UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
MÁSTER UNIVERSITARIO EN PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

VNiVERSiDAD
D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Análisis de la interacción en aulas de secundaria en la resolución de problemas realistas

Autor: José Carlos Ciudad Gómez
Tutor: Beatriz Sánchez Barbero

Curso 2017/2018

UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
MÁSTER UNIVERSITARIO EN PROFESOR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS

VNiVERSiDAD D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Análisis de la interacción en aulas de secundaria en la resolución de problemas realistas

Autor: José Carlos Ciudad Gómez

Tutor: Beatriz Sánchez Barbero

Firma autor:

Firma tutor:

Curso 2017/2018

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

1. Introducción

Uno de los temas de interés en lo referente a la educación matemática es la resolución de problemas. Esto es así desde que en 1945 Polya marcara el comienzo con su obra “How to solve it” donde se comienza a dar importancia verdaderamente a la resolución de problemas.

En la etapa de secundaria, los alumnos tienen una gran cantidad de asignaturas para enriquecer su conocimiento, siendo matemáticas, una de ellas, asignatura que ocupa un hueco importante en su Currículo, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, según la Ley Orgánica de la Mejora Educativa. En esta asignatura se deben enfrentar a una gran cantidad de diversos problemas pero que para resolverlos suelen tener unos patrones determinados de resolución. Los profesores en la etapa de secundaria hacen un gran esfuerzo para conseguir que sus alumnos entiendan los ejercicios propuestos y sean capaces de resolverlos de forma rápida y cada vez más individualmente.

Hasta ahora se tiene conocimiento de qué ocurre cuando un maestro resuelve problemas rutinarios conjuntamente con los alumnos en el aula (Chapman, 2006; entre otros) y en los últimos años se ha empezado a conocer que sucede cuando profesores resuelven con sus alumnos problemas no rutinarios (por ejemplo Ramos, Sánchez, Rosales, Vicente y Chamoso, 2014 y Sánchez, Ramos, Chamoso, Rosales y Vicente, 2014). Pero no se sabe nada de lo que ocurre cuando los problemas son realistas.

Por lo que nuestro trabajo se va a centrar en analizar la interacción cuando maestro y alumnos resuelven de forma conjunta problemas realistas, centrándonos en los procesos que se promueven y en el grado de participación.

Para ello, en un primer contacto nos basaremos en un marco teórico con dos pilares fundamentales: tipos de tareas que pueden encontrarse en las aulas de matemáticas (centrándonos en los problemas realistas) y la interacción que se produce en el aula cuando de forma conjunta, profesor-alumnos, se resuelven problemas. Continuaremos analizando qué se sabe del tema hasta la fecha. Sucederá la parte metodológica, donde se explicará la metodología utilizada, así como los resultados obtenidos en esta investigación sin olvidarnos que posteriormente los discutiremos y relacionaremos entre sí. Finalmente terminaremos nuestro trabajo comentando las conclusiones extraídas del mismo, así como las implicaciones educativas, limitaciones del estudio y perspectivas de futuro.

2. Marco teórico

Como se ha comentado en la introducción, el marco teórico tendrá dos partes principales: la primera de ellas versará sobre los tipos de tareas que se desarrollan en las aulas de matemáticas para aterrizar en los problemas realistas, y la segunda parte versará sobre la interacción que se produce en las aulas.

2.1 Tipos de tareas en aulas de matemáticas

Como comprobaremos, la resolución de problemas ha sido desde los años 80 un año de interés, tanto a nivel de investigación como en las aulas (por ejemplo Schoenfeld, 1980 y Verschaffel et al., 2000). En los centros educativos se invierte mucho tiempo y trabajo en la resolución de problemas matemáticos (recordamos que es una de las asignaturas que más horas tiene en el Currículo según la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre,). Pero aunque hay mucho tiempo invertido, si nos remitimos a los Informes del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (en adelante PISA) y del Estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias (en adelante TIMSS) vemos que los resultados de los alumnos en el ámbito matemático en la resolución de problemas son alarmantemente bajos. Uno de los problemas puede ser que, en el aula, normalmente los problemas son "problemas tipo", es decir, en el aula se trabaja principalmente los procesos que tienen que ver con el desarrollo matemático y se deja a un lado los conocimientos de otro tipo y que en muchas ocasiones son igual o incluso más importantes como concluyen Vicente y Orrantia (2007).

La resolución de problemas matemáticos implica la utilización de varios procesos cognitivos, es decir, además de conllevar una comprensión de la estructura matemática del problema, algunos modelos teóricos proponen que, para poder resolver estos problemas de forma adecuada, se necesita generar una representación mental cualitativa de la situación descrita por el problema (Kintsch, 1988; Reusser, 1988; Verschaffel et al., 1994). La forma en la que se genera dicha representación depende del sujeto en cuestión y de su conocimiento del mundo real.

Las tareas que pueden realizarse en aulas de matemáticas son:

- Ejercicio: es la tarea cuyo resultado es calculado mediante una reproducción de contenidos aprendidos previamente (Díaz y Poblete, 2001).
- Problema: es la tarea que, para un alumno, "requiere una solución bajo ciertas condiciones específicas, si éste comprende la tarea, pero no encuentra una estrategia inmediata para su solución y, finalmente, si es motivado para buscar una solución" (Díaz et al., 2001, p.34), dicho de otro modo según Kantowski (1981, p.113; citado en Sánchez, Carrillo, Vicente y Juárez, 2015), "un problema es una situación que difiere de un ejercicio en

que el resolvente de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá, con certeza, a la solución”

Si nos centramos en los problemas, éstos guardan una relación entre la tarea a realizar y el individuo, que obliga a buscar un camino de resolución no conocido de forma inmediata (Polya,1986; Schoenfeld,1985).

La resolución de problemas no es una tarea fácil ya que implica la creación de diferentes modelos de representación. El resolvente, en un primer momento, ha de generar un modelo situacional donde debe seleccionar qué información del texto del problema es importante (Verschaffel et al., 2000). Después, debe crear un modelo matemático generando el algoritmo de resolución apropiado y una estructura matemática apropiada para relacionar datos. Cuando ambos modelos han sido generados, se interpreta la relación entre el modelo matemático y el situacional para validar e interpretar los datos (Figura 1).

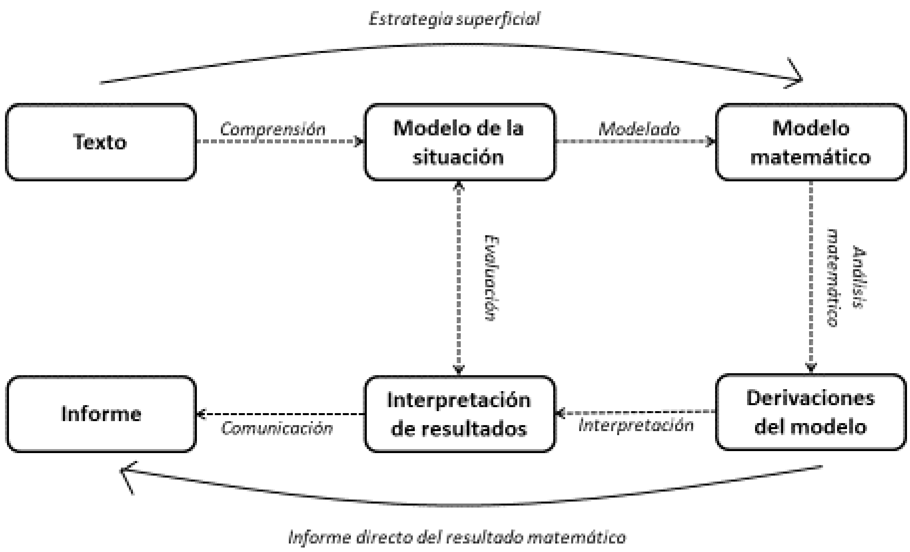


Figura 1. Modelo superficial de resolución (Adaptado de Verschaffel et al., 2000, p.13)

Los alumnos en gran medida se han acostumbrado a mecanizar procesos, entre los que se encuentra la selección de datos. Se fijan en algún elemento significativo del enunciado y a partir de esto deciden el algoritmo que van a usar. Todo esto lleva a la creación de un modelo de la situación por parte de los alumnos llegando a un modelo matemático sin un razonamiento (proceso mecanizado). Tras esto, obtienen una solución que, a veces, no responde de forma razonada a la pregunta original (Chapman, 2006).

Lo enunciado por Chapman ocurre en nuestro país al resolver problemas rutinarios que son aquellos que “pueden ser resueltos de forma automática, detectando palabras clave en el texto y aplicando estrategias de cálculo rutinizadas” (Jiménez, 2012, p. 352). Luego la elección del tipo de tareas matemáticas diariamente ha de ser cuidadosa y sabiendo bien que se busca con cada tarea, ya que aunque no lo parezca, tienen un gran impacto en el rendimiento de los alumnos en la materia (Mullins, Martin, Ruddock, O´Sullivan y Preuschoff, 2012).

Otra opción sería enfocarlo desde un punto de vista secuenciado del conocimiento en el que diferenciamos los pasos de la teoría, el ejemplo, la practica rutinaria y el problema en cuestión (Ruíz, 2013).

1. Teoría: Lo referido a conceptos.
2. Ejemplo: ejemplificación de la teoría.
3. Practica rutinaria: realización de ejemplos similares y con pequeñas modificaciones.
4. Problemas: resolución de problemas.

Uno de los problemas radica en que este último paso no llega a realizarse en todas las aulas y se acaba con sólo la práctica rutinaria. Luego estamos ante un caso de aprendizaje unidireccional donde la información va de profesor a alumno, el cual solo puede intervenir si tiene alguna duda.

Visto esto sobre la resolución de problemas y la situación en nuestro país y otros centrémonos ahora en lo referente a los problemas realistas.

Según Vicente y Orrantia (2007), los problemas de aplicación realista o auténticos problemas son aquellos que tratan de resolver situaciones que pueden ocurrir en el mundo real. Luego podemos asegurar que para la resolución de dichos problemas necesitamos tener conocimientos sobre el mundo real. Sin ellos no obtendríamos ningún resultado positivo. Si no tuviéramos conocimiento de la realidad, podría ser que procedimientos aritméticos nos llevaran a soluciones que no tienen ningún sentido en la realidad aunque matemáticamente si la tengan.

Una clasificación en cinco categorías fue propuesta por Verschaffel, De Corte y Lassure (1994; Tabla 1).

Tabla 1. *Clasificación de problemas según el tipo de razonamiento (Verschaffel et al., 1994)*

Tipo de razonamiento	Ejemplos
Juntar o separar conjuntos que pueden tener elementos comunes	**Juan tiene 5 amigos y Pedro tiene 6 amigos. Juan y Pedro deciden hacer una fiesta juntos. Ellos invitan a todos sus amigos. Todos los amigos están presentes. ¿Cuántos amigos hay en la fiesta?**
	Roberto y Alicia van a la misma escuela. Roberto vive a 17 kilómetros de la escuela y Alicia a 8 km. ¿A qué distancia vive Roberto de Alicia?
Considerar elementos relevantes que no aparecen explícitamente en el problema	**Roberto ha comprado 4 tablones de 2,5 m cada uno. ¿Cuántos tablones de 1 m pueden sacar de estos tablones?**
	Un hombre quiere tener una cuerda lo suficientemente larga para unir dos postes separados entre sí 12 metros, pero sólo tiene trozos de cuerda de 1,5 metros. ¿Cuántos trozos necesitaría juntar para hacer la cuerda lo suficientemente larga para unir las estacas?
Sumar o restar uno al resultado	Si la escuela de Villaseco se inauguró el 1 de enero de 1964 y estamos en el año 2007, ¿cuántos años lleva abierta la escuela?
Interpretar el resto de una división no exacta	**450 soldados deben de ser transportados a su lugar de entrenamiento. En cada autobús pueden entrar 36 soldados. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?**
	El abuelo da a sus 4 nietos una caja con 18 globos para repartir entre ellos. ¿Cuántos globos le toca a cada uno?
Decidir una solución de proporcionalidad directa o no	**Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro?**
	Este recipiente se está llenando con un grifo a un ritmo constante. Si el agua tiene una profundidad de 4 cm tras 10 segundos, ¿cuánta profundidad tendrá después de 30 segundos?

**Los ejemplos en negrita han sido utilizados en la experimentación.*

Visto lo que serían los problemas realistas, veamos los modelos teóricos que lo sustentan y como se ha llegado a ellos (Sánchez, 2017).

Dichos modelos teóricos comienzan con el de Polya (1945) que muestra a los alumnos qué pasos se han de realizar para resolver cualquier problema, componiéndose de 4 fases:

1. Comprender el problema: ¿qué datos se tienen? ¿cuál es la incógnita? ¿qué relaciones se pueden establecer entre los datos y la incógnita?

2. Concebir un plan: ¿se ha realizado un problema similar? ¿se podría ejecutar el problema de otra manera? ¿se ha empleado todos los datos?

3. Ejecutar el plan: ¿se ha realizado correctamente todos los pasos?

4. Visión retrospectiva: ¿se puede verificar el resultado? ¿tiene lógica el mismo?

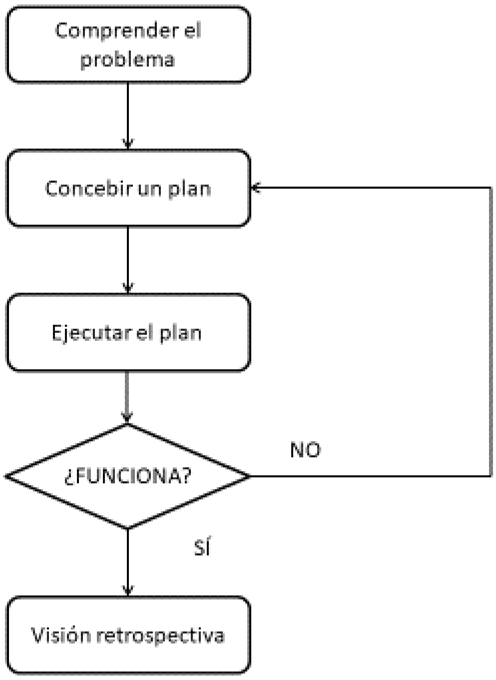


Figura 2. Modelo de resolución de problemas de Polya(1945) (extraído de Sánchez, 2017)

Posterior a Polya (1945) fue el modelo de Schoenfeld (1980), en él sostenía que el proceso de resolución de problemas involucra elementos transversales como aspectos de carácter emocional, psicológico o social.

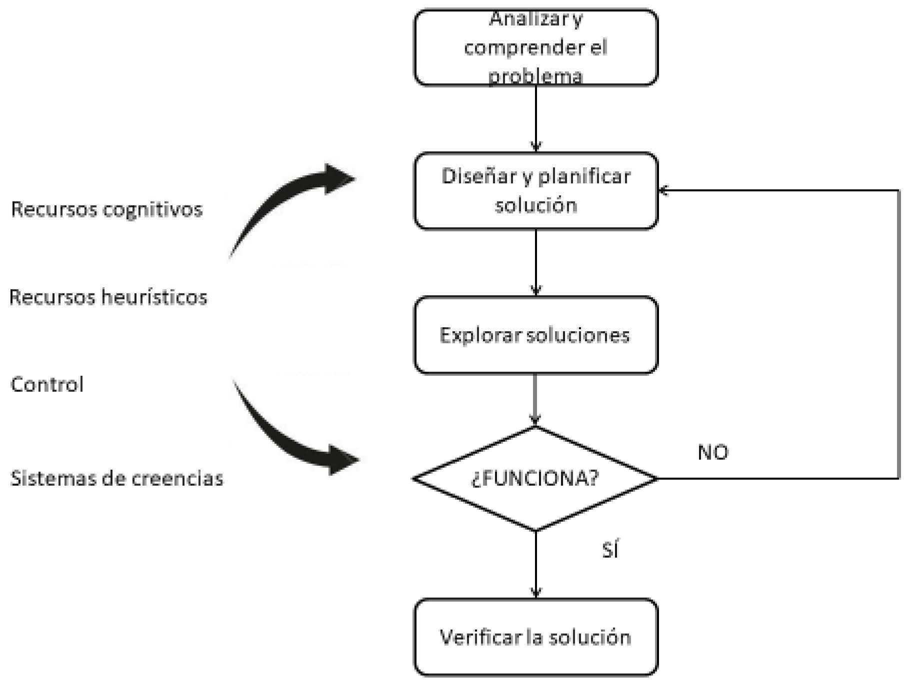


Figura 3. Modelo de resolución de problemas de Schoenfeld (1980, 1985) (extraído de Sánchez, 2017)

Después del modelo propuesto por Schoenfeld (1980) apareció el modelo de Puig y Cerdán (1988). Este modelo traía consigo seis fases:

1. Lectura
2. Comprensión
3. Traducción
4. Cálculo
5. Solución
6. Revisión, comprobación

Por último mencionar el modelo de Miguel de Guzmán (1991), el cuál estableció cuatro fases que eran un poco diferente a las anteriormente mencionadas.

1. Familiarización con el problema: tener claros qué objetos intervienen en el problema.
2. Búsqueda de estrategias: considera todos los posibles caminos de resolución que se ocurran.
3. Llevar a cabo la estrategia, una vez decidido cuál será el camino a seguir.
4. Revisar el proceso y sacar conclusiones del mismo: se debe reflexionar sobre el camino que finalmente se siguió, intentado extraer conclusiones o generalidades del mismo.

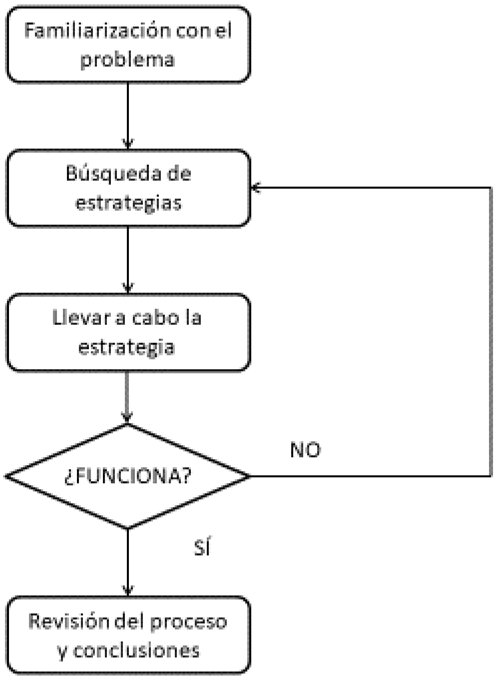


Figura 4. Modelo de resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1991) (extraído de Sánchez, 2017)

Visto esto, llegamos pues, a la necesidad de un modelo para ver la situación del problema (en el que se pueda aplicar el conocimiento de la realidad que el alumno conoce sobre dicho tema). Dicha necesidad viene dada porque los modelos teóricos para cualquier tipo de problema ven necesario que lo primero debería ser una representación mental de la situación propuesta y posteriormente a eso la representación mental de la estructura matemática necesaria y no al revés.

En lo que incumbe a nuestro tipo de problemas, Verschaffel, Greer y De Corte (2000) proponen un modelo con las siguientes partes:

1. Comprender la situación descrita en el problema.
2. Construir un modelo matemático que recoja los elementos esenciales de la situación del problema y de las relaciones que en él ocurren.
3. Extraer implicaciones que se derivan del modelo matemático para interpretar los resultados obtenidos.
4. Evaluar la interpretación respecto a la situación en la que nos encontramos y comunicar el resultado del proceso de resolución del problema.

Veamos ahora el proceso con un ejemplo de la Tabla 1, usaremos el problema de los globos:

El abuelo da a sus 4 nietos una caja con 18 globos para repartir entre ellos. ¿Cuántos globos le toca a cada uno?

Figura 5. Ejemplo de resolución de problemas por el modelo de Verschaffel, Greer y De Corte (2000)

Lo primero será comprender que todos los globos se tienen que repartir, que lo justo sería que cada nieto obtuviera el mismo número de globos (no uno más y otro menos), que el número de personas a recibir globos es cuatro (ni tres ni cinco), sólo tienen esos globos, entre otros.

Lo segundo, veremos el modelo matemático. Si el total son 18 globos y son 4 nietos los que van a recibir globos, el número de globos que recibirá cada nieto será el resultado de la división de 18 entre 4. El resultado es 4,5.

En tercer lugar el alumno tiene que interpretar este resultado en función del modelo de situación creado. Tiene que darse cuenta que el número de globos ha de ser un número natural (no sería válido decir que te dan medio globo o que tienes -3 globos). Por tanto la respuesta tendría que ser que cada nieto recibe 4 globos y sobran 2. En caso de que no pueda sobrar ninguno podríamos dar 1 globo a otros 2 nietos quedan 2 nietos con 5 globos y 2 con 4 o si queremos que todos los nietos tengan el mismo número de globos, conseguir otros 2 globos para que cada uno pueda tener 5 globos.

Por último, el alumno ya podrá dar una respuesta al problema habiendo realizado este razonamiento.

2.2 Interacción en el aula de matemáticas

Muchos son los factores que en un aula de secundaria afectan al proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos que en el aula se encuentran como, por ejemplo, la figura del profesor (Socas, 2011). Edo (2005, p. 126) nos venía a decir que, los alumnos son los agentes y últimos responsables de la construcción de significados, este proceso de construcción de significados está relacionado con la interacción que hay entre profesor y, alumnos y tarea.

Uno de los procedimientos por el cual un profesor realiza esta tarea de ayuda es la decisión de la tarea que plantea a los alumnos (Polya, 1986). Otro de los procesos es la resolución de problemas conjuntamente con los alumnos en la clase, caso que consideramos a continuación.

Hoy en día hay un acuerdo sobre que la adquisición del conocimiento matemático se adquiere por construcción condicionada a contextos socioculturales (Hatano, 1996). Según Bishop (1985), la comunicación es una condición para que se produzca conocimiento en el aprendizaje. Cada estudiante razona de una forma particular para dar sentido a su trabajo matemático y aunque cada una de ellas es distinta, podemos concluir que la verbalización es una herramienta para pensar sin olvidar que un indicador importante del conocimiento de qué son las matemáticas para cada alumno es el cómo y cuándo participar en clase (por ejemplo Barnes, 1976; Bauersfeld, 1995).

Visto esto, vemos que el estudio de la construcción social del conocimiento necesita un modelo de interacción educativa que analice la actividad conjunta de los mediadores sociales que intervienen en el proceso como son los profesores y compañeros, y de los medios físicos que intervienen como materiales, espacios entre otros.

Si nos centramos en la interacción entre profesores y alumnos, la forma principalmente utilizada para construir conocimientos sociales y académicos es el discurso. Discurso que no sólo tiene normas sociales sino que habla también sobre la cultura de aula que asume lo que es válido desde el punto de vista matemático (Green y Dixon, 1993; citado en Williams y Baxter, 1996).

En el aspecto del discurso, se ha investigado con el objetivo de estudiar el aprendizaje matemático que se da en él. Los resultados (Inagaki, Hatano y Morita, 1998) muestran que se han conseguido aspectos constructivistas. El discurso convencional de la clase suele seguir la secuenciación IRE.

IRE= iniciación del profesor - respuesta del estudiante – evaluación del profesor

En el que el conocimiento solamente se transmite. En los estudios podemos ver, cómo el profesor puede preguntar a un estudiante para que explique la respuesta dada, el propio alumno puede dejarla más clara diciéndolo de otro modo o el profesor pedir que lo haga de otra forma, pedir explicaciones sobre una argumentación o algún ejemplo, incluso pedir a otros estudiantes que digan si lo que ha dicho un compañero es cierto o no y digan el porqué.

Las unidades de análisis de este discurso han sido distintas también, usando cada autor el que ellos creían más conveniente. Por ejemplo, Nathan y Knuth (2003) utilizaban unidades de análisis muy pequeñas porque codificaban cada contenido del intercambio mientras que Inagaki, Hatano y Morita (1998) lo hicieron de tal forma que cada intercambio comunicativo era el discurso total del alumno hasta que o profesor u otro alumno intervinieran.

En dicho discurso hay varios aspectos en los que es posible fijarse. Uno de ellos son los incidentes. Éstos se conocen como el desfase que ocurre entre lo que se espera que ocurra y lo que de verdad tiene lugar. Consideramos incidente a toda manifestación pública de un alumno o grupo de los mismos relacionada directamente con el conocimiento que se trate, que produce un desfase en el objetivo fijado. Cuando un alumno responde correctamente, no se considera incidente (Rogalski, 1999, citado por Roditi, 2001).

Los tipos de incidentes que Roditi (2001) diferencia son los siguientes:

- Los errores cometidos (E) (incluidas las respuestas que no coinciden con lo que el profesor esperaba en esa respuesta).
- Las preguntas de los alumnos (Q), distintas a las que el profesor esperaba o que introducen nuevos matices a tener en cuenta en el proceso de resolución.
- Las respuestas incompletas (I) o no argumentadas.
- Silencio de los estudiantes preguntados (S).

- Nivel matemático del estudiante insuficiente para responder de forma adecuada a la pregunta (P).
- Desacuerdo entre los estudiantes pero ninguno está equivocado (D). Respuestas diferentes a una pregunta del profesor en la que las respuestas son correctas.

En ese mismo trabajo, Roditi (2001) describió tres posibilidades para el escenario de la secuencia de los incidentes:

- Escenario 1: El incidente se produce sobre un hecho que no está en el campo matemático en el que nos encontramos (HC).
- Escenario 2: El incidente se produce sobre un hecho que sí están el campo matemático en que nos encontramos pero no corresponde con el objetivo del profesor (CHS).
- Escenario 3: El incidente se produce sobre un hecho que sí están el campo matemático en que nos encontramos y corresponde con el objetivo del profesor (S).

El profesor en cada incidente puede o intervenir o no hacerlo. La intervención para el profesor es una elección. Cada opción que tome es una forma distinta de gestionar un incidente. Roditi (2001) en su trabajo mencionado anteriormente consideró las siguientes posibilidades:

a. El profesor ignora la reacción de un alumno o de toda la clase (I).
b. El profesor responde en vez de hacerlo el estudiante (R) para introducir una nueva técnica, analizar, acelerar el ritmo de la clase…
c. El profesor enriquece una pregunta o respuesta planteada por un alumno (E) y se la plantea a toda la clase o la responde el mismo.
d. El profesor cambia de interlocutor preguntando a otro alumno (C).
e. El profesor guía al alumno detalladamente (G).
f. El profesor facilita la resolución de lo propuesto (F), puede hacerlo indicando un método, recordando algo visto anteriormente… (Distinto al anterior porque deja una mayor autonomía al alumno).
g. El profesor pide un análisis de lo ocurrido (A), un ejemplo sería pedir que el alumno piense sobre una respuesta sin completar o sobre un error.
h. El profesor, de forma impersonal, enfatiza sobre un error cometido por un alumno (N), por ejemplo, escribiéndolo en la pizarra y llevándolo a debate.

Las tres categorías sobre las que Roditi (2001) habla constituyen una adaptación.

Los incidentes tienen dos aspectos importantes:

1. Cómo son cualitativamente y cuantitativamente (actuación del profesor porque en una clase magistral lo normal es que no haya tantos incidentes como en una de problemas).
2. Cómo gestionarlos (comportamiento del profesor en ciertos ámbitos del aula).

Como podemos comprobar todo lo que hasta ahora se ha encontrado o sobre lo que se ha hablado es principalmente sobre la etapa de primaria. Luego en cuanto a este tema podemos concretar que en secundaria es un tema que no se ha tratado.

3. Estado de la cuestión

3.1 Trabajos relacionados con la interacción

Nathan y Knuth (2003) analizaron las interacciones que tuvieron los profesores con su grupo de alumnos durante una clase dedicada al número racional. Se estudió el papel que tanto profesores como alumnos tomaban en la elaboración de contenidos matemáticos y qué contenidos se intercambiaban. Partieron de la idea de lo que supone aprender, obviando al número racional como conocimiento matemático específico. Como resultado obtuvieron que cuando no ayudaban a los alumnos la parte matemática del razonamiento se perdía, por tanto, sus análisis conducen a la importancia de la interacción en el aula, cuyo estudio está cobrando importancia en los últimos años (Chamoso, Vicente, Rosales y Orrantia, 2007; Sánchez, Carrillo, Vicente y Juárez, 2015; Sánchez, García, Rosales, de Sixte y Castellano, 2008).

Vicente y Orrantia (2007) hablan sobre la resolución de problemas y los modelos cognitivos asociados a cada tipo de problema. Concluyendo que la creación de un modelo situacional se ha mostrado necesaria para resolver problemas realistas y algebraicos y que el modelo situacional que permite elaborar inferencias necesarias para generar el modelo matemático del problema cambia en función del tipo de problemas que se vaya a resolver. Rosales, Orrantia, Vicente y Chamoso (2008) hablan sobre la resolución de problemas aritméticos en el aula y sobre qué hacen los profesores con los alumnos a la hora de resolver esos problemas. Este estudio se realiza con tres profesores veteranos y tres profesores en formación y los resultados reflejan que los profesores veteranos resuelven el ejercicio solamente cuando se aseguran de que los alumnos han entendido el problema y además fomentan mayor participación en los temas centrales del problema mientras que los profesores noveles no aseguran la comprensión y son más directos.

Referido a los procesos que se promueven en las interacciones, Ramos et al. (2014) estudian qué procesos promueve un profesor con un problema no rutinario. Tratan de descubrir el comportamiento que tiene un profesor ante un problema poco habitual en las aulas y que favorece el razonamiento. Para conseguir descubrirlo, graban y analizan al profesor resolviendo un problema no rutinario que favorezca el razonamiento obteniendo como resultado que el razonamiento aumentó y certificaron la idea de que la tarea influye en la forma de comportarse los docentes cuando éstos resuelven un problema.

Referido al grado de participación, en 2014, Sánchez et al., trataron la participación que un profesor y sus alumnos tienen a la hora de la creación de los contenidos en el proceso de resolución de un problema. Se estudió el caso de un profesor con años de experiencia en docencia pero sin formación previa en resolución de problemas obteniendo como resultado un mayor grado de participación de los estudiantes que en otros estudios similares con problemas rutinarios como es Rosales et al. (2008).

Sánchez, Carrillo, Vicente, Juárez (2015) hablan de que ocurre en cuanto a los procesos y al grado de participación, comparando en las aulas de primaria lo que sucede cuando profesores resuelven con alumnos problemas rutinarios y no rutinarios. Los resultados muestran que se promueve el razonamiento en mayor medida y en problemas no rutinarios el nivel de participación es mayor que si el problema fuese rutinario.

Finalmente, vemos un estudio que trata sobre la influencia o no de la experiencia docente en problemas no rutinarios (Galán et al., 2015). El estudio se realiza con dos profesores, uno en formación y otro experto. Se analizan los procesos que se promueven y el grado de participación de los alumnos durante la resolución de problemas no rutinarios y se comprueba si influye la experiencia docente. Los resultados muestran que los procesos promovidos son similares en ambos casos mientras que los alumnos participan más con la maestra en formación.

3.2 Trabajos relacionados con sistemas de análisis

En cuanto a los sistemas de análisis, se ha propuesto un sistema de análisis usado cuando los maestros (primaria) resolvían problemas conjuntamente con los alumnos. Este sistema fue llevado a cabo por Chamoso, Vicente, Rosales y Orrantia (2007) y tiene dos dimensiones: qué se hace durante la interacción y quién lo hace. El qué se hace va referido a qué procesos cognitivos tienen lugar mientras que el quién lo hace se refiere a que participación tiene cada uno de ellos. En este mismo bloque de sistemas de análisis conocemos también de la existencia del sistema de análisis para mejorar los programas de formación del profesorado diseñado por Font, Planas y Godino (2010) que se centra en dos dimensiones: en qué ocurre en el desarrollo de las sesiones y en el por qué ocurre eso.

Por tanto podemos decir que se sabe qué es lo que ocurre en el aula cuando se resuelven de forma conjunta diferentes tipos de tareas, pero poco se sabe qué es lo que ocurre cuando el problema objeto de resolución es un problema realista en aulas de secundaria por lo que sería interesante estudiar y profundizar en él ya que pueden obtenerse resultados distintos respecto a otro tipo de problemas y nos puede ayudar a comprender mejor la importancia de la interacción en el aula en secundaria.

4. Objetivo

Comprobar si cuando se resuelven problemas realistas en aulas de secundaria el comportamiento en el aula es diferente a cuando se resuelven otros tipos de tareas respecto a:

1. Los procesos que se promueven.
2. El grado de participación.

5. Hipótesis

De acuerdo al objetivo de la investigación, se plantean las siguientes hipótesis:

1. Según los procesos promovidos en la resolución de problemas, se espera que:
   1.1. Se promueva un mayor porcentaje de ciclos de integración debido a que para la realización de estos problemas se debe pensar en la realidad.
   1.2. Se promueva un mayor porcentaje de ciclos de generalización debido a que llevar los datos a otro contexto de la realidad puede ayudar a entender problemas cotidianos.

2. Según el grado de participación de profesor y alumnos en la resolución, se espera que:
   2.1. Se promueva un mayor porcentaje de ciclos en los que los alumnos tengan un mayor grado de participación, debido a que los problemas realistas son problemas en los que los alumnos conocen la realidad y de ella pueden extraer aspectos que les sirvan en la vida cotidiana. Por tanto, invitaría al alumno a participar ya que pueden conocer cosas que ayuden en el problema sin que tengan que ver explícitamente con las matemáticas.

6. Metodología

6.1 Contexto

Estamos ante un estudio descriptivo de la interacción que se produce en un aula de secundaria cuando un profesor de matemáticas novel resuelve una serie de problemas matemáticos realistas con sus estudiantes.

6.2 Participantes

La prueba ha sido realizada por un alumno del Master de Profesor de Secundaria durante el período de prácticas en el Instituto, no teniendo experiencia previa docente. El aula de secundaria elegida para la prueba es un aula de segundo de Educación Secundaria Obligatoria en la que los problemas pueden llegar a ser realizados. La clase la componían entre 23-25 alumnos.

6.3 Herramientas

Los problemas utilizados (Tabla 2) eran de carácter realista, seleccionados de Verschaffel et al. (1994; citado en Vicente, van Dooren y Verschaffel, 2008).

Tabla 2. *Problemas utilizados en la experimentación*

Carlos tiene 9 amigos y Jorge tiene 12 amigos. Carlos y Jorge deciden dar una fiesta. Invitan a todos sus amigos, y todos los amigos van a la fiesta. ¿Cuántos amigos van a la fiesta?
Esteban ha comprado 4 tablones de 2,5 metros cada uno. ¿Cuántos tablones de 1 metro puede obtener de esos tablones?
¿Cuál será la temperatura del agua de un recipiente si mezclas un litro de agua a 80º y un litro a 40º en él?
450 soldados deben de ser transportados a su lugar de entrenamiento. En cada autobús pueden entrar 36 soldados. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?
Juan corre los 100 metros en 17 segundos. ¿Cuánto tardará en correr 1 kilómetro?
Roberto y Alicia van a la misma escuela. Roberto vive a 17 kilómetros de la escuela y Alicia a 8 km. ¿A qué distancia vive Roberto de Alicia?

6.4 Recogida de la información

La información utilizada en este trabajo se ha grabado mediante audio mientras profesor y alumnos resolvían los problemas de forma conjunta, en su aula y horario habitual.

6.5 Sistema de análisis

A continuación se analizará el sistema de análisis utilizado para nuestro estudio.

Se toma el ciclo como unidad de medida, entendido como la segmentación de las acciones desarrolladas al realizar la interacción en el desarrollo de una tarea en el aula y que suele comenzar con una pregunta (ya sea implícita o explícita) y finalizar cuando la pregunta ha sido respondida o abandonada, hasta que se llegue a un acuerdo entre maestro y alumnos (Sánchez 2017). Para la segmentación de los ciclos, siguiendo lo que entendían como contenido público en Chamoso, Vicente, Rosales y Orrantia (2007), cada ciclo contendrá únicamente un contenido público. Si se da el caso en que hay varios contenidos públicos diferenciados en un ciclo, consideraremos el principal de ellos como contenido público. Será considerado como principal el que los otros contenidos dependan de él (Sánchez, 2017).

Realizada la división de la interacción en ciclos, cada ciclo lo tratamos de dos formas distintas según los procesos que se promueven y según su grado de participación. Para el análisis de los procesos (Tabla 3) nos basamos en Ramos et al. (2014) y para el análisis del grado de participación en Sánchez et al. (2014).

1. Procesos que se promueven: se han organizado las siguientes categorías.

Tabla 3. *Categorías y definiciones.*

	Categoría	Definición	Ejemplos
PROCESOS COGNITIVOS	Selección	Relaciona información que aparece en el enunciado del problema o datos que surgen en el proceso de resolución del mismo de forma explícita.	*Profesor: Y lo dividimos entre…* *Alumno: Entre 3.*
	Integración	Relacionado con las intenciones y objetivos del problema, con su verdadera comprensión y comprensión de la cuestión clave reformulada. Relaciona datos.	*Profesor: ¿Por qué?* *Alumno: Para repartir los soldados entre los autobuses.* *Profesor: Para repartir los soldados entre los autobuses. Muy bien.*
PROCESOS METACOGNITVOS	Generalización	Relacionado con aspectos del problema que se pueden ampliar a otros contextos.	*Profesor: ¿Te queda mejor hacer eso? O coger la segunda y la tercera, hacer la media de esas 2 y luego con el 9 de la primera. Que es muy buena nota y va a valer más hacerlo.* *(Enfatizando en cada número).*
	Regulación	Relacionado con acciones meramente organizativas que están directamente relacionadas con el desarrollo y la resolución del problema.	*Profesor: ¿Estáis todos de acuerdo? ¿Sí?* *Todos: Sí* *Profesor: Vamos con otro.*
OTROS PROCESOS	Control	Relacionado con aspectos de atención y orden, aspectos que no tienen relación alguna con la resolución del problema y los aspectos organizativos de la regulación.	*Profesor: ¿Vamos con otro?*
	Lectura	Relacionado con la lectura del problema. Incluye las definiciones previas a la interpretación matemática.	*Profesor: 450 soldados deben de ser transportados a su lugar de entrenamiento. En cada autobús pueden entrar 36 soldados. ¿Cuántos autobuses serán necesarios?*

Consideraremos para el grueso de los análisis los ciclos de selección, integración, generalización y regulación. Dejando a un lado los de control y lectura ya que no los consideramos objeto de estudio de nuestro trabajo (son el 4,93% de los ciclos totales y sólo los utilizaremos para el primer análisis).

2. Grado de participación: Se entiende por grado de participación del alumno durante la interacción en el aula al grado de protagonismo a la hora de crear contenido público en los diversos ciclos (Sánchez, 2017). Por tanto, las categorías (Tabla 4; Sánchez, 2017) se han organizado de la siguiente forma teniendo en cuenta si el contenido público era elaborado por, profesor, alumno o ambos:

Tabla 4. *Categorías de los grados de participación.*

	Categorías	**Construcción de la idea principal**	**Ejemplos**
GRADO BAJO	Grado P	Es asumida por el maestro de forma autónoma, sin la participación de los alumnos.	*Profesor: Porque no le has hecho media con nadie. Entonces es como dejarla, esa que has dejado a parte que vale el 50 y las medias de las otras dos harían que valiera 25 cada una ¿Vale? Esa es la diferencia que habría entre coger todas un 33% o como acaba de decirnos Javi, coger 25, 25 y 50. ¿Sí?*
	Grado Pa	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con una mayor participación del maestro.	*Profesor: Marta ¿qué es lo que buscamos ahora?* *Alumno: Cuantos autobuses se necesitan.* *Profesor: Cuantos autobuses se necesitan. Vale.*
GRADO ALTO	Grado Ap	Es asumida conjuntamente por maestro y alumno, con una mayor participación del alumno.	*Profesor: ¿Qué hacemos Merchán?* *Alumno: Pues si un litro son 80 grados y otro litro son 40 pues lo sumamos para saber su temperatura y da 120.* *Profesor: Da 120.*
	Grado A	Es asumida por el alumno de forma autónoma, sin la participación del maestro.	*Alumno: Se podría sacar sin tener el perímetro.* *Profesor: ¿Cómo?* *Alumno: Poniendo que lo de abajo es x. Como tienes que sumar todo. Tienes que poner x = 17 +8 que son 25. Y una vez que tenemos los 3 números sumar esos 3 números.*

Los distintos tipos de preguntas se encuentran en la Tabla 5 (Sánchez, 2017).

Tabla 5. *Tipos de preguntas (ejemplos extraídos de la experimentación)*

Tipo de pregunta	Definición	Ejemplo
Cerrada	Es aquella que se limita a un sí/no o a la elección de una opción entre varias alternativas (en los test)	*"¿Y se va a quedar en 120 la temperatura?"*
Invasiva	Es aquella cuya respuesta no basta con un monosílabo o con la selección de una opción, y en la pregunta figura parte de la respuesta	*"Entonces, ¿12 y 9, son…?*
Abierta	Es aquella cuya respuesta admite más de una posibilidad, y en la pregunta no figura parte de la respuesta	*"¿Alguien puede completar el razonamiento qué ha hecho Sergio? Gemma, por ejemplo, ¿qué dirías tú del ejercicio?"*

Lo que se busca en las aulas es que los problemas promuevan el establecimiento de interacciones ricas en las que el alumno es mayor protagonista de su proceso de aprendizaje (Tabla 6, ejemplo de análisis).

6.6 Fiabilidad

Una vez explicado el sistema de análisis que hemos utilizado, podemos hablar de la fiabilidad de la prueba. Dicho análisis ha sido comprobado por jueces externos. Dichos jueces categorizaron los ciclos de las interacciones, alcanzándose un índice de Kappa de Cohen (Cohen, 1960) entre 0,84 y 0,99.

Tabla 6. *Ejemplo de análisis extraído de la experimentación*

INTERACCIÓN		QUÉ		QUIÉN
		Contenidos públicos	*Proceso*	*Grado de Participación*
CICLO 33	Profesor: ¿Y se va a quedar en 120 la temperatura? (6 segundos de silencio) Alumno: Sí. Profesor: Sí, no	"La temperatura se queda en 120"	Regulación	Pa
CICLO 34	Profesor: ¿Por qué? ¿Por qué dirías tú que son 120? Alumno: Porque sumas la temperatura de uno y la de otro y al mezclarlos pues como es una suma da 120 Profesor: Da 120.	"Es 120 porque se suma la temperatura de uno y de otro y se mezcla"	Integración	Ap
CICLO 35	Otros alumnos: No. Profesor: Félix, ¿tú que dirías? Alumno: 60 grados. Profesor: 60 grados.	"Yo diría 60 grados"	Integración	A
CICLO 36	Profesor: ¿Por qué? Alumno: Porque al uno sumar mucho y el otro restar. Pues la medida media da eso. Profesor: La medida media.	"Porque se ha calculado la media"	Integración	Ap
CICLO 37	Profesor: ¿Qué operación has hecho tú en tu cabeza para llegar a que eso es 60? Alumno: La mitad de 80 y 40 son 60. Profesor: La mitad… La mitad de 80 y 40 no son 60.	"He sumado la mitad de 80 y 40 son 60"	Selección	Ap
CICLO 38	Profesor: ¿Qué operación has hecho? Sé que has hecho esa operación pero no me la estás describiendo, así que… Alumno: A ver como 80 es mucho, y 40 es menos, pues yo he sumado todo porque la temperatura más baja resta. Profesor: Vale.	"Como 80 es mucho y 40 menos, he sumado porque la temperatura más baja resta"	Integración	Ap

7. Resultados

A continuación se muestran los resultados de la interacción que se produce en un aula de secundaria mientras un profesor en prácticas y sus alumnos resuelven de forma conjunta problemas realistas durante una sesión de clase.

7.1 Procesos que se promueven

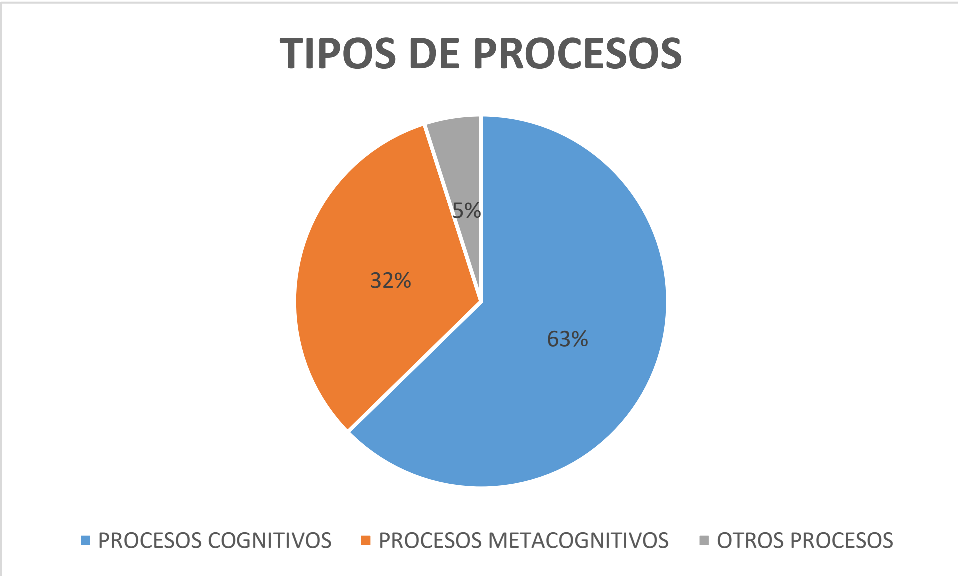


Figura 6. Porcentajes de ciclos dirigidos a cada tipo de proceso

Un 62.68% de los ciclos totales del análisis son dirigidos a procesos cognitivos, procesos que tienen relación con la selección y el razonamiento de los datos. Asimismo, un 32.39% del total de ciclos son dirigidos a procesos relacionados con la metacognición, mientras que el porcentaje restantes, un 4.93% pertenecen a las categorías de lectura y control.

Si nos centramos en los procesos objeto de estudio de nuestro trabajo (procesos cognitivos y metacognitivos), la Figura 7 nos informa de los porcentajes que tienen cada una de estas categorías con respecto del total:

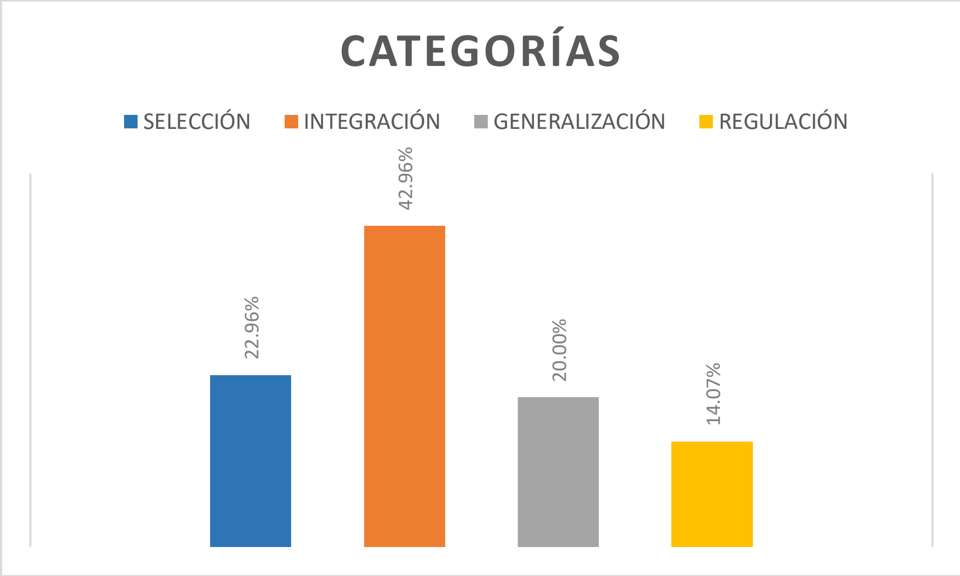


Figura 7. Porcentajes de ciclos de cada categoría

Al hacer esta división vemos cómo unas categorías tienen mayor peso que otras. En este caso predomina la integración con casi un 43% del total de ciclos, casi el doble de los procesos de selección y generalización (alrededor del 20%).

Si profundizamos un poco más en cada uno de los procesos, la Figura 8 (procesos cognitivos) nos informa de que el porcentaje de integración, es prácticamente el doble que el de selección (65.17% vs. 34.83), existiendo diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 9.000, p = .003], resultado que verifica la hipótesis 1.1. de nuestro trabajo.

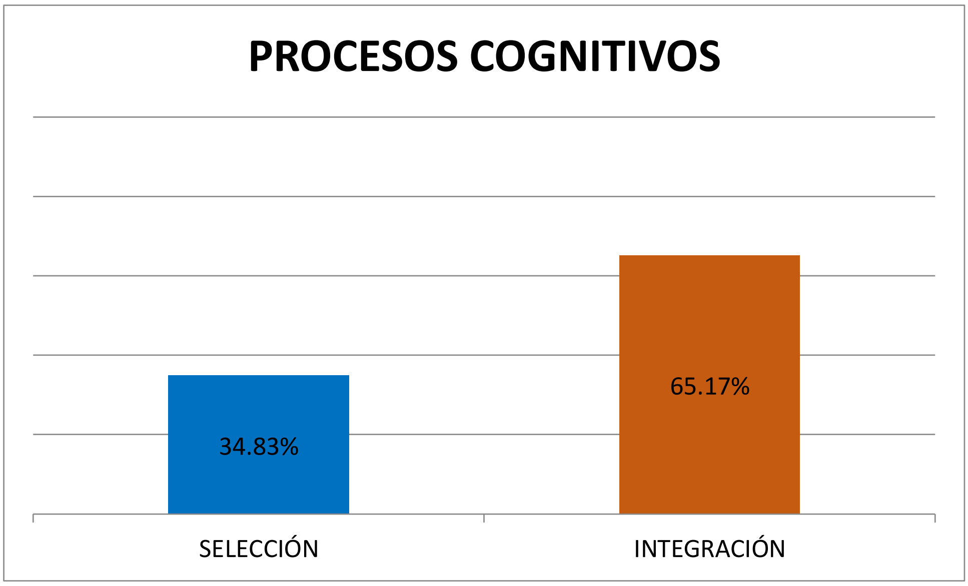


Figura 8. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos cognitivos

Del mismo modo, la Figura 9 (procesos metacognitivos) nos informa de cómo el porcentaje del proceso de generalización predomina sobre el de regulación (58.70% vs. 41.30%), aunque en este caso no existen diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 3.240, p = .072]), resultado que no verifica la hipótesis 1.2. de nuestro trabajo.

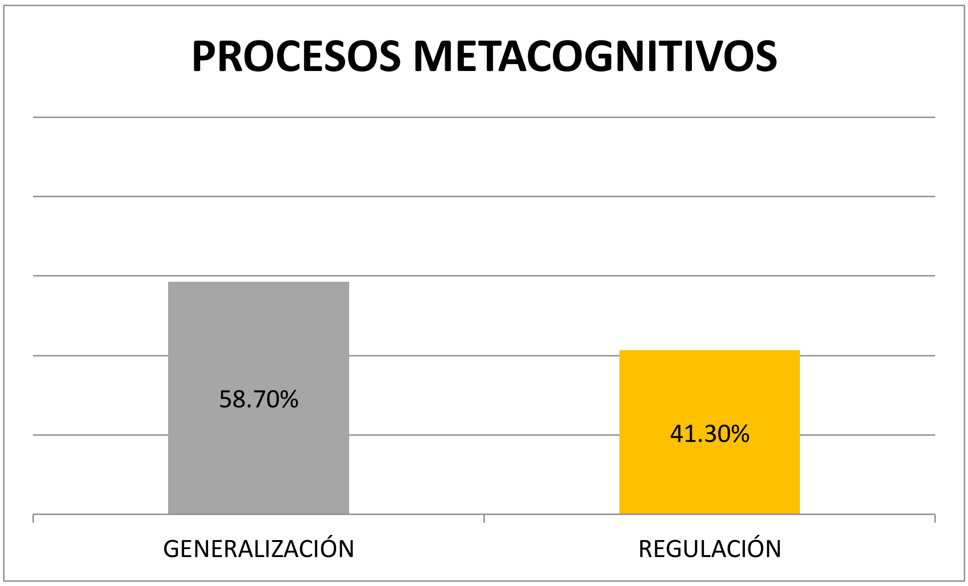


Figura 9. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos metacognitivos

7.2 Grado de participación

Centrándonos en los ciclos de procesos dirigidos a la cognición y metacognición, la Figura 10 nos informa de los porcentajes que tienen cada uno de estos grados respecto del total que vamos a analizar:

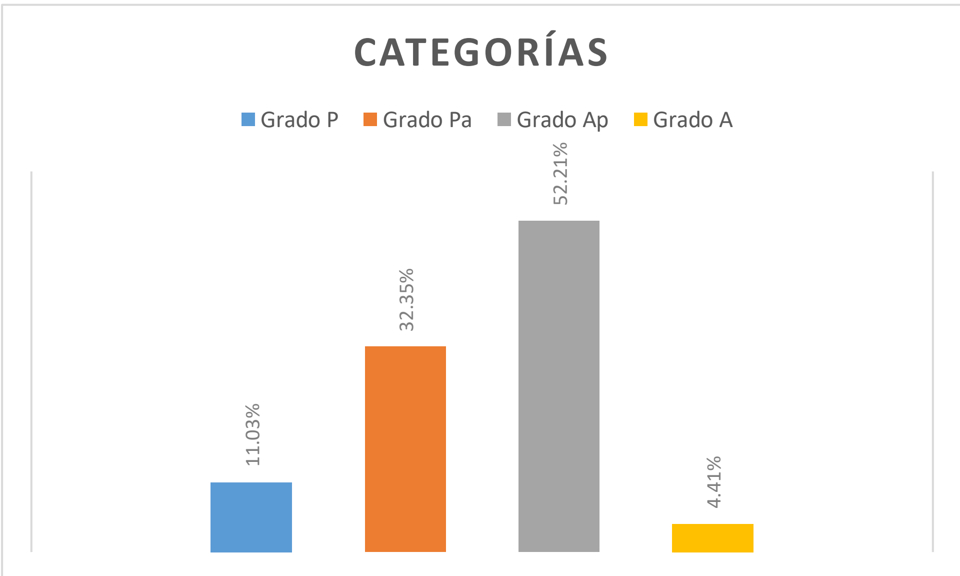


Figura 10. Porcentajes referidos al número de ciclos de cada grado

Al hacer esta división, vemos cómo predomina el grado Ap con un 52.21% del total de los ciclos, separado un 20% de los ciclos de grado Pa y con más distancia respecto a los otros grados.

Si para el análisis del grado de participación tenemos en cuenta la naturaleza de los procesos que se promueven, la Figura 11 nos informa de los porcentajes dirigidos a los procesos cognitivos, dónde se aprecia cómo el grado de participación Ap, donde la construcción del contenido público es elaborado por maestro y alumnos con una mayor participación de estos, sobresale del resto con un 69.66%.

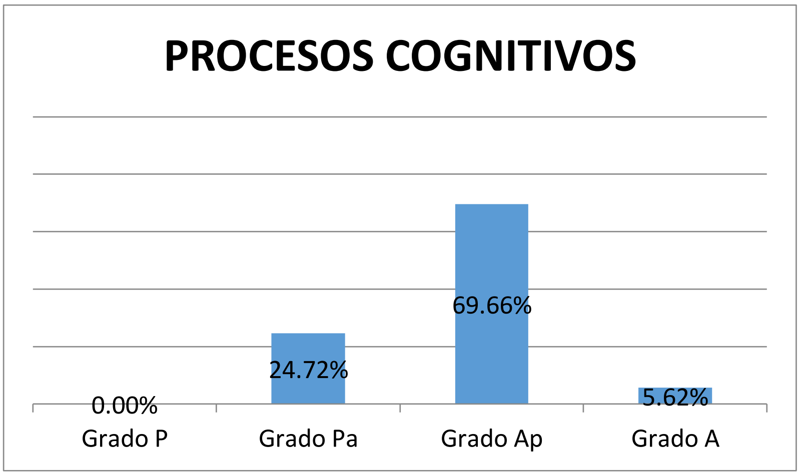


Figura 11. Porcentajes referidos al número de ciclos de cada grado que incluyen procesos cognitivos

Si desglosamos los procesos cognitivos en selección e integración, la Figura 12 nos muestra que tanto para el proceso de selección como para el de integración, el grado de participación predominante es el Grado Ap (54.84% vs. 77.59%), seguido del Grado Pa (41.94% vs. 15.52%), así como que el Grado P es inexistente en ambos procesos.

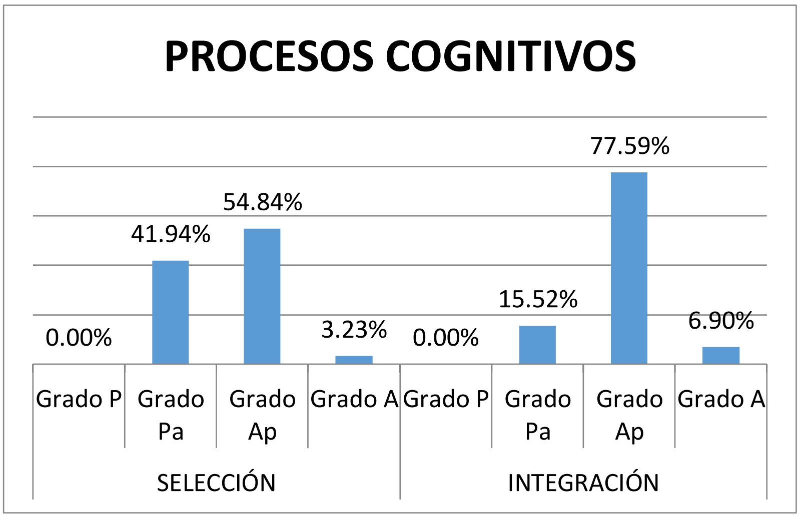


Figura 12. Porcentajes referidos al número de ciclos de cada grado separados por categorías que incluyen procesos cognitivos

Si agrupamos, por una parte, los Grados P y Pa como grado bajo de participación y, por otra parte, los Grados Ap y A como Grado alto de participación, la Figura 13 nos informa de cómo el porcentaje de nivel alto en la categoría selección predomina sobre el del nivel bajo (58.06% vs. 41.94%), no existiendo diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 2.560, p = .110], resultado que no verifica la hipótesis 2 de nuestro trabajo en lo referente al proceso cognitivo de selección. En cuanto al porcentaje en los ciclos de integración, el nivel alto predomina sobre el nivel bajo (84,48% vs. 15.52%), existiendo diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 46.240, p = .000], resultado que verifica la hipótesis 2 de nuestro trabajo en la referente al proceso cognitivo de integración.

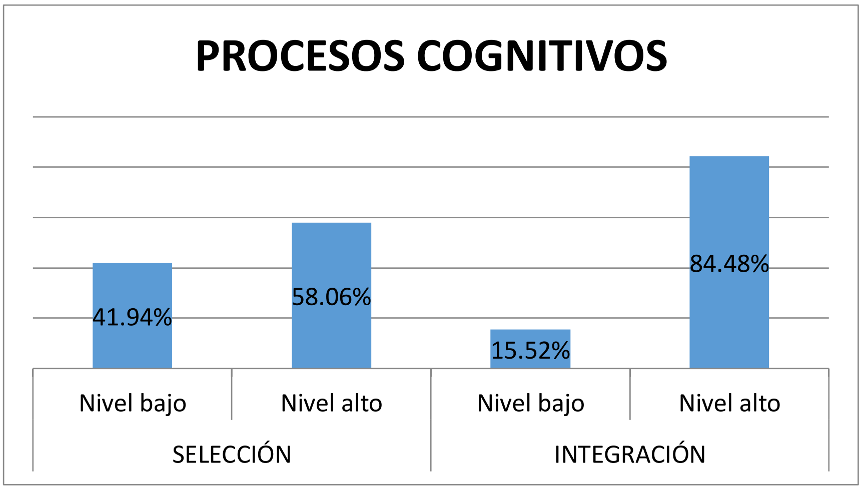


Figura 13. Porcentajes referidos al número de ciclos de selección e integración de nivel alto y bajo

Una vez visto lo que ocurre con los procesos cognitivos si ahora nos fijamos en la Figura 14, ésta nos informa de los porcentajes dirigidos a procesos metacognitivos dónde se aprecia cómo el grado de participación Pa, en el cuál la construcción del contenido público es elaborado por profesor y alumnos con una mayor mayor participación del profesor, está por encima del resto con un 47.83%.

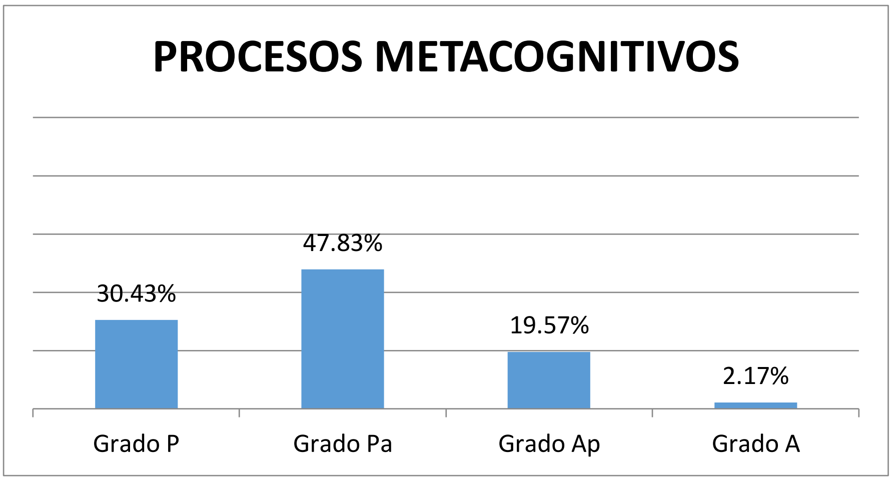


Figura 14. Porcentajes referidos al número de ciclos de cada grado que incluyen procesos metacognitivos

Si desglosamos los procesos metacognitivos en generalización e integración, la Figura 15 nos muestra que tanto para el proceso de generalización como para el de regulación, el grado de participación predominante es el Grado Pa (44.44% vs. 52.63%), seguido en el caso de la generalización por el Grado Ap (29.63%) y en el caso de regulación por el Grado P (42.11%).

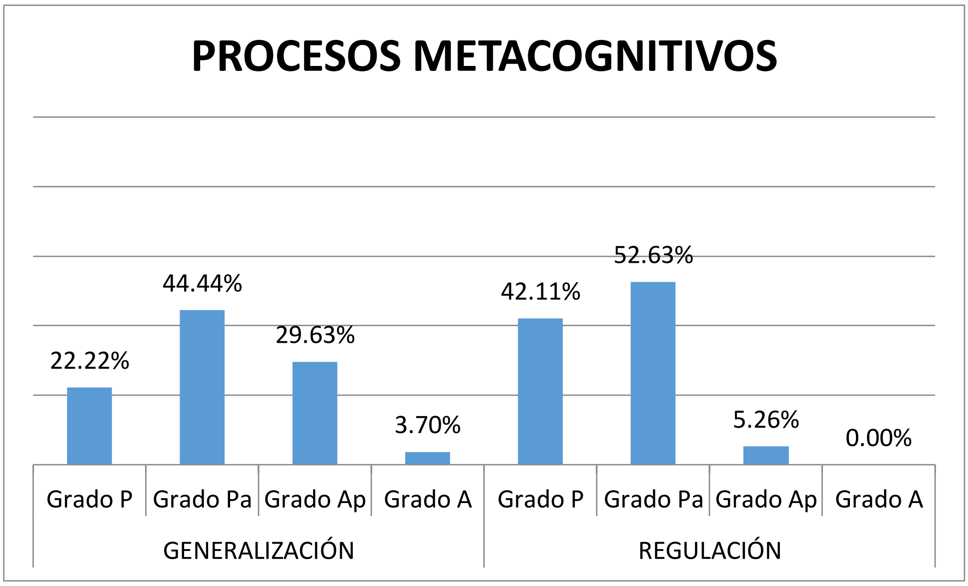


Figura 15. Porcentajes referidos al número de ciclos de cada grado separados por categorías que incluyen procesos metacognitivos

Agrupando como hemos hecho en el caso de los procesos cognitivos, por una parte, Grados P y Pa como Grado bajo de participación y, por otra parte, los Grados Ap y A como Grado alto de participación, la Figura 16) nos informa de cómo el porcentaje de nivel bajo en la categoría generalización predomina sobre el del nivel alto (66.67% vs. 33.33%), existiendo diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 11.560, p = .001]), aunque en este caso, el resultado no verifica la hipótesis 2 de nuestro trabajo en lo referente al proceso metacognitivo de generalización, puesto que existe un predominio del grado bajo de participación. Al igual que en el anterior proceso metacognitivo, en el porcentaje en los ciclos de regulación, el nivel bajo predomina sobre el nivel alto (94,74% vs. 5.26%), existiendo diferencias significativas ([χ^2 (1, 100) = 81.000, p = .000]), aunque el resultado tampoco verifica la hipótesis 2 de nuestro trabajo en lo referente al proceso metacognitivo de regulación, por la misma explicación que el proceso de generalización.

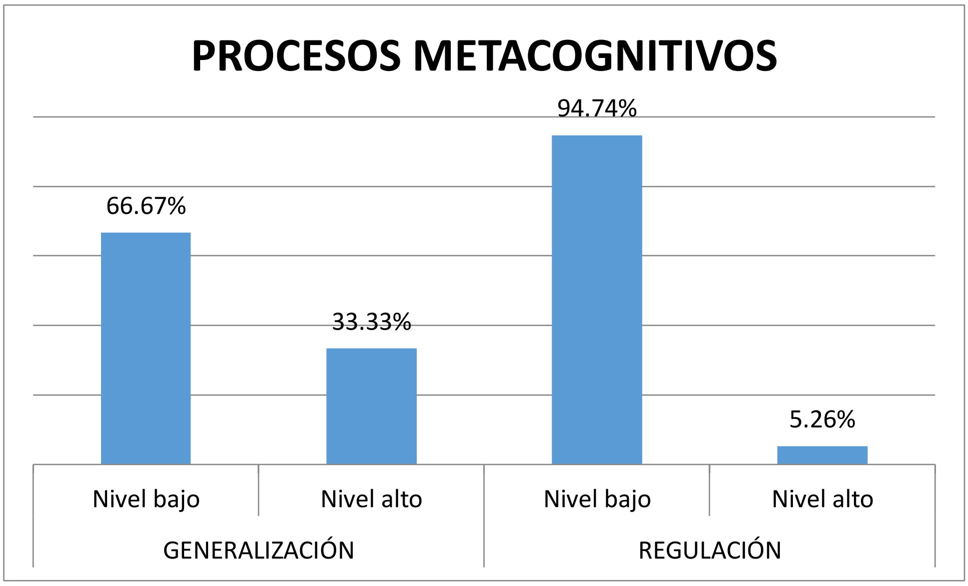


Figura 16. Porcentajes referidos al número de ciclos de generalización y de regulación de nivel alto y bajo

7.3 Tipo de razonamiento

Como un primer acercamiento a la comparativa de las interacciones dependiendo del tipo de razonamiento que según Verschaffel et al. (1994) realizan, se presnetan los siguientes resultados.

Los problemas 1 y 6 son del tipo en los que el razonamiento consta de juntar o separar conjuntos que pueden tener elementos comunes. Veamos a qué invita este tipo de razonamiento:

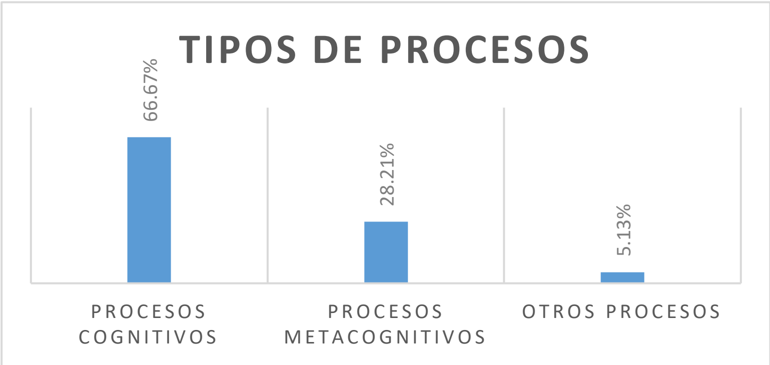
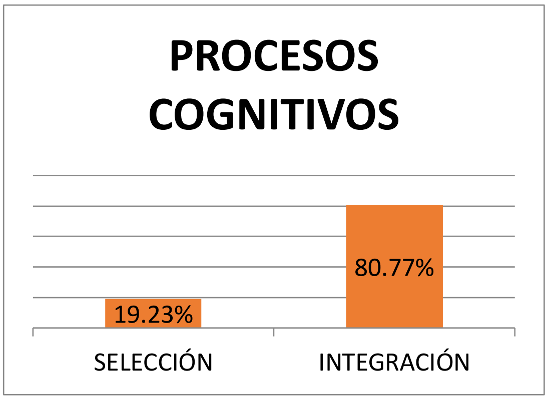


Figura 17. Porcentajes dirigidos a cada tipo de proceso en los problemas 1 y 6

Los resultados muestran que un 66.67% de los ciclos están relacionados con procesos cognitivos. Es decir, la mayor parte de contenido público generado tiene que ver con el conocimiento a la hora de resolver este tipo de ejercicios.



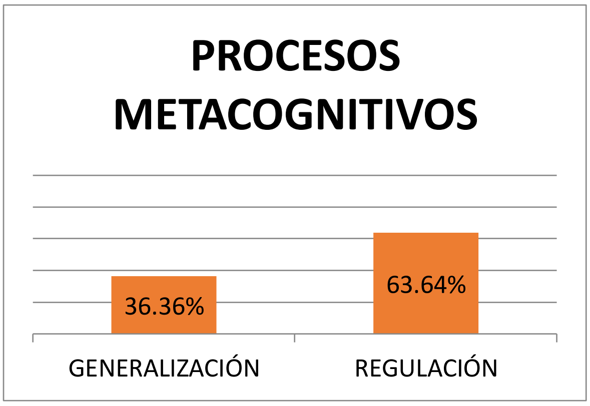


Figura 18. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos cognitivos/metacognitivos en los problemas 1 y 6

Si separamos los procesos cognitivos y metacognitivos obtenemos que en los procesos cognitivos de problemas con este razonamiento los ciclos de integración son mayoritarios. Lo que indica que van más allá de la información explícita que da el problema y hace a los alumnos profundizar para descubrir ese contenido. Mientras que en los procesos metacognitivos son el doble los ciclos de regulación en comparación con la generalización. Esto nos hace ver que aunque se puede generalizar en este tipo de ejercicios son más los procesos que regulan el proceso de resolución del problema.

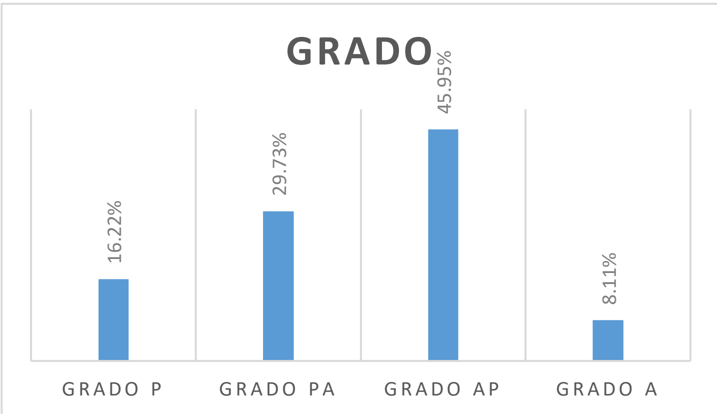


Figura 19. Porcentajes referidos al grado de participación en los problemas 1 y 6

Son ciclos en los que el contenido público lo crea completamente o en gran parte el alumno en un 54,06%. El profesor crea mucho contenido en comparación con otro tipo de problemas realistas.

El problema 2 es del tipo en los que el razonamiento busca considerar elementos relevantes que no aparecen. Los resultados que desprende este tipo de problema son los siguientes:

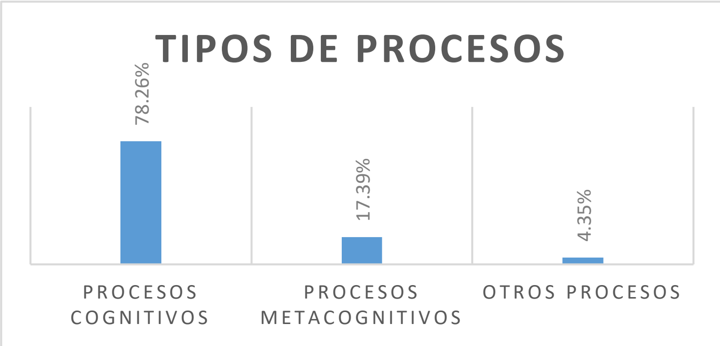
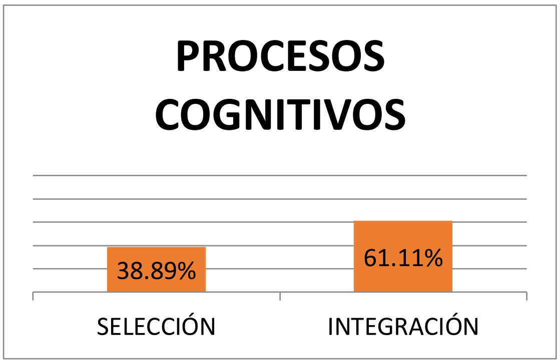


Figura 20. Porcentajes dirigidos a cada tipo de proceso en el problema 2

Tiene incluso más porcentaje de procesos cognitivos que el tipo de ejercicio anterior (78.26%). Luego también promueve que el contenido público generado tiene que ver con el conocimiento.



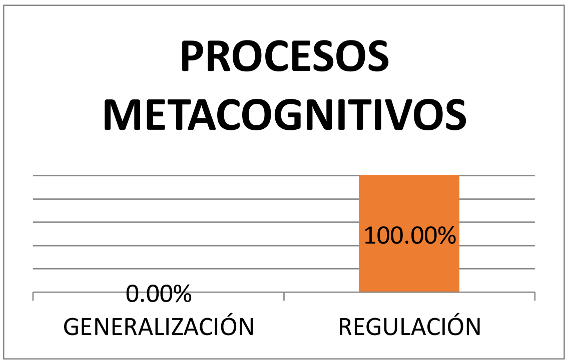


Figura 21. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos cognitivos/metacognitivos en el problema 2

En este tipo de problemas realistas se ve como los procesos metacognitivos son meramente regulatorios y no hay ninguno relacionado con la generalización. Estos problemas no invitan a generalizar el contenido que en ellos hay. Si nos fijamos en los procesos cognitivos casi un 40% son de selección por lo que respecto al problema anterior, este hace que se usen más los datos que proporciona el problema explícitamente aunque sigue siendo mayoritario los ciclos de integración.

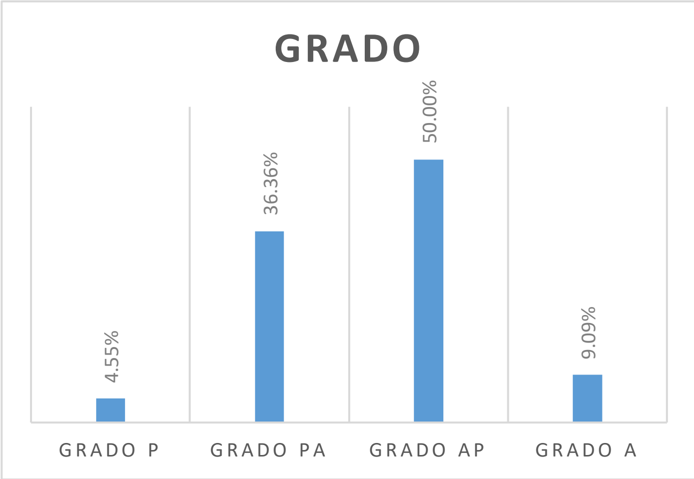


Figura 22. Porcentajes referidos al grado de participación en el problemas 2

Si se habla de quién genera la mayor cantidad de contenido público, un 59.09% es generado por alumnos. Destaca que casi un 10% lo crea los alumnos de forma independiente sin ayuda alguna del profesor. Mientras que el profesor genera conocimiento público individualmente en un 4,55%. Más bajo que en el anterior.

El razonamiento que siguen los problemas 3 y 5 es el de decidir si en una solución influye la proporcionalidad directa o no.

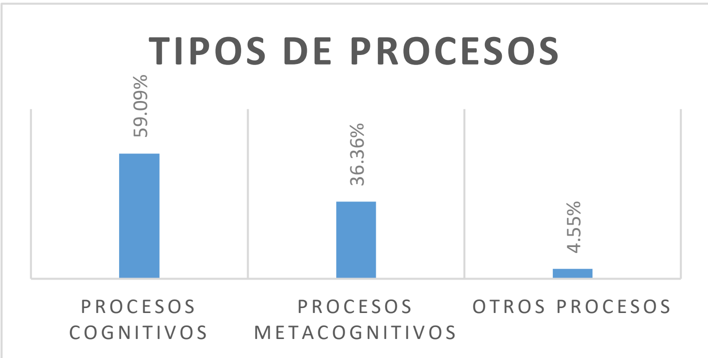


Figura 23. Porcentajes dirigidos a cada tipo de proceso en los problemas 3 y 5

En los problemas con este tipo de razonamiento, los procesos cognitivos aunque son mayores del 50% (59.09%) son menores que en otros problemas realistas dando mayor importancia a procesos metacognitivos.

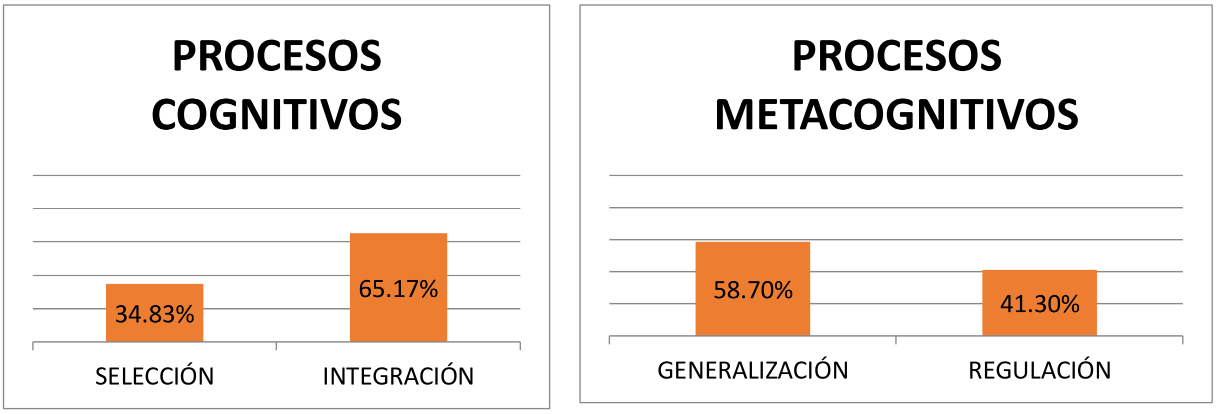


Figura 24. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos cognitivos/metacognitivos en los problemas 3 y 5

Este tipo de problemas realistas da mucha cabida a la generalización, siendo el 58,70% de los procesos metacognitivos los que se refieren a ciclos de este tipo. En cuanto los procesos cognitivos, predominan los de integración como en problemas anteriores con un 65.17% de ciclos de ese tipo. Luego se buscan conocimientos que no vienen explícitos en el problema y el contenido es generalizable en gran parte.

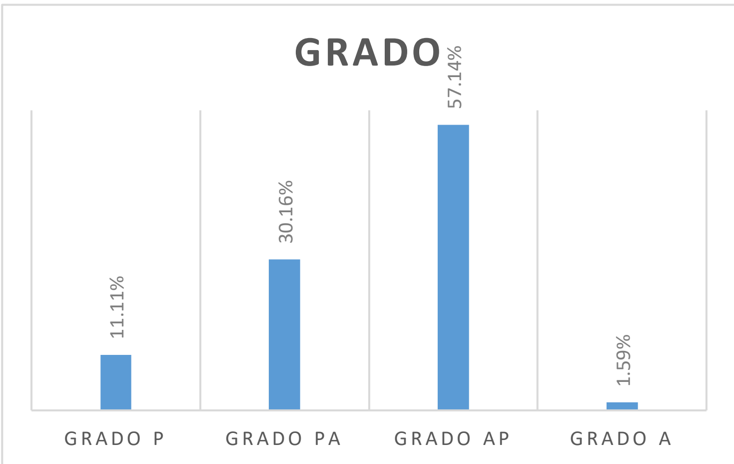


Figura 25. Porcentajes referidos al grado de participación en los problemas 3 y 5.

Si nos fijamos en el grado de participación, se puede ver que el que más % tiene es el grado Ap con un 57.14%. Destaca que el profesor cree de forma individual hasta un 11,11% del contenido y el alumno solo apenas cree un 1,59%.

Para terminar de mostrar los resultados por tipos de problema realista vemos qué sucede con problemas como el 4, en los que su razonamiento va hacia interpretar el resto de una división no exacta.

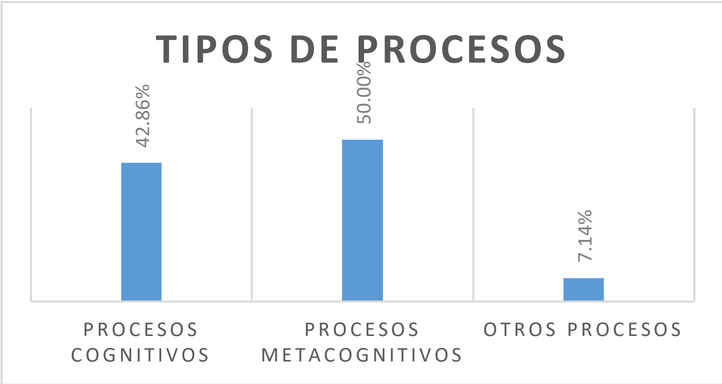


Figura 26. Porcentajes dirigidos a cada tipo de proceso en el problema 4

Por primera vez más ciclos van referidos a procesos metacognitivos que a los cognitivos. Luego este tipo de problema realista promueve más el proceso de resolución del problema que los conocimientos para resolverlo

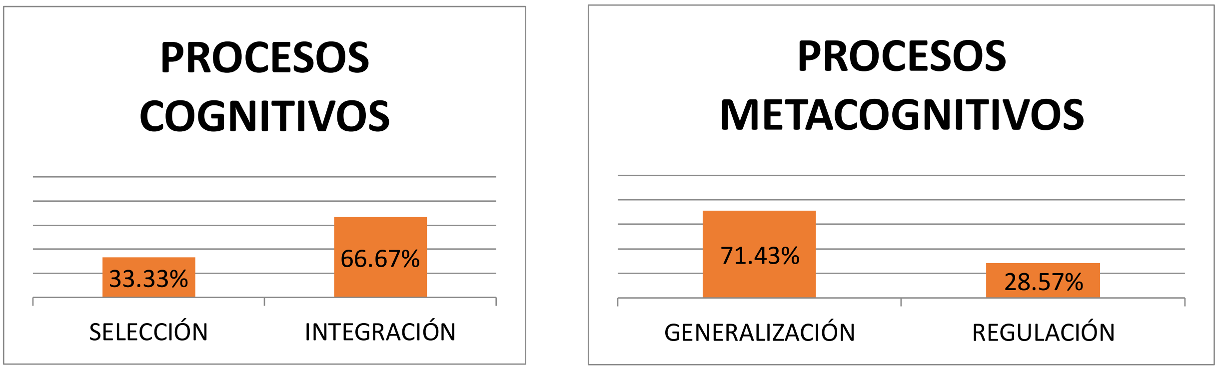


Figura 27. Porcentajes referidos a los ciclos que hacen referencia a procesos cognitivos/metacognitivos en el problema 4

Aun siendo menores los procesos cognitivos la tendencia de éstos es a profundizar en el problema. El 66.67% de los ciclos son de integración mientras que el 33.33% restante es de selección de los datos explícitos del problema. En cuanto a los procesos metacognitivos que son más protagonistas en estos ejercicios predomina con bastante diferencia los ciclos de generalización con respecto a los de regulación. Por tanto, se puede decir que estos ejercicios incluyen contenidos generalizables en gran medida que ayudan a la resolución del ejercicio.

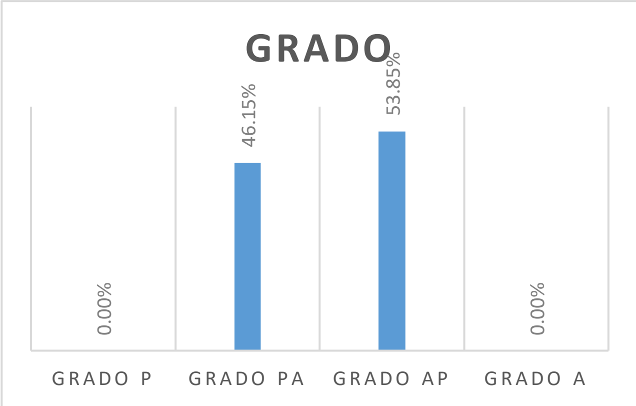


Figura 28. Porcentajes referidos al grado de participación en el problema 4

Al ver quién crea el contenido público se ve una cosa que anteriormente no había ocurrido. Todo el contenido público es creado por profesor y alumno a la vez. No se crea contenido individualemente. Destacar también que el alumno crea mayor cantidad de contenido público que el profesor y eso ayuda a la implicación del alumno en la clase y su desarrollo intelectual.

8. Discusión

Con este estudio se pretende comprobar si la naturaleza de las tareas que se desarrollan en aulas promueve en mayor medida el razonamiento, la generalización y el grado de participación en las aulas por parte de los alumnos.

Para ello, se analizó la interacción que se produce en aulas de secundaria cuando un profesor y sus alumnos resuelven de forma conjunta 6 problemas realistas en su aula y horario habitual. La selección de estos problemas fue debido a que ya habían existido experimentaciones previas con ellos (Verschaffel et al., 1994; Vicente, van Dooren, y Verschaffel, 2008).

La hipótesis que se esperaba respecto a los procesos cognitivos (selección e integración) en la resolución de los problemas, era que se promoviera un mayor porcentaje de ciclos de integración debido a que para la realización de estos problemas el pensar en la realidad del mundo puede ayudar a la resolución del problema. Respecto a los procesos metacognitivos (generalización y regulación), se esperaba que se promoviera un mayor porcentaje de ciclos de generalización debido a que llevar los datos a otro contexto de la realidad puede ayudar a entender problemas de este tipo. Por último, respecto al grado de participación, se esperaba que existiera un porcentaje alto de participación de los alumnos en el proceso de resolución.

Respecto a los procesos cognitivos que se promueven, los resultados muestran que durante la resolución de los problemas seleccionados, vemos que son los ciclos de integración los más numerosos certificando así nuestra hipótesis 1.1. Luego podemos decir que este tipo de problemas lleva a que el mayor número de interacciones profesor-alumno pertenezcan a la categoría que profundiza más en el problema, va un paso más adelante que la mera selección de información que nos da el problema.

Esto podría explicarse, en primer lugar por la importancia de la creación de un modelo situacional en problemas realistas (Vicente y Orrantia, 2007) que permita identificar la situación en la que se encuentra el problema. A partir de usar un sistema de análisis similar al de Chamoso et al. (2007) podemos obtener estos resultados en cuanto a los procesos cognitivos de integración. El alumno en estos problemas no tiene sólo que seleccionar información explícita sino ir más allá en el problema al igual que hicieron Ramos et al. (2014), cuando en sus resultados se obtuvieron mayores números en lo referente a la integración.

Respecto a los procesos metacognitivos que se promueven, los resultados muestran que durante la resolución de los problemas seleccionados, vemos cómo los ciclos de generalización son los que sobresalen por encima de los de regulación, indicando esto que los procesos que generalizan aspectos y los llevan a otro contexto ayudan en la resolución de los problemas. Por tanto, vemos que se promueven un mayor porcentaje de ciclos de generalización pero no con una diferencia significativa, impidiendo esto que se cumpla la hipótesis 1.2.

Esto podría explicarse, ya que al ser un profesor novel el que ha llevado estos problemas, no haya asegurado la comprensión y haya sido más directo (Rosales, Orrantia, Vicente y Chamoso, 2008), es decir, no haya optado por la generalización en algunos casos ya que pensaba que con la regulación bastaba para poder proseguir con el problema.

Respecto al grado de participación, los resultados muestran que durante la resolución de los problemas seleccionados, los alumnos son más protagonistas en este tipo de problemas que en otros problemas más rutinarios en los que el profesor lleva la voz más cantante. Este tipo de problemas realistas debido a su carácter y que para entenderlos hace falta recurrir a lo que pasa en el mundo real, hace que los alumnos sientan que pueden aportar más que si sólo fuera un ejercicio puramente matemático. Si se analizan más concretamente los procesos cognitivos, se puede observar que tanto en los ciclos de selección como en los de integración el nivel alto de participación es el que predomina. Luego los alumnos se sienten protagonistas de la creación del contenido en el ámbito cognitivo de estos problemas, cumpliendo la hipótesis 2 por parte de los ciclos de integración. Mencionar que en los de selección aunque es mayor, no se cumple la hipótesis al no ser significativo. Si comparamos el grado de participación de los procesos metacognitivos con lo ocurrido en el caso de los procesos cognitivos vemos que, en este caso, sí que hay contenido público que sólo es creado por el profesor. Sin embargo, apenas hay ciclos en los que el alumno sea el único que crea el contenido público. Por lo que se puede ver que el profesor guía el proceso para que el alumno obtenga conocimiento.

Esto podría explicarse, en primer lugar gracias a la importancia que en los últimos tiempos está tomando la interacción en el aula (Chamoso, Vicente, Rosales y Orrantia, 2007; Sánchez, Carrillo, Vicente y Juárez, 2015; Sánchez, García, Rosales, de Sixte y Castellano, 2008).

En segundo lugar, a que estos problemas pueden resultar más atractivos para los alumnos que uno más rutinario ya que los otros están acostumbrados a verlo diariamente y no aportan ningún estímulo nuevo. Sánchez et al. (2014) ya obtuvieron un mayor grado de participación que Rosales et al. (2008) al usar unos problemas no rutinarios frente a los rutinarios normalmente usados y nuestros resultados implican una mayor participación que los de Sánchez et al., lo que implica por tanto, mayor grado de partipación que Rosales et al. Esto se corrobora de nuevo en Sánchez, Carrillo, Vicente y Juárez (2015), nuestros resultados en comparación con este estudio muestran un mayor grado de participación de los alumnos en los procesos de creación de contenido público.

En tercer lugar, y refiriéndonos al no cumplimiento de la hipótesis 2 para ciclos de selección, puede ser debido a que el profesor se haya centrado en lo meramente matemático (Nathan y Knuth, 2003) haciendo que el nivel de participación en selección sea más bajo lhaber tomado protagonismo en esta parte.

En definitiva, este estudio nos lleva a pensar que con este tipo de problemas realistas se genera una mayor cantidad de contenido relacionado con aspectos que van más allá de la selección de datos, es decir, implican un mayor esfuerzo cognitivo. También, en este tipo de problemas la generalización es un aspecto importante pero no lo suficientemente destacable. Esto podría ser debido a que el profesor que ha realizado estos problemas era la primera vez que hacía algo de este estilo y llevaba el problema más por los ciclos de regulación que de generalización. Para la resolución de este tipo de problemas, el alumno se siente más partícipe al tratarse de un problema que tiene que ver con la realidad y por tanto es capaz de crear una mayor cantidad de contenido público al respecto.

9. Conclusiones

Los resultados del análisis de la interacción de un profesor con sus estudiantes cuando resuelven conjuntamente seis problemas realistas, en el aula habitual permiten concluir, atendiendo a Procesos que se promueven y Grado de participación:

- Procesos que se promueven: En cuanto a los procesos cognitivos (selección e integración), estos problemas realistas invitan a profundizar en el razonamiento para llegar a su resolución, y no sólo a una mera selección de la información conocida. Con este tipo de problemas, al ser del ámbito diario y que pueden ocurrir en la realidad, la solución no viene indicada fácilmente en el enunciado sino que hay que usar lo que conocemos para ver si podemos llegar a la solución.
  En cuanto a los procesos metacognitivos (generalización y regulación), se ha podido comprobar que los ciclos de generalización son mayores que los de regulación pero no del todo significativos. Lo que nos indica que en este tipo de procesos tienen más importancia los que van a relacionados a la resolución del problema pero no son matemáticos directamente, aquellos que se pueden ampliar a otros contextos, dejando en un segundo plano los aspectos organizativos aunque no del todo. Visto esto, podemos decir que la visión global o general en otros contextos puede ayudarnos a resolver este tipo de problemas que tienen que ver con el mundo real. Si lo llevamos a otro aspecto de nuestro mundo que los alumnos conozcan puede sacar similitudes y por tanto relacionarlo con el problema en cuestión. De esta forma se facilitaría el proceso de resolución del problema.

- Grado de participación: Si hablamos de grado de participación tenemos que concluir de forma distinta dependiendo del tipo de proceso en el que nos encontremos y del tipo de categoría de cada proceso ya que, en los ciclos de integración sí que se obtiene un nivel de participación alto debido a que los alumnos indagan en los conocimientos mientras que si hablamos de ciclos de selección el nivel es más bajo porque el profesor cree importante la selección de esta información y se la facilita a los alumnos. Si analizamos los procesos metacognitivos que ya sean ciclos relacionados con la generalización o con la regulación son ciclos de nivel de participación bajo.

Las limitaciones que este estudio puede tener están vinculadas a lo poco que se sabe sobre este tema en general y más concretamente en secundaria. Así mismo, una limitación sería que solamente se ha grabado a un docente en el aula, por lo que estos resultados no serían ampliables o significativos.

Las implicaciones educativas que podría tener este trabajo irían enfocadas que si lo que se quiere en el aula es fomentar o promover el razonamiento y que los alumnos extraigan de la mismas operaciones, problemas y demás tareas realizadas, igual sería recomendable la realización de más problemas de este tipo en el aula para que de esta forma se promueva el razonamiento y la participación del alumnado en la resolución de los mismos.

En cuanto a las perspectivas de futuro, una primera línea sería realizar el estudio ampliando la muestra de profesores; una segunda línea sería ampliarlo a otros contextos, como, por ejemplo, en aulas de primaria, en aulas universitarias; una tercera línea sería analizar cuántos de los ciclos están comenzados por los alumnos, y hacia qué procesos están dirigidos; una cuarta línea sería diferenciar dentro del procesos metacognitivo de regulación las tres subcategorías por las que está formada (planificación, supervisión y evaluación); y una quinta y última sería profundizar en el análisis de la interacción según los diferentes tipos de razonamientos a los que están dirigidos los problemas según la categorización de Verschaffel et al. (1994) ya que en este trabajo sólo hemos mostrado los resultados y nos podría ayudar a seleccionar el tipo de problema realista que debemos usar en el aula si queremos potenciar un tipo de proceso u otro.

10. Bibliografía

Barnes, D. (1976): *From communication to curriculum.* Harmondsworth, England:Penguin.

Bauersfeld, H. (1995): “Language games” in the mathematics classroom: Their function and their effects. En Cobb, P y Bauersfeld, H. (ed.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*, 271-291. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Bishop, A. (1985): The social construction of amending – a significant development for mathematical education? *For the Learning of Mathematics 5, 1*, 24-28.

Chamoso, J. M.; Vicente, S.; Rosales, J. y Orrantia, J. (2007). Análisis de la interacción profesor-alumno en el aula de matemáticas: actividades, autonomía e incidentes. XII Conferencia interamericana de educación matemática (XII CIAEM). Querétaro, México, 15-18 julio 07. Ponencia invitada.

Chapman, O. (2006). *Classroom practices for context of mathematics Word problems. Educational Studies in Mathematics*, 62, 211-230.

Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement, 20,* 37-46.

Díaz, M. V. y Poblete, Á. (2001). *Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 33-41.

Edo, M. (2005). Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil. En A. Pequito, & A. Pinheiro (Ed.), *Proceeding of the First International Congress on Learning in Chilhood Education* (págs. 125-137). Porto, Portugal: Gailivro.

Font, V., Planas, N., y Godino, J. (2010). *Modelo para el análisis didáctico en Educación Matemática. Infancia y Aprendizaje, 33 (1),* 89-105.

Galán, E., Sánchez, B., Chamoso, J.M., Vicente, S., Rosales, J. y Ramos, M. (2015): ¿Influye la experiencia docente en la resolución de problemas no rutinarios? *17JAEMCartagena 2015.*

Green, J. & Dixon, C. (1993): *Introduction to special issue. Talking knowledge into being: Discursive and social practices in classrooms. Linguistics and Education 5, 3-4,* 231-239.

Hatano, G. (1996): A conception of knowledge acquisition and its implications formathematics education. En Steffe, L.; Nesher, P.; Cobb, P.; Goldin, G. A. y Greer, B. (eds.), *Theories of mathematical learning*, 197-217. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Inagaki, K.; Hatano, G. y Morita, E. (1998): Construction of Mathematical Knowledge Through Whole-Class Discussion. *Learning and Instruction 8, 6,* 503-526.

Jiménez, L. (2012). La aplicación del conocimiento contextualizado en la resolución de problemas matemáticos: un estudio sobre las dificultades de los niños en la resolución de problemas no rutinarios. *Cultura y Educación, 24 (3),* 352-362.

Kantowski, M.G. (1981). *Problem solving*. En Fennema, E. (Ed.) Mathematics Education research: Implications for the 80's. NCTM: Reston.

Kintsch, W. & Greeno, J. (1985): Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review 92*, 109-129.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa, BOE Núm.295, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013).

Mullins, I., Martin, M., Ruddock, G., O´Sullivan, C. y Preuschoff, C. (2012). TIMSS 2011. Marcos de la Evaluación. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Nathan, M.J., y Knuth, E.J. (2003). A study of who classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction, 21 (2)*, 175-207.

Orrantia, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje, 26 (4)*, 451-468.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1986). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas. Traducción de Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

Ramos, M., Sánchez, B., Rosales, J., Vicente, S. y Chamoso, J. M. (2014). ¿Qué procesos promueve un profesor con un problema no rutinario? En F. España, (Eds.), *XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: El sentido de las matemáticas: Matemáticas con sentido* (p. 632-635). Baeza (Jaén): Sociedad Andaluza de Educación Matemática.

Reusser, K. (1988): Problem Solving Beyond the Logic of Things: Contextual Effectson Understanding and Solving Word Problems. *Instructional Science 17*, 309–338.

Roditi, E. (2001): *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaries*. (Tesis Doctoral). Université Paris 7 – Denis Diderot, Francia.

Rogalski, J (1999): *Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant*. Conférence donnée lors du stage national COPIRELEM, 3-5 mai 1999 a Limoges.

Rosales, J., Orrantia, J., Vicente, S. y Chamoso, J.M. (2008): La resolución de problemas aritméticos en el aula. ¿Qué hacen los profesores cuando trabajan conjuntamente con los alumnos? *Cultura y educación 2008 20(4),*423-439.

Ruíz, A. (2013). *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2013, Año 8*. Número Especial, 7-111, Costa Rica.

Sánchez, B. (2017). *Análisis de la interacción profesor-alumnos al resolver problemas no rutinarios en aulas de Primaria.* (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca, Castilla y León.

Sánchez, B., Carrillo, J., Vicente, S. y Juárez, J.A. (2015): Análisis de la interacción alumnos-profesor al resolver problemas no rutinarios en aulas de Primaria. *XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.* Comunicación.

Sánchez, B., Ramos, M., Chamoso, J. M., Rosales, J., Vicente, S. (2014). Autonomía en la interacción en resolución de problemas no rutinarios en aulas de primaria. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (p. 603). Salamanca: SEIEM.

Sánchez, E., Ricardo, J., Castellano, N., De Sixte, R., Bustos, A., y García Rodicio, H. (2008). Qué cómo y quién: tres dimensiones para analizar la práctica educativa. *Cultura y Educación, 20 (1)*, 95-118.

Schoenfeld, A. H. (1985*). Mathematical Problem Solving*. Florida USA: Academic Press, Inc.

Socas, M. (2011). Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas. *Educatio Siglo XXI, 29 (2)*, 199-224.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Lassure, S. (1994). *Realistic considerations in matyhematical modelling of school word problems*. En W. Schnotz, S. Vosniadou & M. Carretero, (Eds), New perspectives on conpcetual change (pp. 175-189). Oxford: Elserver.

Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Ther Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.

Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets and Zeitlinger.

Vicente, S. y Orrantia, J. (2007): Resolución de problemas y comprensión situacional.
Cultura y Educación 19, 1, 61-85.

Vicente, S., van Dooren, W. y Verschaffel, L. (2008): Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y educación, 2008, 20(4),* 391-406.

Williams, S.R. & Baxter, J.A. (1996): Dilemmas of discourse-oriented teaching in one Middle School Mathematics Classroom. *The Elementary School Journal 97, 1*, 21-38.