

Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional

**LA HISTORIA COMO ELEMENTO MOTIVADOR EN
LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

History as a motivating element in teaching of Mathematics

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: Juan Antonio García Pérez

Tutor: Manuel José Fernández Gutiérrez

Junio 2015

Universidad de Oviedo.

Facultad de Formación del Profesorado y Educación.

Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria,
Bachillerato y Formación Profesional.

LA HISTORIA COMO ELEMENTO MOTIVADOR EN LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS.

History as a motivating element in teaching of Mathematics.

TRABAJO FIN DE MÁSTER.

Autor: Juan Antonio García Pérez.

Tutor: Manuel José Fernández Gutiérrez.

Fecha: Junio 2015.

ÍNDICE:

Introducción.....	5
1. Parte I: Reflexión sobre las prácticas profesionales.....	6
1.1. Aportación de las asignaturas teóricas del MFP al Prácticum.....	6
1.2. Descripción del Centro de Prácticas.....	10
1.2.1. Características del Centro.....	10
1.2.2. Características del alumnado.....	12
1.3. Análisis y valoración del currículo oficial de la asignatura de Matemáticas en 2º de ESO.....	14
1.4. Propuestas innovadoras y de mejora a partir de la reflexión sobre la práctica.....	16
2. Parte II: Propuesta de Programación Didáctica-Matemáticas 2º ESO, para curso 2014-2015.....	18
2.1. Condiciones iniciales: contexto del centro y del grupo.....	18
2.1.1. Contexto del centro.....	18
2.1.2. Contexto del grupo.....	18
2.2. Objetivos generales de la etapa (ESO).....	18
2.3. Objetivos generales de la materia (Matemáticas) en la etapa (ESO).....	20
2.4. Contribución de las Matemáticas a la adquisición de las Competencias Básicas.....	21
2.5. Contenidos de las Matemáticas en 2º de ESO.....	22
2.6. Criterios de selección, agrupación y secuenciación de contenidos.....	24
2.7. Criterios de evaluación de las Matemáticas en 2º de ESO.....	27
2.8. Metodología general.....	28
2.8.1. Contexto.....	28
2.8.2. Justificación.....	29
2.8.3. Estrategias del profesor, actividades y técnicas de trabajo en el aula.....	31

2.9. Unidades Didácticas: Relación entre Objetivos Didácticos y Criterios de Evaluación. Competencias Básicas. Contenidos.....	32
2.10. Temporalización.....	56
2.11. Recursos Materiales.....	58
2.12. Temas Transversales.....	59
2.13. Atención a la Diversidad.....	61
2.14. Evaluación.....	63
2.15. Criterios de Calificación.....	64
2.16. Recuperación.....	65
3. Propuesta de Innovación.....	66
3.1. Título.....	66
3.2. Marco teórico y justificación.....	66
3.3. Detección de necesidades.....	67
3.4. Contexto y ámbitos de aplicación.....	68
3.5. Fases y calendario de implantación de la innovación.....	69
3.6. Objetivos.....	69
3.7. Recursos.....	70
3.8. Desarrollo y actividades.....	72
3.9. Resultados.....	73
3.10. Evaluación y seguimiento de la innovación.....	74
Anexo I: Presentación en Powerpoint de “Historia de las Ecuaciones”.....	76
Anexo II: Videos sobre “Historia de las Ecuaciones”.....	86
Anexo III: Cuestionario.....	87
Referencias Bibliográficas.....	88

NOTA: En este TFM todas las referencias generales a miembros de la comunidad educativa (alumnos, profesores, etc.) que se efectúan en género masculino, se entenderán en realidad mencionadas indistintamente en género masculino o femenino, según el sexo de la persona a la que se haga referencia.

Introducción.

El presente Trabajo Fin de Máster tiene como objetivo demostrar que el autor ha alcanzado las competencias necesarias en su futura práctica profesional como profesor de Educación Secundaria, Bachillerato o Formación Profesional.

El trabajo fin de Máster incluye una Memoria presentada en dos partes, relacionadas entre sí, y una Propuesta de Innovación aplicada en el curso de 2º de ESO de la asignatura de Matemáticas.

La Memoria se dividirá en:

- Parte I - Reflexión sobre las prácticas profesionales en el IES

En este epígrafe se recogen las aportaciones que, a juicio del autor, han realizado las diferentes asignaturas teóricas del Máster de Formación del Profesorado.

También se describe el centro de prácticas y el alumnado que estudia allí. Además se incluye un análisis y valoración del currículo oficial de la asignatura de Matemáticas en 2º de ESO, junto con propuestas innovadoras y de mejora a partir de lo visto en el instituto de prácticas.

- Parte II - Propuesta de programación didáctica de Matemáticas para 2º de ESO.

En este apartado se diseña una programación didáctica de Matemáticas para un curso escolar completo, 2º de ESO en concreto. Esta programación se entiende como una propuesta de mejora respecto a la programación del departamento para ese curso, en el IES del Prácticum.

La Propuesta de Innovación estará también relacionada con la Programación Didáctica antes referida, y contará con una valoración de necesidades detectadas durante las Prácticas, objetivos a perseguir y plan de actividades.

1. Parte I: Reflexión sobre las prácticas profesionales.

1.1. Aportación de las asignaturas teóricas del MFP al Prácticum.

A continuación se enumeran las asignaturas de carácter teórico que integran el Máster de Formación del Profesorado y se describen sus respectivas aportaciones al trabajo desarrollado en el Prácticum:

- Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad.

Esta asignatura trata de que el alumno del Máster adquiriera una base psicopedagógica, necesaria para el posterior desempeño de la profesión. En una primera parte se aborda la psicología del desarrollo del estudiante, que condiciona completamente el proceso de enseñanza-aprendizaje y posteriormente, en una segunda parte, la asignatura introduce la Psicología de la Educación, con los diferentes modelos psicopedagógicos (conductismo, constructivismo y cognitivismo). Dichos modelos aportan estrategias diversas a la hora de afrontar la enseñanza en el instituto.

A la hora de realizar el Prácticum, esta asignatura me ha servido para ser consciente del proceso evolutivo que conlleva la adolescencia y de la necesidad de adaptar la forma de enseñar a los ritmos diversos de unos estudiantes con un rango de edad muy definido (de 12 a 18 años).

Asimismo, he tenido la oportunidad de aplicar personalmente estrategias de motivación, refuerzo positivo o castigo, división de problemas en subtarear más accesibles, conexión de contenidos previos con los que se van a ver, llamar la atención de los alumnos, etc.

Es digno de destacar, la gran cantidad de conflictos que generan los estudiantes en el instituto, achacables únicamente a su condición de adolescentes. El conocimiento de los procesos que guían la mente de los alumnos me permitió, a la hora de llevar a cabo las prácticas, solventar algún problema conductual que podría haber ido a mayores.

- Sociedad, Familia y Educación.

La finalidad de esta materia es concienciar a los alumnos del máster de la necesidad de colaboración de las familias con el instituto, así como de impartir la enseñanza dentro del respeto a la igualdad de oportunidades hombre-mujer, la no discriminación por razones de género, raza o religión y, en general, la observancia estricta de los Derechos Humanos.

Concretamente en el IES donde desarrollé las Prácticas pude comprobar que existen actividades puntuales con las familias, pero ningún plan general coordinado previamente. Así, por ejemplo, hay un taller para familias de alumnos en 1º de ESO cuyo objetivo es la prevención del consumo de drogas, dentro del Plan Municipal Antidroga.

Hay, grosso modo, poca implicación de las familias en el instituto (incluyendo a la AMPA). Sí se organizan reuniones con los padres y madres como la reunión inicial de curso y las reuniones en las que se trata el paso de primaria a secundaria para los alumnos que van a comenzar la ESO. También se convoca a los padres y madres de los alumnos cuando su rendimiento o comportamiento no es el adecuado. No obstante, echo de menos más participación de las familias en el centro educativo.

Desde el ayuntamiento de Oviedo se establecen charlas para tratar temas transversales (no violencia, sexismo, etc.), donde monitores realizan actividades con los alumnos en ciertas horas de tutoría. Me parece una buena iniciativa que desde los poderes públicos se aborden estas cuestiones.

- **Diseño y Desarrollo del Currículum.**

El objetivo de esta asignatura es que los alumnos del Máster obtengan capacitación para manejar toda la legislación que aplica a la ESO y al Bachillerato, así como los contenidos de sus respectivos currículos. Quizás se solapen sus contenidos demasiado con otras materias (sobre todo con “Procesos y Contextos Educativos”, “Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas” y “Complementos de Formación-Matemáticas”).

He de destacar que me sorprendió gratamente lo profusa y detallada que es la Programación anual del Departamento de Matemáticas en mi instituto de Prácticas, lo cual me hizo darme cuenta de lo importante que es planificar la enseñanza de una materia, vigilando siempre que cumplimos los mínimos marcados por la legislación vigente y coordinándonos con el resto del Departamento.

- **Procesos y Contextos Educativos.**

Esta asignatura sirve para conocer la organización de un instituto, los documentos fundamentales que rigen su funcionamiento y la normativa aplicable en educación. Además se profundiza en la dinámica propia del aula, la acción tutorial y la atención a la diversidad.

Quizás sea una de las materias fundamentales del Máster, tanto por extensión como por la trascendencia de los contenidos. Obviando solapamientos con otras asignaturas (en todo lo concerniente a legislación, por ejemplo), debo decir que el Prácticum no tendría sentido sin todo lo que se ve en esta materia. No se puede concebir el instituto sin conocer las leyes que administran su día a día, ni sin manejar los documentos que respaldan su funcionamiento interno. Además, el hecho de que el IES de Prácticas fuera centro de referencia de alumnos motóricos y acogiera también a numerosa población inmigrante, me hizo reflexionar sobre el papel básico de la atención a la diversidad en una escuela pública inclusiva. Tuve la ocasión de coincidir

con alumnos discapacitados visuales, con parálisis cerebral, con TDAH, con altas capacidades, etc., los cuales requerían un tratamiento individualizado.

Igualmente la asistencia a las horas de tutoría semanales me llevó a comprobar de primera mano las interacciones, a veces ocultas, que existen en todo grupo humano, en este caso el aula. La gestión de conflictos, la necesidad de formar ciudadanos, etc. me parecieron unas labores fascinantes.

- Complementos a la Formación Disciplinar: Matemáticas.

Esta asignatura está dividida en cuatro bloques (Álgebra, Análisis, Geometría y Estadística y Probabilidad). Cada uno de los bloques proporciona al alumno del Máster conocimientos relativos a sus elementos curriculares y le capacita para entender las Matemáticas desde un punto de vista innovador. Además el futuro profesor asume que las Matemáticas poseen una coherencia interna, a la vez que son fruto de una evolución, que corre a la par que la Historia de la Humanidad.

Esta materia del Máster me fue especialmente atractiva, de hecho me proporcionó la idea para el TFM: la Historia como elemento motivador en la enseñanza de las Matemáticas. Las tareas relativas a ciertos aspectos de las Matemáticas (calendario árabe, matemáticos del Renacimiento, etc.) me animaron a profundizar en el estudio de la evolución de una disciplina, que, demasiado a menudo, se presenta a los alumnos como un todo inmutable.

Ya en el instituto pude verificar que la Historia de las Matemáticas puede ejercer el papel de motivador previo a la introducción de contenidos. En la exposición de la primera unidad didáctica del Prácticum les presenté a los alumnos un Powerpoint y unos videos, ambos relativos a la Historia de las Ecuaciones, que tuvieron una gran acogida, como dio fe un cuestionario posterior.

- Aprendizaje y Enseñanza: Matemáticas.

En esta materia se pretende que los alumnos del Máster apliquen, de una forma más práctica, conocimientos de programación de las Matemáticas en ESO y Bachillerato, de la evaluación y de la metodología necesaria.

Es, en mi opinión, una de las asignaturas más importantes del Máster y seguramente la que más afecta al Prácticum. Fue la asignatura que más incidió en la programación didáctica de una unidad (aspecto clave del Prácticum). Asimismo me fue especialmente útil los criterios que aprendí a la hora de calificar los exámenes de las Prácticas.

Sobre la parte de Metodología estudiada, pude atestiguar en el IES la importancia de una buena técnica expositiva, la cual hay que complementar necesariamente con aspectos motivadores, contenidos previos, ejemplos y

resumen. También debo decir que esta asignatura quizás debería darse previamente a la realización de las Prácticas.

- Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa.

Con esta materia los alumnos del Máster nos introducíamos en el mundo de la Innovación y la Investigación, aplicadas a la educación. Me resultó especialmente útil, de cara al Trabajo Fin de Máster, todo lo relacionado con la metodología (pasos) a seguir en una innovación, así como las técnicas que se nos proporcionaron para conseguir la documentación necesaria (recursos en internet y bases documentales disponibles).

En cuanto a su relación con el Prácticum, esta asignatura recalca la necesidad de cambiar para mejorar, analizando las deficiencias que encontramos en nuestro entorno escolar. Esto también se veía en el Departamento de Matemáticas del Instituto, donde algunos profesores (paradójicamente los que acumulaban más años de experiencia) se esforzaban por cambiar su metodología periódicamente para que los alumnos consiguieran mejores resultados académicos. Esta actitud me permitió comprender que la innovación no sólo favorece al alumno, si no que el propio profesor se motiva también.

- El Uso de los Recursos Informáticos en los Procesos de Cálculo en el Ámbito de las Ciencias Experimentales.

Esta asignatura capacita a los alumnos del Máster en el uso de recursos informáticos, muy útiles (sobre todo, en mi opinión, en la especialidad de Matemáticas) para tratar ciertas unidades didácticas. No obstante los contenidos relativos a Geogebra y exelearning (los dos programas analizados) se quedaron cortos. Eché en falta un acercamiento a Moodle, por su importancia en la docencia actual.

En el Prácticum tuve ocasión de corroborar la utilidad de Geogebra en la asignatura de Matemáticas, dado que la profesora de Bachillerato que me asistió lo usaba con frecuencia, para que los alumnos vieran visualmente cómo el cambio de determinados parámetros producía efectos en los elementos gráficos.

- Tecnologías de la Información y la Comunicación.

En esta disciplina se trataron contenidos relativos al cambio tecnológico y sus implicaciones en educación, dentro de la sociedad de la información. También se hizo un repaso de los programas que integran las TIC en el aula, como el de la “Escuela 2.0”. Quizás en cuanto a contenido práctico se quedó muy corta, porque los alumnos del Máster aprendimos simplemente a elaborar un blog.

Particularmente, esta asignatura me sirvió en las Prácticas para darme cuenta de las posibilidades que tienen las TIC a la hora de hacer más motivadora y atrayente la asignatura de Matemáticas. Dentro del Departamento de Matemáticas del IES, había profesores que usaban de forma continua el cañón proyector y la pizarra digital, e incluso colgaban apuntes y ejercicios en una plataforma Moodle.

1.2. Descripción del Centro de Prácticas.

1.2.1. Características del Centro.

El I.E.S. de Prácticas está situado en una zona urbana de Oviedo, comenzó a funcionar durante el curso 1989/90. En febrero de 1995 se inauguró el edificio actual. Desde el curso 2008-09 entró en funcionamiento una ampliación, con lo que se reubicaron numerosas aulas y dejaron de localizarse algunos grupos de E.S.O. en el colegio adyacente.

En este centro se pueden cursar los siguientes estudios (Román, 2014):

- Programa de Cualificación Profesional Inicial (PCPI), ahora Formación Profesional Básica.
- Educación Secundaria Obligatoria.
- Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales.
- Bachillerato de Ciencias y Tecnología.
- Formación Profesional de grado medio de Comercio.
- Formación Profesional de grado superior de Comercio y Marketing.

Además se realizan otro tipo de actividades como:

- Intercambios escolares con alumnos de centros de Francia, Finlandia, Suecia, Dinamarca y EEUU.
- Viajes culturales y de estudios, organizados por los diferentes Departamentos Didácticos. Se llevan a cabo visitas a instituciones, museos, bibliotecas, fábricas, empresas, centros de salud, etc.
- Actividades deportivas: Baloncesto, balonmano, bádminton, fútbol Sala, tenis de mesa, atletismo. También es posible realizar senderismo, acampada, descensos en piragua y esquiar en la "Semana Blanca".

El instituto se asienta en un edificio moderno y funcional, y dispone de:

- 4 laboratorios de física, química, biología y geología.
- Aulas de audiovisuales, informática, plástica, música, dibujo y tecnología.

- El centro dispone de 5 aulas de informática, aparte de las aulas de 1º y 2º de ESO, en las que están los miniportátiles (antiguo programa Escuela 2.0). Casi todas las aulas están dotadas con cañón proyector.
- Las instalaciones deportivas tienen 1.080 m² con dos vestuarios. Se completan con una cancha cubierta.
- El espacio de la biblioteca es suficiente, amplio y con buena luz.
- Accesos sin barreras arquitectónicas para minusválidos, a lo que se añade un ascensor interior de uso exclusivo para éstos.
- El patio de recreo cuenta con una gran superficie y está comunicado con las instalaciones deportivas.

Según datos facilitados por la Secretaría del Centro, en el curso 2014-2015 tenemos:

- El número total de alumnos matriculados es de 926.
- El número de profesores es de 90 (misma fuente de información).
- El número de trabajadores que integra el equipo de personal no docente es de 15 (misma fuente de información).

Este centro educativo da servicio educativo a una población de unos 35.000 habitantes situada en varios barrios de Oviedo. En su zona de influencia se encuentran cuatro centros públicos de Educación Primaria y dos colegios privados o concertados.

Las aulas del centro presentan formas rectangulares, con superficie adecuada para el número de alumnos que alojan. La iluminación de las mismas es sobresaliente pues se combinan amplios ventanales con numerosas pantallas de luz artificial. Las paredes están pintadas en colores claros, en crema sobre todo. Las ventanas son de aluminio o PVC, según las habitaciones. El suelo es de terrazo, resistente y fácilmente lavable. La acústica de estas aulas es suficiente para el propósito que tienen. La calefacción es adecuada en las aulas y bastante escasa en las zonas comunes.

En cuanto al mobiliario, hay que decir que éste no es excesivamente moderno pero está en buenas condiciones. Los pupitres son individuales, aunque a veces se disponen pareados. Existen pupitres modificados para los alumnos con minusvalías que así lo requieran. El profesor no dispone de entarimado para acceder a la pizarra, encontrándose al mismo nivel que las mesas de los alumnos.

Las aulas del I.E.S. poseen pizarra tradicional para tiza o pizarra para rotulador. Éstas se complementan con pizarra digital en numerosos casos o con cañón proyector. Hay conexión wifi a internet en muchas de las aulas.

1.2.2. Características del alumnado.

La primera impresión que uno tiene al visitar el centro educativo es que nos encontramos en un instituto de grandes dimensiones y que atiende a una gran población estudiantil. También llama la atención el elevado número de alumnos discapacitados que acuden a este IES, al tratarse de un centro de referencia de alumnos motóricos. También es elevado el porcentaje de estudiantes inmigrantes, especialmente sudamericanos.

El grueso de los alumnos pertenece a un nivel socioeconómico medio. Se aprecia que la inmensa mayoría de ellos tienen acceso a nuevas tecnologías ya que poseen teléfonos móviles o portátiles con acceso a internet.

La media de estudiantes por aula, al menos en el primer ciclo de ESO, está en torno a 24 alumnos. El porcentaje de suspensos en este nivel en la asignatura de matemáticas es muy alto. El nivel académico en esta materia parece ser bastante bajo, aunque hay que diferenciar entre cada grupo-aula.

Los alumnos muestran poca predisposición hacia el estudio diario, concentrando sus esfuerzos únicamente en aprobar los exámenes. Ante esta perspectiva la profesora de matemáticas (mi tutora del prácticum) se esforzaba en realizar un “feedback” continuo con sus alumnos, lo que junto con una participación intensa en las sesiones (a través de ejercicios), producía que se interiorizaran los contenidos básicos. Asimismo, le daba gran importancia al cuaderno de clase, donde quedaban registrados los problemas que se hacían durante la sesión y los que se mandaban para casa.

Llama la atención el escaso dominio del lenguaje, tanto escrito como hablado, del que hacen gala los alumnos. Sobre la motivación que muestran éstos, se puede decir que alrededor de un 50 % de los estudiantes pertenecientes a los cursos en los que asistí a clase (1º y 2º de ESO) muestran alta participación en clase, lo cual se corresponde con una motivación de carácter intrínseco muy favorable de cara al futuro rendimiento del alumno. En cada aula también podemos encontrar a alumnos cuyo único objetivo es reventar la clase. Las ausencias injustificadas a clase también son frecuentes.

Los grupos son bastante heterogéneos, contando además con 3 ó 4 alumnos inmigrantes por aula (sobre todo provenientes de Sudamérica). También encontramos casos de TDAH, altas capacidades, NEE en casi cada clase.

Según lo expresado en la Programación General Anual (2014-15) los grupos del curso actual se han constituido de acuerdo a:

- Los recursos de profesorado.

- Los Criterios de la Consejería de Educación para atender a la diversidad, constituyendo grupos flexibles y desdobles.
- Las elecciones hechas por el alumnado en cuanto a materias opcionales y optativas.
- Los acuerdos del Claustro de repartir en diferentes grupos al alumnado bilingüe.
- Las orientaciones del Consejo Escolar para dar prioridad a los agrupamientos flexibles y desdobles en los niveles inferiores de la ESO.
- Disponibilidad de aulas.
- Historiales académicos del alumnado procedente de Primaria y lo observado en las Juntas de Profesores.
- Propuestas de equipos docentes, jefe de estudios, tutores, etc. para el alumnado con problemas de convivencia.
- Reparto equilibrado del alumnado que repite o promociona con materias pendientes, del alumnado con NEE y de los estudiantes a los que les aplica alguna medida de atención a la diversidad.

En la práctica, los alumnos con necesidades educativas especiales (NEE) se reparten para que, en principio, no haya más de 2 por grupo. Hay, asimismo, uno o dos agrupamientos flexibles por curso. Los estudiantes de bilingüe se reparten entre varios grupos de cada nivel (3 ó 4 grupos, generalmente).

Partiendo de las indicaciones del servicio de orientación, de las propuestas de los equipos docentes y de la optimización de los recursos humanos, se proponen una serie de medidas:

- Agrupamientos flexibles y desdobles.

Los grupos flexibles suponen una medida que consiste en la organización de los horarios de una materia de diferentes grupos en la misma franja horaria, tal que los profesores reagrupan al alumnado con vistas a realizar diferentes actividades de aprendizaje, según sus diferentes características y ritmos de aprendizaje.

- Programa de refuerzo de materias no superadas: alumnos que promocionan con materias pendientes de ESO.
- Plan específico personalizado para alumnado que no promocio de curso.
- Programa de Diversificación curricular.
- Formación Profesional Básica.
- Alumnado que promociona a 2º de Bachillerato con materias pendientes.
- Acogida del alumnado de incorporación tardía al sistema educativo.
- Aula de inmersión lingüística.

- Flexibilización del período de escolarización para alumnado con incorporación tardía al sistema educativo.
- Apoyo educativo.
- Programa para alumnado con trastornos graves de conducta.
- Adaptación curricular significativa.
- Flexibilización del período de escolarización para alumnado con NEE.
- Ampliación curricular.
- Flexibilización para alumnado con altas capacidades.
- Aula de acogida y acceso al currículo.
- Apoyo vespertino.
- Programa de refuerzo en sustitución de la materia optativa.

1.3. Análisis y valoración del currículo oficial de la asignatura de Matemáticas en 2º de ESO.

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE) es la ley orgánica nacional que regula las enseñanzas educativas en España. Se modificó parcialmente con la aprobación de la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). Esta ley no deroga en su totalidad la LOE, la cual sigue en vigor para todo lo que no se haya modificado (Educación Infantil, régimen jurídico del profesorado y de los centros docentes, etc.).

El currículo oficial de las Matemáticas de ESO se fundamenta en el “Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria”. En Asturias este texto se adaptó en el “Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación secundaria obligatoria en el Principado de Asturias”. Ambas legislaciones están basadas en la LOE.

En Enero de 2015 se publicó el “Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato”, consecuencia de la aprobación de la LOMCE. A fecha de hoy Asturias no ha adaptado este texto a una legislación autonómica, por lo que es necesario centrarse en el Decreto 74/2007. Además para 2014-2015 la LOMCE no afecta a la Educación secundaria en 2º de ESO, comenzando a implantarse en este nivel educativo en 1º y 3º para 2015-2016.

Este Decreto 74/2007 asume que las Matemáticas son parte fundamental de la cultura humana de todos los tiempos y ve como prioritario que los alumnos dominen las destrezas asociadas a esta materia, ahora más que nunca, en un entorno en continuo cambio.

Una de las novedades más importantes de la LOE es que se da entrada al concepto de las competencias básicas, que los alumnos deben alcanzar al acabar la ESO. Las competencias básicas son los conocimientos y destrezas básicos para el desarrollo personal y social de los alumnos, de tal forma que éstos sepan hacer uso práctico de los contenidos adquiridos.

Cada área o materia, entre ellas las Matemáticas, contribuye al desarrollo de ciertas competencias. A su vez, cada una de las competencias básicas se alcanza trabajando en varias materias.

En el Decreto 74/2007 también podemos encontrar objetivos generales de la etapa (ESO, en nuestro caso), los cuales se concretan un poco más en los objetivos generales de las Matemáticas en la ESO. En el texto legislativo no se explicitan los objetivos didácticos (también llamados de aprendizaje o específicos) para cada curso, por lo que es tarea del Departamento de Matemáticas de cada instituto el programarlos adecuadamente, dentro de su Proyecto Curricular de Centro.

A continuación, ya para cada curso, se describen los contenidos y criterios de evaluación. Sobre los contenidos hay que decir que la legislación los da de manera general, agrupándolos por bloques. Al igual que pasa con los objetivos didácticos o de aprendizaje, es misión de cada Departamento Didáctico su programación más pormenorizada.

En todos los cursos existe un bloque de contenidos comunes que vertebran todos los conocimientos de la materia en el curso correspondiente. En este bloque se mencionan expresamente, por su importancia:

- La resolución de problemas.
- La capacidad de expresión verbal.
- Toma de decisiones sobre situaciones que incluyen las Matemáticas.
- Uso de herramientas tecnológicas.

El resto de contenidos se distribuyen en cinco bloques: Números, Álgebra, Geometría, Funciones y gráficas y Estadística y Probabilidad. Todos estos bloques no son independientes, pues están íntimamente relacionados entre sí.

Respecto a los criterios de evaluación, éstos permiten valorar el aprendizaje adquirido, a través de la adquisición de los objetivos (de la etapa, de las Matemáticas y los didácticos) y de las competencias básicas. Tampoco vienen formulados en el Decreto de forma demasiado definida, por lo que conviene concretarlos más a la hora de programar una unidad didáctica o un curso completo.

Específicamente para los contenidos del curso que nos ocupa, 2º de ESO:

- En el bloque dedicado a los Números se pretende consolidar los contenidos ya tratados en 1º de ESO: Divisibilidad, máximo común divisor, mínimo común múltiplo, números enteros, fracciones y números decimales, potencias y raíces, etc.
- En el bloque relativo a Álgebra, los alumnos repasan el lenguaje algebraico (someramente introducido en 1º de ESO) y profundizan en el manejo de monomios y polinomios, usando por primera vez las igualdades notables. Finalmente vuelven a ver el concepto de ecuaciones y finalizan resolviendo por vez primera sistema de ecuaciones de primer grado. La ecuación de 2º grado, aunque suele verse también en 2º de ESO, no está mencionada en el texto legislativo.
- El apartado de Geometría de este curso versa sobre el concepto de semejanza, los teoremas de Thales y Pitágoras y los cuerpos espaciales, incluyendo sus áreas y volúmenes. Son todos elementos nuevos, salvo el Teorema de Pitágoras, visto en 1º de ESO.
- El bloque de contenidos destinado a Funciones y Gráficas, introduce a los estudiantes por primera vez en la expresión analítica de las funciones lineales (más allá de la mera representación de puntos en ejes cartesianos, que sí vieron en 1º).
- En Estadística y Probabilidad se aborda, con algo más de profundidad que en 1º de ESO, una somera introducción a la disciplina de la Estadística, estudiando las tablas de frecuencias, representaciones gráficas sencillas y algunos parámetros estadísticos básicos (media, mediana, moda).

1.4. Propuestas innovadoras y de mejora a partir de la reflexión sobre la práctica.

Después de mi experiencia en el IES, en la etapa del Prácticum, he detectado varios aspectos mejorables. En mi modesta opinión, me permito aportar las siguientes propuestas innovadoras de carácter general. Algunas han servido para redactar la Programación Didáctica anual de las Matemáticas de 2º de ESO, así como para construir la Propuesta de Innovación:

- Necesidad de mejorar la reputación de la Formación Profesional Básica, a fin de que no sea el cajón en el que se meten los expedientes de los “casos perdidos”.
- En algún curso, como 1º de Bachillerato, se exponen demasiados contenidos en la asignatura de Matemáticas (el currículo oficial así lo determina), lo que provoca que los alumnos no asienten muchos de los conceptos. Además el profesor apenas puede programar actividades

alternativas para fomentar el aprendizaje significativo, simplemente porque carece del tiempo necesario.

- Mejorar el nivel del aprendizaje de lenguas extranjeras, especialmente inglés, para que nuestros estudiantes no tengan carencias graves a la hora de expresarse en otro idioma.
- Mejorar la capacidad lingüística del alumnado con lecturas realizadas en nuevos formatos: Tablet, móviles, etc., las cuales serán más atractivas sin ningún género de duda.
- Afrontar la dependencia que tienen los jóvenes de los teléfonos móviles de otra manera. Un alto porcentaje de los incidentes disciplinarios está relacionado con la prohibición del uso de móviles. Quizás una mayor flexibilidad produciría efectos beneficiosos en la convivencia en el centro.
- Escasa coordinación entre Departamentos Didácticos diferentes: Salvo iniciativas particulares de ciertos profesores que realizan con los alumnos trabajos en equipo que abarcan varias materias, llama la atención la “estanqueidad” de los distintos Departamentos Didácticos.
- Potenciar el uso de las TIC entre el profesorado. Es de sobra conocido el poder motivador de todo lo relacionado con las nuevas tecnologías. Si se dispone en el aula de ordenadores portátiles (Plan Escuela 2.0), ordenador PC y pizarra digital, no es lógico que el profesorado no haga uso de estos medios.
- Favorecer un trato con el alumno en el que éste se responsabilice, en la medida de lo posible, de su proceso de aprendizaje. Actualmente se actúa, ante malos resultados o deficiente comportamiento, avisando a la familia para que sea ésta, en muchas ocasiones, la que tome las medidas oportunas con el estudiante. Con este proceder se infantiliza al alumno, el cual es casi un adulto, no lo olvidemos. La familia ha de estar informada de cómo progresa su hijo, pero no deberíamos olvidar que el protagonista del proceso es él.
- Motivar al alumno ante el aprendizaje de la asignatura de Matemáticas, asignatura que se percibe como difícil y poco útil para la vida cotidiana. La activación del interés del estudiante es algo básico en cualquier materia, pero especialmente en Matemáticas.

2. Parte II: Propuesta de Programación Didáctica-Matemáticas 2º ESO, para curso 2014-2015.

2.1. Condiciones iniciales: contexto del centro y del grupo.

2.1.1. Contexto del centro.

La Programación didáctica de 2º de ESO está pensada para un IES del concejo de Oviedo, en su área urbana. Este instituto da servicio a un gran número de estudiantes, muchos de ellos provenientes de clase media, siendo los alumnos inmigrantes una minoría significativa. Asimismo, es un centro de referencia para alumnos discapacitados (motóricos).

El edificio que alberga el IES es moderno y funcional, y cuenta con aulas con pizarra (para rotulador y/o tiza) además de pizarra digital, proyector y ordenadores portátiles (Escuela 2.0). El mobiliario, aunque no es excesivamente moderno, está en buenas condiciones.

2.1.2. Contexto del grupo.

- El grupo “A” de 2º de ESO, en el que se aplicará la Programación Didáctica del curso, destaca entre el resto de grupos de ese curso, por tener alumnos con mejores resultados académicos que otras aulas de ese nivel y ser muy participativos en clase. Tiene 25 alumnos en total. Los casos que podrían requerir de refuerzo educativo serían:
 - ✓ 2 inmigrantes sudamericanos, de incorporación tardía.
 - ✓ 2 alumnos repetidores.
 - ✓ 3 alumnos que han promocionado con la asignatura de Matemáticas de 1º de ESO pendiente.
 - ✓ 1 alumno diagnosticado como de altas capacidades.
 - ✓ 1 alumno diagnosticado de TDAH (hiperactividad).
 - ✓ 1 alumno con necesidades educativas especiales (discapacitado visual por parálisis cerebral).

2.2. Objetivos generales de la etapa (ESO).

Los objetivos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) son (Decreto 74/2007 del Principado de Asturias):

- a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

- b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres.
- d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.
- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana.
- i) Comprender y expresarse al menos, en una lengua extranjera de manera apropiada.
- j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.
- k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.
- l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación, desarrollando la sensibilidad estética y la capacidad para disfrutar de las obras y manifestaciones artísticas.
- ll) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la

diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

2.3. Objetivos generales de la materia (Matemáticas) en la etapa (ESO).

Los objetivos de las Matemáticas en la ESO son (Decreto 74/2007 del Principado de Asturias):

- a) Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- b) Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- c) Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
- d) Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, y otros) presentes en los medios de comunicación, internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- e) Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- f) Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores y otros) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- g) Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- h) Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- i) Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir

un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.

j) Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

k) Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

2.4. Contribución de las Matemáticas a la adquisición de las Competencias Básicas.

Las Competencias Básicas que define la legislación educativa aplicable a la ESO (Decreto 74/2007 del Principado de Asturias), son:

- Competencia en comunicación lingüística.
- Competencia matemática.
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- Tratamiento de la información y competencia digital.
- Competencia social y ciudadana.
- Competencia cultural y artística.
- Competencia para aprender a aprender.
- Autonomía e iniciativa personal.

En el mencionado Decreto 74/2007 del Principado de Asturias se dice textualmente que:

Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje.

De una forma más concreta, para el resto de competencias básicas:

- La competencia en comunicación lingüística se ve reforzada con el estudio de esta asignatura porque se utilizan expresiones orales y escritas para expresar ideas y formular conceptos. Además el lenguaje propio de las Matemáticas es en sí mismo un medio de comunicarse.
- Todos los contenidos geométricos colaboran en la consecución de la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico,

puesto que desarrollan la visión espacial y refuerzan la transformación de las formas geométricas a su representación sobre un papel.

- A través de las herramientas tecnológicas usadas en resolución de diversos problemas, representación de gráficas, creación de tablas estadísticas, etc. se desarrolla la competencia de “Tratamiento de la información y competencia digital”.
- La competencia social y ciudadana se ve fortalecida con el trabajo en equipo y con el respeto a las opiniones de los demás, ante los problemas expuestos en la materia.
- La adquisición de la competencia cultural y artística se produce porque la materia no es sino una expresión parcial de la cultura universal y muestra la relación entre las formas geométricas y la belleza de las construcciones naturales o humanas.
- Para “aprender a aprender” los estudiantes manejan las técnicas heurísticas de resolución de problemas, lo cual revierte en sus destrezas para ser autónomos, sistemáticos, originales, etc.
- La autonomía e iniciativa personal se amplía a medida que los alumnos se enfrentan a la resolución de todo tipo de problemas matemáticos, lo que les obliga a plantear estrategias y tomar decisiones.

2.5. Contenidos de las Matemáticas en 2º de ESO.

Las Contenidos de Matemáticas de 2º de ESO descritos en el Decreto 74/2007 del Principado de Asturias son:

- Bloque 1. Contenidos comunes.
 - ✓ Utilización de estrategias y técnicas simples en la resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más simple, y comprobación de la solución obtenida.
 - ✓ Expresión verbal del procedimiento que se ha seguido en la resolución de problemas.
 - ✓ Interpretación de mensajes que contengan informaciones sobre cantidades y medidas o sobre elementos o relaciones espaciales.
 - ✓ Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, comprender las relaciones matemáticas y tomar decisiones a partir de ellas.
 - ✓ Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas.

- ✓ Utilización de herramientas tecnológicas para facilitar los cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico, las representaciones funcionales y la comprensión de propiedades geométricas.
- Bloque 2. Números.
 - ✓ Búsqueda de relaciones de divisibilidad entre números naturales y aplicación de sus regularidades para obtener criterios de divisibilidad: múltiplos y divisores comunes a varios números. Aplicaciones de los criterios de divisibilidad en la resolución de problemas asociados a situaciones cotidianas.
 - ✓ Necesidad de los números negativos para expresar estados y cambios. Reconocimiento y conceptualización en contextos reales.
 - ✓ Significado y usos de las operaciones con números enteros. Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos sencillos.
 - ✓ Fracciones y decimales en entornos cotidianos. Diferentes significados y usos de las fracciones. Operaciones con fracciones: suma, resta, producto y cociente.
 - ✓ Números decimales y su relación con las fracciones utilizando métodos diversos.
 - ✓ Elaboración y utilización de estrategias personales para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y con calculadoras.
 - ✓ Razón y proporción. Identificación y utilización en situaciones de la vida cotidiana de magnitudes directamente proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas en las que intervenga la proporcionalidad directa.
 - ✓ Aplicación de porcentajes para expresar composiciones o variaciones. Cálculo mental y escrito con porcentajes habituales.
- Bloque 3. Álgebra.
 - ✓ Empleo de letras para simbolizar números inicialmente desconocidos y números sin concretar. Utilidad de la simbolización para expresar cantidades en distintos contextos.
 - ✓ Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano al algebraico y viceversa.
 - ✓ Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en secuencias numéricas.
 - ✓ Obtención de valores numéricos en fórmulas sencillas.
 - ✓ Valoración de la precisión y simplicidad del lenguaje algebraico para representar y comunicar diferentes situaciones de la vida cotidiana.
- Bloque 4. Geometría.
 - ✓ Elementos básicos para la descripción de las figuras geométricas en el plano.
 - ✓ Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones del mundo físico.

- ✓ Análisis de relaciones y propiedades de figuras en el plano: paralelismo y perpendicularidad. Empleo de métodos inductivos y deductivos para analizar relaciones y propiedades en el plano. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz.
- ✓ Clasificación de triángulos y cuadriláteros a partir de diferentes criterios. Estudio de algunas propiedades y relaciones en estos polígonos.
- ✓ Polígonos regulares. La circunferencia y el círculo.
- ✓ Construcción de polígonos regulares con los instrumentos de dibujo habituales.
- ✓ Medida y cálculo de ángulos en figuras planas.
- ✓ Estimación y cálculo de perímetros de figuras. Estimación y cálculo de áreas mediante fórmulas, triangulación y cuadriculación.
- ✓ Simetría de figuras planas. Apreciación de la simetría en la naturaleza y en las construcciones.
- ✓ Empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.
- Bloque 5. Funciones y gráficas.
 - ✓ Organización de datos en tablas de valores.
 - ✓ Coordenadas cartesianas. Representación de puntos en un sistema de ejes coordenados. Identificación de puntos a partir de sus coordenadas.
 - ✓ Identificación de relaciones de proporcionalidad directa a partir del análisis de su tabla de valores. Utilización de contraejemplos cuando las magnitudes no sean directamente proporcionales.
 - ✓ Identificación y verbalización de relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.
 - ✓ Interpretación puntual y global de informaciones presentadas en una tabla o representadas en una gráfica. Detección de errores en las gráficas que pueden afectar a su interpretación.
- Bloque 6. Estadística y probabilidad.
 - ✓ Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.
 - ✓ Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.
 - ✓ Diferentes formas de recogida de información. organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Frecuencias absolutas y relativas.
 - ✓ Diagramas de barras, de líneas y de sectores. Análisis de los aspectos más destacables de los gráficos

2.6. Criterios de selección, agrupación y secuenciación de contenidos.

A continuación se propone una estructura de bloques y unidades didácticas para los contenidos de las Matemáticas en 2º de ESO:

Bloque I: Números.

Unidades Didácticas:

1. Divisibilidad y números enteros.
2. Sistema de numeración decimal y sistema sexagesimal.
3. Fracciones.
4. Proporcionalidad y porcentajes.

Bloque II Álgebra.

Unidades Didácticas:

5. Polinomios.
6. Ecuaciones de 1er y 2º grado.
7. Sistemas de ecuaciones lineales.

Bloque III: Funciones y gráficas.

Unidades Didácticas:

8. Funciones.

Bloque IV: Geometría.

Unidades Didácticas:

9. Semejanza. Teorema de Thales y Pitágoras.
10. Cuerpos en el espacio.
11. Volúmenes.

Bloque V: Estadística y Probabilidad.

Unidades Didácticas:

12. Estadística.

La agrupación por trimestres o evaluaciones sería:

- 1ª Evaluación: Unidades didácticas 1,2,3 y 4 (Bloque de Números).
- 2ª Evaluación: Unidades didácticas 5,6,7 y 8 (Bloques de Álgebra y de Funciones-Gráficas).
- 3ª Evaluación: Unidades didácticas 9,10,11 y 12 (Bloques de Geometría y Estadística-Probabilidad).

Esta estructura se justifica, de forma teórica, por las siguientes razones (Vera, García, Peña y Gargallo, 1999):

- a) Criterio de congruencia e idoneidad para con las finalidades educativas y los procesos que se pretende activar en los alumnos.
- b) Criterio de significatividad y reelaboración.
- c) Criterio de adecuación a los intereses y necesidades de los alumnos.
- d) Criterio de utilidad y de coherencia con las demandas y necesidades sociales.

De manera práctica, se ha procedido de la siguiente forma:

- Se extraen del Decreto 74/2007 del Principado de Asturias los bloques de contenidos, obviando el bloque de contenidos comunes, el cual no se explicita por separado.
- La agrupación en unidades didácticas se realiza teniendo en cuenta los contenidos que son más homogéneos entre sí.
- Se obtienen los contenidos, igualmente, de la mencionada legislación.
- Se secuencian los contenidos atendiendo a los criterios de:
 - ✓ Estructura interna de las Matemáticas.
 - ✓ Dificultad, importancia y momento en el que se encuentra el curso.
- Se programan primero los contenidos relativos al bloque de números, porque este bloque posee contenidos básicos (números enteros, fracciones, operaciones como potencias y raíces, proporcionalidad, porcentajes, cálculo del mínimo común múltiplo, etc.), cuya presentación previa es fundamental para que el alumno progrese adecuadamente en el resto del curso (álgebra, funciones, geometría y estadística). Además en estas unidades didácticas hay contenidos vistos con anterioridad en 1º de ESO y cuya activación es prioritaria para avanzar en las destrezas y agilidad de cálculo. Este bloque de Números abarca la totalidad del primer trimestre.
- El bloque de álgebra (polinomios, ecuaciones y sistemas de ecuaciones) va a continuación. Es este un bloque, que aunque visto en parte en 1º de ESO, supone una gran dificultad para la mayoría de los alumnos, por lo abstracto de los contenidos tratados. El disponer al principio del trimestre (2ª evaluación, en concreto) este grupo de contenidos, tan importante en Matemáticas, parece lo más idóneo. Se sitúa a continuación el bloque de Funciones, que es también muy relevante dentro de la materia, pero que en el curso de 2º de ESO que nos ocupa, se trata de forma muy somera.

- Se deja para el tercer trimestre todo lo concerniente al bloque de Geometría (Semejanza, Thales, Pitágoras, cuerpos en el espacio, áreas y volúmenes). Este bloque podría haberse permutado por el de Funciones y empezarse a enseñar en el segundo trimestre, pero abarca varias unidades didácticas y ocupa muchas sesiones, por lo que, de no exponerlo en el tercer trimestre habría que partirlo entre la 2ª y 3ª evaluación, lo que no parece aconsejable. Así se considera conveniente exponerlo después de Funciones, en el último trimestre del curso. Después de Geometría se sitúa el bloque de Estadística y Probabilidad, el cual es relativamente independiente dentro de la materia y nos sirve para completar la programación del curso.

2.7. Criterios de evaluación de las Matemáticas en 2º de ESO.

Los Criterios de Evaluación establecidos para 2º de ESO (Decreto 74/2007 del Principado de Asturias), son:

1. Utilizar números naturales y enteros y las fracciones y decimales sencillos, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información.
2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones, con números enteros, decimales y fraccionarios, utilizando la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.
3. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones en conjuntos de números, utilizar letras para simbolizar distintas cantidades y obtener expresiones algebraicas como síntesis en secuencias numéricas, así como el valor numérico de fórmulas sencillas.
4. Reconocer y describir figuras planas, utilizar sus propiedades para clasificarlas y aplicar el conocimiento geométrico adquirido para interpretar y describir el mundo físico haciendo uso de la terminología adecuada.
5. Estimar y calcular perímetros, áreas y ángulos de figuras planas utilizando la unidad de medida adecuada.
6. Organizar e interpretar informaciones diversas mediante tablas y gráficas, e identificar relaciones de dependencia en situaciones cotidianas.
7. Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica.
8. Utilizar estrategias y técnicas simples de resolución de problemas, tales como el análisis del enunciado, el ensayo y error o la resolución de un problema más sencillo, y comprobar la solución obtenida y expresar, utilizando el lenguaje matemático adecuado a su nivel, el procedimiento que se ha seguido en la resolución.

2.8. Metodología general.

2.8.1. Contexto.

En el Decreto 74/2007 del Principado de Asturias se fija como prioritario que, después de acabar la ESO, los alumnos hayan desarrollado las competencias básicas. En este texto legislativo se dan las directrices que debe tener la metodología de enseñanza de las Matemáticas:

- Hacer funcionales los aprendizajes. Los contenidos han de valer para resolver cuestiones de la vida diaria, en las que las Matemáticas tengan parte importante.
- Relacionar los nuevos conceptos con los conocimientos previos de los alumnos, lo cual redundará en que el aprendizaje sea más significativo.
- Trabajar con materiales extraídos de medios de comunicación, que tengan relación con la materia, para lograr que los alumnos comprendan y sean críticos con la información.
- Hacer uso de textos literarios de contenido matemático, para que los alumnos aprendan a expresar verbalmente razonamientos y conclusiones.
- Resolver problemas matemáticos, para que los alumnos observen la aplicación práctica de conceptos y ejerciten la puesta en marcha de estrategias de resolución.
- Usar calculadoras, medios informáticos y audiovisuales para hacer más tangibles y “visibles” las Matemáticas.
- Trabajar en pequeños grupos con materiales adaptados a la diversidad del aula. La utilización de “software” informático educativo puede beneficiar el aprendizaje autónomo e individualizado, a la vez que los alumnos interiorizan los beneficios del trabajo en equipo.
- Introducir aspectos históricos en las clases, para que el alumnado constataste, entre otras cosas, que las Matemáticas son una disciplina que ha ido evolucionando con el paso del tiempo y que es una parte más de la Historia de la humanidad.

Por otra parte, el estudio PISA que realiza la OCDE define “alfabetización matemática” como (OCDE, 2004):

La capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten

necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Para conseguir que el alumno alcance esta alfabetización matemática, el estudio PISA otorga una enorme importancia a la resolución de problemas. Se distinguen cinco fases, a la hora de resolver un problema, como ya se había razonado anteriormente (Dewey, 1933; Polya, 1945):

- Situar el problema en la realidad.
- Usar conceptos matemáticos para organizarlo.
- Hacer suposiciones con los datos del problema, generalizando desde un punto de vista formal, lo que llevará a despegarse de la realidad.
- Resolver el problema.
- Encontrar sentido a la solución.

2.8.2. Justificación.

La metodología que propongo para desarrollar dentro de la Programación Didáctica se basará en las siguientes teorías del aprendizaje:

- Conductismo.
- Aprendizaje asimilativo (Ausubel).
- Aprendizaje por descubrimiento guiado (Bruner).

El conductismo reduce el aprendizaje a un cambio de las conductas observables en el alumno. Este cambio tiene lugar a través de los procesos de condicionamiento clásico y de condicionamiento operante.

Las teorías de Ausubel y Bruner son teorías cognitivas, pues sostienen que el proceso de aprendizaje es una modificación interna no observable que se produce tras un proceso interactivo información-sujeto. Se logra un aprendizaje significativo cuando la información nueva se relaciona con algo ya aprendido, obteniéndose nuevas conexiones.

El aprendizaje asimilativo de Ausubel considera que para alcanzar un grado de significatividad en el aprendizaje es necesario que el contenido se presente con una estructura lógica (en una secuencia general-particular), para que la estructura cognitiva del alumno (marco donde se procesa la información) almacene dicha información de acuerdo a los principios de diferenciación progresiva y de reconciliación integradora. Las estrategias de enseñanza deben considerar el uso de formas de inclusión y organizadores.

El aprendizaje por descubrimiento guiado de Bruner considera que sólo existe aprendizaje significativo si el alumno aprende una información con la

experiencia personal de descubrirla, por lo que no ha de darse elaborada al estudiante.

De estas tres teorías se derivan varios métodos de enseñanza. El Conductismo es una teoría que no lleva a ningún método de enseñanza, pero que sí proporcionará estrategias para el aula (refuerzo positivo, por ejemplo). Así tenemos:

- Aprendizaje asimilativo (Ausubel) → Método de enseñanza expositiva.
- Aprendizaje por descubrimiento guiado (Bruner) → Método de aprendizaje por descubrimiento guiado.

En el método de enseñanza expositiva el profesor expone al alumno la información organizada y elaborada completamente, partiendo de los conceptos más generales para llegar a los más específicos. El docente ha de motivar y usar conceptos inclusores y distintos tipos de organizadores (previos, secuenciales, etc.), además de incluir ejemplos y un resumen al final.

El método de aprendizaje por descubrimiento guiado pretende que el alumno aprenda descubriendo, guiado por el profesor, que planifica secuencias de aprendizaje de lo particular a lo general. El estudiante no recibe la información totalmente elaborada y estructurada, por lo que debe crear y dar sentido al conocimiento.

Según Luengo (2001), el método de enseñanza expositiva es adecuado para enseñar objetivos de aprendizaje de comprensión y el “cómo” de algunos procedimientos. Por su parte, el método de aprendizaje por descubrimiento guiado es apropiado para enseñar objetivos de aplicación, especialmente procesos algorítmicos (en combinación con el método de la enseñanza expositiva) y objetivos de análisis.

Por todo ello, en una sesión de clase la metodología secuencial que propongo es la siguiente:

- Empleo del método de enseñanza expositiva (lo habitual):
 - ✓ Motivación al inicio de cada unidad didáctica, con la introducción de la Historia de las Matemáticas a través de medios audiovisuales, informáticos, etc. (tal y como expongo en mi propuesta de innovación de este TFM).
 - ✓ Recordar contenidos previos que los alumnos ya conocen y que se relacionarán con la nueva información.
 - ✓ Desarrollo de la explicación, en pizarra tradicional, con presentación en Powerpoint, con pizarra digital, etc. Se

estructurarán los contenidos ordenándolos desde lo general a lo particular.

- ✓ Usar organizadores secuenciales que relacionen los conceptos que se van explicando.
 - ✓ Alternar, entre concepto y concepto, ejemplos hechos por el profesor y proponer otros ejemplos a los alumnos (para hacer en clase o en casa).
 - ✓ Introducir procesos algorítmicos (sistemáticos) para resolver problemas que sean objetivos de aplicación.
 - ✓ Síntesis final de lo visto en la sesión.
 - ✓ Breve adelanto de lo que se va a ver al día siguiente.
- Empleo del método de aprendizaje por descubrimiento guiado (casos concretos).

2.8.3. Estrategias del profesor, actividades y técnicas de trabajo en el aula.

Si concretamos un poco más lo dicho en el epígrafe anterior, puedo mencionar, como técnicas específicas de trabajo con el alumnado:

- Uso de cuaderno de teoría y ejercicios. Independientemente de que se emplee un libro de texto, los alumnos llevarán a clase un cuaderno en el que tendrán que:
 - ✓ Apuntar los conceptos que el profesor considere más importantes, la descripción de los procesos algorítmicos (sistemáticos) que se den en clase, etc.
 - ✓ Realizar los ejercicios que se propongan para clase o para casa.
 - ✓ Llevar anotaciones para los padres, sobre el proceso de aprendizaje de sus hijos (notas, convocatorias de reuniones, etc.).
- Uso de pizarra tradicional o presentaciones en pizarra digital, a la hora de exponer contenidos.
- Empleo de plataforma Moodle en la que el profesor puede colgar para los alumnos contenidos varios, ejercicios, etc.
- Llevar una metodología diferenciada, con la programación a tres niveles de las actividades de cada unidad didáctica: una para alumnos con dificultades de aprendizaje, otra para alumnos avanzados y finalmente otra para el resto de estudiantes.
- Trabajos en grupo, para la realización de ciertas actividades.

2.9. Unidades Didácticas: Relación entre Objetivos Didácticos y Criterios de Evaluación. Contenidos. Competencias Básicas.

A continuación se detalla, para cada unidad didáctica de la Programación de Matemáticas de 2º de ESO, los objetivos didácticos (también llamados de aprendizaje o específicos), criterios de evaluación, competencias básicas y contenidos.

Los contenidos y criterios de evaluación aparecen relacionados por la numeración. Así, los criterios de evaluación y los objetivos didácticos vinculados tienen en común el primer número. Los objetivos didácticos mínimos están señalados con un símbolo (*).

U. DIDÁCTICA 1: DIVISIBILIDAD Y NÚMEROS ENTEROS.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Identificar relaciones de divisibilidad entre números naturales. (*)
2. Reconocer los números primos y los números compuestos. (*)
3. Descomponer números en factores primos. (*)
4. Calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números. (*)
5. Resolver problemas en los que intervengan los conceptos de máx.c.d y mín.c.m.
6. Conocer las características de los conjuntos de los números naturales \mathbb{N} y de los números enteros \mathbb{Z} . (*)
7. Operar con números enteros: suma, resta, multiplicación, división. (*)
8. Operar con números enteros en operaciones combinadas. (*)
9. Calcular potencias de números enteros. (*)
10. Conocer las propiedades de las potencias. (*)
11. Calcular la raíz cuadrada de un número entero. (*)
12. Resolver problemas con números naturales y enteros.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Reconoce si un número es múltiplo o divisor de otro.
- 1.2. Obtiene los divisores de un número.
- 1.3. Halla múltiplos de un número.
- 2.1. Identifica los números primos menores que 100.
- 2.2. Dado un conjunto de números, separa los primos de los compuestos.
- 3.1. Sabe aplicar los criterios de divisibilidad.
- 3.2. Descompone un número en factores primos.

- 4.1. Calcula mentalmente el máx.c.d. y el mín.c.m. de varios números sencillos.
- 4.2. Aplica los métodos adecuados para calcular el máx.c.d. y el mín.c.m. de dos o más números.
- 5.1. Resuelve problemas basados en el concepto de máx.c.d.
- 5.2. Resuelve problemas basados en el concepto de mín.c.m.
- 6.1. Identifica, en un conjunto de números, los enteros.
- 6.2. Coloca números naturales y enteros en un diagrama que representa a \mathbb{N} y \mathbb{Z} .
- 7.1. Suma y resta números enteros.
- 7.2. Multiplica y divide números enteros.
- 8.1. Resuelve operaciones combinadas.
- 9.1. Calcula potencias de números enteros.
- 10.1. Calcula la potencia de un producto.
- 10.2. Calcula la potencia de un cociente.
- 10.3. Calcula el producto de potencias de la misma base.
- 10.4. Calcula el cociente de potencias de la misma base.
- 10.5. Calcula la potencia de una potencia.
- 11.1. Calcula la raíz cuadrada de un número entero.
- 12.1. Resuelve problemas de operaciones con números naturales.
- 12.2. Resuelve problemas de números positivos y negativos.

CONTENIDOS .

- La relación de divisibilidad.
 - ✓ Divisibilidad y división exacta.
 - ✓ Los múltiplos de un número.
 - ✓ Los divisores de un número.
 - ✓ Criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10.
 - ✓ Construcción de múltiplos de un número.
 - ✓ Obtención de divisores de un número.
- Números primos y números compuestos.
 - ✓ Identificación de los primos menores de 100.
 - ✓ Descomposición de un número en factores primos.
 - ✓ Múltiplos y divisores de números descompuestos en factores primos.
- Mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos o más números.
 - ✓ Cálculo del mín.c.m. de dos números.
 - ✓ Cálculo del máx.c.d. de dos números.
- El conjunto de los números enteros.

- ✓ Diferenciación de los conjuntos \mathbb{N} y \mathbb{Z} .
- ✓ La recta numérica. Representación de enteros en la recta.
- ✓ Ordenación de números enteros.
- Operaciones con números enteros.
 - ✓ Suma y resta de números enteros. Opuesto de un número entero.
 - ✓ Multiplicación y división de enteros. Regla de los signos.
 - ✓ Resolución de operaciones combinadas, con paréntesis.
 - ✓ Potencias de base entera y exponente natural. Propiedades.
 - ✓ Raíz de un número entero.
- Resolución de problemas.
 - ✓ Resolución de problemas de múltiplos y divisores.
 - ✓ Resolución de problemas de máx.c.d. y de mín.c.m.
 - ✓ Resolución de problemas con operaciones varias de números enteros.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Usar los conceptos de múltiplo y divisor para analizar la estructura de los números.
- Aprender la utilidad de los números enteros para resolver situaciones cotidianas.

Comunicación lingüística

- Añadir todos los términos relacionados con números y divisibilidad al lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Representar modelos del entorno físico por medio de números enteros.

Tratamiento de la información y competencia digital

- Conocer el uso de los números primos en los sistemas digitales.

Social y ciudadana

- Conocer elementos tan habituales en la vida real, como salarios, pagos, deudas, ahorro, etc.

Cultural y artística

- Reconocer elementos numéricos presentes en diversas manifestaciones artísticas.

Aprender a aprender

- Asumir la importancia de esta unidad didáctica, como base para el resto del curso.

Autonomía e iniciativa personal

- Aplicar estrategias de investigación, mostrando iniciativa.

U. DIDÁCTICA 2. SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y SISTEMA SEXAGESIMAL.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Entender la estructura del sistema de numeración decimal.(*)
2. Aproximar números decimales.(*)
3. Operar con números decimales: suma, resta, multiplicación, división y raíz cuadrada.(*)
4. Transformar expresiones sexagesimales de forma compleja a incompleja y al revés.(*)
5. Operar con cantidades sexagesimales (suma, resta, multiplicación, división).(*)
6. Resolver problemas con cantidades decimales y sexagesimales.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Lee y escribe números decimales.
- 1.2. Realiza las equivalencias entre los distintos órdenes de unidades decimales y enteros.
- 1.3. Conoce los distintos tipos de números decimales (exactos, periódicos, etc.).
- 2.1. Sitúa los números decimales en la recta numérica.
- 2.2. Ordena varios números decimales.
- 3.1. Suma, resta y multiplica números decimales.
- 3.2. Realiza divisiones con divisor entero, aproximando el cociente hasta el orden deseado.
- 3.3. Realiza divisiones con divisor decimal, aproximando el cociente hasta el orden deseado.
- 3.4. Calcula la raíz cuadrada de un número decimal, aproximando hasta el orden deseado.
- 4.1. Transforma ángulos y tiempos de forma compleja a incompleja y al revés.
- 5.1. Opera con ángulos y tiempos.
- 6.1. Resuelve problemas con números decimales.
- 6.2. Resuelve problemas con cantidades sexagesimales.

CONTENIDOS .

- El sistema de numeración decimal.
 - ✓ Órdenes de unidades.
 - ✓ Clases de números decimales.
 - ✓ Orden en los números decimales: Los decimales en la recta numérica. Interpolación de un decimal entre dos dados.
 - ✓ Aproximación de un decimal a un determinado orden de unidades.
- Operaciones con números decimales.
 - ✓ Algoritmos para sumar, restar, multiplicar y dividir números decimales.
 - ✓ Operaciones combinadas
 - ✓ Algoritmo de la raíz cuadrada.
- El sistema sexagesimal.
 - ✓ Medida del tiempo.
 - ✓ Medida de ángulos.
 - ✓ Órdenes de unidades.
 - ✓ Expresiones en forma compleja e incompleja.
- Operaciones en el sistema sexagesimal.
 - ✓ Suma y resta.
 - ✓ Producto y cociente.
- Resolución de problemas.
 - ✓ Resolución de problemas con números decimales.
 - ✓ Resolución de problemas con cantidades sexagesimales.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Operar con destreza con números decimales en la vida real.

Comunicación lingüística

- Integrar el vocabulario relativo a números decimales y expresiones sexagesimales en el lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Emplear los números decimales y expresiones sexagesimales en el análisis del entorno físico.

Tratamiento de la información y competencia digital

- Reconocer la utilidad de los números decimales y expresiones sexagesimales en la información diaria.

- Utilizar la calculadora para facilitar las operaciones con los números decimales y expresiones sexagesimales.

Social y ciudadana

- Hacer uso de los números decimales y expresiones sexagesimales en la economía de la vida diaria.

Aprender a aprender

- Asumir la importancia de esta unidad didáctica, como base para el resto del curso.

Autonomía e iniciativa personal

- Decidir el método más adecuado para resolver problemas en los que aparezcan números decimales y expresiones sexagesimales.
- Decidir qué grado de aproximación necesitamos en las operaciones matemáticas de la vida cotidiana.

U. DIDÁCTICA 3: FRACCIONES.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Comprender el concepto de fracción.(*)
2. Reconocer cuando dos fracciones equivalentes.(*)
3. Calcular fracciones equivalentes.(*)
4. Operar con fracciones.(*)
5. Resolver problemas aritméticos con fracciones.
6. Relacionar los números decimales y racionales.(*)
7. Calcular potencias de exponente entero en las que aparecen números racionales.(*)
8. Utilizar las potencias de base diez para expresar cantidades muy pequeñas o muy grandes.(*)

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Entiende que una fracción es una parte de un todo.
- 1.2. Expresa una fracción en número decimal.
- 2.1. Identifica si dos fracciones son equivalentes.
- 3.1. Obtiene fracciones equivalentes a una dada.
- 3.2. Obtiene la fracción irreducible, de una dada, tras simplificar.
- 3.3. Reduce fracciones a común denominador.
- 3.4. Ordena fracciones.
- 4.1. Suma, resta, multiplica y divide fracciones.

- 4.2. Opera expresiones de números racionales y paréntesis.
- 5.1. Resuelve problemas de fracciones.
- 6.1. Identifica, dentro de un conjunto de números, los que son racionales.
- 6.2. Expresa en número racional un decimal exacto.
- 6.3. Expresa en número racional un decimal periódico.
- 7.1. Calcula potencias de base positiva o negativa y exponente natural.
- 7.2. Opera con potencias en las que aparecen números racionales.
- 8.1. Descompone polinómicamente un número decimal, según las potencias de base diez.
- 8.2. Aproxima un número muy grande o muy pequeño usando potencias de base diez.

CONTENIDOS .

- Definición de fracción.
- Equivalencia de fracciones.
 - ✓ Identificación de fracciones equivalentes.
 - ✓ Obtención de fracciones equivalentes.
 - ✓ Simplificación de fracciones.
 - ✓ Reducción de fracciones a común denominador.
 - ✓ Comparación y ordenación de fracciones.
- Operaciones simples (suma, resta, producto y cociente) con fracciones.
- Operaciones con fracciones en las que aparecen paréntesis.
- Potencias de números fraccionarios.
- Resolución de problemas de fracciones y sus operaciones.
- Los números racionales.
 - ✓ Identificación.
 - ✓ Transformación de un decimal en fracción.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Operar con destreza con números fraccionarios en la vida real.

Comunicación lingüística

- Integrar el vocabulario relativo a números fraccionarios en el lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Emplear los números fraccionarios en el análisis del entorno físico.

Social y ciudadana

- Reconocer la presencia de los números fraccionarios en el entorno diario, especialmente en las compras y las medidas.

Aprender a aprender

- Asumir la importancia de esta unidad didáctica, como base para aprendizajes venideros.

Autonomía e iniciativa personal

- Decidir el método más adecuado para resolver problemas en los que aparezcan números fraccionarios.

U. DIDÁCTICA 4: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Conocer los conceptos de razón y proporción. (*)
2. Reconocer las magnitudes directa o inversamente proporcionales. (*)
3. Resolver problemas de proporcionalidad directa o inversa. (*)
4. Manejar los distintos conceptos asociados a los porcentajes. (*)
5. Utilizar varios procedimientos para resolver problemas con porcentajes.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Obtiene la razón de dos números.
- 1.2. Identifica si dos razones forman una proporción.
- 1.3. Calcula el número desconocido de una proporción.
- 2.1. Diferencia las magnitudes proporcionales de las que no lo son.
- 2.2. Identifica si una relación de proporcionalidad entre magnitudes es directa o inversa.
- 2.3. Construye tablas de proporcionalidad directa e inversa.
- 3.1. Resuelve por reducción a la unidad problemas de proporcionalidad directa o inversa.
- 3.2. Resuelve por regla de tres problemas de proporcionalidad directa o inversa.
- 3.3. Resuelva con la constante de proporcionalidad problemas de proporcionalidad directa o inversa.
- 3.4. Resuelve problemas de proporcionalidad compuesta.
- 4.1. Asocia porcentaje con una proporción, con una fracción o con un número decimal.
- 4.2. Obtiene porcentajes directos.

4.3. Obtiene el total, conocidos la parte y el tanto por ciento.

4.4. Obtiene el tanto por ciento, conocidos el total y la parte.

5.1. Resuelve problemas de porcentajes.

5.2. Resuelve problemas de intereses bancarios.

CONTENIDOS .

- Razones y proporciones.
 - ✓ Elementos: Medios y extremos.
 - ✓ Equivalencia de fracciones.
 - ✓ Cálculo del término desconocido de una proporción.
- Magnitudes directamente proporcionales.
 - ✓ Tablas de valores.
 - ✓ Constante de proporcionalidad.
- Magnitudes inversamente proporcionales.
 - ✓ Tablas de valores.
- Proporcionalidad compuesta.
 - ✓ Identificación de las distintas relaciones de proporcionalidad cuando se relacionan más de dos magnitudes.
- Porcentajes.
 - ✓ El porcentaje como proporción, fracción y número decimal.
 - ✓ Cálculo de porcentajes.
- Interés bancario.
 - ✓ El interés simple.
- Resolución de problemas.
 - ✓ Problemas de proporcionalidad directa e inversa: Método de reducción a la unidad. Regla de tres. Constante de proporcionalidad.
 - ✓ Problemas de proporcionalidad compuesta.
 - ✓ Problemas de porcentajes.
 - ✓ Resolución de problemas de interés bancario.

COMPETENCIAS.

Matemática.

- Operar con agilidad el método de reducción a la unidad y la regla de tres en la vida real.

Comunicación lingüística.

- Integrar el vocabulario relativo a proporcionalidad y porcentajes en el lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico.

- Emplear la proporcionalidad y los porcentajes en el análisis del entorno físico.

Tratamiento de la información y competencia digital.

- Utilizar la calculadora a la hora de manejar proporcionalidad y porcentajes.

Social y ciudadana.

- Reconocer la presencia de la proporcionalidad y los porcentajes en el entorno diario, especialmente en las operaciones bancarias y compras.

Cultural y artística.

- Reconocer la belleza de las proporciones en el arte.

Aprender a aprender.

- Decidir el método más adecuado para resolver problemas en los que aparezcan proporcionalidad y los porcentajes.

Autonomía e iniciativa personal.

- Valorar la importancia de esta unidad didáctica en la vida real.

U.DIDÁCTICA 5: POLINOMIOS.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Usar el álgebra para expresar y generalizar propiedades y relaciones.(*)
2. Conocer la definición y los elementos relativos a los monomios.(*)
3. Operar con monomios.(*)
4. Conocer la definición y los elementos relativos a los polinomios.(*)
5. Operar con polinomios.(*)
6. Conocer los productos notables más importantes y sus aplicaciones.(*)

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Traduce a lenguaje algebraico datos con números desconocidos.
- 1.2. Expresa en lenguaje algebraico propiedades o relaciones matemáticas.
- 2.1. Conoce la definición de monomio.

- 2.2. Identifica valor numérico, grado, coeficiente y parte literal en un monomio.
- 2.3. Reconoce cuando dos monomios son semejantes.
- 3.1. Realiza operaciones con monomios (suma, resta, multiplicación y división).
- 4.1. Conoce la definición de polinomio.
- 4.2. Identifica valor numérico y grado en un polinomio.
- 5.1. Realiza operaciones con polinomios (opuesto, suma, resta, multiplicación y división).
- 5.2. Extrae factor común.
- 6.1. Conoce y aplica las fórmulas de los productos notables más importantes.

CONTENIDOS .

- El lenguaje algebraico.
 - ✓ Generalizaciones, propiedades, fórmulas.
 - ✓ Traducción de datos de enunciados a lenguaje algebraico.
- Monomios.
 - ✓ Coeficiente, parte literal, grado.
 - ✓ Monomios semejantes.
 - ✓ Operaciones con monomios.
- Polinomios.
 - ✓ Grado y valor numérico.
 - ✓ Operaciones con polinomios.
 - ✓ Opuesto de un polinomio.
 - ✓ Extracción de factor común.
- Productos notables.
 - ✓ Aplicación de los productos notables a la hora de descomponer un polinomio y en la simplificación de fracciones algebraicas.

COMPETENCIAS.

Matemática.

- Interpretar expresiones algebraicas.

Comunicación lingüística.

- Traducir datos matemáticos a lenguaje algebraico.

Conocimiento e interacción con el mundo físico.

- Emplear la proporcionalidad y los porcentajes en la modelización del entorno físico.

Tratamiento de la información y competencia digital.

- Valorar la utilidad del álgebra en los procesos informáticos.

Aprender a aprender.

- Valorar el álgebra como pilar de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal.

- Elegir los métodos adecuados para operar con expresiones algebraicas.

U.DIDÁCTICA 6: ECUACIONES DE 1ER Y 2º GRADO.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Conocer el concepto de ecuación y su utilidad. (*)
2. Manejar los elementos y nomenclatura de las ecuaciones: miembros, términos, incógnitas, soluciones y grado. (*)
3. Reconocer cuando dos ecuaciones son equivalentes. (*)
4. Resolver ecuaciones sencillas mediante transposición de términos. (*)
5. Resolver ecuaciones que incluyan paréntesis y denominadores.
6. Resolver problemas sencillos de ecuaciones de primer grado. (*)
7. Resolver problemas de dificultad media y alta de ecuaciones de primer grado.
8. Reconocer cuando una ecuación es de 2º grado y expresarla en su forma general.
9. Resolver ecuaciones incompletas de segundo grado.
10. Conocer y aplicar la fórmula general de las ecuaciones de 2º grado.
11. Resolver problemas de ecuaciones de 2º grado.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Reconoce cuando un valor es solución de una ecuación.
- 1.2. Escribe una ecuación cuya solución es un valor predefinido.
- 2.1. Maneja con soltura las definiciones de miembros, términos, incógnitas, soluciones y grado.
- 3.1. Reconoce si 2 ecuaciones son equivalentes.
- 4.1. Transpone términos en una ecuación.
- 4.2. Resuelve ecuaciones sencillas, sin paréntesis ni denominadores.
- 5.1. Resuelve ecuaciones con paréntesis y/o con denominadores.
- 6.1. Resuelve problemas sencillos de relaciones entre números.

7.1. Resuelve problemas de dificultad media y alta (edades, dinero, de móviles, de mezclas, geométricos...).

8.1. Reconoce si una ecuación es de 2º grado.

9.1. Resuelve ecuaciones de 2º grado incompletas.

10.1. Conoce la fórmula general de resolución de ecuaciones de 2º grado.

10.2. Resuelve ecuaciones de 2º grado expresadas en la forma general.

10.3. Resuelve ecuaciones de segundo grado que exigen la previa transformación a la forma general.

11.1. Resuelve problemas de ecuaciones de 2º grado.

CONTENIDOS .

- Ecuaciones de primer grado.
 - ✓ Definición.
 - ✓ Elementos: términos, miembros, incógnitas y soluciones.
 - ✓ Transposición de términos.
 - ✓ Resolución de ecuaciones sencillas, sin paréntesis ni denominadores.
 - ✓ Resolución de ecuaciones con paréntesis y/o con denominadores. Procedimiento general.
 - ✓ Resolución de problemas de ecuaciones de primer grado. Algoritmo.
- Ecuación de segundo grado.
 - ✓ Criterio para reconocer si una ecuación es de 2º grado. Forma general
 - ✓ Soluciones de una ecuación de segundo grado.
 - ✓ Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas.
 - ✓ Fórmula para la resolución de ecuaciones de segundo grado. Aplicación.
 - ✓ Resolución de problemas de ecuaciones de 2º grado.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Utilizar las ecuaciones como herramienta para resolver problemas de la vida diaria.

Comunicación lingüística

- Traducir datos de problemas a lenguaje algebraico.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Emplear las ecuaciones como recurso de la modelización del entorno físico.

Tratamiento de la información y competencia digital

- Valorar la utilidad del lenguaje algebraico en los procesos informáticos.

Aprender a aprender

- Valorar las ecuaciones como pilar de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir distintas opciones y estrategias para resolver problemas con ecuaciones.

UD. DIDÁCTICA 7: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Conocer los conceptos de ecuación lineal y de solución de una ecuación lineal. (*)
2. Representar gráficamente una ecuación lineal. (*)
3. Conocer el concepto de sistema de ecuaciones lineales y de solución de un sistema de ecuaciones lineales. (*)
4. Interpretar gráficamente la solución de un sistema. (*)
5. Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución. (*)
6. Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación. (*)
7. Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción. (*)
8. Resolver problemas sencillos usando sistemas de ecuaciones. (*)
9. Resolver problemas de dificultad media-alta usando sistemas de ecuaciones.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Reconoce una ecuación lineal.
- 1.2. Reconoce si una pareja de valores x , y es solución de una ecuación de primer grado con dos incógnitas.
- 2.1. Representa en el plano cartesiano una ecuación lineal, construyendo una tabla de valores x , y .
- 3.1. Reconoce un sistema de ecuaciones lineales.
- 3.2. Reconoce si una pareja de valores x , y es solución de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

4.1. Reconoce, viendo la representación gráfica de un sistema de ecuaciones lineales, si el sistema tiene solución, no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

4.2. Obtiene gráficamente la solución de un sistema de ecuaciones lineales.

5.1. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución.

6.1. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación.

7.1. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción.

8.1. Resuelve problemas sencillos (relaciones numéricas, aritméticos, etc.) con sistemas de ecuaciones.

9.1. Resuelve problemas de dificultad media-alta con ayuda de los sistemas de ecuaciones.

CONTENIDOS .

- Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
 - ✓ Definición de ecuación lineal.
 - ✓ Solución de una ecuación lineal.
 - ✓ Representación gráfica mediante asignación de valores en una tabla.
- Sistema de ecuaciones lineales.
 - ✓ Definición de sistema de ecuaciones lineales.
 - ✓ Solución de un sistema de ecuaciones lineales.
 - ✓ Interpretación gráfica de la solución de un sistema de ecuaciones lineales: Sistemas con infinitas soluciones. Sistemas indeterminados. Sistemas incompatibles o sin solución.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
 - ✓ Método de sustitución.
 - ✓ Método de igualación.
 - ✓ Método de reducción.
 - ✓ Resolución de problemas con la ayuda de los sistemas de ecuaciones.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Utilizar los sistemas de ecuaciones como herramienta para resolver problemas basados en la vida diaria.

Comunicación lingüística

- Traducir datos de problemas a lenguaje algebraico.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Emplear los sistemas de ecuaciones como recurso para la modelización del entorno físico.

Tratamiento de la información y competencia digital

- Valorar la utilidad del lenguaje algebraico en los procesos informáticos.

Aprender a aprender

- Valorar las ecuaciones como pilar de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir distintas opciones y estrategias para resolver problemas con ecuaciones.

UD. DIDÁCTICA 8: FUNCIONES.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Conocer y manejar el sistema de coordenadas cartesianas.(*)
2. Comprender el concepto de función.(*)
3. Analizar la gráfica de una función: crecimiento y decrecimiento.(*)
4. Construir la gráfica de una función con una tabla de valores.(*)
5. Reconocer si una función es lineal.(*)
6. Representar una función lineal.(*)
7. Analizar la gráfica de una función lineal, en función del valor de su pendiente.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Sitúa puntos en el plano a partir de sus coordenadas y viceversa.
- 2.1. Distingue si una gráfica representa o no una función.
- 3.1. Analiza una gráfica de una función e identifica si en un tramo es constante, crece o decrece.
- 4.1. Dada una función, construye una tabla de valores x,y y la representa por puntos en el plano.
- 5.1. Reconoce una función lineal.
- 6.1. Representa una función lineal, del tipo $y=m*x$, y obtiene la pendiente de la recta.
- 6.2. Representa una función lineal, del tipo $y=m*x + n$, y obtiene la pendiente de la recta y la ordenada en el origen.
- 6.3. Representa una función lineal, $y=k$.

7.1. Analiza la gráfica de una función lineal, en función del valor de la pendiente.

CONTENIDOS .

- Las funciones y sus elementos.
 - ✓ Variable dependiente y variable independiente.
 - ✓ Coordenadas de un punto.
 - ✓ Tablas de valores y construcción de gráficas
 - ✓ Ejes coordenados.
 - ✓ Gráficas que representan funciones y las que no.
 - ✓ Crecimiento y decrecimiento.
- Funciones lineales.
 - ✓ Funciones lineales del tipo $y = m \cdot x$ (función de proporcionalidad). Pendiente. Representación gráfica.
 - ✓ Funciones lineales del tipo $y = m \cdot x + n$. Pendiente y ordenada en el origen. Representación gráfica.
 - ✓ La función constante $y = k$. Representación gráfica.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Dominar el concepto de función y su representación gráfica.

Comunicación lingüística

- Traducir los datos de un texto a una función con su gráfica.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Modelar el entorno físico con funciones y sus gráficas correspondientes.

Social y ciudadana

- Entender las informaciones que se nos dan en forma de gráficas y funciones.

Aprender a aprender

- Valorar las funciones como pilar de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Aplicar estrategias para resolver un problema con funciones.

UD. DIDÁCTICA 9: SEMEJANZA. TEOREMA DE THALES Y PITÁGORAS.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Reconocer cuando dos figuras son semejantes. (*)
2. Comprender el concepto de razón de semejanza. (*)
3. Aplicar la razón de semejanza para construir figuras semejantes y para calcular indirectamente longitudes. (*)
4. Conocer y aplicar el Teorema de Thales. (*)
5. Conocer y aplicar los criterios de semejanza de triángulos rectángulos. (*)
6. Resolver problemas geométricos utilizando los conceptos de la semejanza.
7. Conocer y aplicar el teorema de Pitágoras. (*)

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Reconoce, entre varias figuras, las que son semejantes.
- 2.1. Comprende el concepto de razón de semejanza.
- 3.1. Construye figuras semejantes a una dada la razón de semejanza.
- 3.2. Conoce el concepto de escala y lo aplica al interpretar planos y mapas.
- 4.1. Reconoce triángulos rectángulos semejantes aplicando los criterios de semejanza.
- 5.1. Conoce y aplica el Teorema de Thales.
- 6.1. Calcula la altura de un objeto a partir de su sombra.
- 6.2. Calcula la altura de un objeto sin recurrir a la sombra.
- 7.1. Dadas las longitudes de los tres lados de un triángulo, reconoce si es rectángulo o no.
- 7.2. Calcula el lado desconocido de un triángulo rectángulo, conocidos los otros dos.
- 7.3. Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas geométricos.

CONTENIDOS .

- Figuras semejantes.
 - ✓ Razón de semejanza.
 - ✓ Relación entre las áreas de dos figuras semejantes.
 - ✓ Relación entre los volúmenes de dos figuras semejantes.
 - ✓ Planos y mapas. Maquetas. Escalas.
- Semejanza de triángulos.
 - ✓ Triángulos semejantes.
 - ✓ Teorema de Tales. Triángulos en posición de Tales.
 - ✓ La semejanza en triángulos rectángulos.
- Aplicaciones de la semejanza.

- ✓ Cálculo de la altura de un objeto vertical a partir de su sombra.
- ✓ Cálculo de la altura de un objeto vertical sin recurrir a la sombra.
- Teorema de Pitágoras.
 - ✓ Enunciado y demostración gráfica.
 - ✓ Catetos e hipotenusa.
 - ✓ Conociendo los lados de un triángulo, hallar si es rectángulo.
 - ✓ Cálculo de la hipotenusa conociendo los catetos.
 - ✓ Cálculo de un cateto conociendo el otro y la hipotenusa.
 - ✓ Aplicaciones del teorema de Pitágoras.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Aplicar todo lo visto en la unidad didáctica a problemas geométricos de la vida cotidiana.

Comunicación lingüística

- Usar los términos relativos a la semejanza e incorporarlos al lenguaje cotidiano.

Social y ciudadana

- Tomar conciencia de la utilidad de la geometría en arquitectura, agricultura, etc.

Cultural y artística

- Reconocer lo visto en la unidad didáctica en las diferentes formas de creación artística.

Aprender a aprender

- Valorar los Teoremas de Thales y Pitágoras como hitos de las Matemáticas de todos los tiempos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir estrategias adecuadas para resolver problemas geométricos variados.

UD. DIDÁCTICA 10: CUERPOS EN EL ESPACIO.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Identificar los diferentes tipos de cuerpos geométricos: prismas, pirámides, troncos de pirámide, poliedros regulares, cilindros, conos, troncos de cono y esferas.(*)

2. Reconocer los elementos característicos de cada tipo de cuerpos geométricos. (*)
3. Clasificar cada tipo de cuerpo geométrico según diversos criterios: rectos-oblicuos; regulares-irregulares; etc. (*)
4. Realizar el desarrollo de cada tipo de cuerpo geométrico. (*)
5. Calcular la superficie lateral y la superficie total de cada tipo de cuerpo geométrico.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Define qué es un prisma.
- 1.2. Define qué es una pirámide.
- 1.3. Define qué es un tronco de pirámide.
- 1.4. Define qué es un poliedro regular.
- 1.5. Define qué es un cilindro.
- 1.6. Define qué es un cono.
- 1.7. Define qué es un tronco de cono.
- 1.8. Define qué es una esfera, un casquete esférico y una zona esférica.
- 2.1. Reconoce los elementos de un prisma: bases, caras laterales y altura.
- 2.2. Reconoce los elementos de una pirámide regular: apotema, bases, caras laterales, altura y vértice.
- 2.3. Reconoce los elementos de un tronco de pirámide: apotema, bases, caras laterales y altura.
- 2.4. Reconoce los elementos de un cilindro: bases y altura.
- 2.5. Reconoce los elementos de un cono: generatriz, base y altura.
- 2.6. Reconoce los elementos de un tronco de cono: generatriz, bases y altura.
- 2.7. Reconoce los elementos de una esfera: centro, radio, círculo máximo.
- 3.1. Clasifica los prismas según el polígono de las bases.
- 3.2. Reconoce qué es un prisma regular.
- 3.3. Diferencia entre prisma recto y oblicuo.
- 3.4. Reconoce qué es una pirámide regular.
- 3.5. Clasifica las pirámides según el polígono de la base.
- 3.6. Reconoce qué es un tronco de pirámide regular.
- 3.7. Conoce los tipos de poliedros regulares.
- 4.1. Realiza el desarrollo de un prisma recto.
- 4.2. Realiza el desarrollo de una pirámide regular.
- 4.3. Realiza el desarrollo de un tronco de pirámide.
- 4.4. Realiza el desarrollo de los poliedros regulares.
- 4.5. Realiza el desarrollo de un cilindro.
- 4.6. Realiza el desarrollo de un cono.

- 4.7. Realiza el desarrollo de un tronco de cono.
- 5.1. Calcula la superficie lateral y total de un prisma.
- 5.2. Calcula la superficie lateral y total de una pirámide regular.
- 5.3. Calcula la superficie lateral y total de un tronco de pirámide.
- 5.4. Calcula la superficie lateral y total de un cilindro.
- 5.5. Calcula la superficie lateral y total de un cono.
- 5.6. Calcula la superficie lateral y total de un tronco de cono.
- 5.7. Calcula las superficies de la esfera, del casquete esférico y de la zona esférica.

CONTENIDOS .

- Prismas. Pirámides. Troncos de pirámide. Poliedros regulares.
 - ✓ Definición. Tipos.
 - ✓ Elementos.
 - ✓ Desarrollo.
 - ✓ Áreas lateral y total.
- Cuerpos de revolución: Cilindros. Troncos de cono. Esferas.
 - ✓ Definición. Tipos.
 - ✓ Elementos.
 - ✓ Desarrollo.
 - ✓ Áreas lateral y total.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Aplicar todo lo visto en la unidad didáctica a problemas geométricos de la vida cotidiana.

Comunicación lingüística

- Usar los términos vistos en la unidad didáctica e incorporarlos al lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Describir el entorno físico con lo visto en esta unidad didáctica.

Cultural y artística

- Apreciar la existencia de elementos geométricos en las expresiones artísticas.

Aprender a aprender

- Valorar lo visto en esta unidad como base de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir estrategias adecuadas para resolver problemas geométricos variados.

UD. DIDÁCTICA 11: VOLÚMENES.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Comprender el concepto de volumen.(*)
2. Conocer y manejar las unidades de medida de volumen.(*)
3. Entender el Principio de Cavalieri.
4. Aplicar las fórmulas para calcular el volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas.(*)
5. Resolver problemas geométricos sencillos relacionados con cálculo de volúmenes.(*)
6. Resolver problemas geométricos de dificultad media-alta relacionados con cálculo de volúmenes.

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Comprende el concepto de volumen.
- 2.1. Transforma unidades de volumen a otras.
- 2.2. Pasa un volumen expresado en forma compleja a incompleja, y al revés.
- 3.1. Entiende y aplica el Principio de Cavalieri .
- 4.1. Calcula el volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos o esferas.
- 5.1. Calcula el volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos o esferas, aplicando la fórmula de manera inmediata.
- 5.2. Calcula el volumen de prismas, cilindros, pirámides, conos o esferas, hallando previamente datos necesarios para aplicar la fórmula del volumen.
- 6.1. Resuelve problemas de volumen que impliquen el cálculo de costes, superficies, etc.

CONTENIDOS .

- Concepto de volumen y unidades.
 - ✓ Capacidad y volumen.
 - ✓ Unidades de volumen. Equivalencias.
 - ✓ Paso de forma compleja a incompleja, y al revés.

- Principio de Cavalieri.
 - ✓ Definición.
 - ✓ Aplicación práctica.
- Cálculo del volumen de cuerpos geométricos. Cálculo.
 - ✓ Volumen de prismas.
 - ✓ Volumen de cilindros.
 - ✓ Volumen de pirámides.
 - ✓ Volumen de conos.
 - ✓ Volumen del tronco de pirámide y del tronco de cono.
 - ✓ Volumen de la esfera y cuerpos asociados.
- Resolución de problemas.
 - ✓ Resolución de problemas de cálculo de volúmenes.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Aplicar todo lo visto en la unidad didáctica a problemas geométricos de la vida cotidiana.

Comunicación lingüística

- Usar los términos vistos en la unidad didáctica e incorporarlos al lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Describir el entorno físico con lo visto en esta unidad didáctica.

Cultural y artística

- Apreciar la existencia de cuerpos geométricos en las expresiones artísticas.

Aprender a aprender

- Valorar lo visto en esta unidad como base de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir estrategias adecuadas para resolver problemas de cuerpos geométricos.

UD. DIDÁCTICA 12: ESTADÍSTICA.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS.

1. Entender el concepto de variable estadística. (*)
2. Diferenciar entre los tipos de variables estadísticas. (*)
3. Elaborar e interpretar tablas de frecuencias. (*)
4. Representar los datos estadísticos en distintos tipos de gráficos: diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias, diagrama de sectores, pictograma, pirámide de población y climograma. (*)
5. Calcular los parámetros estadísticos básicos de centralización: media, mediana, moda. (*)
6. Entender el concepto de simetría y asimetría de una distribución.
7. Calcular los parámetros estadísticos básicos de dispersión: recorrido, desviación media.
8. Calcular los parámetros estadísticos básicos de posición: cuartiles.
9. Elaborar diagramas de caja (o de caja y bigotes).
10. Elaborar tablas de doble entrada. (*)

Nota: Los Objetivos Didácticos mínimos están señalados con el símbolo ()*

CRITERIOS DE EVALUACIÓN.

- 1.1. Entiende el concepto de variable estadística.
- 2.1. Distingue entre variables cualitativas o cuantitativas, discretas o continuas.
- 3.1. Elabora e interpreta tablas de frecuencias.
- 4.1. Representa e interpreta datos estadísticos reflejados en gráficos como: diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias, diagrama de sectores, pictograma, pirámide de población y climograma.
- 5.1. Calcula la media, la mediana y la moda de un conjunto de valores.
- 6.1. Entiende el concepto de simetría y asimetría de una distribución.
- 7.1. Calcula el recorrido y la desviación media de un conjunto de valores.
- 8.1. Calcula diferentes cuartiles de un conjunto de valores.
- 9.1. Elabora diagramas de caja (o de caja y bigotes).
- 10.1. Elabora tablas de doble entrada.

CONTENIDOS .

- Proceso para realizar estadísticas.
- Variables estadísticas.
 - ✓ Variables estadísticas cuantitativas y cualitativas.
 - ✓ Variables estadísticas discretas y continuas.
 - ✓ Frecuencia. Tabla de frecuencias.
- Representación gráfica de estadísticas.
 - ✓ Diagramas de barras.

- ✓ Histogramas.
- ✓ Polígonos de frecuencias.
- ✓ Diagramas de sectores.
- ✓ Pictograma.
- ✓ Pirámide de población.
- ✓ Climograma.
- ✓ Diagrama de caja y bigotes.
- Parámetros estadísticos.
 - ✓ Media, mediana y moda
 - ✓ Recorrido, Desviación media.
 - ✓ Tipos de cuartiles.
- Tablas de doble entrada.

COMPETENCIAS.

Matemática

- Saber preparar e interpretar un estudio estadístico.

Comunicación lingüística

- Usar los términos vistos en la unidad didáctica e incorporarlos al lenguaje cotidiano.

Conocimiento e interacción con el mundo físico

- Describir el entorno físico con procedimientos estadísticos.

Social y ciudadana

- Analizar críticamente los datos estadísticos provenientes de los medios de información.

Aprender a aprender

- Valorar lo visto en esta unidad como base de muchos otros conocimientos matemáticos.

Autonomía e iniciativa personal

- Elegir estrategias adecuadas a la hora de enfrentarse al análisis de un estudio estadístico.

2.10 Temporalización.

A continuación se propone una estimación (siempre habrá cierta flexibilidad para realizar cambios) de la duración de los bloques y unidades didácticas para los contenidos de las Matemáticas en 2º de ESO.

Según lo establecido por el Calendario Escolar para el curso 2014/2015 (Resolución de 27 de mayo de 2014, de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte), la duración aproximada del curso escolar es de 35 semanas, pero de forma práctica se programa para 30 semanas (Luengo, 2001). Las sesiones dedicadas a evaluación no están aquí incluidas. En cada semana habrá 4 sesiones de 55 minutos cada una.

Bloque I: Números.

Unidades Didácticas:

1. Divisibilidad y números enteros.....9 sesiones.
2. Sistema de numeración decimal y sistema sexagesimal.....8 sesiones.
3. Fracciones.....12 sesiones.
4. Proporcionalidad y porcentajes.....11 sesiones.

Bloque II Álgebra.

Unidades Didácticas:

5. Polinomios.....11 sesiones.
6. Ecuaciones de 1er y 2º grado.....12 sesiones.
7. Sistemas de ecuaciones lineales.....9 sesiones.

Bloque III: Funciones y gráficas.

Unidades Didácticas:

8. Funciones.....8 sesiones.

Bloque IV: Geometría.

Unidades Didácticas:

9. Semejanza. Teorema de Thales y Pitágoras.....12 sesiones.
10. Cuerpos en el espacio.....12 sesiones.
11. Volúmenes.....6 sesiones.

Bloque V: Estadística y Probabilidad.

Unidades Didácticas:

12. Estadística.....10 sesiones.

Si agrupamos por trimestres o evaluaciones:

- 1ª Evaluación: Unidades didácticas 1,2,3 y 4 (Bloque de Números).....40 sesiones

- 2ª Evaluación: Unidades didácticas 5,6,7 y 8 (Bloques de Álgebra y de Funciones-Gráficas).....40 sesiones
- 3ª Evaluación: Unidades didácticas 9,10,11 y 12 (Bloques de Geometría y Estadística-Probabilidad).....40 sesiones.

Se procede a continuación (ver Tabla 1) con un cuadro comparativo en la que se pueden ver las diferencias (en ordenación, en sesiones, etc.) entre las programaciones didácticas anuales del IES en el Prácticum y la propuesta en el TFM:

Tabla 1
Comparación Programaciones IES del Prácticum y del TFM.

PROGRAMACIÓN IES DEL PRÁCTICUM		PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA TFM	
U. DIDÁCTICA	SESIONES	U. DIDÁCTICA	SESIONES
DIVISIBILIDAD Y N. ENTEROS	10	DIVISIBILIDAD Y N. ENTEROS	9
SIS. NUM. DECIMAL Y SEXAGESIMAL	10	SIS. NUM. DECIMAL Y SEXAGESIMAL	8
FRACCIONES	10	FRACCIONES	12
PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES	10	PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES	11
ÁLGEBRA	10	POLINOMIOS	11
ECUACIONES	10	ECUACIONES	12
SISTEMAS DE ECUACIONES	10	SISTEMAS DE ECUACIONES	9
TEOREMA DE PITÁGORAS. SEMEJANZA.	10	FUNCIONES	8
CUERPOS GEOMÉTRICOS	10	SEMEJANZA. THALES Y PITÁGORAS	12
MEDIDA DEL VOLUMEN.	10	CUERPOS EN EL ESPACIO	12
FUNCIONES	12	VOLÚMENES	6
ESTADÍSTICA	12	ESTADÍSTICA	10
TOTAL	124	TOTAL	120

Fuente: Elaboración propia.

2.11. Recursos Materiales.

Los recursos que se prevé usar, para llevar a cabo la Programación Didáctica del curso, son:

- Libro de texto Matemáticas 2º de E.S.O.
- Cuaderno de clase (teoría y ejercicios).
- Pizarra digital, con la que presentar todo tipo de información, usar programas y acceder a internet.
- Ordenadores portátiles Escuela 2.0.

- Textos de Historia de las Matemáticas.
- Materiales audiovisuales y/o interactivos, que presenten los contenidos de forma alternativa o que introduzcan determinados aspectos de la Historia de las Matemáticas.
- Calculadora científica con funciones estadísticas, trigonométricas y logarítmicas. No obstante, su uso quedará restringido a determinados días en los que se practicará su funcionamiento. En general, se considera más importante fomentar la agilidad mental y de cálculo en alumnos de esta edad.
- Programas didácticos de Matemáticas y de hojas de cálculo: Wxmaxima, Geogebra, Cabri, etc., con el que el profesor mostrará la correspondencia gráfica de expresiones algebraicas, la variación de elementos gráficos con parámetros, etc.
- Conexión de internet.
- Otros materiales didácticos: instrumentos de medida y dibujo, pegamento, tijeras, cartulina, etc. para elaborar materiales relacionados con la geometría, cuya manipulación física favorezca la visión espacial del alumno.

2.12. Temas Transversales.

El desarrollo de las competencias básicas es uno de los objetivos a alcanzar en la etapa de ESO. Dichas competencias necesitan, para su progreso, de temas transversales, los cuales no son objeto de estudio específico en una materia determinada (podemos exceptuar Educación para la ciudadanía y los derechos humanos en 3º, o Educación ético-cívica en 4º).

En concreto, si nos fijamos en la competencia social y ciudadana, la legislación vigente (Decreto 74/2007 del Principado de Asturias) dice:

Esta competencia hace posible comprender la realidad social en que se vive, cooperar, convivir y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad plural, así como comprometerse a contribuir a su mejora. En ella están integrados conocimientos diversos y habilidades complejas que permiten participar, tomar decisiones, elegir cómo comportarse en determinadas situaciones y responsabilizarse de las elecciones y decisiones adoptadas.

Por su parte las Matemáticas contribuyen a la competencia social y ciudadana, fundamentalmente a través del análisis funcional, de la estadística y de la resolución de problemas, los cuales ayudan a describir fenómenos sociales y aportan criterios para adoptar alternativas y tomar decisiones.

En la Programación de Matemáticas de 2º de ESO, el tratamiento de estos temas se llevará a cabo a través de la resolución de ejercicios, procurando que los enunciados y datos de los mismos obedezcan a la realidad del tema tratado.

Los temas transversales que se podrían tratar dentro de la asignatura de Matemáticas en 2º de ESO, serían (entre otros):

- Educación para la igualdad de oportunidades entre ambos sexos.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, especialmente las pertenecientes al Bloque de Números y la de Estadística.
 - ✓ Actividades: Datos estadísticos varios, gráficos, etc.
- Educación del consumidor.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, fundamentalmente las de los Bloques de Números, Álgebra y Funciones, junto con la unidad de Estadística.
 - ✓ Actividades: Relacionadas con compras, ventas, finanzas del hogar, gráficos de consumo, recibos de compras, estadísticas, etc.
- Educación para la paz.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, principalmente Estadística y las de los Bloques de Álgebra y Funciones.
 - ✓ Actividades: Relacionadas con los métodos de encuestas, de asignación de escaños, de diversos datos estadísticos, etc.
- Educación medioambiental.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, principalmente Estadística y las de los Bloques de Álgebra y Funciones.
 - ✓ Actividades: Relacionadas con la escasez de agua, distribución de alimentos, calidad del aire, desertificación, etc.
- Educación sexual.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, fundamentalmente las de los Bloques de Números, Álgebra y Funciones, junto con la unidad de Estadística.
 - ✓ Actividades: Relacionadas con datos estadísticos varios, gráficos, etc.
- Educación vial.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, especialmente la unidad dedicada a Semejanza.

- ✓ Actividades: Relacionadas con escalas, planos, mapas, estadísticas, etc.
- Educación para la salud.
 - ✓ U. Didácticas: Todas, principalmente Estadística y las de los Bloques de Álgebra y Funciones.
 - ✓ Actividades: Relacionadas con los beneficios del ejercicio físico, los distintos hábitos alimenticios, el consumo de drogas, etc.

2.13. Atención a la Diversidad.

El Decreto 74/2007 del Principado de Asturias afirma, en su capítulo III, dedicado a la atención a la diversidad del alumnado:

Se entiende por atención a la diversidad el conjunto de actuaciones educativas dirigidas a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones e intereses, situaciones sociales, culturales, lingüísticas y de salud del alumnado.

En un grupo de alumnos no todos pueden tener el mismo ritmo de aprendizaje, aunque todos ellos tendrán que superar unos objetivos mínimos en la asignatura. En el aula objeto de la Programación Didáctica (2º A, de ESO) tenemos:

- 25 alumnos en total.
- 2 inmigrantes sudamericanos, de incorporación tardía.
- 2 alumnos repetidores.
- 3 alumnos que han promocionado con la asignatura de Matemáticas de 1º de ESO pendiente.
- 1 alumno diagnosticado como de altas capacidades.
- 1 alumno diagnosticado de TDAH (hiperactividad).
- 1 alumno con necesidades educativas especiales (discapacitado visual por parálisis cerebral), con profesor de apoyo dentro del aula la mitad de las horas lectivas de esta asignatura.
- No existen adaptaciones curriculares significativas en el aula.
- No existe la posibilidad de agrupamientos flexibles o desdobles.

Partiendo de lo reflejado en el Plan de Atención a la Diversidad (PAD) del centro y de las orientaciones realizadas por el Departamento de Orientación, la Programación Didáctica de Aula incluirá:

- Evaluación de diagnóstico-inicial: Se realizará al comenzar el curso, sobre la base de lo aprendido en el curso anterior (1º de ESO), para detectar qué alumnos previsiblemente necesitarán un tratamiento diversificado.

- Programar actividades con tres niveles de dificultad (adaptaciones curriculares no significativas), para cada unidad didáctica, lo que permitirá adaptar el proceso de enseñanza-aprendizaje a las necesidades particulares de cada alumno. En concreto:
 - ✓ Nivel 1: Actividades a realizar por todo el alumnado.
 - ✓ Nivel 2: Actividades de refuerzo. Para el alumnado con dificultades de aprendizaje.
 - ✓ Nivel 3: Actividades ampliación/complementarias. Para los alumnos con altas capacidades.

No será necesario que todos los alumnos realicen todas las actividades del Nivel 1, porque algunos ejercicios de este nivel serán sustituidos, a criterio del profesor, por actividades del nivel 2 ó 3.

- Metodología diferenciada para cada nivel de alumnos.
 - ✓ Uso de TICs. Especialmente indicado para:
 - Para alumnos con dificultades de aprendizaje.
 - Para alumnos de altas capacidades.
 - Para alumno con TDAH.
 - Para alumnos inmigrantes de incorporación tardía.
 - ✓ Empleo de materiales adaptados. Especialmente indicado para:
 - Para alumnos inmigrantes de incorporación tardía (resúmenes y esquemas de cada unidad didáctica, figuras geométricas que subsanen los problemas de abstracción y visión espacial, etc.).
 - Para alumno con parálisis cerebral. (Apuntes y fotocopias ampliados).
 - Para alumnos con dificultades de aprendizaje y alumno con TDAH (resúmenes y esquemas de cada unidad didáctica, figuras geométricas que subsanen los problemas de abstracción y visión espacial).
 - ✓ Realización de actividades en pequeño grupo. Especialmente indicado para:
 - Para alumnos con dificultades de aprendizaje.
 - Para alumnos de altas capacidades.
 - Para alumnos inmigrantes de incorporación tardía.

- ✓ Empleo del aprendizaje por proyectos. Especialmente indicado para:
 - Para alumnos con dificultades de aprendizaje.
 - Para alumnos inmigrantes de incorporación tardía.
- Evaluación diferenciada para cada nivel de alumnos.
 - ✓ Uso de exámenes orales, si así lo requiere el alumno.
 - Para alumno con TDAH.
 - Para alumnos con dificultades de aprendizaje.
 - ✓ Realización de exámenes en dos sesiones, si así lo requiere el alumno.
 - Para alumno con parálisis cerebral.
- Coordinación con Profesor de Apoyo (P.T.) dentro del aula: En el caso del alumno con parálisis cerebral, será necesario coordinarse previamente con el profesor de apoyo para ver cómo adaptar los contenidos de cada unidad didáctica y suplirle cuando no esté (solo apoya la mitad del horario lectivo).

2.14. Evaluación.

El Decreto 74/2007 del Principado de Asturias afirma, en su capítulo IV, artículo 20, dedicado a la evaluación:

La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación secundaria obligatoria será continua y diferenciada según las distintas materias del currículo. El profesorado evaluará a sus alumnos y alumnas teniendo en cuenta los diferentes elementos del currículo. Los criterios de evaluación de las materias serán referente fundamental para valorar tanto el grado de adquisición de las competencias básicas como el de consecución de los objetivos.

Se distinguen, en la Programación Didáctica, tres tipos de evaluación:

- Inicial: Se efectuará al inicio del curso escolar, sobre los contenidos del curso anterior (1º de ESO) que estén relacionados con las Matemáticas de 2º de ESO. Opcionalmente se podrá realizar al inicio de una unidad didáctica o bloque de contenidos. Sus resultados orientarán al profesor sobre los alumnos que previsiblemente necesiten refuerzo.
- Evaluación Formativa: Permitirá realizar un análisis continuo del proceso de aprendizaje de los alumnos, así como detectar posibles problemas y

hacer las modificaciones necesarias. Será sistemática e individualizada en todo momento.

- Evaluación Final: Se llevará a cabo al final de cada unidad didáctica, en cada evaluación trimestral y al término del curso.

2.15. Criterios de Calificación.

Para llevar a cabo la evaluación, se recogerá información que permita evaluar si el alumno ha logrado la consecución de objetivos y la adquisición de competencias. La valoración de todos estos aspectos se hará en cada trimestre mediante los siguientes medios o instrumentos de evaluación:

- Observación sistemática de la actitud del alumno en los siguientes aspectos:
 - ✓ Atención y participación en las actividades del aula y de clase.
 - ✓ Uso de los materiales: Trae los suyos a clase con regularidad y utiliza el del Centro de forma adecuada.
 - ✓ Actitud con los compañeros, con el profesorado y con el personal del Centro: trato, indumentaria y respeto por las normas establecidas en el Reglamento de Régimen Interno del Centro.
- Cuaderno de Clase (teoría y ejercicios): Permitirá valorar los aspectos:
 - ✓ Realización de las tareas mandadas en clase y para casa.
 - ✓ Organización y limpieza en la presentación.
- Pruebas de Evaluación: Pruebas de respuesta abierta, tipo test, trabajos, etc. de cada unidad didáctica.

Se establece un sistema de ponderación de los instrumentos de evaluación (la nota máxima es de 10 puntos):

- La Observación sistemática tendrá un peso del 10%.
- El Cuaderno de clase (teoría y ejercicios) tendrá un peso del 15%.
- Las Pruebas de evaluación de los aprendizajes tendrán un peso del 75%.
A su vez, cada tipo de prueba de evaluación se valorará:
 - ✓ Trabajos temáticos varios...peso del 10%.
 - ✓ Pruebas tipo test...peso del 10%.
 - ✓ Pruebas escritas (no tipo test)...peso del 80%.

(Si no se realizaran trabajos temáticos ni pruebas tipo test, las pruebas escritas, no tipo test, se valorarán con el 100%)

La calificación final de la materia será el resultado de la media de los tres trimestres. Sólo se considerará aprobada la asignatura cuando la nota media sea mayor o igual a 5 y la nota de cada una de las evaluaciones sea por lo menos un 4.

Si por faltas continuadas de asistencia el alumno pierde el derecho a evaluación continua en algún trimestre o en todo el curso, tendrá que acudir al examen final de junio. Aquí el alumno deberá obtener una nota mínima de 5 en cada trimestre no evaluado. La calificación final será la media aritmética de los trimestres evaluados por el medio habitual descrito y los de esta prueba final.

2.16. Recuperación.

Se distinguen las siguientes situaciones:

- Recuperación de una evaluación suspensa: Examen de recuperación, antes de iniciar la siguiente evaluación. El estudiante deberá obtener una nota igual o superior a 5. Los alumnos que, habiendo aprobado el trimestre, deseen presentarse a este examen para subir nota, podrán hacerlo.
- Recuperación de alguna evaluación no superada a lo largo del curso académico: Examen final (Junio). El estudiante deberá obtener una nota igual o superior a 5. Los alumnos que, habiendo aprobado todos los trimestres, deseen presentarse a este examen para subir nota, podrán hacerlo. Este examen se redactará entre todos los profesores del Departamento de Matemáticas que den clase a 2º de ESO.
- Recuperación tras suspender el examen final de junio: Examen extraordinario (Septiembre). El estudiante deberá obtener una nota igual o superior a 5. Este examen se redactará entre todos los profesores del Departamento de Matemáticas que den clase a 2º de ESO.
- Recuperación de la asignatura de Matemáticas pendiente de 1º de ESO: El Departamento de Matemáticas dispone de un Plan de refuerzo para alumnos con las Matemáticas pendientes de 1º de ESO. Éste consiste en la realización de actividades teóricas y prácticas (30% de la nota) y de un examen escrito (70% de la nota), por cada trimestre del curso pasado, basados en los objetivos mínimos del curso anterior. También se contempla un examen final para los alumnos de esta categoría que sigan teniendo trimestres del curso pasado suspensos.
- Recuperación de la asignatura de Matemáticas para los alumnos que repiten curso: En el Departamento de Matemáticas existe un Plan específico para alumnos repetidores. Este plan de refuerzo consiste en la realización de actividades teóricas y prácticas, relativos a los contenidos de la materia.

3. Propuesta de Innovación.

3.1. Título.

“La Historia como elemento motivador en la enseñanza de las Matemáticas”.

3.2. Marco teórico y justificación.

Las Matemáticas son una ciencia compleja, eso no cabe duda, y mucho más difícil es enseñarlas adecuadamente. Hubo, durante la segunda mitad del siglo XX muchas corrientes que buscaron innovar en la enseñanza de esta materia (León, 2006):

En los años 60 se introdujeron cambios en la concepción de la enseñanza de esta materia:

- Se profundizó en los aspectos formales y de comprensión, dejando de lado lo operativo.
- Se potenció todo lo relacionado con la Teoría de Conjuntos.
- Se minimizó el papel de la Geometría.
- Se obvió el carácter intuitivo de las Matemáticas.

En los 70 se empezó a ver, ante los evidentes resultados negativos, que había que cambiar de dirección:

- Se buscó un equilibrio entre la abstracción y la operatividad.
- Se recuperó el papel de la Geometría.
- Se acudió sistemáticamente a la resolución de problemas para introducir aspectos intuitivos.
- Se pensó en añadir elementos motivadores, como la Historia de las Matemáticas.

En los últimos años se ha ido cambiando, a nivel internacional, la manera de explicar las Matemáticas en el Aula, introduciendo:

- Aprendizaje activo, a través del conocimiento de los procesos que desembocan en los conceptos matemáticos.
- Uso de la intuición sin despreciar lo formal.
- Empleo de lo concreto y lo lúdico sin perjuicio de lo abstracto.
- Potenciación de estrategias para aprender a aprender.
- Introducción de las nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas.

La Historia puede ser un buen recurso para un profesor de Matemáticas, a la hora de presentar nuevos contenidos a sus alumnos. En sí misma, no hará la disciplina matemática más fácil (Sierra, 1997), pero sí que permitirá a los estudiantes una mejor comprensión de los conceptos.

El trabajo con la Historia de las Matemáticas permite (Maz-Machado, 1999):

- Mostrar su origen multicultural (árabe, griego, indio, etc.)
- Desarrollar su aspecto más humano.
- Observar su naturaleza interdisciplinar, pues combina a menudo Filosofía, Arte, Música, Economía, Ingeniería, etc. (Ernest, 1998; Furinghetti y Somaglia, 1998).
- Comprobar su condición de herramienta usada por el ser humano para solucionar sus problemas cotidianos.
- Que los alumnos no se desmotiven ante sus fallos, después de darse cuenta de los que cometieron a menudo los grandes matemáticos.

También en el Decreto 74/2007 del Principado de Asturias se enumeran las ventajas de introducir la Historia de las Matemáticas:

- Abrir a los alumnos y a las alumnas las ventanas que dan a la parte humana, entrañable y vital de la creación científica.
- Descubrir al alumnado cómo se plantearon algunos problemas científicos, por qué razones se abordaron, cómo se resolvieron y, tras su resolución, qué panorama abrieron a las Matemáticas.
- Contextualizar y relacionar la cultura matemática con el resto de la historia de la humanidad.
- Proporcionar contenidos amenos e instructivos para atender a la diversidad.

Asimismo se aprecia en este texto legislativo una preocupación por destacar que fueron tanto hombres como mujeres los responsables de que las Matemáticas avanzaran con el paso del tiempo. Además insiste en afirmar que las Matemáticas no son una disciplina aislada, sino que forma parte de la cultura global de la humanidad.

3.3. Detección de necesidades.

De forma general, la asignatura de Matemáticas se caracteriza por:

- Las matemáticas son una disciplina compleja, en cualquier nivel de la enseñanza en el que nos encontremos, pues se manejan habitualmente conceptos abstractos, lenguaje específico, generalizaciones, razonamiento lógico, contenidos que descansan en conceptos vistos con anterioridad, etc.
- Las matemáticas son a menudo la materia más habitual donde los alumnos y alumnas sufren fracaso escolar, especialmente en la Etapa de ESO.

- Numerosos estudios internacionales señalan que muchos de los estudiantes de esta etapa (entre un 40% y un 60%) no llegan a alcanzar un nivel funcional mínimo en matemáticas para responder a los requerimientos de su vida cotidiana.
- También existen estudios que afirman que no estamos tanto ante un fenómeno generalizado de dificultades "de aprendizaje" (discalculias, por ejemplo), sino que el problema radica en una enseñanza deficiente: el estudiante recibe pasivamente y rutinariamente los nuevos contenidos.
- En España, según el Informe Pisa de 2009, en el caso de la competencia matemática, el porcentaje de alumnos en los niveles más altos sólo es del 8% frente al 13% del Promedio OCDE.

También encontramos necesidades específicas en el curso de 2ºA de ESO, grupo al que se dirige la Programación didáctica y la Propuesta de innovación:

- Grupo con un número elevado de alumnos, 25 en total, lo que dificulta la atención individualizada requerida.
- Alumnos con dificultades de aprendizaje en Matemáticas, por diferentes motivos:
 - ✓ 2 inmigrantes sudamericanos, de incorporación tardía.
 - ✓ 2 alumnos repetidores.
 - ✓ 3 alumnos que han promocionado con la asignatura de Matemáticas de 1º de ESO pendiente.
 - ✓ 1 alumno diagnosticado de TDAH (hiperactividad).
 - ✓ 1 alumno con necesidades educativas especiales (discapacitado visual por parálisis cerebral).
- 1 alumno diagnosticado como de altas capacidades.
- Carecen de motivación intrínseca por aprender Matemáticas, pero son participativos en clase.
- Tienen poca predisposición a estudiar en casa.
- En el último trimestre el porcentaje de alumnos que suspendió la evaluación fue del 44%

En resumen, las necesidades detectadas en el grupo concreto al que afectaría la propuesta de innovación son:

- Elevado porcentaje de alumnos con dificultades de aprendizaje en Matemáticas
- Alto nivel de suspensos en Matemáticas en la última evaluación.
- Desmotivación generalizada ante el aprendizaje de esta materia.

3.4. Contexto y ámbitos de aplicación.

La Innovación está pensada para desarrollarse primeramente en la clase de Matemáticas de 2ºA de ESO, en un IES del concejo de Oviedo, en su área urbana. Las características del grupo se comentaron con anterioridad.

Si tras la evaluación ésta es favorable se podría llevar a cabo a nivel de Departamento de Matemáticas para los cursos de 2º de ESO, con posibilidad de extender dicha innovación a otros cursos de ESO y Bachillerato e incluso a otras asignaturas técnicas, como Ciencias de la Naturaleza (Física y Química en 3º y 4º de ESO), por ejemplo.

3.5. Fases y calendario de implantación de la innovación.

Las fases de la Innovación serían:

1. Implantación de la innovación en clase de Matemáticas de 2ºA de ESO, durante el segundo y tercer trimestre del curso 2014-2015. Evaluación.
2. Si la evaluación de la fase anterior es positiva: Implantación de la innovación, a nivel del Departamento de Matemáticas del IES, en clase de Matemáticas de todo 2º de ESO, durante el curso 2015-2016. Evaluación.
3. Si la evaluación de la fase anterior es positiva: Implantación de la innovación, a nivel del Departamento de Matemáticas del IES, en clase de Matemáticas de todos los cursos de ESO y Bachillerato, durante el curso 2016-2017. Evaluación.
4. Si la evaluación de la fase anterior es positiva: Implantación de la innovación (adaptada a la Historia de las Ciencias Naturales), a nivel del Departamento de Ciencias de la Naturaleza del IES, en la clase de esta materia de todo el curso de 2º de ESO, durante el curso 2017-2018. Evaluación.
5. Si la evaluación de la fase anterior es positiva: Valorar la posibilidad de ampliar la innovación a otros departamentos y otros cursos.

3.6. Objetivos.

La introducción de la Historia en la asignatura de Matemáticas persigue los siguientes objetivos (Meavilla, 2008):

- Facilitar al profesor materiales y recursos didácticos que pueden favorecer el aprendizaje matemático de sus alumnos y alumnas.
- Descubrir el lado ameno de las Matemáticas e influir favorablemente en la motivación de los estudiantes.

- Inculcar en los alumnos y alumnas valores como el esfuerzo, la constancia, el trabajo, la humildad, etc., valores todos ellos presentes en los grandes matemáticos.
- Valorar la aportación de las mujeres en el desarrollo de dicha disciplina, pues grandes matemáticos como Hipatia, Mary Somerville, Sonia Kovalevskaya, Emma Noether, etc. fueron mujeres.
- Aprender con la ayuda de unos profesores especiales: los grandes sabios de otras épocas.
- Mostrar a los estudiantes que las Matemáticas son una disciplina viva cuyos conceptos y procedimientos cambiaron con el tiempo.
- Dar una visión más humana de dicha disciplina, al apreciar que los matemáticos se equivocaron infinidad de ocasiones. Este hecho puede contribuir a que el alumno no se sienta frustrado ante sus errores y pueda aprender de ellos (Godino, Batanero y Font, 2004).
- Los alumnos pueden descubrir métodos alternativos para la resolución de problemas cotidianos, distintos de los que generalmente aprenden en clase.
- Contribuye a que los estudiantes aprecien la utilidad de esta ciencia en la resolución de problemas prácticos.
- Mostrar a los alumnos y alumnas el papel capital de esta disciplina en la construcción de la cultura humana.

3.7. Recursos.

Los recursos necesarios para llevar a cabo esta innovación serían:

- Pizarra digital o cañón proyector.
- Ordenador.
- Conexión de internet.
- Textos sobre Historia de las Matemáticas. Ejemplos:
 - ✓ Historia de las Matemáticas: Ian Stewart. Crítica, 2008.
 - ✓ Historia de la Matemática: Carl B. Boyer. Alianza Editorial, 2007.
 - ✓ El mundo es matemático-National Geographic. RBA, 2014.
 - ✓ Problemas históricos de las Matemáticas: Juan Diego Sánchez Torres. Entretrés, 2010.

- ✓ Una Historia de las Matemáticas: retos y conquistas a través de sus personajes: Miguel A. Pérez. Vision Net, 2009.
- Revistas especializadas: SUMA, Números, Unión, etc.
- Vídeos sobre Historia de las Matemáticas. Ejemplos:
 - ✓ Serie Universo Matemático. RTVE, 2010:
 - ❖ Pitágoras, mucho más.
 - ❖ Historias de Pi.
 - ❖ Las cifras, un viajero en el tiempo.
 - ❖ Fermat, el margen más famoso de la historia.
 - ❖ Gauss, de lo real a lo imaginario.
 - ❖ Euler, una superestrella.
 - ❖ Sobre hombros de gigantes; Newton y Leibnitz.
 - ❖ La Revolución Francesa.
 - ❖ Mujeres matemáticas.
 - ❖ La búsqueda de un sueño, orden en el caos.
 - ✓ Historia de la Matemáticas. BBC. Canal Historia.
 - ❖ 1. El lenguaje del universo.
 - ❖ 2. La sabiduría de Oriente
 - ❖ 3. Las fronteras del espacio.
 - ❖ 4. Hacia el infinito y más allá.
 - ✓ Otros:
 - ❖ Historia del 1. BBC.
 - ❖ Historias animadas (Youtube): Eratóstenes y la medida de la Tierra.
 - ❖ Historias animadas (Youtube): La insólita historia de Evariste Galois.
- Juegos interactivos. Ejemplos:
 - ✓ Cómic con preguntas interactivas:
<http://ares.cnice.mec.es/matematicasep/colegio/historia.html>
- Páginas de internet:
 - ✓ El Blog de José Luis Muñoz:
<http://jlm.mat.blogspot.com.es/p/historias-de-las-matematicas.html>
 - ✓ El Blog de Antonio Pérez Sanz:
<http://aperez4.blogspot.com.es/>
 - ✓ Historia de las Matemáticas a través de la imagen:

<http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/html/presentacion.html>

3.8. Desarrollo y actividades.

Durante el Prácticum, la innovación trató sobre “La Historia de las Ecuaciones” y tuvo lugar durante una sesión de tutoría (55 minutos) en 2ºA de ESO, después de finalizado el estudio de la unidad didáctica dedicada a Ecuaciones (tema que expuse yo mismo en las Prácticas). Se desarrollaron las siguientes actividades:

- Presentación con Powerpoint, en pizarra digital (Ver Anexo I)...20 minutos.
- Vídeos, proyectados con pizarra digital, sobre Historia de las Ecuaciones y de las Matemáticas en general (Ver Anexo II)...20 minutos.
- Debate sobre lo visto...10 minutos.
- Cuestionario sobre la utilidad de lo realizado (Ver Anexo III)...5 minutos.

Aplicada a la Programación Didáctica de 2º de ESO, la propuesta de innovación consiste en introducir la Historia de las Matemáticas, previamente al inicio de una unidad didáctica, como mecanismo motivador. Obviamente, los contenidos ofrecidos de esta forma no serían objeto de examen.

En algunos libros de texto aparecen, en el comienzo de un tema, breves apuntes históricos que no pasan de ser una situación del contexto de los contenidos. En mi opinión, sólo con eso, no se aprovechan en su totalidad las posibilidades que tiene la Historia de las Matemáticas.

Así, en una unidad didáctica de Matemáticas de 2º de ESO, la Propuesta de Innovación se desarrollaría de la siguiente manera:

- Sesión inicial:
 - ✓ Se llevarían a cabo 10 ó 15 minutos de introducción a la Historia de la disciplina matemática que se tratara en la unidad (Semejanza, Poliedros, Estadística, Ecuaciones, etc.), a través de medios diversos: presentación de Powerpoint, vídeos, páginas de internet, textos escritos, etc.
- Posteriores sesiones:
 - ✓ Ejercicios prácticos para resolver individualmente o en grupo sobre problemas históricos que abordaron en su momento los matemáticos relacionados con el desarrollo de los contenidos de la unidad didáctica.
 - ✓ Trabajos escritos individuales sobre biografías de matemáticos (hombres y mujeres).

- ✓ Trabajos en pequeño grupo en los que 4 ó 5 alumnos expusieran con Powerpoint u otro medio, la evolución histórica de una rama de las Matemáticas.

3.9. Resultados.

En el Prácticum los resultados de la innovación se verificaron tras el debate que se llevó a cabo, después de la presentación en Powerpoint y de los vídeos, y entregando a los alumnos de 2ºA un cuestionario en el que se les preguntaba su opinión sobre varios aspectos de la Historia de las Matemáticas.

En el debate, e incluso por las preguntas que se hacían durante la exposición del Powerpoint y la proyección del vídeo, ya se vio claramente que a los alumnos les había motivado con claridad la conexión de Historia y Matemáticas, llevada a cabo con medios audiovisuales.

El cuestionario que se entregó a los estudiantes al final de la clase buscaba averiguar por qué las Matemáticas les resultaban especialmente difíciles, si relacionar la Historia con esta materia podía facilitarles su aprendizaje, si la presentación y vídeos les habían resultado útiles y con qué recurso les gustaría más aprender Historia de las Matemáticas. Las preguntas concretas, las respuestas y el porcentaje de alumnos que eligió cada opción (el total de alumnos presentes ese día era de 20) fueron:

1. ¿Cuál es, en tu opinión, el principal problema de las Matemáticas? (Señala sólo una respuesta)

- a) Es una signatura aburrida....0%
- b) Es una asignatura muy difícil....80%
- c) No tiene ninguna relación con las cosas que me interesan de la vida real....20%

2. ¿Crees que la Historia puede ser un buen elemento motivador a la hora de aprender Matemáticas? (Señala sólo una respuesta):

- a) Muy poco....20%
- b) Poco....5%
- c) Bastante....70%
- d) Mucho....5%

3. La presentación con Powerpoint sobre la Historia de las ecuaciones que acabas de ver te ha interesado... (Señala sólo una respuesta)

- a) Muy poco....0%
- b) Poco....5%
- c) Bastante....70%
- d) Mucho....25%

4. El video sobre la Historia de las ecuaciones que acabas de ver te ha interesado... (Señala sólo una respuesta)

- a) Muy poco....5%
- b) Poco....5%
- c) Bastante....55%
- d) Mucho....35%

5. ¿Con qué recurso te gustaría más aprender Historia de las Matemáticas? (Señala sólo una respuesta)

- a) Con Presentación en Powerpoint....5%
- b) Con videos....35%
- c) Con textos sobre Historia....5%
- d) Con juegos para resolver en grupo sobre problemas históricos....50%
- e) Con un cómic....0%
- d) Buscando información en internet....5%

De este cuestionario se puede concluir que:

- Una amplísima mayoría (80%) ve a las Matemáticas como una asignatura muy difícil. El resto (20), la valora como desconectada de la vida real.
- Un porcentaje muy alto de alumnos (70%) cree que la Historia puede ser un buen elemento motivador, al aprender Matemáticas.
- La presentación en Powerpoint sobre la Historia de las Ecuaciones (Unidad que se acababa de concluir) les pareció bastante interesante o muy interesante al 95% de la clase.
- Los videos proyectados interesaron bastante o mucho al 90% del aula. Los estudiantes que marcaron “mucho” fueron el 35%, frente al 25% que eligieron esta opción en la presentación de Powerpoint.
- El recurso con el que más le gustaría a los alumnos abordar la historia de las Matemáticas sería, en primer lugar, con juegos para resolver en grupo sobre problemas históricos (50%); después con vídeos (35%) y en tercer lugar empataron las opciones que contemplaban presentaciones con Powerpoint, textos históricos y búsquedas por internet (5% cada uno).

3.10. Evaluación y seguimiento de la innovación.

A efectos de evaluar la Propuesta de Innovación en la Programación didáctica de Matemáticas en 2º de ESO, se hará uso de:

- Reuniones periódicas de los docentes implicados (según la fase de la Propuesta de Innovación en la que nos encontremos), para realizar una reflexión crítica en grupo.
- Reflexión personal.
- Realización de hojas de seguimiento, a completar según se vayan acabando las actividades relacionadas con la Propuesta de Innovación.
- Cuestionarios de satisfacción (similar al del Anexo III), a rellenar por los alumnos, en los que se refleje el grado de utilidad que ven en la Innovación.
- Una rúbrica de autoevaluación (Ver Tabla 2), ya que facilita la valoración objetiva de varios criterios y la aplicación de medidas correctoras.

Tabla 2
Rúbrica de autoevaluación de la Propuesta de Innovación.

	NADA ADECUADO (1 PUNTO)	POCO ADECUADO (2 PUNTOS)	ADECUADO (3 PUNTOS)	BASTANTE ADECUADO (4 PUNTOS)	MUY ADECUADO (5 PUNTOS)	PUNTOS
OBJETIVOS						
RECURSOS						
TIEMPO						
ACTIVIDADES						
RESULTADOS						
					TOTAL PUNTOS	

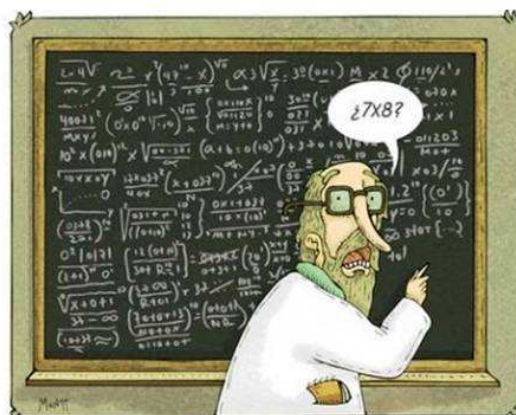
Fuente: Elaboración propia.

- Si el total ≥ 15 puntos \rightarrow No hay medidas correctoras globales, hasta la siguiente autoevaluación.
- Si el total < 15 puntos \rightarrow Tomar medidas correctoras, donde exista algún criterio valorado con 1 punto.
- Si la media de las autoevaluaciones efectuadas durante el curso $\leq 10 \rightarrow$ tomar medidas correctoras globales.

Para llevar el seguimiento de la Propuesta de Innovación se realizará esta evaluación, según los criterios arriba establecidos, después de cada trimestre lectivo. Por ello, se efectuarán a lo largo del curso 3 autoevaluaciones (salvo en la primera fase de la innovación, la cual sólo se aplica en 2 trimestres).

Anexo I: Presentación en Powerpoint de "Historia de las Ecuaciones".

Historia de las Ecuaciones



Juan Antonio García

Índice

Introducción: ¿Por qué aprender Matemáticas con la Historia?

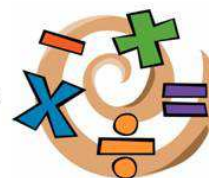
1. Las ecuaciones en la antigüedad.
2. Siglos XVI-XVII.
3. Siglos XVII-XVIII.
4. Época moderna.
5. Las ecuaciones más famosas de la Historia.

Introducción: ¿Por qué aprender Matemáticas con la Historia?



Conocer la Historia de las Matemáticas permite:

- Mostrar su origen multicultural (árabe, griego, indio, etc.)
 - Reconocer que las Matemáticas combinan a menudo Filosofía, Arte, Música, Economía, Ingeniería, etc.
 - Comprobar su condición de herramienta usada por el ser humano para solucionar sus problemas cotidianos.
- Que los alumnos no se desmotiven ante sus fallos, después de darse cuenta de los que cometieron a menudo los grandes matemáticos.
 - Conocer el lado divertido de las matemáticas.
 - Mostrar a los estudiantes que las Matemáticas son una disciplina viva cuyos conceptos y procedimientos cambiaron con el tiempo.
 - Inculcar en los alumnos y alumnas valores como el esfuerzo, la constancia, el trabajo, la humildad, etc., valores todos ellos presentes en los grandes matemáticos.



1. Las ecuaciones en la antigüedad.

1.1. Egipto: 1.700 a. de C.: Egipto - Papiros de Rhind y de Moscú



Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:

$$x + ax = b$$

$$x + ax + bx = 0$$

donde a , b y c eran números conocidos y "x" la incógnita que ellos denominaban *aha* o *montón*.

Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhind responde al problema siguiente:

"Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".

En notación moderna, la ecuación sería: $x + 1/7 x = 24$

La solución la obtenían por un método llamado "de la falsa posición", que consiste en probar valores concretos para la incógnita y verificar si se cumple la igualdad, hasta llegar a la solución exacta.

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.2. Babilonia: 600 a. de C.

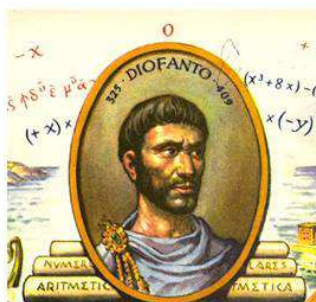


Los babilonios no le prestaron demasiada atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado.

Entre las pocas ecuaciones que sabemos que manejaron, tenemos la ecuación $5x = 8$.

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.3. Grecia: 250 d. de C.



El matemático griego que más se interesó por las ecuaciones fue Diophante. Sobre la vida de Diophante aparece en los siglos V o VI un epigrama algebraico que constituye una ecuación lineal y dice:

"Transeúnte, ésta es la tumba de Diophante: es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió. Su juventud ocupó su sexta parte, después durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer vello. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole durante cuatro años."

De todo esto, deduce su edad."

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x \text{ donde } x \text{ es la edad que vivió Diofanto. } \quad x = 84 \text{ años}$$

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.

CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI F. C.
et affirmantibus D. P. de FERMAT Senatore Tolofani.
Accesit Doctrina Analytica inuentus nouus, collectum
ex varijs eiusdem D. de FERMAT Epistolis.



TOLOSÆ.
Excudebat BERNARDVS BOSCH, à Regione Collegij Societatis Iulij.
M. DC. LXX.

Se llama ecuación diofántica a cualquier ecuación algebraica, generalmente de varias variables, planteada sobre el conjunto de los números enteros o los números naturales; es decir, se trata de ecuaciones cuyas soluciones son números enteros.

Un ejemplo de ecuación diofántica es: $x + y = 5$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones en los números enteros. Como regla general, sin embargo, las ecuaciones que aparecen en los problemas tienen restricciones que nos ayudan a limitarnos a un pequeño número de casos e incluso a una única solución.

Por ejemplo, en nuestra ecuación, si restringimos los posibles valores de "x" e "y" a los enteros positivos, tenemos 4 soluciones para:

(1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1)

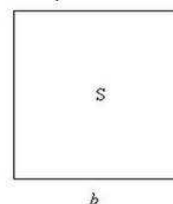
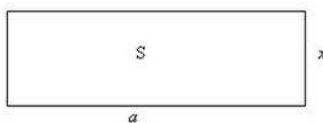
1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.4. India: Sulvasūtras: Siglo III d. de C.



Los sulvasūtras son textos en los que se recogen todos los conocimientos necesarios para construir los templos. En éstos aparece el siguiente problema: "Hallar el lado de un rectángulo, conociendo el otro lado y sabiendo que su área es igual al área de un cuadrado dado."

Es decir, $a \cdot x = S$.



Lo resolvían utilizando el método de la falsa posición, como los egipcios.

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.5. Brahmagupta: Siglo VII d. de C.



Este matemático indio (Siglo VII) ya resolvía ecuaciones lineales. La incógnita la representaba por la abreviatura *ya*, y las operaciones con la primera sílaba de las palabras.

Dada la ecuación $ax + b = cx + d$, la solución vendrá dada dividiendo la diferencia de los términos conocidos entre la diferencia de los coeficientes de los desconocidos, esto es,

$$x = \frac{d - b}{a - c}$$

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.6. Matemáticos Árabes: Siglo IX y X.



Los métodos de los matemáticos indios pasaron a los árabes que los extendieron por Europa. Al algebrista Abu-Kamil (siglo IX y X) se le atribuye una obra donde trata la solución de ecuaciones lineales por simple y doble falsa posición.

El método de la doble falsa posición es el siguiente:

Sea la ecuación $ax + b = 0$ y supongamos dos valores para la x :

$$x = m \quad am + b = p$$

$$x = n \quad an + b = q$$

$$\text{restando,} \quad a(m - n) = p - q$$

Por otra parte, multiplicando la primera ecuación por "n" y la segunda por "m":

$$amn + bn = pn$$

$$amn + bm = qm$$

$$\text{que restando,} \quad b(n - m) = pn - qm$$

$$\text{y dividiendo ambos resultados,} \quad -a / b = (p - q) / (pn - qm)$$

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.6. Matemáticos Árabes: Siglo IX y X.

o también

$$-b/a = (pn - qm) / (p - q)$$

siendo esto último el valor de x .

Veamos un ejemplo. Sea la ecuación $5x - 10 = 0$, si tomamos como valor de x : $x = 3$ y $x = 4$, y sustituyendo,

$$5 \cdot 4 - 10 = p$$

$$5 \cdot 3 - 10 = q$$

se tiene que

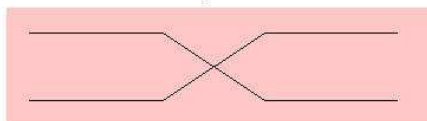
$$x = (10 \cdot 3 - 5 \cdot 4) / (10 - 5) = (30 - 20) / 5 = 10 / 5 = 2$$

Los matemáticos árabes de esta época llamaban a la incógnita "cosa", en lugar de "x".

1. Las ecuaciones en la antigüedad.

I.6. Matemáticos Árabes: Siglo IX y X.

Este principio fue posteriormente presentado en una forma ligeramente modificada por el método de las escalas. El nombre proviene de un diagrama que permitía escribir la solución rápidamente:

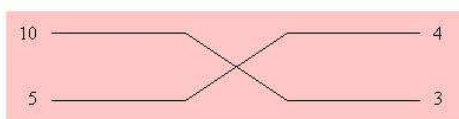


Las dos líneas de la izquierda representan p y q y las de la derecha m y n y la cruz del centro indica que hay que multiplicar.

El método puede ser sintetizado como sigue:

1. Consideran dos valores cualesquiera de la incógnita m, n .
2. Calculan los errores correspondientes a ellos p, q .
3. Hallan el valor de la incógnita en función de los valores dados y sus errores.

En nuestro ejemplo,



2. Siglos XVI - XVII



Tartaglia



Cardano

Pasada la Edad Media, el estudio de las ecuaciones experimenta un gran impulso. Estando el matemático Tartaglia en Venecia en 1531, su colega del Fiore (discipulo de Scipione del Ferro de quien había recibido la fórmula para resolver las ecuaciones cúbicas), le propone un duelo matemático que Tartaglia acepta. A partir de este duelo Tartaglia desarrolla la fórmula general para resolver las ecuaciones de tercer grado y consigue resolver todas las cuestiones que le plantea su contrincante, sin que éste logre resolver ninguna de las propuestas por Tartaglia.

El éxito de Tartaglia en el duelo llega a oídos de otro matemático reconocido en esa época, Gerolamo Cardano, que le ruega que le comunique su fórmula a cambio de favores políticos, a lo que accede (lo hace en forma de poema, por si llegara a caer en manos extrañas) pero exigiéndole a Cardano jurar que no la publicará.

2. Siglos XVI - XVII

HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHEMATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI, ARTIS MAGNÆ, SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS, Lib. unus. Quæ sunt omnia opera de Arithmetica, quod OPVS PERFECTVM inscriptum est in ordine Decimas.

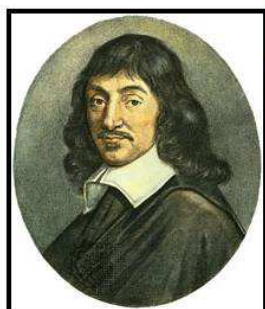


Item in hoc libro, studio Lectoris, Regulas Algebraicas (Itali), de la Col (la vocant) novis admiſſionibus ac demonſtrationibus ab Authore ſua locupletata, ut pro parva aetate uolgi tamen iam ſignificaria excederet. Nec ſolum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni equaliter fuerint, modum explicat. Hanc à ſe librum ideo ſcripſiſſe edere placuit, ut hoc ad ſuſceptum, et quam inuoluntate totius Arithmetice theſaurum in lucem eruat, et quali in theatro quodam omnibus ad ſpectandum expoſito. Lectores incitantur, ut reliqua Opera Perfecti libri, qui per Tomos edocentur, tanto ſtudius contemplantur, ac minore falſidio perſcrutantur.

En 1543, Cardano y su alumno Ludovico Ferrari habían viajado a Bolonia en busca del matemático Hannival Nave (antiguo alumno y yerno de del Ferro) y del manuscrito de su suegro. Según cuenta Ferrari, ambos se encontraron con Nave en Bolonia y éste les mostró el manuscrito de del Ferro donde aparecía la resolución de la ecuación de tercer grado. El manuscrito no se conserva, y tampoco Cardano lo publicó, pero sin embargo, en vista de que Tartaglia no publica su fórmula será finalmente Cardano quien la publique en su obra *Ars Magna* (1545), donde sostiene que lo que publica es el método de del Ferro y no el de Tartaglia, sin embargo probablemente mentía. Tartaglia quedó profundamente afectado, llegando a insultar públicamente a Cardano.

En 1548, Tartaglia recibe una oferta para dar clases en Brescia pero para demostrar su aptitud para el cargo antes debe ir a Milán a debatir con otro matemático, Ferrari, sobre la ecuación de tercer grado. En el debate Ferrari demostró tener un mayor conocimiento del tema, siendo finalmente el ganador.

2. Siglos XVI - XVII



Descartes



Fermat

En el mismo siglo el matemático francés René Descartes popularizó la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto, a, b, c, \dots y las variables o incógnitas por las últimas, x, y, z . En esta época se enuncian problemas de ecuaciones que sólo han sido resueltos recientemente. Entre ellos tenemos el último teorema de Fermat, uno de los teoremas más famosos de la matemática, que no fue demostrado hasta 1995 por Andrew Wiles y Richard Taylor.

3. Siglos XVII - XVIII



Newton



Leibniz

En el siglo XVII Newton y Leibniz publican los primeros métodos de resolución de las ecuaciones diferenciales que aparecen en los problemas de la dinámica.

Probablemente el primer libro sobre estas ecuaciones fue "Sobre las construcciones de ecuaciones diferenciales de primer grado" de Gabriele Manfredi (1707). Durante el siglo XVIII matemáticos ilustres como Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Joseph Lagrange y Pierre Simon Laplace publican resultados sobre ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales.



Euler

4. Época Moderna.



Niels Henrik Abel

A pesar de todos los esfuerzos de las épocas anteriores, las ecuaciones algebraicas de quinto grado y superiores se resistieron a ser resueltas; sólo se consiguió en casos particulares, pero no se encontraba una solución general. A principios del siglo XIX el noruego Niels Henrik Abel demostró que hay ecuaciones no resolubles; en particular mostró que no existe una fórmula general para resolver la ecuación de quinto grado.

Évariste Galois demostró, utilizando su teoría de grupos, que lo mismo puede afirmarse de toda ecuación de grado igual o superior a cinco.



Évariste Galois

4. Época Moderna.

Durante el siglo XIX las ciencias utilizan en su formulación ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y/o ecuaciones integrales, como es el caso de la electrodinámica de James Clerk Maxwell, la mecánica hamiltoniana o la mecánica de fluidos.

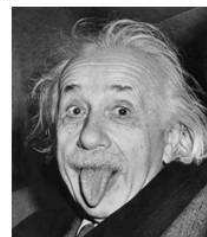
$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y) + \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) + f(x, y) = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} f(x, y) + k(x, y) = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y, z, t) + 3 \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} f(x, y, z, t) = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y, z, t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y, z, t) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} f(x, y, z, t)$$

Ya en el siglo XX la Física Matemática sigue ampliando su campo de acción; Schrödinger, Pauli y Dirac formulan ecuaciones diferenciales con funciones complejas para la mecánica cuántica. Einstein utiliza ecuaciones tensoriales para su Relatividad General. Las ecuaciones diferenciales tienen también un amplio campo de aplicación en teoría económica.



Debido a que la mayoría de ecuaciones que se presentan en la práctica son muy difíciles o incluso imposibles de resolver analíticamente, es habitual utilizar métodos numéricos para encontrar raíces aproximadas. El desarrollo de la informática posibilita actualmente resolver en tiempos razonables ecuaciones de miles e incluso millones de variables usando algoritmos numéricos.

5. Las ecuaciones más famosas de la Historia.

1. Teorema fundamental del cálculo. $F(x) = \int_a^x f(t) dt$
2. Teoría de la relatividad. $E = mc^2$
3. Teorema de Pitágoras. $c^2 = a^2 + b^2$
4. Ley de Gravitación Universal. $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
5. La Ecuación de Schrödinger $\hat{H} |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = \frac{\hat{p}^2}{2m} |\Psi(t)\rangle + V(\hat{x}, t) |\Psi(t)\rangle$
6. Segunda ley de la termodinámica. $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$
7. Teorema de Euler para los poliedros. $C + V = A + 2$
8. Distribución normal de Gauss. $\Phi_{\mu, \sigma^2}(x) = \int_{-\infty}^x \varphi_{\mu, \sigma^2}(u) du = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du, \quad x \in \mathbb{R}$
9. Ecuación de onda. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \Delta u,$
10. Modelo Black-Scholes. $\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$



Despedida



Anexo II: Videos sobre “Historia de las Ecuaciones”.

Se proyectaron 2 videos:

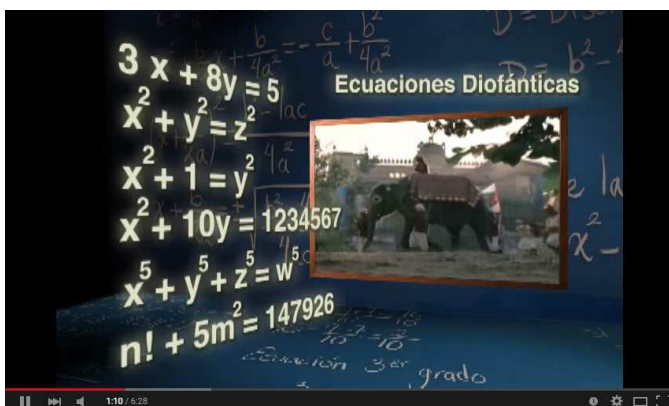
- Historia de las Matemáticas (BBC-Canal Historia). Capítulo 1: El lenguaje del universo. (57:56)



<https://www.youtube.com/watch?v=Lq670b7Y8F8>

(Se proyectaron aproximadamente 15 minutos)

- Historia de las ecuaciones (6:28)



<https://www.youtube.com/watch?v=6AOaT2DOoHg>

Anexo III: Cuestionario.

CUESTIONARIO (VOLUNTARIO Y ANÓNIMO).

**1. ¿Cuál es, en tu opinión, el principal problema de las Matemáticas?
(Señala sólo una respuesta)**

- a) Es una signatura aburrida.
- b) Es una asignatura muy difícil.
- c) No tiene ninguna relación con las cosas que me interesan de la vida real.

2. ¿Crees que la Historia puede ser un buen elemento motivador a la hora de aprender Matemáticas? (Señala sólo una respuesta):

- a) Muy poco.
- b) Poco.
- c) Bastante.
- d) Mucho.

3. La presentación con Powerpoint sobre la Historia de las ecuaciones que acabas de ver te ha interesado... (Señala sólo una respuesta)

- a) Muy poco.
- b) Poco.
- c) Bastante.
- d) Mucho.

4. El video sobre la Historia de las ecuaciones que acabas de ver te ha interesado... (Señala sólo una respuesta)

- a) Muy poco.
- b) Poco.
- c) Bastante.
- d) Mucho.

**5. ¿Con qué recurso te gustaría más aprender Historia de las Matemáticas?
(Señala sólo una respuesta)**

- a) Con Presentación en Powerpoint.
- b) Con videos.
- c) Con textos sobre Historia.
- d) Con juegos para resolver en grupo sobre problemas históricos.
- e) Con un cómic.
- d) Buscando información en internet.

Referencias bibliográficas.

- Decreto 74/2007, de 14 de junio, por el que se regula la ordenación y establece el currículo de la Educación secundaria obligatoria en el Principado de Asturias. Boletín Oficial del Principado de Asturias, 162, de 12 de julio de 2007.
- Dewey, J. (1933). *How we think?* Lexington-MA: Heath & CO.
- Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in school*. Vol 27 N° 4. London. P.25-29
- Furinghetti, F., y Somaglia, A. (1997). History of mathematics in school across disciplines. *Mathematics in school*. Vol 27 N° 4. London. pp 48-51.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- León, N. (2006). ¿Qué tan innovadores somos en educación matemática? *Números*, 63, 49-57.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOE). Boletín Oficial del Estado 106, de 4 de mayo de 2006.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE).
- Luengo, M.A. (2001). *Formación didáctica para profesores de Matemáticas*. Madrid: Editorial CCS.
- Maz-Machado, A. (1999). La Historia de las Matemáticas en clase: ¿porqué? y ¿para qué? En Berenger, M^a. I.; Cardeñoso, J. M^a. y Toquero M. (Eds.) *Investigación en el aula de Matemáticas. Matemáticas en la sociedad*. Granada: Sociedad Thales y Departamento de Didáctica de la matemática.
- Meavilla, V. (2008). Algunas razones para introducir la historia de las Matemáticas en las aulas de secundaria. *Sigma* 33.
- OCDE, 2004. *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas*. Madrid: INECSE.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princenton: University Press.
- Programación General Anual 2014-15.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

Resolución de 27 de mayo de 2014, de la Consejería de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el Calendario Escolar para el curso 2014/2015. BOPA de 18 de junio.

Román, M.A. (2014). *Oferta educativa no universitaria del Principado de Asturias. Curso académico 2014-2015*. Oviedo: Consejería de Educación, Cultura y Deporte.

Sierra, M. (1997). Notas de historia de las matemáticas para el currículo de secundaria. En Rico, L. Edt. *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.

Vera, J., García, A., Peña, J. y Gargallo, B. (1999). *Criterios de selección de los contenidos del currículum*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.