Revista Investigación Educativa - Vol. 3 - N.º 6 - 1985 (P.380-385)

Aplicación del análisis de preferencias en el estudio sobre el rendimiento académico

por
Norberto Corral

INTRODUCCIÓN

Un objetivo común a los estudios sobre evaluación del rendimiento académico es determinar aquellos factores que influyen sobre él, estudiando la relación entre las características sociales, pedagógicas y sicológicas del alumno y su rendimiento.

En aquellos casos en que podemos conocer directamente del alumno la importancia que dichos factores tienen para él, se plantea la posibilidad de trabajar en forma inversa a la anterior. Es decir determinar primero los diferentes grupos de opinión que sobre dichos factores aparecen en la población y estudiar posteriormente las características individuales de los sujetos pertenecientes a cada grupo. Es en la formación de estos grupos de opinión donde podemos utilizar el análisis de preferencias.

Por tanto la información disponible en un estudio de este segundo tipo podemos clasificarla en:

a) Información directa sobre la importancia de los factores.
b) Información sobre los individuos.

El modelo de preferencias de análisis interno ANAPREF, desarrollado por Jacquet-Lagreze sirve como referencia en la realización del trabajo, si bien el criterio utilizado en la formación de los grupos de opinión difiere del anterior, surgiendo a raíz del estudio realizado sobre un colectivo de maestros con antigüedad entre uno y tres años (como funcionarios) que valoraron comparativamente los principales problemas que se planteaban en la escuela.

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Consideramos un conjunto de N individuos, a cada uno de los cuales se le pide que manifieste sus preferencias sobre M objetos; los resultados de estas preferencias los representamos mediante una matriz de término general a_{ijk} y de dimensión N M M.

Los términos a_{ijk} y a_{ikj} representan, respectivamente, las preferencias del individuo i de j sobre k y k sobre j, pudiendo tomar los siguientes valores:

a.– Si j es preferido a k por i $a_{ijk} = 1$ y $a_{ikj} = 0$.
b.– Si j y k tienen igual preferencia $a_{ijk} = 1/2$ y $a_{ikj} = 1/2$
c.– Si j y k son incomparables para i $a_{ijk} = 0$ y $a_{ikj} = 0$.

Aplicando el modelo diseñado por Jacquet-Lagreze, representaremos la predilección de j sobre k en el grupo que estamos estudiando por:

$A(j,k) = \sum_{i=1}^{N} a_{ijk}$. Una propiedad interesante para A(j,k) y A(k,j) es la siguiente:

Propiedad 1:

$* \leqslant A(j,k) + A(k,j) \leqslant N$. En efecto:

$$A(j,k) + A(k,j) = \sum_{i=1}^{N} (a_{ijk} + a_{ikj}) \leqslant \sum_{i=1}^{N} 1 = N$$

Propiedad 2

$$0 \leqslant {}_H\sum (A(j,k) + A(k,j)) \leqslant \sum_{H} N = N.\ C_M^2 = \frac{N.M.(M-1)}{2} \ ;$$

Siendo H = conjunto de parejas (j,k) con $j \neq k$ $\quad j = 1...M$
$K = 1...M$

Definición:

Se define la *intensidad de opinión* como el cociente:

$$\frac{\sum_{H} (A(j,k) + A(k,j)}{- N.M.(M-1)/2}$$

que se interpretará como el reflejo del conocimiento que sobre los objetos tienen los individuos del grupo o índice de no respuestas.

Nuestro interés, a partir de ahora, podemos centrarlo en encontrar subgrupos del grupo total, que tengan parecida opinión sobre los objetos. Estos subgrupos quedarán caracterizados mediante órdenes globales sobre los objetos. Para ello definimos:

Definición:

La preferencia del objeto j sobre los demás será

$$B^1(j) = \sum_{k \neq j} (A(j,k) - A(k,j))$$

cumpliendo la propiedad $-N.(M-1) \leqslant B^1(j) \leqslant N.(M-1)$

Parece razonable por tanto, si pretendemos formar grupos de acuerdo a las preferencias de los sujetos, elegir como primer objeto aquel que posea el $B^1(j)$ máximo. Una vez hallado este, el problema se reduce a aplicar el mismo procedimiento sobre los restantes objetos.

Representamos por $B^r(j) = \sum_{k \neq j, j_1 \ldots j_{r-1}} (A(j,k) - A(k,j))$ la preferencia de j sobre los objetos, exceptuando $j_1 \ldots j_{r-1}$, con la propiedad de que $-N.(M-r) \leqslant B^r(j) \leqslant N.(M-r)$

Definición:

Definimos $B^r = \operatorname{Max}_j (B^r(j))$

B^r representa la aceptación en términos absolutos del objeto colocado en la r-ésima posición.

Definición:

Llamaremos *cohesión del grupo G* con el orden establecido O al cociente:

$$C(G,O) = \frac{\sum_{r=1}^{M} B^r}{N.(M-1).M/2} \quad \text{con } 0 \leqslant C(G,O) \leqslant 1$$

Definición 1:

Definimos la matriz de preferencias del orden O como:

$$O(j,k) = \begin{cases} 1 \text{ si } j > k \text{ en el orden O} \\ 0 \text{ si } k < \text{ en el orden O} \end{cases}$$

$O(j,j) = 0.$

Definición 2:

Se define la distancia de un sujeto al orden O, como

$$d\,(a_i, O) = {}_{j'} \sum_k |a_{ijk} - o_{jk}|$$

Elegimos una distancia máxima admisible DM para asignar un individuo a un orden de acuerdo con el siguiente criterio:

Si $d(a_i, O) \leq DM$ el individuo i $\in$ G (O)
Si $d(a_i, O) > DM$ el individuo i $\notin$ G (O)
Sea $G_i = (i/\ d(a_i, O) \leq DM)$. Calculamos en G_1 la nüeva tendencia y la distancia de los sujetos a ella, formando un nuevo G_1, reiterando el proceso hasta obtener un grupo estable y el orden asociado a él. Con los restantes sujetos repetimos el método anterior hasta conseguir grupos estables con intersección vacia y los órdenes asociados a éllos.

Por último se hallan las distancias de cada individuo a los órdenes establecidos, asignándolos a aquel grupo cuya distancia sea menor. Sobre estos nuevos grupos se vuelve a calcular la tendencia de opinión.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

JACQUET-LAGREZE E. (1971) «Opinions valuees et graphes de preferences». *Mathematiques et Sciences Humaines,* n.° 33.

BERTIER P., BOUROUCHE J.M. (1971); *Analyse des donnees multidimensionelles*, París: P.U.F.

BENZEERI J.P. (1965); «Sur l'analyse des preferences» *.I.S.U.P.,* Polycopie.

LEBART L., MORINEAU A., FENELON J.P. (1982) *«Traitement des donees statistiques.* París: Dunod.

NÚMERO DE SUJETOS N = 12
NÚMERO DE OBJETOS M = 4
DISTANCIA MAXIMA ADMISIBLE DM = 6

DATOS ORIGINALES

0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0	2	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	2	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0

* EL NÚMERO 2 REPRESENTA LA PUNTUACION 0.5
* LAS FILAS REPRESENTAN LA COMPARACION EN CADA SUJETO DE TODOS LOS OBJETOS . POR EJEMPLO LA FILA DOS EQUIVALE AL ORDEN $1 > 3 > 2 > 4$
* LOS OBJETOS NO SE COMPARAN CON ELLOS MISMOS . A (1.J.J) = 0

GRUPO TOTAL

NUMERO DE SUJETOS = 19
COHESION DEL GRUPO =.149122807
INTENSIDAD DE LA OPINION DENTRO DEL GRUPO =.964912281
ORDEN DE LOS OBJETOS EN EL GRUPO = 3 2 1 4

GRUPO 1

NUMERO DE SUJETOS = 11
COHESION DEL GRUPO =.545454545
INTENSIDAD DE LA OPINION DENTRO DEL GRUPO =.984848485
ORDEN DE LOS OBJETOS EN EL GRUPO = 3 1 2 4

GRUPO 2

NUMERO DE SUJETOS = 8
COHESION DEL GRUPO =.395833333
INTENSIDAD DE LA OPINION DENTRO DEL GRUPO = .9875
ORDEN DE LOS OBJETOS EN EL GRUPO = 4 2 1 3

CLASIFICACION DE LOS SUJETOS POR GRUPOS

SUJETO	GRUPO	DISTANCIA
1	2	6
2	1	2
3	2	0
4	2	4
5	2	2
6	1	2
7	1	4
8	2	4
9	1	2
10	1	4
11	1	0
12	2	5
13	2	2
14	1	2
15	2	6
16	1	2
17	1	4
18	1	4
19	1	1

DATOS ORDENADOS POR GRUPOS

0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	0	2	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0	2	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0