa el gràfic de la velocitat del MHS.
- Determinar fases inicials a partir del coneixement del valor de l'amplitud i el signe de la velocitat en diferents moments del moviment.

Desenvolupament de la pràctica:

Cal fer oscil·lar un imant a l'extrem d'una molla a l'interior d'una bobina connectada a la placa d'enregistrament de dades de l'EXAO. Les variacions del corrent que s'hi produeixen ens donen lloc a un senyal de forma sinusoidal, a partir del qual podem establir l'equació del moviment.

Tot seguit s'aplica a diverses situacions per calcular les fases inicials de cadascuna d'elles.



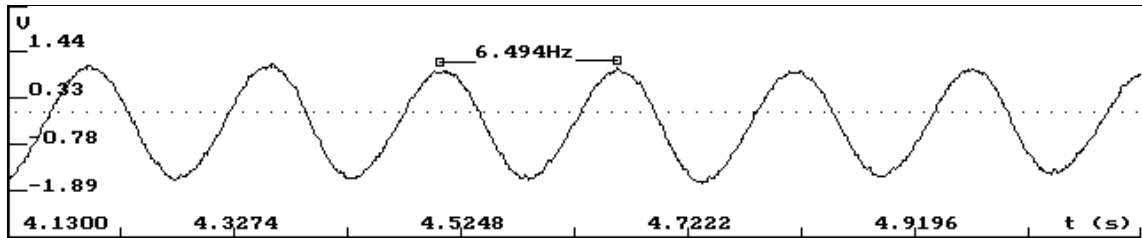
El mateix programa EXAO proporciona la funció derivada del gràfic obtingut a través del sensor. Comparant els dos gràfics es demostren les relacions matemàtiques entre una funció i la seva derivada. També cal caracteritzar-les com la representació de l'elongació i de la velocitat, respectivament, del moviment de la molla.

Principals errades observades en l'alumnat

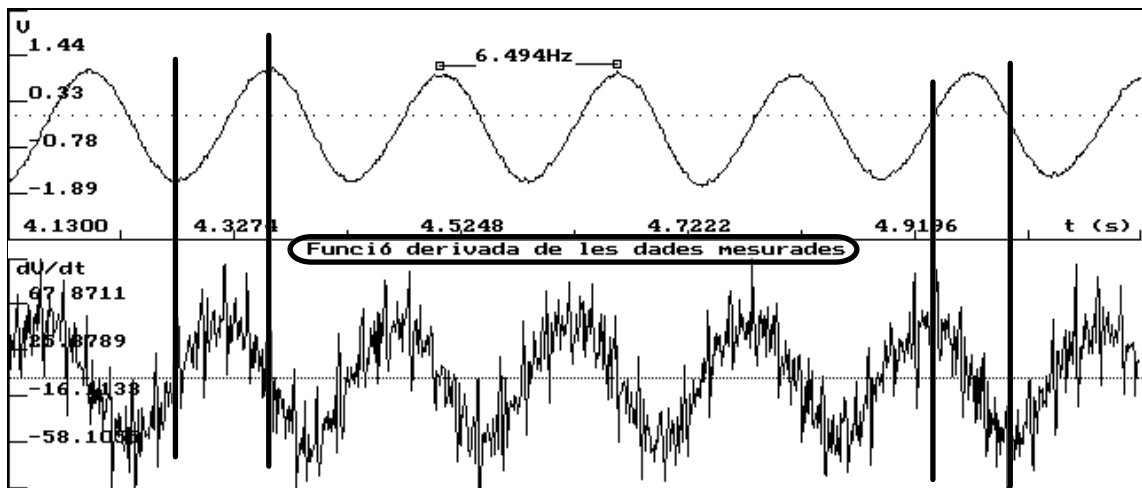
- ◆ Errades degudes a haver d'expressar els angles en radianats.
- ◆ Dificultat a l'hora d'utilitzar funcions trigonomètriques i aproximar el seu valor en una circumferència.
- ◆ Confonen la pulsació amb la velocitat del MHS.
- ◆ Dificultat a l'hora d'interpretar gràfics.

Qüestionari: Oscil·lació d'una molla

En un ganxo hi pengem una molla amb un imant en el seu extrem -el muntatge equival a un oscil·lador puntual de 9 grams de massa-. La fem oscil·lar amb una amplitud de 12 mm., de manera que l'imant oscil·li a l'interior d'una bobina. Les variacions del camp magnètic produeixen un corrent elèctric que recollim amb l'ordinador. Una vegada ampliat convenientment, obtenim el gràfic següent:



1. Escribeu l'equació que descriu aquest moviment.
2. Calculeu el valor de la velocitat màxima i de l'acceleració màxima.
3. Determineu el valor de la fase inicial si sabeu que quan comença a oscil·lar el valor de l'elongació és -12 mm.
4. Determineu el valor de la fase inicial si sabeu que quan comença a oscil·lar el valor de l'elongació és -6 mm. i la seva velocitat és positiva.
5. Determineu el valor de la fase inicial si sabeu que quan el temps és igual a $\frac{1}{26}$ s. el valor de l'elongació és 6 mm i la velocitat és negativa.
6. Mireu el gràfic següent:



- Què observeu? A quina conclusió podeu arribar? Podeu generalitzar-la?

9.3.2. Dinàmica

En el segon nivell s'han demostrat les Lleis d'en Newton i s'ha fet l'estudi de la fricció. En aquest nivell es pretén consolidar aquests conceptes aplicant-los a tres sistemes concrets: La màquina d'Atwood, el pla horitzontal i el pla inclinat. En els dos últims s'estudien diferents mòbils en condicions diverses per poder comparar els efectes que es produeixen i els resultats que se n'obtenen.

9.3.2.1. Estudi dinàmic de la màquina d'Atwood

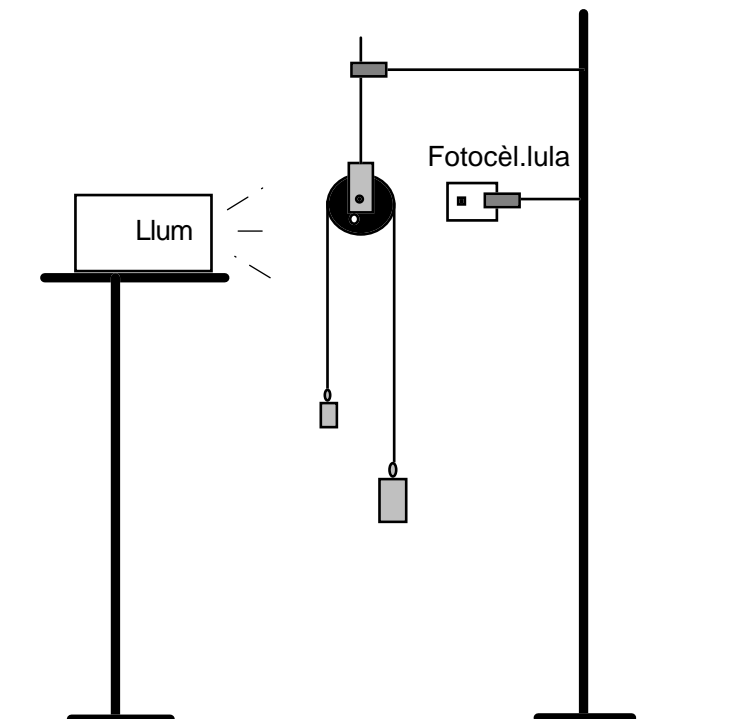
S'estudia la màquina d'Atwood en diverses situacions, variant els valors de les masses que produeixen el moviment.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció de dades.
- Estudiar la màquina d'Atwood.
- Fer el diagrama de les forces que actuen en la màquina d'Atwood.
- Confeccionar el balanç de les forces que actuen en la màquina d'Atwood.
- Relacionar les magnituds del moviment circular de la roda amb les del moviment lineal de les dues masses que pengen.
- Consolidar els càlculs de magnituds cinemàtiques.
- Consolidar el concepte de pes i la seva actuació com a força productora de moviment.
- Introduir el concepte de tensió d'un fil i calcular el seu valor, observant la seva variació en funció de la magnitud de les masses penjades.
- Definir el tercer principi de la dinàmica.
- Consolidar el 1r i el 2n principis de la dinàmica.
- Comprovar que l'acceleració del sistema no depèn només de la diferència entre les masses penjades, sinó que també depèn del valor de la seva suma.

Desenvolupament de la pràctica

S'utilitza una màquina d'Atwood anàloga a la que s'ha usat en l'estudi del MCUA.



S'analitzen quatre experiències diferents. Al laboratori, els qüestionaris es reparteixen de manera que cada membre del curs resolgui una de les quatre experiències. En cadascuna d'elles es varien els valors de les masses penjades, i

així es pot estudiar l'efecte produït en el sistema per la mateixa diferència de masses aconseguida amb valors ben diversos de cadascuna d'elles.

A cada experiència, per separat, es dibuixa el muntatge incloent-hi el diagrama de totes les forces que actuen. Tot seguit es calcula el valor de l'acceleració mitjana a partir del gràfic obtingut amb l'equip EXAO i es calcula també el seu valor a partir del balanç de forces -aplicant el 2n principi de la dinàmica-, comprovant que els valors obtinguts són suficientment semblants com per poder negligir la fricció i la rotació de la politja sense cometre un error apreciable. Finalment es calcula la tensió del fil.

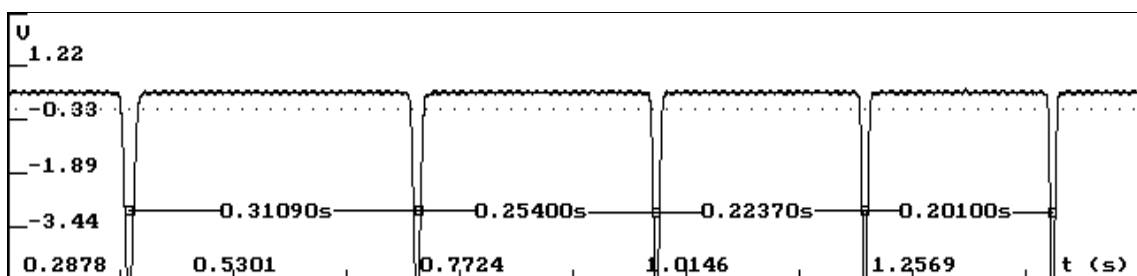
Una vegada realitzats tots els càlculs es posen en comú les dades obtingudes en les quatre experiències, omplint una taula que, tot seguit, cal analitzar i discutir, bé obrint un debat o de la forma que es consideri més adient.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten problemes a l'hora de confeccionar el balanç de forces.
- ◆ No tenen clar el càlcul de l'acceleració en el moviment circular uniformement accelerat a partir de les velocitats angulars mitjanes de cada interval. Això es tradueix en errades, sobretot en el valor que prenen del temps (no prenen els valors corresponents als punts pitjors dels intervals primer i últim).
- ◆ Es detecten dificultats en la comprensió dels conceptes de període i freqüència mitjans en un cicle d'un MCUA.
- ◆ No interpreten correctament les dades obtingudes.
- ◆ Els costa generalitzar conclusions a partir de la comparació dels resultats que han obtingut.
- ◆ Costa encetar el debat.

Qüestionari: Estudi dinàmic de la màquina d'atwood (I)

Tens una politja -amb un forat situat a una distància de 11 mm. de l'eix de rotació- que té 22 mm. de radi. Per la politja -que considerem de massa negligible i que gira sense fricció- hi passa un fil amb dues masses penjades -una a cada banda- de 61 g. i 66 g. respectivament. Deixes anar el sistema que es mou per efecte de la gravetat. Aquest moviment és enregistrat utilitzant el mateix sistema que pel moviment circular i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana de les dues masses basant-te en els valors del gràfic. Quin valor té la velocitat inicial? I la velocitat final?

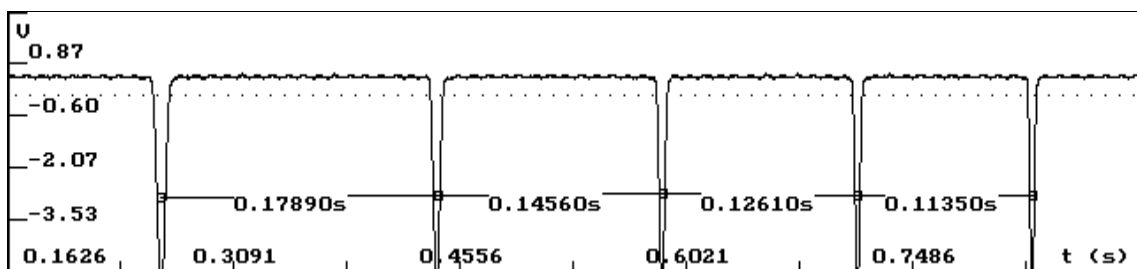
3. Calcula el valor de l'acceleració teòrica de les dues masses suposant que la massa de la roda és nul·la i que no hi ha fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

m_1	m_2	$m_2 - m_1$	Acceleració calculada	Acceleració teòrica	Tensió del fil
0,061 kg	0,066 kg	0,005 kg			
0,061 kg	0,076 kg	0,015 kg			
0,005 kg	0,010 kg	0,005 kg			
0,005 kg	0,020 kg	0,015 kg			

6. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar? Creus que realment podem considerar negligible la massa i la fricció de la politja? Per què?

Estudi dinàmic de la màquina d'atwood (II)

Tens una politja -amb un forat situat a una distància de 11 mm. de l'eix de rotació- que té 22 mm. de radi. Per la politja -que considerem de massa negligible i que gira sense fricció- hi passa un fil amb dues masses penjades -una a cada banda- de 61 g. i 76 g. respectivament. Deixes anar el sistema que es mou per efecte de la gravetat. Aquest moviment és enregistrat utilitzant el mateix sistema que pel moviment circular i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana de les dues masses basant-te en els valors del gràfic. Quin valor té la velocitat inicial? I la velocitat final?
3. Calcula el valor de l'acceleració teòrica de les dues masses suposant que la massa de la roda és nul·la i que no hi ha fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.

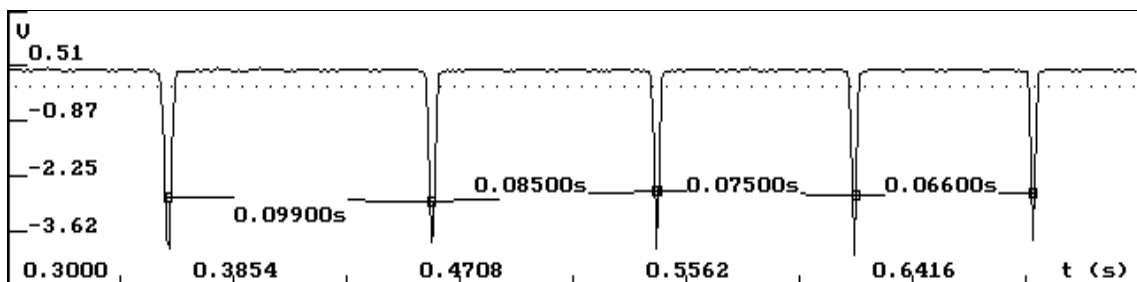
5. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

m_1	m_2	$m_2 - m_1$	Acceleració calculada	Acceleració teòrica	Tensió del fil
0,061 kg	0,066 kg	0,005 kg			
0,061 kg	0,076 kg	0,015 kg			
0,005 kg	0,010 kg	0,005 kg			
0,005 kg	0,020 kg	0,015 kg			

6. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar? Creus que realment podem considerar negligible la massa i la fricció de la politja? Per què?

Estudi dinàmic de la màquina d'atwood (III)

Tens una politja -amb un forat situat a una distància de 11 mm. de l'eix de rotació- que té 22 mm. de radi. Per la politja -que considerem de massa negligible i que gira sense fricció- hi passa un fil amb dues masses penjades -una a cada banda- de 5 g. i 10 g. respectivament. Deixes anar el sistema que es mou per efecte de la gravetat. Aquest moviment és enregistrat utilitzant el mateix sistema que pel moviment circular i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana de les dues masses basant-te en els valors del gràfic. Quin valor té la velocitat inicial? I la velocitat final?
3. Calcula el valor de l'acceleració teòrica de les dues masses suposant que la massa de la roda és nul·la i que no hi ha fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.

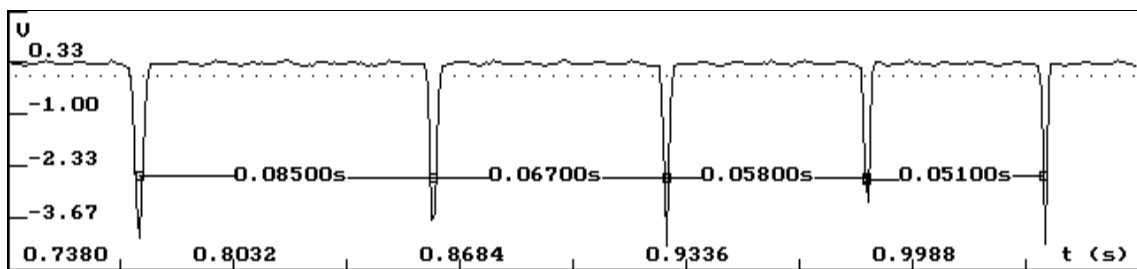
5. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

m_1	m_2	$m_2 - m_1$	Acceleració calculada	Acceleració teòrica	Tensió del fil
0,061 kg	0,066 kg	0,005 kg			
0,061 kg	0,076 kg	0,015 kg			
0,005 kg	0,010 kg	0,005 kg			
0,005 kg	0,020 kg	0,015 kg			

6. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar? Creus que realment podem considerar negligible la massa i la fricció de la politja? Per què?

Estudi dinàmic de la màquina d'atwood (IV)

Tens una politja -amb un forat situat a una distància de 11 mm. de l'eix de rotació- que té 22 mm. de radi. Per la politja -que considerem de massa negligible i que gira sense fricció- hi passa un fil amb dues masses penjades -una a cada banda- de 5 g. i 20 g. respectivament. Deixes anar el sistema que es mou per efecte de la gravetat. Aquest moviment és enregistrat utilitzant el mateix sistema que pel moviment circular i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana de les dues masses basant-te en els valors del gràfic. Quin valor té la velocitat inicial? I la velocitat final?
3. Calcula el valor de l'acceleració teòrica de les dues masses suposant que la massa de la roda és nul·la i que no hi ha fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.

5. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

m_1	m_2	$m_2 - m_1$	Acceleració calculada	Acceleració teòrica	Tensió del fil
0,061 kg	0,066 kg	0,005 kg			
0,061 kg	0,076 kg	0,015 kg			
0,005 kg	0,010 kg	0,005 kg			
0,005 kg	0,020 kg	0,015 kg			

6. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar? Creus que realment podem considerar negligible la massa i la fricció de la politja? Per què?

9.3.2.2. Dinàmica del moviment accelerat en el pla horitzontal

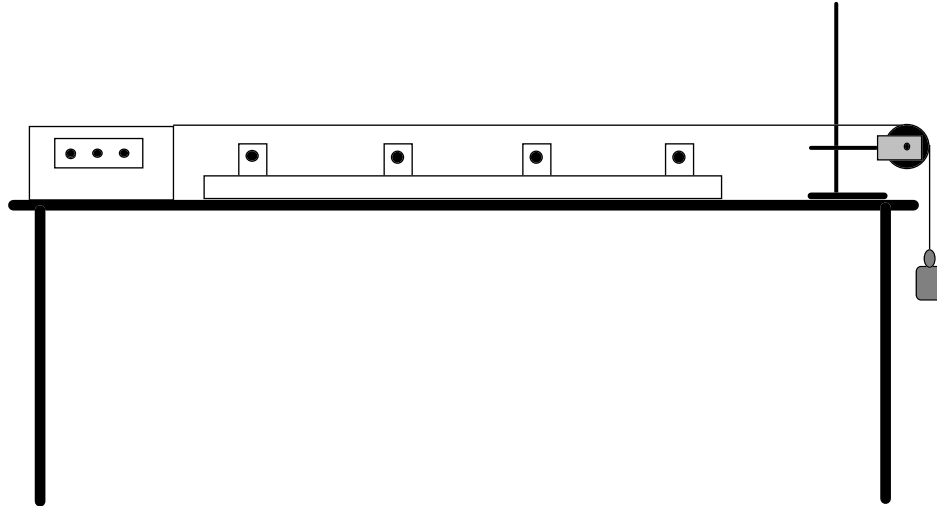
Aprofundim l'estudi del moviment uniformement accelerat d'un mòbil que es mou per un pla horitzontal, ara des del punt de vista dinàmic, que ens permet analitzar l'efecte de la fricció sobre aquest moviment.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció de dades.
- Fer el diagrama de les forces que actuen en el moviment accelerat en pla horitzontal.
- Confeccionar el balanç de les forces que actuen, sense considerar la força de fricció i també considerant l'acció d'aquesta força.
- Consolidar el concepte de pes i la seva actuació com a força productora de moviment.
- Consolidar el concepte de tensió d'un fil i calcular el seu valor, observant la seva variació en funció de la magnitud de la massa penjada.
- Consolidar el concepte de força de fricció i comprovar que és directament proporcional a la força perpendicular al pla on descansa el mòbil.
- Calcular la força de fricció en funció de l'acceleració real del sistema.
- Comparar els valors de les forces de fricció calculades en cada experiència i pels diversos mòbils utilitzats.
- Calcular el coeficient de fricció i comparar els valors obtinguts en les diverses experiències.
- Consolidar els tres principis de la dinàmica.
- Consolidar els càlculs de magnituds cinemàtiques.

Desenvolupament de la pràctica

Sobre un pla horitzontal hi ha el mòbil amb els tres imants -alineats i equidistants- enganxats. Se li lliga un fil que es fa passar per una cùrria -que en la pràctica anterior s'ha demostrat que se'n pot negligir la fricció i la rotació- i a l'altre extrem s'hi penja una massa que baixa tot a vora de la taula. Quan es deixa el sistema en llibertat la massa baixa per efecte de la gravetat i estira el mòbil, produint-li un moviment rectilini uniformement accelerat.



S'analitzen sis experiències diferents, tres amb un vagó i tres més amb un bloc de fusta com a mòbil. En cada cas es varia, primer la massa del mòbil i després la massa penjada, per poder estudiar quin efecte produeix cadascun d'aquests canvis en les magnituds considerades per cada mòbil. Aquesta vegada també es reparteixen els qüestionaris de les diverses experiències de manera que cada membre del grup en resolgui una.

En acabat, es posen en comú les dades obtingudes en les sis experiències realitzades omplint una taula que, tot seguit, cal analitzar i discutir, ja sigui obrint un debat o en la forma que es consideri més adient.

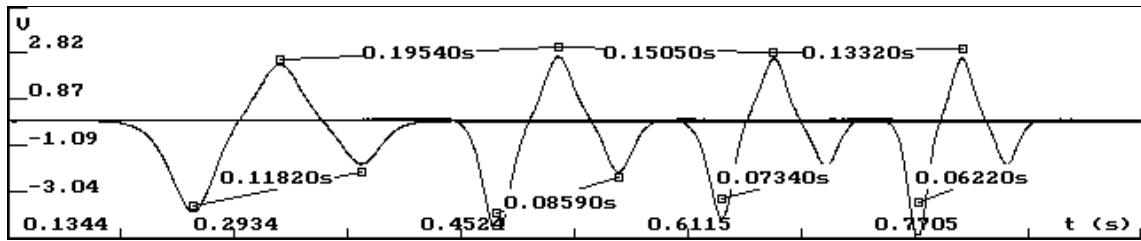
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten problemes a l'hora de confeccionar el balanç de forces.
- ◆ No interpreten correctament les dades obtingudes.
- ◆ Tenen dificultat en fer comparacions si no són guiats. El mateix els passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.
- ◆ Costa encetar el debat.

Qüestionari: Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (I)

Tens un bloc de fusta -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 141 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no gira- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 61 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el bloc de fusta amb els tres imants que corre per

sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



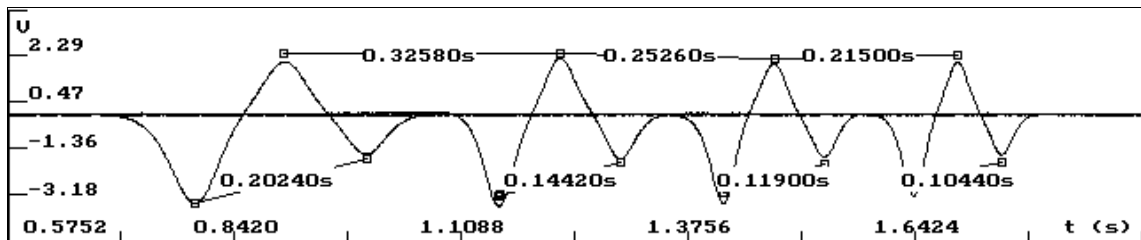
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (II)

Tens un bloc de fusta -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 191 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no gira- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 61 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el bloc de fusta amb els tres imants que corre per sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



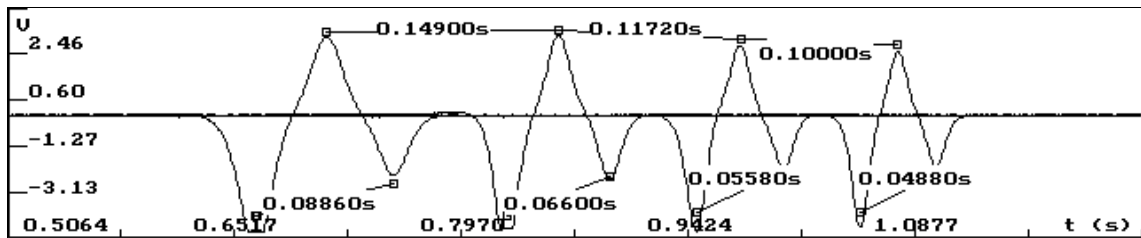
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (III)

Tens un bloc de fusta -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 191 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no gira- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 91 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el bloc de fusta amb els tres imants que corre per sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



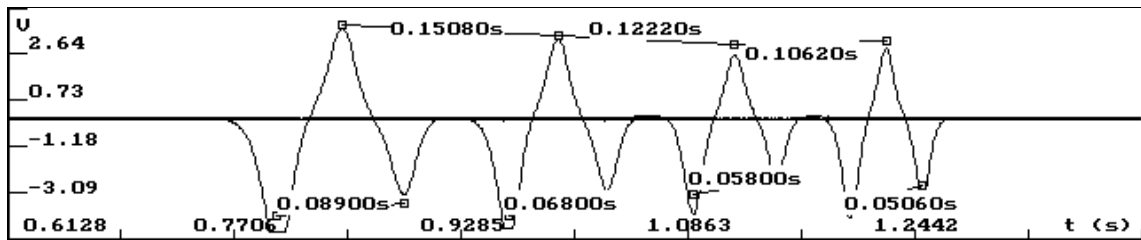
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (IV)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 29 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no roda- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 5 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el vagó amb els tres imants que corre per sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



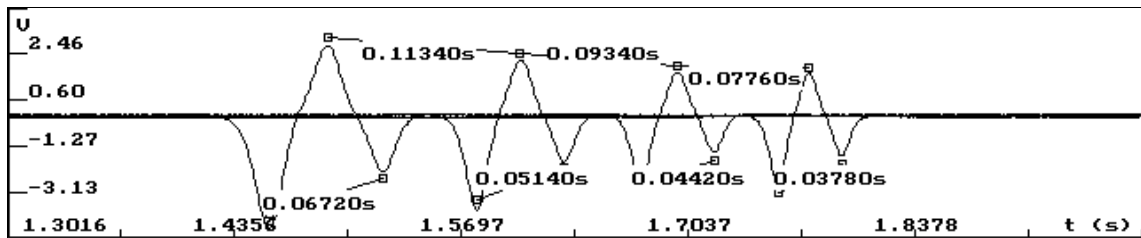
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (V)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 29 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no gira- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 10 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el vagó amb els tres imants que corre per sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



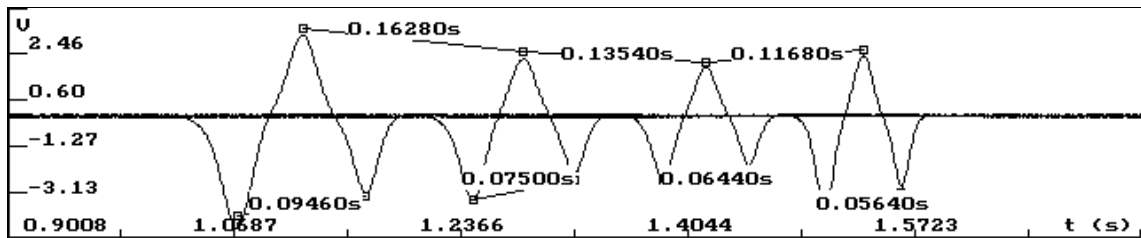
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Dinàmica del moviment en un pla horitzontal (VI)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 79 g. de massa total a sobre la taula, que es troba en posició horitzontal. Li enganxes un fil que fas passar per una cùrria -que es considera sense fricció i que no gira- de manera que pengi per fora de la taula i, a l'altre extrem hi penges una massa de 10 g. Deixes anar la massa que cau per efecte de la gravetat estirant el vagó amb els tres imants que corre per sobre la taula. Aquest moviment és registrat per quatre sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindria l'acceleració teòrica d'aquest moviment si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Calcula el valor de la tensió del fil.
7. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	Massa penjada	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	Força de fricció	μ	Tensió del fil
Bloc de fusta	0,141 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,061 kg					
Bloc de fusta	0,191 kg	0,091 kg					
Vagó	0,029 kg	0,005 kg					
Vagó	0,029 kg	0,01kg					
Vagó	0,079 kg	0,01kg					

8. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

9.3.2.3. Estudi dinàmic de la rampa

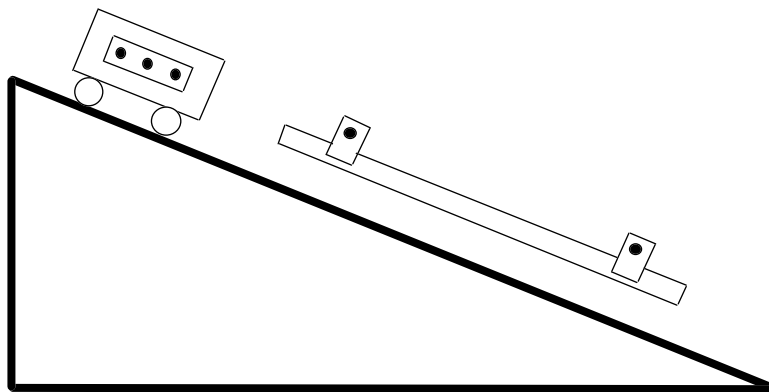
Aprofundim l'estudi de la rampa, ara des del punt de vista dinàmic, que ens permet analitzar l'efecte de la fricció sobre aquest moviment i contrastar els resultats obtinguts amb els de la pràctica anterior.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció de dades.
- Aplicar la trigonometria a la resolució de triangles rectangles.
- Consolidar els tres principis de la dinàmica.
- Consolidar els càlculs de magnituds cinemàtiques.
- Confeccionar el balanç de les forces que actuen, sense considerar la força de fricció i també considerant l'acció d'aquesta força.
- Consolidar el concepte de pes i la seva actuació com a força productora de moviment.
- Comprovar que el pes és realment la força responsable del moviment del cos per la rampa.
- Fer el diagrama de les forces que actuen en el moviment accelerat en un pla inclinat.
- Comprovar que la força que fa baixar el mòbil per la rampa és igual a la suma vectorial de les forces que actuen en la direcció de la rampa.
- Consolidar el concepte de força de fricció i comprovar que és directament proporcional a la força perpendicular al pla on descansa el mòbil.
- Calcular la força de fricció en funció de l'acceleració real del sistema.
- Comparar els valors de les forces de fricció calculades en cada experiència i pels diversos mòbils utilitzats.
- Calcular el coeficient de fricció i comparar els valors obtinguts en les diverses experiències.

Desenvolupament de la pràctica

Es deixa baixar lliurement un mòbil per una rampa.



S'estudien quatre experiències diferents. Es procura que a cada experiència només es modifiqui el valor d'una de les variables per poder valorar la influència de cadascuna d'elles sobre el sistema. Així, primer es varia de mòbil, tot seguit la seva massa i, finalment, l'angle d'inclinació de la rampa.

Es calculen els valors de l'acceleració real -a partir del gràfic enregistrat amb l'EXAO- i de l'acceleració teòrica -fent el balanç de les forces que actuen sobre el mòbil, suposant l'absència de fricció-. Finalment, fent el balanç de forces i utilitzant el valor real de l'acceleració, es calcula la força i el coeficient de fricció que actua en cada experiència.

És interessant comprovar que el valor del coeficient de fricció no varia en funció de l'angle d'inclinació i comparar els valors obtinguts amb els de la pràctica anterior.

Com en les pràctiques anteriors, es reparteixen els qüestionaris de les diverses experiències de manera que cada membre del grup en resolgui una.

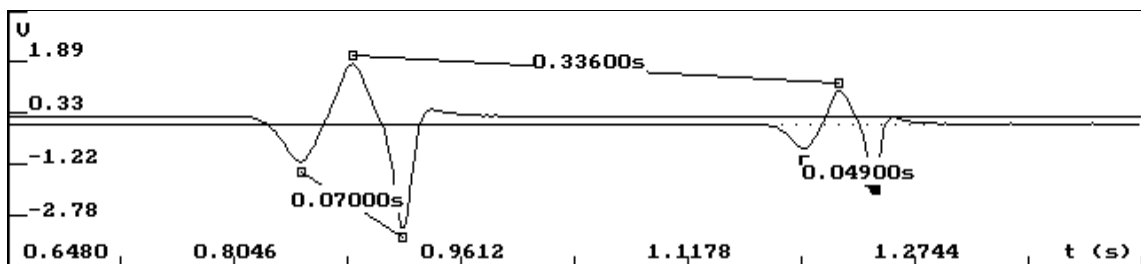
En acabat, es posen en comú les dades obtingudes en les quatre experiències realitzades omplint una taula que, tot seguit, cal analitzar i discutir, ja sigui obrint un debat o de la forma que es consideri més adient.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten problemes a l'hora de confeccionar el balanç de forces.
- ◆ No interpreten correctament les dades obtingudes.
- ◆ Presenten algunes dificultats de comprensió espacial a l'hora de resoldre els triangles rectangles i de reconèixer quins són els angles iguals.
- ◆ Tenen dificultat en fer comparacions si no són guiats. El mateix els passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.
- ◆ Costa encetar el debat.

Qüestionari: Estudi dinàmic de la rampa (I)

Tens un bloc de fusta -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 141 g. de massa total dalt de tot d'una rampa que forma un angle (α) de 22° amb l'horitzontal. Deixes anar el mòbil que baixa per la rampa per efecte de la gravetat. Aquest moviment és registrat per dos sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindrien les forces que intervenen en aquest moviment i l'acceleració teòrica si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.

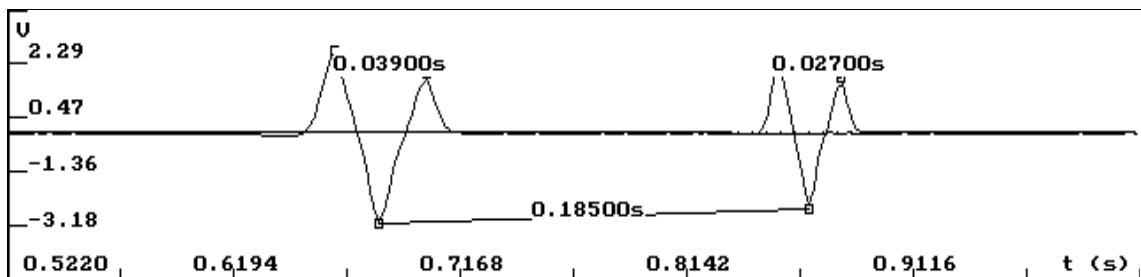
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	α	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	F_t	F_n	Força de fricció	μ
Bloc de fusta	0,141 kg	22°						
Vagó	0,140 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	12°						

7. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Estudi dinàmic de la rampa (II)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 140 g. de massa total dalt de tot d'una rampa que forma un angle (α) de 22° amb l'horitzontal. Deixes anar el mòbil que baixa per la rampa per efecte de la gravetat. Aquest moviment és registrat per dos sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindrien les forces que intervenen en aquest moviment i l'acceleració teòrica si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.

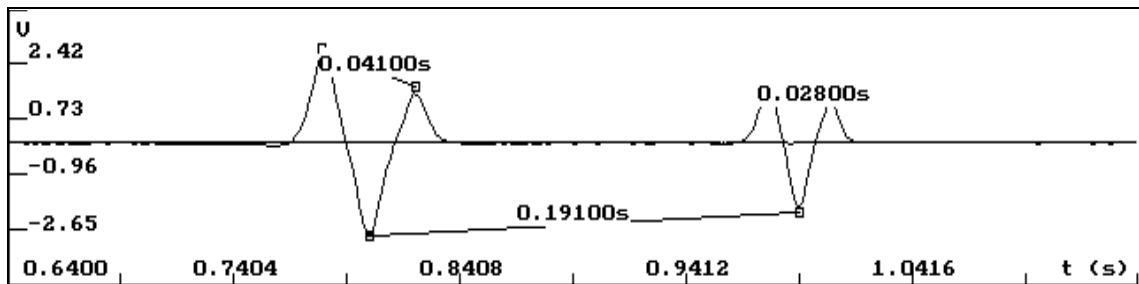
6. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	α	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	F_t	F_n	Força de fricció	μ
Bloc de fusta	0,141 kg	22°						
Vagó	0,140 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	12°						

7. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Estudi dinàmic de la rampa (III)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 28 g. de massa total dalt de tot d'una rampa que forma un angle (α) de 22° amb l'horitzontal. Deixes anar el mòbil que baixa per la rampa per efecte de la gravetat. Aquest moviment és registrat per dos sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



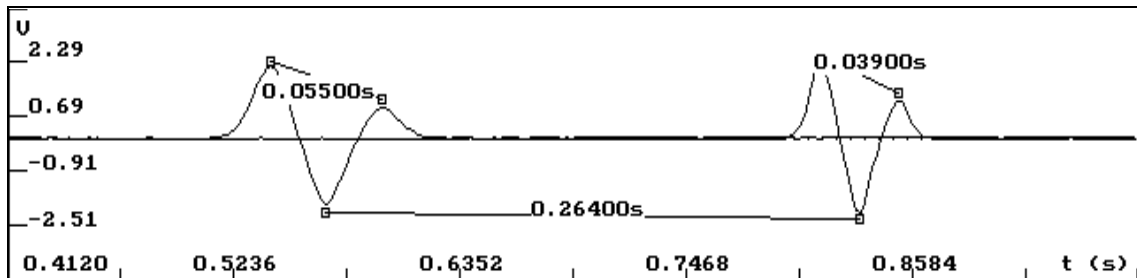
1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindrien les forces que intervenen en aquest moviment i l'acceleració teòrica si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	α	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	F_t	F_n	Força de fricció	μ
Bloc de fusta	0,141 kg	22°						
Vagó	0,140 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	12°						

7. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

Estudi dinàmic de la rampa (IV)

Tens un vagó -amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim- que té 28 g. de massa total dalt de tot d'una rampa que forma un angle (α) de 12° amb l'horitzontal. Deixes anar el mòbil que baixa per la rampa per efecte de la gravetat. Aquest moviment és registrat per dos sensors d'efecte Hall i es tradueix en el gràfic següent:



1. Dibuixa el muntatge descrit amb totes les forces que hi intervenen.
2. Calcula l'acceleració mitjana d'aquest moviment basant-te en els valors del gràfic.
3. Calcula el valor que tindrien les forces que intervenen en aquest moviment i l'acceleració teòrica si no hi hagués fricció.
4. Compara els valors de les dues acceleracions. Comenta aquests resultats.
5. Calcula el valor de la força de fricció que intervé en el moviment i el del coeficient de fricció.
6. Amb els valors que has calculat i els dels teus companys, omple la taula següent:

Mòbil	Massa del mòbil	α	Acceler. calculada	Acceler. teòrica	F_t	F_n	Força de fricció	μ
Bloc de fusta	0,141 kg	22°						
Vagó	0,140 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	22°						
Vagó	0,028 kg	12°						

7. Comenta aquests resultats. A quines conclusions pots arribar?

9.3.2.4. Estudi dinàmic del moviment harmònic simple

Aprofundim l'estudi del moviment harmònic simple, ara des del punt de vista dinàmic, que ens permet calcular la constant de recuperació de la molla des d'una vessant diferent i analitzar els efectes produïts en l'oscil·lació de la molla per la variació de diversos paràmetres del sistema.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar els tres principis de la dinàmica.
- Consolidar els càlculs de magnituds cinemàtiques.
- Estudiar gràfics de moviments periòdics enregistrats amb l'equip EXAO que tenen forma sinusoidal.
- Calcular el valor de la constant de recuperació de la molla a partir del gràfic i les dades enregistrades amb l'equip EXAO.
- Calcular la força produïda per la molla en diverses posicions del moviment.
- Analitzar les variacions que es produeixen en el moviment de la molla quan s'hi penja una massa diferent, calculant els valors de les magnituds característiques i comparant els valors obtinguts en ambdues experiències per conèixer la influència de la massa sobre aquestes magnituds.

Desenvolupament de la pràctica

S'utilitza el mateix gràfic que hem obtingut a la pràctica realitzada per a estudiar la cinemàtica de l'oscil·lació d'una molla.

Cal tenir present que no es pot considerar la massa que penja de la molla com el valor de la massa de l'oscil·lador. En el cas que s'ha estudiat s'ha penjat un imant de 3 g. de massa a l'extrem d'una molla de 23 g. Si es calcula el valor de la constant de recuperació de la molla de forma experimental -per la llei de Hooke, per exemple- s'arriba a la conclusió que aquest muntatge equival a un oscil·lador puntual amb una massa de 9 g.

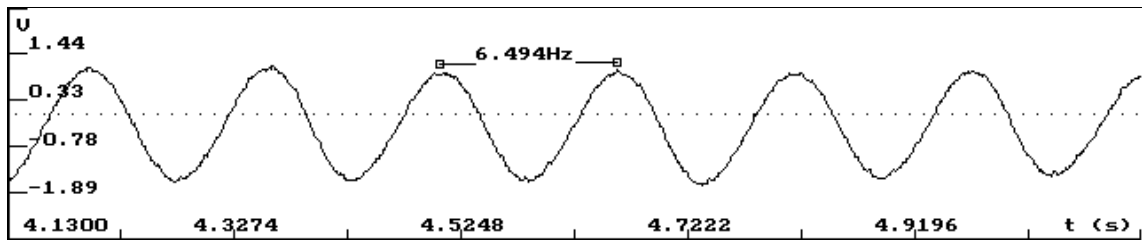
És interessant comprovar la influència de la massa de l'oscil·lador en els valors de l'allargament de la molla, la pulsació, el període i la freqüència de l'oscil·lació.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ No interpreten correctament les dades obtingudes.
- ◆ Tenen dificultat en fer comparacions si no són guiats. El mateix els passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.
- ◆ Confonen l'allargament de la molla amb l'amplitud o amb l'elongació del moviment.

Qüestionari: Estudi dinàmic de l'oscil·lació d'una molla

En un ganxo s'hi penja una molla amb un imant en el seu extrem -el muntatge equival a un oscil·lador puntual de 9 grams de massa-. Es fa oscil·lar amb una amplitud de 12 mm., de manera que l'imat oscil·la a l'interior d'una bobina. Les variacions del camp magnètic produeixen un corrent elèctric que, una vegada ampliat convenientment, ens proporciona el gràfic següent:



Calcula:

1. La constant de recuperació.
2. La força màxima que fa la molla.
3. El valor de la força quan la molla està allargada 6 mm.
4. El valor de la força quan la molla està escurçada 6 mm.
5. L'allargament que es produeix en la molla en penjar-hi una massa de 9 g. Aquesta posició, correspon a l'amplitud de l'oscil·lació?
6. L'allargament que es produeix en la molla en penjar-hi una massa de 100 g.
7. Si hi penges una massa que fa el muntatge equivalent a un oscil·lador puntual de 100 g de massa, calcula:
 - I. La pulsació.
 - II. El període.
 - III. Aquests valors que has obtingut, són més grans o més petits que els que has calculat a partir del gràfic? A quina conclusió et permet arribar això?

9.3.2.5. Estudi dinàmic del pèndol

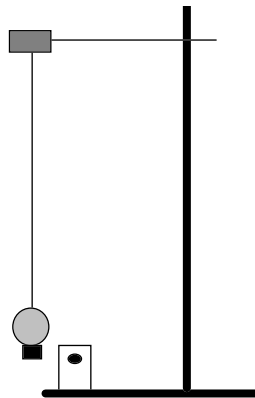
Una vegada estudiades les característiques del moviment harmònic simple, l'aplicarem a l'estudi del pèndol.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar els tres principis de la dinàmica.
- Consolidar els càlculs de magnituds cinemàtiques.
- Estudiar gràfics de moviments periòdics enregistrats amb l'equip EXAO que no tenen forma sinusoïdal.
- Analitzar el pèndol considerant-lo com a un oscil·lador harmònic simple.
- Calcular el valor de la tensió màxima i de la tensió mínima del fil durant el moviment.
- Fer el diagrama de les forces que actuen en un punt qualsevol del recorregut del pèndol.
- Descompondre una força en dues components perpendiculars.
- Consolidar el concepte de pes i analitzar la seva actuació com a força productora de moviment.
- Calcular el valor de l'acceleració de la gravetat.
- Comparar el gràfic del moviment del pèndol enregistrat amb EXAO amb el gràfic corresponent a la seva derivada.
- Comparar aquests dos gràfics amb els seus anàlegs que s'han analitzat en l'estudi cinemàtic de l'oscil·lació d'una molla.
- Calcular el període d'oscil·lació del pèndol, comprovant que no depèn ni de la seva massa, ni de l'amplitud, ni de l'angle d'oscil·lació.

Desenvolupament de la pràctica

Una bola metàl·lica amb un imant enganxat es penja d'un fil i se'n mesura la massa i la longitud.



Es separa la bola del seu punt d'equilibri un angle petit i es deixa anar. El conjunt oscil·la davant d'un sensor d'efecte Hall.

Una vegada enregistrat el moviment, s'obté el gràfic que correspon a la seva derivada.

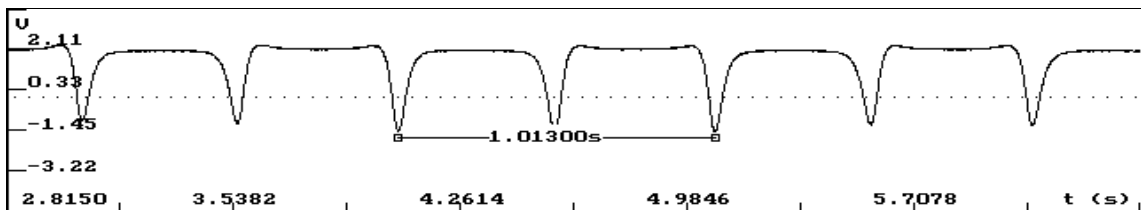
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ No interpreten correctament les dades obtingudes.

- ◆ Tenen dificultat en fer comparacions si no són guiats. El mateix els passa a l'hora de treure conclusions de les observacions que han fet i també per generalitzar-les.

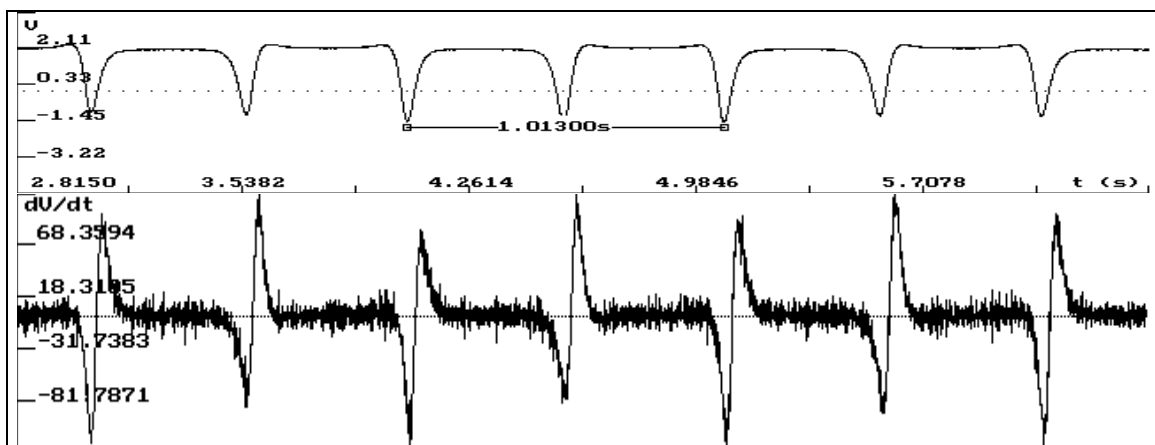
Questionari: Estudi dinàmic del pèndol

Tens un pèndol -format per una bola i un imant penjats d'un fil- de 255 mm. de longitud i 71 g. de massa. El separen 5° del punt d'equilibri i el deixes anar. Quan oscil·la davant d'un sensor d'efecte Hall obtens el gràfic següent:



Calcula:

1. La tensió màxima i la tensió mínima del fil.
2. La força màxima.
3. L'acceleració de la gravetat.
4. El període quan:
 - a) La massa sigui de 100 g.
 - b) El separis un angle de 10° de la posició d'equilibri.
 - c) La longitud sigui 1 metre.
5. Considerant-lo com a un oscil·lador harmònic:
 - a) Calcula l'amplitud de l'oscil·lació i la pulsació.
 - b) Escribeu les equacions de l'elongació, velocitat i acceleració.
 - c) Calcula la constant de recuperació i la força màxima.
 - d) Si sumes vectorialment la força màxima i la tensió mínima del fil, què obtens?
6. Observa aquests gràfics:



Què representen? Compara'ls i comenta'ls.

9.3.3. Energètica

Els moviments que s'han estudiat des d'un punt de vista dinàmic, ara s'analitzaran considerant el punt de vista energètic, comprovant que en tots ells es compleix el principi de conservació de l'energia mecànica.

Sovint es parla de l'energia potencial gravitatòria i de l'energia cinètica que té un cos. Però massa sovint l'alumnat no diferencia l'energia potencial gravitatòria que té el cos de la variació d'aquesta energia deguda a un canvi en la seva altura. És important aprofitar aquestes pràctiques per incidir en aquest tema i diferenciar $E_p = m \cdot g \cdot h$ de $\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$.

9.3.3.1. Estudi energètic de la màquina d'Atwood

S'estudien les experiències realitzades anteriorment amb la màquina d'Atwood, però des d'un punt de vista energètic.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Calcular l'espai que recorren les masses a partir del gràfic enregistrat amb l'equip EXAO.
- Reintroduir i consolidar els conceptes d'energia potencial gravitatòria i d'energia cinètica.
- Determinar qui és el responsable del moviment del sistema des d'un punt de vista energètic.
- Confeccionar el balanç energètic de la màquina d'Atwood.
- Diferenciar l'energia potencial gravitatòria d'un cos de la variació d'aquesta energia potencial gravitatòria deguda a un canvi d'altura.
- Fer càlculs d'energia potencial gravitatòria, de la seva variació i d'energia cinètica.
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.

Desenvolupament de la pràctica

Cada membre de l'alumnat farà l'estudi energètic de la màquina d'Atwood a la mateixa pràctica que ha analitzat des del punt de vista dinàmic. En posar en comú els resultats es comprova que l'energia es conserva en totes les experiències.

Cal que quedi clar que el motor de la màquina d'Atwood des del punt de vista energètic no és l'energia potencial gravitatòria de la massa més gran, sinó la variació de l'energia potencial gravitatòria d'aquesta massa.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Confonen l'energia potencial gravitatòria absoluta d'un cos amb la seva variació.

Qüestionari: Estudi energètic de la màquina d'atwood

Pren la pràctica on estudiaves la màquina d'Atwood des d'un punt de vista dinàmic.

1. Des d'un punt de vista energètic, qui produeix el moviment?
2. En què es transforma aquesta energia?
3. ESCRIU el balanç energètic.
4. Amb les dades que ja has obtingut a la pràctica de l'estudi dinàmic comprova que aquest balanç energètic s'acompleix perfectament.

9.3.3.2. Estudi energètic d'un moviment rectilini uniformement accelerat

S'analitzen les experiències realitzades anteriorment amb el moviment rectilini uniformement accelerat en el pla horitzontal, ara des d'un punt de vista energètic.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Calcular l'espai que recorren els mòbils a partir del gràfic obtingut amb l'equip EXAO.
- Reintroduir i consolidar el concepte de treball de fricció.
- Consolidar els conceptes d'energia potencial gravitatòria, energia cinètica i les seves variacions.
- Determinar qui és el responsable del moviment del sistema des d'un punt de vista energètic.
- Confeccionar el balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Calcular el treball de fricció, la variació de l'energia potencial gravitatòria i de l'energia cinètica del sistema.
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.

Desenvolupament de la pràctica

Cada membre de l'alumnat farà l'estudi energètic del moviment uniformement accelerat en el pla horitzontal a la mateixa pràctica que ha analitzat des del punt de vista dinàmic. En posar en comú els resultats es comprova que l'energia es conserva en totes les experiències.

Cal que quedi clar que el motor del moviment uniformement accelerat en el pla horitzontal des del punt de vista energètic no és l'energia potencial gravitatòria de la massa que penja per fora de la taula, sinó la variació de l'energia potencial gravitatòria d'aquesta massa.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Confonen l'energia potencial gravitatòria absoluta d'un cos amb la seva variació.

Qüestionari: Estudi energètic d'un moviment rectilini uniformement accelerat

Pren la pràctica on estudiaves el moviment accelerat des d'un punt de vista dinàmic.

1. Des d'un punt de vista energètic, qui produeix el moviment?
2. En què es transforma?
3. Escribeu el balanç energètic.
4. Amb les dades que has obtingut a la pràctica de l'estudi dinàmic comprova que aquest balanç energètic s'acompleix perfectament.

9.3.3.3. Estudi energètic de la rampa

Després d'haver comprovat en les dues pràctiques anteriors que sempre es conserva l'energia, on s'aplica el balanç energètic al MRUA en un pla inclinat per a calcular la velocitat final del mòbil.

A més, es calculen els diversos treballs realitzats i les diverses energies que intervenen en el moviment. A través de l'anàlisi dels resultats es pot concloure que -per punts no gaire allunyats de la superfície de la Terra on es pugui considerar constant el valor de l'acceleració de la gravetat- el valor del treball realitzat contra la gravitació és independent del camí que segueix el mòbil per anar d'una posició a l'altra i que quan el mòbil es reintegra a la posició inicial ens retorna tot aquest treball realitzat, sigui el que sigui el camí escollit per tornar.

La resolució algebraica de l'última qüestió implica la utilització de càlcul diferencial i integral. Cal tenir molt present aquest fet, segons el nivell en el qual es vulgui programar aquesta pràctica amb el qüestionari que s'adjunta.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla inclinat.
- Aplicar la trigonometria a la resolució de triangles rectangles.
- Aplicar la integració a la resolució de problemes físics.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Determinar el punt que es pren com a referència i origen del temps.
- Reintroduir i consolidar el concepte de treball realitzat per una força constant.
- Consolidar els conceptes de treball de fricció, energia potencial gravitatòria, energia cinètica i les seves variacions.
- Determinar qui és el responsable del moviment del sistema des d'un punt de vista energètic.
- Confeccionar el balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Calcular la velocitat final del mòbil a partir del balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Calcular el treball necessari per aixecar verticalment el cos, el treball realitzat per la component del pes paral·lela al pla inclinat, el treball de fricció, el treball net, la variació de l'energia potencial gravitatòria, l'energia cinètica del mòbil i la seva variació.

- Analitzar els resultats obtinguts per a totes aquestes magnituds.
- Comprovar que es compleix el principi de la conservació de l'energia mecànica.
- Comprovar que el treball realitzat per aixecar un cos fins a una altura determinada és independent del camí seguit i que en tornar a baixar ens retorna aquest treball.

Desenvolupament de la pràctica

Un bloc de fusta amb els tres imants baixa per una rampa i passa per davant de dos sensors Hall.

En el gràfic enregistrat amb l'equip d'EXAO només s'ha pres la mesura del temps que tarden els imants en passar pel primer sensor, perquè es calculi la velocitat en passar per davant del segon sensor a partir del balanç energètic del sistema.

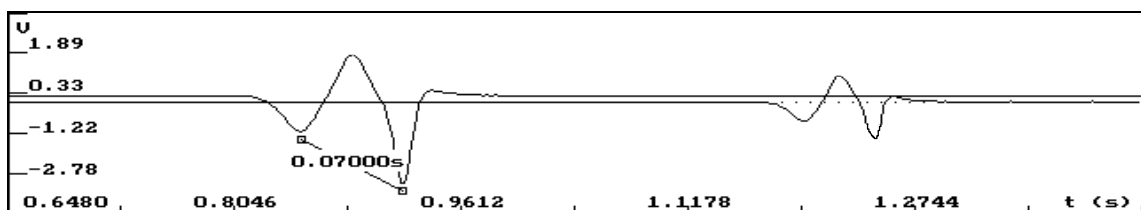
És convenient que l'última qüestió es resolgui algebricament abans de substituir valors. Es comprova que, tot i que la trajectòria no és gens convencional i que la força és horitzontal -fet tampoc no gaire corrent- el valor del treball realitzat per la força F és el mateix de sempre: $W_F = m \cdot g \cdot \Delta h$

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten greus dificultats en la resolució algebrica de l'última qüestió.
- ◆ Es detecten dificultats en el càlcul de la diferència d'altura entre els dos sensors.

Questionari: Estudi energètic de la rampa

Dalt de tot d'una rampa que forma un angle (α) de 22° amb l'horitzontal i amb un coeficient de fricció de 0,29, tens un bloc de fusta de 141 g. de massa total amb una regleta amb els tres imants, amb una distància de 51 mm. entre el primer i l'últim. Deixes anar el mòbil que baixa per la rampa per efecte de la gravetat. Aquest moviment és enregistrat per dos sensors d'efecte Hall -que estan separats 30 cm. l'un de l'altre- i es tradueix en el gràfic següent:

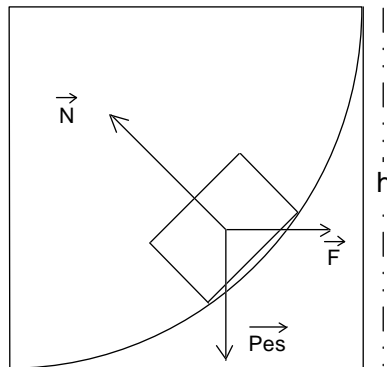


1. Fent el balanç energètic calcula la velocitat que tindrà quan passi per davant del segon sensor.
2. Calcula el treball (W) que has de fer per aixecar el cos **verticalment** d'un sensor a l'altre.

3. Omple la taula següent, calculant el valor de cada magnitud:

W (J)	W_t (J)	W_f (J)	W_{net} (J)	ΔE_c (J)	ΔE_p (J)

- Analitza els resultats.
 - A quines conclusions arribes?
 - Escriu el balanç energètic de la rampa de totes les maneres que creguis possible.
4. Calcula el treball realitzat per pujar el bloc de fusta **a velocitat constant** fins la mateixa altura seguint la trajectòria de la figura i estirant amb una força horitzontal \vec{F} .



Compara aquest valor amb els de la taula.

A quina conclusió arribes?

9.3.3.4. Estudi energètic de l'oscil·lació d'una molla

Es completa ara l'estudi d'aquest moviment fent-ne una anàlisi des del punt de vista energètic.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla inclinat.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Introduir els conceptes de treball realitzat per la molla i contra la molla i d'energia potencial elàstica.
- Consolidar els conceptes de treball de les magnituds cinemàtiques i dinàmiques del MHS, així com també de l'energia cinètica.
- Calcular el valor de l'energia total del moviment.
- Confeccionar el balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Comprovar que es conserva l'energia.
- Calcular el valor de l'energia potencial elàstica i de l'energia cinètica en diverses posicions i analitzar els resultats obtinguts.

Desenvolupament de la pràctica

S'analitza la mateixa pràctica que s'ha estudiat cinemàticament i dinàmica.

És interessant comparar els valors de la velocitat, elongació, energia potencial elàstica i energia cinètica en dues posicions del moviment:

- I. quan ha passat la meitat del temps que tarda per anar del punt d'equilibri fins l'extrem i
- II. quan es troba per primera vegada a mig camí entre aquests dos punts.

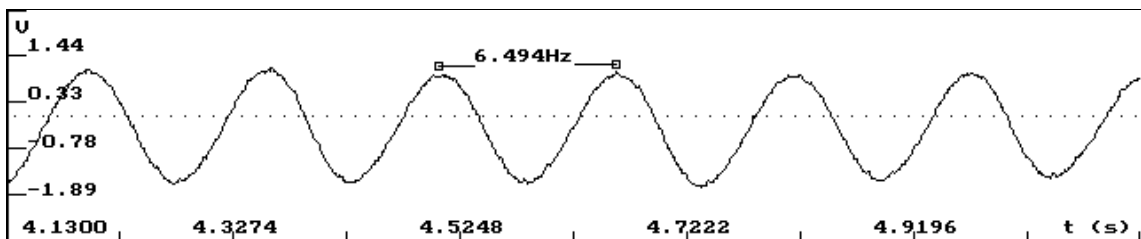
Els valors d'aquestes magnituds surten diferents i la interpretació d'aquests resultats confirma els efectes que produeix la variació de la velocitat sobre el moviment.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten dificultats en la determinació de la fracció del període que correspon a les diverses posicions de l'oscil·lador.

Qüestionari: Estudi energètic de l'oscil·lació d'una molla

En un ganxo es penja una molla amb un imant en el seu extrem -el muntatge equival a un oscil·lador puntual de 9 grams de massa-. Es fa oscil·lar amb una amplitud de 12 mm, de manera que l'imat oscil·li a l'interior d'una bobina. Les variacions del camp magnètic produeixen un corrent elèctric que s'enregistra amb l'ordinador. Una vegada ampliat convenientment, s'obté el gràfic següent:



És el mateix moviment del que has estudiat la cinemàtica i la dinàmica; si els necessites pots utilitzar els valors que ja has calculat. (Recorda que els angles cal expressar-los en radians)

Calcula:

1. L'energia total del moviment.
2. La velocitat màxima del moviment.
3. El valor de la velocitat, de la posició, de l'energia potencial i de l'energia cinètica quan ha passat la meitat del temps que tarda l'imat per anar del centre fins l'extrem. A quina fracció del període equival?
4. El valor de la velocitat, del temps, de l'energia potencial i de l'energia cinètica quan l'imat es troba per primera vegada a mig camí entre el centre i l'extrem.
5. Compara i comenta tots els valors que has obtingut. Comprova si es conserva l'energia.

9.3.4. Quantitat de moviment

Cal analitzar aquest concepte a fons, ja que és la base dels estudis inicials de la dinàmica. És molt útil per estudiar el segon i el tercer principis de la dinàmica de Newton i per introduir l'alumnat en l'estudi de les col·lisions.

9.3.4.1. Conservació de la quantitat de moviment

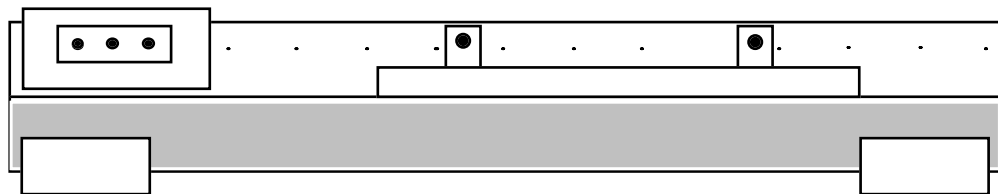
Es comença per comprovar que la quantitat de moviment es conserva quan es canvia la massa d'un mòbil mentre s'està movent, de tal manera que aquest canvi de massa es reflecteix en una variació de la velocitat. A més es verifica el tercer principi de la dinàmica en comprovar que l'impuls del mòbil sobre el pes que se li afegeix és igual i de signe contrari a l'impuls del pes sobre el mòbil.

Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Comprovar el segon i el tercer principis de la dinàmica de Newton.
- Introduir els conceptes de quantitat de moviment i d'impuls mecànic.
- Consolidar el concepte d'energia cinètica.
- Confeccionar el balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Comprovar que es conserva la quantitat de moviment.
- Comprovar que l'impuls mecànic que es confereixen un cos a l'altre, són iguals i de signe contrari.

Desenvolupament de la pràctica

Sobre un carril d'aire -que es pot considerar sense fricció- circula un mòbil -que porta la regleta amb els tres imants- degut a un impuls inicial. Vora el carril s'instal·len dos sensors Hall perquè recullin el pas dels imants.



Una vegada el mòbil ha passat per davant del primer sensor, se li afegeix un pes i, tots dos junts, passen per davant del segon sensor.

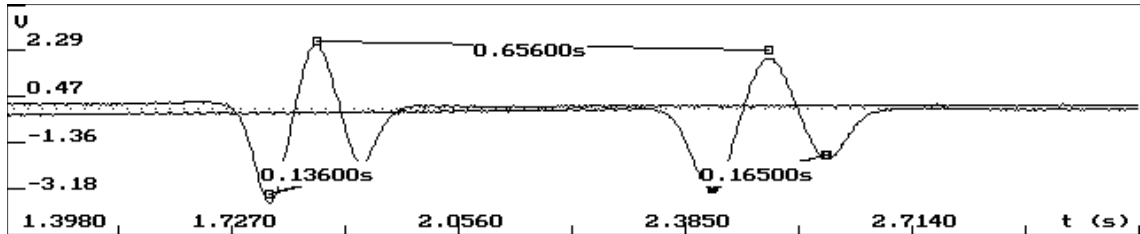
Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten problemes a l'hora de relacionar la variació de la quantitat de moviment i l'impuls mecànic amb el segon i tercer principis de la dinàmica de Newton.

Qüestionari: Quantitat de moviment

Es fa circular un mòbil de 49 g. de massa amb els tres imants per un carril d'aire -que considerem sense fricció- amb dos sensors Hall separats 25 cm. Una vegada ha passat per davant del primer sensor, se li carrega una massa de 10 g.

El gràfic obtingut és el següent:



1. Es conserva la quantitat de moviment?
2. Es conserva l'energia cinètica?
3. Calcula l'impuls que s'han conferit mútuament. Analitza els valors que has obtingut.

9.3.4.2. Col·lisions

Per complementar i aplicar el principi de conservació de la quantitat de moviment, l'aplicarem a l'estudi de les col·lisions.

Analitzarem dues situacions diferents. En la primera experiència, els dos mòbils -que circularan per un carril d'aire- portaran sengles molles, totes dues iguals, de manera que en xocar, el primer mòbil restarà parat i el segon sortirà projectat. En la segona experiència, en canvi, després del xoc els dos mòbils restaran units.

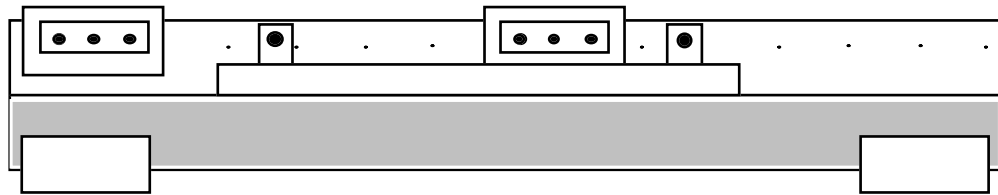
Objectius

- Utilitzar l'EXAO en l'obtenció i anàlisi de dades.
- Consolidar l'estudi del moviment d'un cos en un pla.
- Relacionar la cinemàtica amb la dinàmica i l'energètica.
- Consolidar els conceptes de treball realitzat per la molla i contra la molla i d'energia potencial elàstica.
- Consolidar el concepte d'energia cinètica.
- Introduir els conceptes de xoc elàstic i de xoc inelàstic.
- Confeccionar el balanç energètic que correspon a aquest sistema.
- Aplicar el principi de conservació de l'energia.
- Consolidar i aplicar la Llei de Hooke.
- Consolidar el concepte de quantitat de moviment i comprovar que es conserva.

Desenvolupament de la pràctica

S'analitzen dues experiències diferents. En la primera, els dos mòbils -que circulen per un carril d'aire- porten sengles molles, totes dues iguals, de manera que en xocar, el primer mòbil resta parat i el segon surt projectat.

En la segona experiència, en canvi, després del xoc els dos mòbils resten units.



En totes dues experiències, hi ha dos sensors Hall. Es dóna un impuls al primer mòbil. Una vegada ha passat per davant del primer sensor es produeix el xoc i, tot seguit, es produeix la passada per davant del segon sensor.

Els dos mòbils porten tres imants, però l'orientació és diferent per poder-los diferenciar sense dificultat.

Principals errades observades en l'alumnat

- ◆ Es detecten dificultats a l'hora d'utilitzar la conservació de l'energia per diferenciar el xoc elàstic de l'inelàstic.

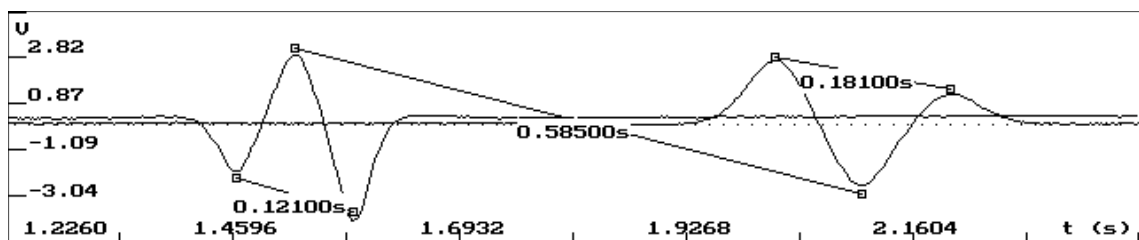
Qüestionari: Estudi de col·lisions (I)

Un mòbil de 52 g. de massa amb tres imants circula per un carril d'aire amb dos sensors Hall separats 35,8 cm.

Després de passar per davant del primer sensor xoca amb un altre mòbil de 78 g. de massa que també porta tres imants, però amb els pols orientats al revés dels del primer mòbil.

Després del xoc, el primer mòbil resta parat i el segon passa per davant del segon sensor.

El gràfic obtingut és el següent:



1. Es conserva la quantitat de moviment?
2. El xoc que s'ha produït és elàstic o inelàstic?
3. Cada mòbil porta una molla en el punt d'impacte. En el moment del xoc s'han comprimit 0,5 mm. cadascuna. Calcula la constant de recuperació de cada molla si són totes dues iguals.
4. Quin allargament es produirà en una d'aquestes molles si hi penges una massa d'un kg.?

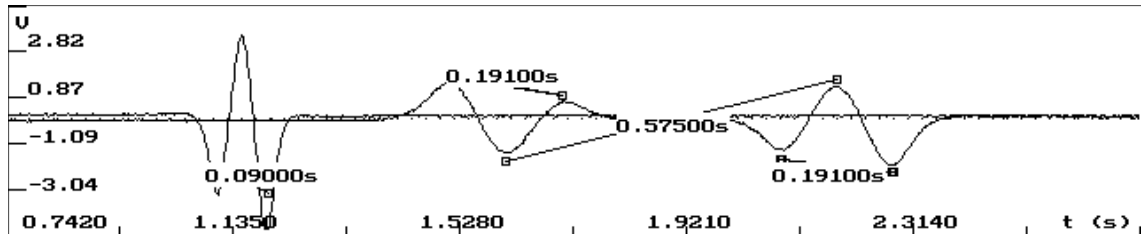
Qüestionari: Estudi de col·lisions (II)

Un mòbil de 52 g. de massa amb tres imants circula per un carril d'aire amb dos sensors Hall separats 35,8 cm.

Després de passar per davant del primer sensor xoca amb un altre mòbil de 59 g. de massa que també porta tres imants, però amb els pols orientats al revés dels del primer mòbil.

Després del xoc, el primer mòbil s'enganxa al segon i, junts, passen per davant del segon sensor.

El gràfic obtingut és el següent:



1. Es conserva la quantitat de moviment?
2. El xoc que s'ha produït és elàstic o inelàstic? Explica per què.
3. Una vegada els dos mòbils estan enganxats, quina distància separa els dos imants centrals?

10. Activitats d'avaluació

El sistema d'avaluació, naturalment, haurà d'estar en funció de la metodologia utilitzada, per tant, també en aquest sentit permet total autonomia al professorat.

En general, l'estructura dels qüestionaris permet un seguiment bastant complet tant del procés d'aprenentatge com del d'avaluació.

En els qüestionaris es poden copsar els coneixements previs de l'alumnat, que equival a una *avaluació inicial*. La resta de qüestions edifica sobre els fonaments correctes i intenta esfondrar els incorrectes, procurant que l'alumnat s'adoni i corregeixi les pròpies errades, en una autèntica *auto-avaluació*.

A mida que s'avança en cada bloc es van repetint els conceptes i els procediments, de manera que es pot fer el control dels progressos que realitza l'alumnat seguint un procés d'*avaluació formativa*. Això permet el reajustament de l'ensenyament i de l'ajut pedagògic que cal proporcionar-li.

Tal com he proposat, al final de cada experiència se'n pot fer el comentari o organitzar un debat. Així s'obre la porta també a l'*auto-avaluació* de l'alumnat.

Per la meua banda, més que proposar activitats d'*avaluació sumativa* el que m'agradaria és suggerir els criteris d'aquesta avaluació:

Sempre he cregut que la física s'ha d'entendre i això no es pot aconseguir escarrassant-s'hi només abans de l'examen. Cal, doncs, treballar-la cada dia. Per tant, em considero en l'obligació de posar els mitjans perquè aquest fet es reflecteixi en aquesta avaluació.

Per altra banda, cal que l'alumnat adquireixi un vocabulari científic que li permeti completar els seus coneixements i ampliar les seves capacitats en l'àmbit de la redacció i de l'ortografia, ajudant-lo a assolir la idea d'interdisciplinarietat.

És per això que suggereixo que la qualificació s'obtingui segons la valoració següent:

- 60% obtingut de les activitats d'avaluació -més o menys clàssiques- en funció de la metodologia utilitzada en cada cas i dels criteris del professorat.
- 20% obtingut de l'avaluació de les respostes a classe i als qüestionaris, de la realització de les pràctiques o de la resolució dels exercicis de cada dia.
- 20% obtingut de l'avaluació del dossier de pràctiques que caldrà que cada alumne presenti totalment acabat i perfectament estructurat, redactat i ordenat.

Però no ens hem d'oblidar d'encarar l'aprenentatge des del punt de vista de l'avaluació *formadora*. Sempre he cregut que és millor ensenyar a pescar que regalar un peix, per això crec que hem d'ajudar l'alumnat perquè construeixi els seus propis mecanismes o estratègies d'aprenentatge en lloc de multiplicar indefinidament el nombre de processos de regulació o feed-backs inherents a l'avaluació formativa.

És per aquesta raó que -tal com he comentat anteriorment- considero important introduir l'ús de les *bases d'orientació* o *guies de treball* en la metodologia que utilitzem a l'aula.

11. Temporització

Es fa difícil proposar una temporització més o menys uniforme per unes activitats tan diferents unes de les altres, i en les que es poden utilitzar unes metodologies tan diverses.

Pel que fa al segon i al tercer blocs, la durada de cada experiència està en funció de:

- ◆ El mètode utilitzat en la presa de dades.
- ◆ El mètode i l'organització de la classe utilitzats en l'anàlisi de les dades i per contestar el qüestionari.
- ◆ La llargada del qüestionari.
- ◆ El mètode triat per a fer el comentari final.

Per tant, una vegada escollida la metodologia i l'organització de la classe -que pot variar segons l'experiència que es vagi a fer- cal que el professor o la professora faci una estimació de la durada de la pràctica.

De vegades, potser caldrà fer el procés invers: en funció del temps que es disposi, s'haurà d'adoptar una metodologia o una altra, o organitzar la classe de la forma que es consideri més adient.

Com a dada de referència, cal comptar entre dues i tres hores -com a mínim- per a la realització de cada pràctica.

En el primer bloc cal diferenciar dues parts:

1. El que podríem anomenar "teòrica", constituït pel text en format pregunta-resposta i els exercicis.
2. Les pràctiques.

La temporització aproximada de la primera part és la següent:

Cinemàtica.....17 hores

Estàtica.....9 hores

La segona part, les pràctiques, també són difícils de temporalitzar de forma absoluta, però cal comptar dues hores per les que utilitzen l'EXAO i tres hores per la de la llei de Hooke.

12. Orientacions didàctiques

Tal com ja he dit al començament, l'estructuració en mòduls independents permet la utilització pràcticament individual de cada bloc i, fins i tot, de cadascuna de les pràctiques per separat.

Malgrat que no és la meua intenció influir en la metodologia particular de cadascú dintre de l'aula, permeteu-me unes quantes suggerències sobre la utilització d'aquest material.

En primer lloc cal tenir present que aquest material està pensat per relacionar els conceptes matemàtics amb els físics. Això obliga a connectar ambdues matèries sempre que sigui possible de manera que una ens permeti treure conclusions de l'altra.

S'ha de procurar que l'alumnat es vegi obligat a pensar. Cal evitar el donar les coses fetes. S'han de demanar propostes i opinions perquè cada individu s'acostumi a expressar-se lliurement davant de la classe, sense vergonya, però exigint que les respostes que es produeixin siguin sempre raonades i amb un vocabulari científic i una expressió gramatical correctes. A més, és la millor manera de mantenir la seva atenció.

Per induir-los a treballar ordenadament, els qüestionaris de les primeres pràctiques de cada bloc són totalment guiades, pel que fa a l'organització. Poc a poc es va disminuint aquesta guia perquè en transcriure la feina a la seva llibreta segueixin la pauta marcada anteriorment i prenguin consciència de la necessitat de l'ordre i pulcritud en els treballs.

En aquesta mateixa línia considero molt interessant introduir les bases d'orientació en els esquemes de treball de l'alumnat.

Un altre tema important és l'elaboració d'un dossier de pràctiques que han de redactar seguint un esquema diferent al del qüestionari. Aquest esquema consta dels apartats següents per a cada pràctica:

- ◆ Descripció de la pràctica.
- ◆ Fonament teòric.
- ◆ Càlculs realitzats i resultats obtinguts.
- ◆ Conclusions i comentaris.
- ◆ Bibliografia.

L'elaboració del dossier ha de posar en marxa les seves capacitats d'anàlisi, síntesi, comprensió, relació de conceptes, càlculs i una redacció correcta i entenedora, amb el vocabulari científic adequat i l'ortografia impecable.

El lliurament del dossier s'ha de fer puntualment en el moment acordat.

Les pràctiques que es realitzin amb manipulació directa del material de laboratori per part de l'alumnat necessiten una temporització més dilatada; les presses són males companyes.

Algunes pràctiques es poden plantejar com un descobriment de les lleis físiques per part de l'alumnat. És un altre tipus d'exercici mental diferent del que estan més acostumats. No han de comprovar res que hagin après anteriorment, sinó que han de partir de la constatació d'uns fets i generalitzar les seves observacions. Crec que és una de les coses que els costa més però que, encara que sigui poc a poc, cal anar-los-hi introduint.

En les pràctiques en què s'utilitza l'equip EXAO, una vegada s'ha realitzat la captura de dades, es pot fer l'anàlisi subsegüent normalment a classe o bé també el pot realitzar l'alumnat de forma individual o en grups utilitzant el software del mateix EXAO. Igualment es poden utilitzar les dades enregistrades per a realitzar pràctiques en fulls de càlcul, relacionant taules de dades amb gràfics. En ambdues situacions es necessita una infraestructura informàtica suficient en el Centre.

El paper del professorat en els comentaris i debats del final de les pràctiques ha de ser purament com a moderador -excepte en situacions molt especials i concretes- servint de guia per a encarrilar la discussió i suggerint, quan calgui, nous camins que puguin reconduir la investigació.

Abans d'iniciar la pràctica resulta eficaç comunicar a l'alumnat els objectius que es pretenen assolir i comprovar la representació que l'alumnat es fa d'aquests objectius.

Cal ensenyar-los a anticipar i planificar l'acció, elaborant guies de treball -bases d'orientació- que els permetin saber -i seguir- els passos que cal fer per respondre una qüestió o resoldre un problema.

És important utilitzar un tipus de qüestionari que permeti la reflexió de l'alumnat sobre les seves pròpies conclusions perquè s'adoni de les pròpies errades i les pugui esmenar. L'auto-avaluació és fàcil d'introduir en aquestes situacions i crec que val la pena fer-ho.

Per a fer realment efectiva aquesta auto-avaluació cal comunicar a l'alumnat els criteris d'avaluació, perquè se'ls puguin fer seus, i després, guiar-los perquè els apliquin correctament.

Una bona ajuda pot ser el fer -i ensenyar a fer- la recapitulació i síntesi dels continguts fonamentals treballats durant la pràctica o durant el tema, mitjançant resums, esquemes, mapes conceptuals...

L'avaluació inicial és imprescindible per adequar els continguts i els procediments a les necessitats específiques de cada grup o de cada individu. És fàcil introduir-la en aquests temes i considero que és més adequat utilitzar instruments de tipus directe -com ara la interrogació verbal, l'observació o el seguiment del treball diari- que no pas les proves o els tests. La informació que obtenim d'aquesta manera, és molt més real, rica i completa.

Per altra banda, el seguiment del treball diari ens portarà també al control del progrés de l'alumnat en l'aprenentatge -en un procés d'avaluació formativa- que ens ha de permetre l'adequació constant de l'ensenyament i de l'ajut pedagògic.

13. Organització de la classe

L'organització de la classe pot ser molt diversa en funció de la metodologia utilitzada.

La utilització d'un qüestionari del tipus del primer bloc, permet un treball amb tot el grup, però, en ser preguntes directes -que poden anar dirigides a algun membre concret de l'alumnat o a tots en general- porta a la resposta "improvisada" que sol reflectir l'autèntic pensament intern, l'idea prèvia que cal activar per poder-la relacionar amb els aprenentatges nous, a fi que l'alumnat utilitzi una *memòria comprensiva* en comptes d'una memòria purament mecànica.

El mateix s'ha de aconseguir amb els altres tipus de qüestionaris, encara que, de vegades, utilitzant tècniques diferents.

Quan s'especifiquen els objectius que volem aconseguir amb el tema o la pràctica, pot ser un bon moment per introduir algunes preguntes que activin aquestes idees prèvies. Sinó, també es poden incloure dintre del mateix qüestionari.

Quan es tracta de fer pràctiques de manipulació directa, considero que el millor és organitzar la classe en grups de dues o tres persones, en funció del nombre d'alumnes del curs i dels mòduls de material que es tinguin a l'abast.

Quan s'organitza la classe en grups, s'ha de procurar que siguin "equilibrats", és a dir, que es tingui en compte la *diversitat* dels seus components, tant pel que fa a capacitats i maneres de treballar com a diferents estils d'aprenentatge. D'aquesta manera, la cooperació serà molt més profitosa i enriquidora per a tots.

Per a les altres pràctiques, l'organització pot ser molt diversa. El que és important és que es potenciïn les dues vessants: *el treball individual i el treball cooperatiu*.

Cal organitzar les pràctiques de manera que la tasca individual de cada alumne/a s'utilitzi positivament per part de la resta de companys i companyes, que hagin de *cooperar* entre ells i ajudar-se mútuament a resoldre les qüestions, per tal que comprovin que la col·laboració pot ajudar a assolir l'aprenentatge. Això suposa organitzar les pràctiques com a plantejament de projectes, formació de grups d'aprenentatge cooperatiu....

Les possibilitats són molt variades i el mateix plantejament de cada tema, de cada pràctica i cada qüestionari pot suggerir una determinada forma d'organització.

El plantejament del debat al final del tema o de la pràctica també pot variar en funció de l'organització que s'hagi adoptat a la classe, o, fins i tot, produir-se una amalgama que pot resultar sorprenent però, a la vegada, molt positiva.

La conclusió dels qüestionaris a casa, en el cas del treball en grups, pot servir per a introduir l'alumnat en l'*estudi cooperatiu*. Si comproven els avantatges que comporta aquest tipus d'estudi, fàcilment el poden ampliar a la comparació i comprovació d'apunts, o, simplement a fer-se preguntes sobre la matèria d'estudi.

Aquest últim és un tema que sembla trivial, però que pot conduir a resultats interessantíssims si es porta fins a les últimes conseqüències:

- ◆ El que formula una pregunta, ho fa perquè ja sap la resposta, o, al menys, s'ho pensa, que la sap.
- ◆ Si la resposta de l'altre coincideix amb la seva -és a dir, que hi ha coincidència en les respostes de tots dos- els queda confirmat, a tots dos, el seu aprenentatge -tot i que, és clar, poden estar equivocats tots dos...-

- ◆ Però si la resposta no coincideix, això els crea un conflicte i, aleshores, ho discuteixen bo i exposant cadascú les raons de la seva resposta, recorren al llibre de text o als apunts de classe, ho consulten a un altre company o al professor, etc.

D'aquesta manera, de forma cooperativa, interactuant, van aprenent la matèria d'estudi.

14. Bibliografia

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992) *Decret 96/1992, de 28 d'abril pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament DOGC núm. 1593, de 13.5.1992 pp 6681-6690.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992d) *Educació secundària obligatòria: ordenació curricular*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992e) *El projecte curricular i la programació*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992f) *Orientacions per a l'elaboració d'un crèdit*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1993a) *L'Ensenyament Secundari Obligatori i el Batxillerat en la nova proposta educativa*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

QUINTANA, J.; VIVANCOS, J. (1992b) *Recull de referències a la tecnologia de la informació incloses als Decrets d'Ordenació del Sistema Educatiu de Catalunya*. Barcelona: PIE (document fotocopiats).

COLL, C. (1986) *Marc curricular per a l'ensenyament obligatori*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.

COLL, C. ; et al. (1993) *El constructivisme en el aula*. Barcelona: Graó.

CORTEL, A.; (1992) *EXAO (Experimentació assistida per ordinador). Manual de l'equip EXAO 1 i EXAO 3*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.

CORTEL, A.; (1992) *EXAO (Experimentació assistida per ordinador). Experiències I*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.

15. Recursos

Per a la realització de la majoria de les pràctiques que es proposen només cal el material normal de laboratori de física: una taula, una rampa -metàl·lica o de fusta- que tingui una llargada d'uns 80 cm., una politja petita -amb el mínim de fricció possible- una molla, un dinamòmetre, masses de diverses mides, suports i pinces de laboratori.

Com a mòbils es poden utilitzar boles metàl·liques, un prisma de fusta o un carret -si no en disposeu podeu aconseguir un tren de juguina per mainada petita: els vagons de plàstic llisquen d'alló més bé sobre la via-

En algunes de les pràctiques, per eliminar la fricció, s'ha utilitzat un carril d'aire. És una peça cara i no s'acostuma a disposar. En algunes pràctiques no és imprescindible. Es pot lograr fàcilment el mateix efecte: si treballeu sobre un carril metàl·lic o de fusta, només cal inclinar-lo el que sigui necessari per lograr un moviment perfectament uniforme del mòbil. Si utilitzeu un carret, la inclinació haurà de ser mínima.

Per altra banda, també us podeu animar a construir-ne un. El resultat que obtindreu potser no serà tan perfecte com si l'haguessiu comprat, però la relació qualitat-preu és prou bona. Només us cal una barra buida d'alumini de perfil quadrat, on hi fareu foradets a cada banda d'una de les seves arestes. El diàmetre dels foradets haurà de ser de mig mil·límetre aproximadament, i la distància entre ells dependrà en bona mesura de la longitud que tingui el mòbil que hi feu córrer al damunt. Finalment heu de fer tapar un extrem i en l'altre soldar-hi una connexió compatible amb una sortida d'aire d'un compressor i ja teniu el carril d'aire en situació operativa. Ja veieu que amb poc material i una bona dosi de resolució i audàcia es poden assolir fites inimaginables.

Si feu tallar una part del perfil -d'uns 10 o 15 cm de llargada aproximadament- pel mig, longitudinalment, obtindreu dues parts que tindran la secció en forma de **V** que cavalcaran perfectament sobre l'aresta del carril d'aire.

Evidentment, per a la recollida de dades cal l'equip **EXAO**: un ordinador amb la placa corresponent, la placa **EXAO I** i el joc de sensors. Si se'n disposa de més d'un, podrà ser l'alumnat qui participi, o faci efectiva, aquesta recollida de dades.

Si, a més, es vol que sigui l'alumnat qui analitzi les dades de forma personal o per grups en el mateix software de l'EXAO, cal una aula d'informàtica amb el maquinari suficient i un horari d'ocupació prèviament establert. Igualment es poden utilitzar aquestes dades com a pràctica a fer en qualsevol full de càlcul, per a lligar taules de dades amb gràfics, etc.

Pel que fa al material en suport paper, es pot adoptar directament el que es proposa o cadascú se'l pot adaptar a la seva conveniència.

