

Universidad de Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

**Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional**

**DETECCIÓN DE ERRORES EN LIBROS DE
TEXTO DE MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES I**

**ERROR DETECTION IN TEXTBOOKS OF
MATHEMATICS APPLIED TO SOCIAL
SCIENCE I**

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autora: Cynthia Vidal Aguirre

Tutor: Pedro Alonso Velázquez

Julio 2016

Contenido

Índice de Tablas	4
Índice de Figuras	6
1 Resumen/Abstract	7
2 Introducción	9
3 Reflexión crítica sobre la formación recibida y las prácticas profesionales realizadas	10
3.1 Formación recibida	10
3.2 Prácticas profesionales realizadas.....	12
4 Propuesta de programación docente.....	14
4.1 Objetivos generales de la etapa.....	14
4.2 Organización, secuenciación y temporalización de los contenidos del currículo y de los criterios de evaluación asociados.....	16
4.2.1 Secuenciación y temporalización de los contenidos	16
4.2.2 Organización de los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables asociados.....	20
4.3 Contribución de la materia al logro de las competencias clave establecidas para la etapa	53
4.4 Procedimientos, instrumentos de evaluación y criterios de calificación del aprendizaje del alumnado.....	56
4.4.1 Procedimientos de evaluación.....	56
4.4.2 Instrumentos de evaluación.....	57
4.4.3 Criterios de calificación	58
4.5 Metodología, recursos didácticos y materiales curriculares	61
4.5.1 Metodología	61

4.5.2	Recursos didácticos y materiales curriculares.....	64
4.6	Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad del alumnado. Adaptaciones curriculares para el alumnado con necesidades educativas especiales o con altas capacidades intelectuales.....	65
4.7	Actividades complementarias y extraescolares	67
4.8	Indicadores de logro y procedimientos de evaluación de la aplicación y el desarrollo de la programación docente	68
4.9	Programa de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promocione con evaluación negativa en la asignatura.....	70
5	Proyecto de investigación educativa	71
5.1	Problema planteado.....	71
5.2	Marco teórico	71
5.3	Objetivos	75
5.4	Metodología	77
5.5	Resultados obtenidos	84
5.6	Conclusiones y futuras líneas de investigación	87
6	Conclusiones	89
7	Referencias bibliográficas	91
	Anexos	94
	Anexo 1: Errores encontrados en los libros de texto	94
	Anexo 2: Libros de texto utilizados en la investigación	105

Nota: Las referencias a personas o colectivos aparecen en este documento en género masculino como género gramatical no marcado. Cuando proceda, también serán válidas en género femenino.

Índice de Tablas

Tabla 4-1. Secuenciación y temporalización de los contenidos.....	19
Tabla 4-2. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 0.....	27
Tabla 4-3. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 1.....	30
Tabla 4-4. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 2.....	31
Tabla 4-5. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 3.....	33
Tabla 4-6. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 4.....	35
Tabla 4-7. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 5.....	36
Tabla 4-8. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 6.....	37
Tabla 4-9. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 7.....	39
Tabla 4-10. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 8.....	41
Tabla 4-11. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 9.....	43
Tabla 4-12. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 10.....	46
Tabla 4-13. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 11.....	48

Tabla 4-14. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 12.....	51
Tabla 4-15. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 13.....	53
Tabla 4-16. Peso de cada instrumento de calificación en la nota de una unidad didáctica en evaluación ordinaria.....	58
Tabla 4-17. Rúbrica para la calificación del cuaderno de registros del profesor en base a las anotaciones que contiene sobre cada alumno.	60
Tabla 5-1. Tipos de errores en los libros de texto de Matemáticas en función del contexto: teoría o problema.....	73
Tabla 5-2. Tipos de errores en los libros de texto de Física en el contexto de problema.....	73
Tabla 5-3. Tipos de errores en los libros de texto de matemáticas para el contexto de teoría y de problema.	74
Tabla 5-4. Nombre asignado a cada libro de texto.....	77
Tabla 5-5. Contenidos y criterios de evaluación establecidos en el Real Decreto 1467/2007.....	78
Tabla 5-6. Grado de adecuación de los libros de texto LOE a la legislación.	79
Tabla 5-7. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables establecidos en el Real Decreto 1105/2014.....	79
Tabla 5-8. Grado de adecuación de los libros de texto LOMCE a la legislación.	80
Tabla 5-9. Criterios de clasificación de errores a usar en esta investigación.....	81
Tabla 5-10. Número de enunciados analizados.....	83
Tabla 5-11. Número y porcentaje de problemas analizados con errores.	84
Tabla 5-12. Datos numéricos de la clasificación de los errores encontrados.....	85

Índice de Figuras

Figura 5-1. Distribución de los errores encontrados para cada libro.	86
Figura 5-2. Distribución de los errores encontrados en total.	87

1 Resumen/Abstract

El presente Trabajo Fin de Máster tiene por objeto sintetizar y concretar una serie de experiencias formativas que permitan mostrar que se ha obtenido una formación adecuada a través de los conocimientos adquiridos en el Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional, desarrollado por la Universidad de Oviedo. Se subdivide en tres bloques principales: Reflexión personal sobre la formación recibida y las prácticas profesionales realizadas; elaboración de una programación didáctica para un año escolar completo y un curso determinado y, por último, realización de una investigación educativa.

En el primer bloque, se repasan las asignaturas estudiadas en el máster y su importancia para las prácticas profesionales. Se habla también de la experiencia vivida durante el prácticum y las competencias adquiridas tras su realización.

En el segundo bloque, se desarrolla, con todo detalle y teniendo en cuenta los criterios especificados en la legislación vigente, la programación docente de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas para tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria durante un curso escolar completo.

En el tercer bloque, se desarrolla una investigación educativa, cuyo objetivo es estudiar cuáles son los tipos de error más comunes en los enunciados de problemas de los libros de texto. El estudio se ha acotado únicamente a los problemas relacionados con sistemas de ecuaciones.

This Master's Thesis includes the most important knowledge that has been acquired in the Master of Arts in Teaching-Secondary Education from the University of Oviedo. It is divided into three sections: a personal reflection on the training received and the practicum; a teaching program for a school year and a particular class group and, finally, a research work.

In the first section, there is a review about the subjects that have been studied in the master and how much important they are for the practicum. There is also a reflection about the experiences and all the acquired skills during practicum.

In the second section, it is developed in detail a teaching program for Mathematics Oriented to Academic Teaching for third year of Secondary Education according to the Spanish education laws. This teaching program includes the content to teach in a whole school year.

In the third section, it is performed a research work whose objective is studying which are the most common error types in the problem statements of textbooks. The research focuses only on problems about systems of equations.

2 Introducción

El fin último de todo docente es educar. La Real Academia Española (2016) otorga cinco acepciones a la palabra *educar*, entre las cuales, aquí destacaremos dos:

1. “Desarrollar o perfeccionar las facultades intelectuales y morales del niño o del joven por medio de preceptos, ejercicios, ejemplos, etc.”
2. “Enseñar los buenos usos de urbanidad y cortesía.”

Es decir, educar no solo consiste en traspasar conocimientos a otras personas, sino también en prepararlas para afrontar con éxito las exigencias sociales actuales, logrando una correcta inserción en la sociedad como adultos responsables, éticos, justos y dueños de sus pensamientos, ideologías y acciones.

Para lograr con éxito este cometido es imprescindible contar con excelentes profesionales docentes, que admitan la educación como un derecho de todo ser humano y le den la importancia que se merece dentro de esta sociedad.

El Master en Formación del Profesorado en Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional constituye un requisito para el acceso a la función docente en los niveles mencionados. En él se trata de ofrecer al profesor en prácticas un acercamiento a la profesión docente, se enseñan conocimientos generales sobre distintos aspectos relacionados con la educación (tales como psicología del desarrollo, metodología, didáctica, organización del centro escolar, derechos humanos, etc.), a la par que se incide en la importancia que esta profesión tiene dentro de la sociedad y en la responsabilidad que, en consecuencia, recae sobre dichos profesionales.

Este trabajo engloba una parte de los conocimientos adquiridos a lo largo de la realización de este Máster y constituye la culminación de dichos estudios, poniendo un punto y seguido en nuestra formación docente.

3 Reflexión crítica sobre la formación recibida y las prácticas profesionales realizadas

El *Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional* ha contado con un total de nueve asignaturas y un periodo de prácticas profesionales o prácticum. El conjunto de asignaturas y prácticum ha hecho posible el desarrollo de nuevas competencias en nosotros, los profesores en prácticas, preparándonos para afrontar con profesionalidad el ejercicio de la docencia.

3.1 Formación recibida

Las asignaturas del máster se han distribuido en cuatro módulos diferenciados, cuyas asignaturas, en mi caso, son las que se mencionan a continuación: *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad; Procesos y Contextos Educativos; Sociedad, Familia y Educación; Diseño y Desarrollo del Currículum; Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa; Tecnologías de la Información y la Comunicación; Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas; Complementos a la Formación Disciplinar en Matemáticas y Cine y Literatura en el Aula de Ciencias.*

La asignatura *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad* ofrece una visión general acerca de la psicología del aprendizaje. Además de hacer un repaso de las teorías del desarrollo más importantes, se han estudiado técnicas para influir en el comportamiento y la motivación de los alumnos durante las clases, así como los trastornos del aprendizaje más frecuentes. Esta asignatura ha sido muy importante a la hora de enfrentarse a una clase real durante el periodo de prácticas, permitiendo orientar adecuadamente la forma de dar las clases, así como las relaciones con los alumnos en función a lo aprendido.

La asignatura *Procesos y Contextos Educativos* permite conocer la burocracia y organización que rodea al trabajo en un centro escolar. También se tratan las funciones de tutoría y atención a la diversidad que debe de llevar a cabo un docente. Esta

asignatura ha servido, fundamentalmente, para tener una visión general acerca de las funciones complementarias a la labor propiamente docente de un profesor.

La asignatura *Sociedad, Familia y Educación* trata, por un lado, la importancia de educar en Derechos Humanos a los alumnos y por otro lado, la importancia de la implicación de las familias para con la educación para que la labor educativa de los centros proporcione una formación de calidad, tanto en conocimientos, como en valores. Esta asignatura es una de las que menos se ha podido trabajar durante el periodo de prácticas, dada la escasa duración de éstas, que no permiten, por ejemplo, mantener una relación estrecha con las familias del alumnado.

La asignatura *Diseño y Desarrollo del Currículum* se ha centrado, fundamentalmente, en la creación de programaciones docentes. Es otra asignatura fundamental para una buena labor docente.

Innovación Docente e Iniciación a la Investigación Educativa es una asignatura interesante desde el punto de vista de la educación como algo en continuo crecimiento y desarrollo con el fin de ofrecer cada vez una mejor calidad. Esta asignatura tampoco se ha podido aplicar de una forma remarcable durante las prácticas. Ha servido para obtener unas ideas generales de los requisitos con los que ha de contar una buena innovación o investigación.

La asignatura *Tecnologías de la Información y la Comunicación* ofrece una visión general de la situación de las TIC en el ámbito de la educación, especialmente en el Principado de Asturias, y presenta diversas fuentes, aplicaciones y plataformas disponibles en la web de interés para los docentes. Dada la gran importancia que están adquiriendo las TIC en todos los ámbitos, se trata de una asignatura muy útil para el profesorado en formación.

Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas aporta conocimientos sobre la creación de programaciones docentes, metodología y evaluación. Es una asignatura fundamental para la práctica del ejercicio docente, pues en ella se engloban la mayor parte de los conocimientos que debe de poseer un profesor a la hora de enfrentarse a una clase.

La asignatura *Complementos a la Formación Disciplinar en Matemáticas* ofrece información y recursos útiles relacionados con las distintas ramas de las Matemáticas.

También se trabaja la exposición de contenido matemático ante una clase. La asignatura es útil para repasar conceptos matemáticos y conocer diversos recursos relacionados con la especialidad de Matemáticas. Además, sirve en algunos aspectos como introducción a los contenidos tratados en la asignatura *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* durante la segunda parte del máster.

Por último, la asignatura *Cine y Literatura en el Aula de Ciencias* ha proporcionado una visión distinta y novedosa de plantear la metodología didáctica. Propone gran cantidad de material audiovisual y literario factible de usar durante las clases como apoyo a las explicaciones clásicas.

3.2 Prácticas profesionales realizadas

Las prácticas profesionales tienen lugar durante la segunda mitad del máster con una duración de unos tres meses. En mi caso, las prácticas se han realizado en un instituto de educación secundaria de la ciudad de Oviedo, en horario mayoritariamente de mañanas, aunque también se ha asistido a algunas reuniones del centro celebradas durante las tardes.

El centro es público, mixto y uno de los más grandes del Principado de Asturias, con unas instalaciones que constan de cuatro edificios: el Pabellón Antiguo, el Pabellón Nuevo, el Aulario y el Polideportivo, además de un patio exterior y un aparcamiento.

En él se imparten estudios de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato (en modalidad diurna y nocturna, con tres cursos de duración) y Formación Profesional: ciclos de Educación Infantil (presencial y a distancia) y Actividades Físicas y Deportivas (sólo presencial).

Según la Programación General Anual del centro de prácticas, en el presente curso 2015/2016, el IES consta de 1170 alumnos, 88 profesores y 16 personas que son personal no docente del centro. El alumnado se subdivide en cuatro grupos en 1º, 3º y 4º de ESO; tres grupos en 2º de ESO; dos grupos de Diversificación Curricular; cinco grupos en 1º de bachillerato diurno y cuatro grupos en 2º bachillerato diurno. A esos grupos hay que sumarle los correspondientes al bachillerato nocturno y a los dos ciclos de Formación Profesional Superior. En total, el centro cuenta con 38 grupos.

Durante mi estancia de prácticum, los grupos con los que he trabajado de forma habitual han sido: un grupo de desdoble de 2º curso de ESO, un grupo de 3º de ESO de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas y dos grupos de 1º de Bachillerato, uno de ellos de Matemáticas I (de la modalidad de Ciencias y Tecnología) y el otro de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I (de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales).

De esos cuatro grupos, impartí una unidad didáctica a dos de ellos. En concreto, la unidad didáctica correspondiente a *Movimientos y Semejanza* en el grupo de 3º de ESO de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas y la unidad didáctica correspondiente a *Derivada de una Función* en el grupo de 1º de Bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I.

Personalmente, opino que las prácticas profesionales han sido la parte del máster en la que más he aprendido, ya que me han permitido observar en primera persona cómo es la realidad del trabajo de un docente que, de otra manera, no hubiese tenido la oportunidad de conocer tan de cerca. He podido poner en práctica todos los conocimientos que he ido adquiriendo a lo largo del presente curso, así como también afianzar otros conceptos que, sin la realización del prácticum, no hubiese llegado a comprender del todo.

Otra gran ventaja que conviene destacar de la realización de las prácticas, más allá de las relacionadas con la realidad docente, es la oportunidad que te ofrecen de conocerse a uno mismo un poco más. El trabajo continuo con los alumnos ha implicado enfrentarse a situaciones nuevas para nosotros como profesores en prácticas. Esta experiencia no nos ha aportado únicamente conocimientos sobre metodología o didáctica, sino que también nos ha permitido conocer un poco mejor nuestros propios límites y posibilidades.

4 Propuesta de programación docente

La propuesta de programación docente que se presenta a lo largo de estas páginas sigue la normativa vigente formulada en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias y en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

La programación docente llevada a cabo en este trabajo abarca un año académico completo de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de tercer curso de la Educación Secundaria Obligatoria.

4.1 Objetivos generales de la etapa

El Decreto 43/2015 establece que la Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a que los alumnos desarrollen las siguientes capacidades:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a las demás personas, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos y ellas. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con las demás personas, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su persona, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de otras personas así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de otras personas, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

m) Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.

4.2 Organización, secuenciación y temporalización de los contenidos del currículo y de los criterios de evaluación asociados

Los contenidos de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas para tercer curso de la ESO se subdividen en cinco bloques diferenciados, tal y como se indica en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias y en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato:

- Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Números y álgebra.
- Geometría.
- Funciones.
- Estadística y probabilidad.

A su vez, cada uno de estos bloques se subdivide en unidades didácticas (en las cuales se distribuyen los contenidos), con el fin de abordar el estudio de las matemáticas de forma más sencilla. La división en unidades didácticas se ha realizado teniendo en cuenta los distintos sub-bloques temáticos posibles dentro de cada bloque en función a los contenidos facilitados por la legislación.

4.2.1 Secuenciación y temporalización de los contenidos

El primer paso para diseñar la programación docente es establecer el orden en el que se van a impartir los contenidos establecidos en la legislación y el tiempo que se va a dedicar en clase a cada uno de ellos.

Respecto al orden de impartición de los temas, el bloque de *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas* se trabajará a lo largo de todo el curso, pues su contenido viene implícito en el uso y estudio de las matemáticas en sí mismo. El resto de bloques se secuencian atendiendo, fundamentalmente, a dos criterios:

- **La estructura interna de las matemáticas** (Luengo, 2016a): Se tratará de enlazar y relacionar unos temas con otros. De tal forma que, en la medida de lo posible, los contenidos que se trabajen en un tema serán la base para el contenido a desarrollar en el siguiente tema.
- **La dificultad de la materia** (Luengo, 2016a): Se incluirán los contenidos que, usualmente, entrañan mayor dificultad para el alumnado, durante el primer y segundo trimestre. Estos dos trimestres suelen ser más largos (en cuanto a número de días lectivos se refiere) que el último trimestre y, además, el alumnado todavía no acusa el cansancio mental y psicológico característico de los últimos meses del curso escolar.

En cuanto a la temporalización de los contenidos, se llevará a cabo teniendo en cuenta el calendario escolar para el curso 2016-2017 publicado por la Consejería de Educación y Cultura del Principado de Asturias (2016). Según dicho calendario, el número de semanas del periodo lectivo es treinta y siete (descontando los periodos vacacionales), es decir, doscientos cincuenta y nueve días. Si quitamos los días festivos y los no lectivos, se obtienen ciento setenta y seis días de clase.

Además, hay que tener en cuenta que se destinan cuatro horas semanales de clase para la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas para tercer curso de ESO, tal y como se ha comprobado durante el prácticum. Por tanto, el número de horas finales a dedicar a la asignatura durante todo el curso 2016-2017 será de ciento cuarenta. De esas horas, se descontarán cuatro (la primera semana de clase) para valorar el nivel general del alumnado y repasar los contenidos fundamentales del curso anterior.

Teniendo en consideración todo lo descrito anteriormente, se asignan un número de semanas determinado a la impartición de cada una de las unidades didácticas. Los criterios seguidos han sido:

- Asignar mayor número de semanas a aquellas unidades didácticas con mayor número de contenidos a tratar. Por ejemplo, las correspondientes a *Estadística* y a *Transformaciones Geométricas*.
- Asignar mayor número de semanas a aquellas unidades didácticas que, tradicionalmente, entrañan mayor dificultad para el alumnado. Por ejemplo, la correspondiente a *Sucesiones*.
- Asignar mayor número de semanas a aquellas unidades didácticas cuyos contenidos sean fundamentales para afrontar con éxito las Matemáticas correspondientes a cursos posteriores (por ejemplo, la correspondiente a *Funciones*), o bien, que sean de uso común en la vida cotidiana (por ejemplo, las correspondientes a *Sistemas de ecuaciones*, *Estadística* o *Probabilidad*).

En la Tabla 4-1 figura la secuenciación y temporalización de los contenidos propuesta en este trabajo. Se ha considerado que las evaluaciones vienen definidas por los periodos vacacionales de Navidad y Semana Santa. El curso se distribuye, por tanto en primer, segundo y tercer trimestre, que se corresponden con la primera, segunda y tercera evaluación, respetivamente, tal y como viene siendo habitual en los centros de secundaria asturianos.

El bloque *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, al que se le llamará bloque 0, contendrá la unidad didáctica 0: *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*. Esta unidad didáctica, como ya se ha mencionado con anterioridad, se trabajará a lo largo de todo el curso académico de forma implícita durante el desarrollo de las clases.

El número de semanas especificado en la Tabla 4-1 es orientativo, pues se habrá de tener en cuenta el nivel y las necesidades generales del grupo a la hora de establecer el ritmo de las clases. Aun así, se intentará en todo momento ajustarse lo máximo posible al tiempo concretado en estas páginas.

Tabla 4-1. Secuenciación y temporalización de los contenidos.

Trimestre (1º, 2º o 3º)	Bloque	Nº de Semanas	Unidad Didáctica
Todo el año escolar	0. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	-	0. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas
1º	-	1	Evaluación del nivel de la clase y repaso general del curso anterior
1º	1. Números y álgebra	2	1. Fracciones y decimales
1º		2	2. Potencias y raíces
1º		3	3. Sucesiones
1º		2	4. Lenguaje algebraico. Polinomios
1º		2	5. Ecuaciones
1º-2º		3	6. Sistemas de ecuaciones
2º	2. Funciones	3	7. Funciones y gráficas
2º		3	8. Funciones lineales y cuadráticas
2º	3. Geometría	2	9. Geometría del plano
2º		3	10. Transformaciones geométricas
2º-3º		2	11. Geometría del espacio
3º	4. Estadística y	4	12. Estadística
3º		3	13. Probabilidad

	probabilidad		
3º	-	2	Exámenes finales, recuperaciones, etc.

4.2.2 Organización de los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables asociados.

Los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables correspondientes a la asignatura de *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas* para tercer curso de la ESO quedan establecidos en el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias y en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Los objetivos de aprendizaje, en cambio, no figuran en la legislación. Se establecen a partir de los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables pero, fundamentalmente, tomando como base los indicadores de los criterios de evaluación presentes en el Decreto 43/2015 del Principado de Asturias, mencionado con anterioridad.

UNIDAD DIDÁCTICA 0: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES EN MATEMÁTICAS.

Contenidos:

1. Planificación del proceso de resolución de problemas.
2. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.

3. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

4. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.

5. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.

6. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

7. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la recogida ordenada y la organización de datos; la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Objetivos de aprendizaje:

1. Describir, razonada y adecuadamente, los pasos seguidos en la resolución de un problema.

2. Leer comprensivamente el enunciado de un problema.

3. Reflexionar sobre la situación que presenta el problema, identificando y explicando las ideas principales.

4. Organizar la información facilitada en un problema y estimar las posibles soluciones.

5. Valorar la adecuación de una solución al contexto del problema.

6. Identificar regularidades y propiedades que lleven a realizar generalizaciones y, a partir de ellas, estimar y predecir las soluciones de otros problemas similares.
7. Reflexionar sobre el modo de resolución de un problema buscando nuevas estrategias de resolución.
8. Valorar la coherencia y la idoneidad de las soluciones.
9. Plantear problemas similares a otros ya resueltos.
10. Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática y analizarla seleccionarla y clasificarla.
11. Elaborar informes, utilizando el lenguaje matemático de una forma adecuada y rigurosa.
12. Presentar informes oralmente o por escrito.
13. Utilizar modelos matemáticos que permitan resolver problemas en contextos diversos, proponiendo mejoras que aumenten la eficacia de dichos modelos.
14. Interpretar la solución de un problema en el contexto de la realidad.
15. Plantear problemas similares a otro dado, relacionando los distintos contextos matemáticos.
16. Ejemplificar situaciones que permitan comprender las relaciones matemáticas presentes en una situación problemática, valorando positivamente el uso de modelos matemáticos para interpretar la realidad y resolver problemas.
17. Clasificar los distintos tipos de problemas y relacionarlos con las situaciones problemáticas presentes en la realidad cotidiana.
18. Desarrollar actitudes de curiosidad, esfuerzo, perseverancia y aceptación de la crítica necesarias en la actividad matemática.
19. Distinguir entre lo que supone resolver un problema y un ejercicio.
20. Discutir de forma argumentada la estrategia utilizada para resolver un problema, respetando y valorando otras opiniones y manifestando comportamientos favorables a la convivencia y proponiendo soluciones dialogadas.
21. Desarrollar estrategias propias para la resolución de problemas.

22. Argumentar la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos utilizando el lenguaje adecuado.

23. Proceder sistemáticamente ordenando datos y decidiendo los pasos a dar para resolver un problema.

24. Comprobar la solución obtenida.

25. Dar la solución de forma clara y concisa, redactando el proceso seguido para llegar a ella.

26. Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar cálculos, analizar y comprender propiedades geométricas y representar gráficos (eligiendo el más apropiado).

27. Emplear medios tecnológicos para representar los datos de un problema mediante tablas, gráficos o diagramas, o para explicar los procesos seguidos en su resolución.

28. Utilizar recursos tecnológicos en la búsqueda y selección de información sencilla.

29. Utilizar herramientas tecnológicas para crear documentos digitales con el fin de presentar trabajos de forma oral o escrita.

Criterios de evaluación:

a. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema.

b. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.

c. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.

d. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.

e. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.

f. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.

g. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.

h. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.

i. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.

j. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.

k. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.

l. Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.

b.1 Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).

b.2 Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.

b.3 Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.

b.4 Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.

c.1 Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.

c.2 Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.

d.1 Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.

d.2 Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.

e.1 Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.

f.1 Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.

f.2 Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.

f.3 Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.

f.4 Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

f.5 Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.

g.1 Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.

h.1 Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.

h.2 Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.

h.3 Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.

h.4 Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.

i.1 Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.

j.1 Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.

k.1 Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.

k.2 Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.

k.3 Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.

k.4 Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.

l.1 Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión.

l.2 Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.

l.3 Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.

En la Tabla 4-2 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-2. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 0.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1
2	b, c	b.1, b.2, b.3, b.4, c.1, c.2
3	d	d.1, d.2
4	e	e.1

5	f, g	f.1, f.2, f.3, f.4, f.5, g.1
6	h, i, j	h.1, h.2, h.3, h.4, i.1, j.1
7	k, l	k.1, k.2, k.3, k.4, l.1, l.2, l.3

UNIDAD DIDÁCTICA 1: FRACCIONES Y DECIMALES.

Contenidos:

1. Números decimales y racionales.
2. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. Transformación de fracciones en decimales y viceversa.
3. Operaciones con fracciones y decimales.
4. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.

Objetivos de aprendizaje:

1. Distinguir los decimales finitos e infinitos periódicos.
3. Calcular la fracción generatriz a partir de un número decimal y viceversa.
4. Obtener soluciones aproximadas por redondeo o truncamiento, estimando el error cometido.
5. Valorar la precisión y coherencia del resultado obtenido en el contexto del problema planteado.
6. Operar adecuadamente con fracciones y decimales.

Criterios de evaluación:

a. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana y presentando los resultados con la precisión requerida.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.

a.2 Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período.

a.3 Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico.

a.4 Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos.

a.5 Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado.

a.6 Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos.

a.7 Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.

a.8 Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.

En la Tabla 4-3 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-3. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 1.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1
2	a	a.2, a.3
3	a	a.7, a.8
4	a	a.4, a.5, a.6

UNIDAD DIDÁCTICA 2: POTENCIAS Y RAÍCES.

Contenidos:

1. Potencias de números racionales con exponente entero. Significado y uso.
2. Jerarquía de Operaciones.
3. Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños.
Operaciones con números expresados en notación científica.
4. Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones.

Objetivos de aprendizaje:

1. Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o muy pequeños y operar con ellos.
2. Simplificar expresiones con raíces cuadradas no exactas.

3. Realizar adecuadamente operaciones con potencias y raíces, respetando la jerarquía de las operaciones.

Criterios de evaluación:

a. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana y presentando los resultados con la precisión requerida.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa.

a.2 Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados.

a.3 Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados.

a.4 Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.

En la Tabla 4-4 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-4. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 2.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1, a.4
2	a	a.4

3	a	a.1, a.2
4	a	a.1, a.3

UNIDAD DIDÁCTICA 3: SUCESIONES.

Contenidos:

1. Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos numéricos. Expresión usando lenguaje algebraico.
2. Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas. Elementos.

Objetivos de aprendizaje:

1. Identificar y describir regularidades en un conjunto de números.
2. Calcular términos sucesivos de una sucesión numérica a partir de un enunciado o de una expresión algebraica.
3. Obtener el término general de sucesiones numéricas sencillas.
4. Reconocer progresiones aritméticas y geométricas identificando la diferencia o la razón, calcular otros términos y la suma de términos consecutivos.
5. Resolver problemas vinculados a situaciones reales en los que haya que identificar sucesiones numéricas y progresiones.

Criterios de evaluación:

- a. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores.

a.2 Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios.

a.3 Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n” primeros términos, y las emplea para resolver problemas.

a.4 Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.

En la Tabla 4-5 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-5. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 3.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.2, a.4
2	a	a.1, a.3

UNIDAD DIDÁCTICA 4: LENGUAJE ALGEBRAICO. POLINOMIOS.

Contenidos:

1. Transformación de expresiones algebraicas. Igualdades notables.
2. Operaciones elementales con polinomios. División de polinomios.
3. Regla de Ruffini.

Objetivos de aprendizaje:

1. Realizar operaciones elementales (suma, resta, producto y división) con polinomios con coeficientes racionales.
2. Utilizar la regla de Ruffini.
3. Plantear expresiones algebraicas y transformarlas para simplificarlas.
4. Desarrollar correctamente expresiones en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia.
5. Conocer el significado de raíz de un polinomio.
6. Factorizar polinomios de grado superior a dos con raíces enteras utilizando la regla de Ruffini, las identidades notables o transformaciones en el polinomio.

Criterios de evaluación:

- a. Utilizar el lenguaje algebraico para expresar una propiedad o relación dada mediante un enunciado, extrayendo la información relevante y transformándola.

Estándares de aprendizaje evaluables:

- a.1 Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana.
- a.2 Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado.
- a.3 Factoriza polinomios de grado 4 con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común.

En la Tabla 4-6 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-6. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 4.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.2, a.3
2	a	a.1, a.3
3	a	a.3

UNIDAD DIDÁCTICA 5: ECUACIONES.

Contenidos:

1. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).
2. Resolución de ecuaciones sencillas de grado superior a dos.
3. Resolución de problemas mediante la utilización de ecuaciones.

Objetivos de aprendizaje:

1. Resolver ecuaciones de primer y segundo grado usando el método gráfico o el algebraico.
2. Usar programas informáticos para resolver ecuaciones.
3. Traducir a ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido.
4. Utilizar la factorización de polinomios para resolver ecuaciones sencillas de grado mayor que dos.

Criterios de evaluación:

a. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado y ecuaciones sencillas de grado mayor que dos, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

En la Tabla 4-7 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-7. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 5.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1
2	a	a.1
3	a	a.1

UNIDAD DIDÁCTICA 6: SISTEMAS DE ECUACIONES.

Contenidos:

1. Resolución de problemas mediante la utilización de sistemas de ecuaciones.

Objetivos de aprendizaje:

1. Resolver sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas usando los métodos algebraico o gráfico.
2. Resolver sistemas de ecuaciones utilizando programas informáticos (por ejemplo, GeoGebra, en su opción de cálculo simbólico).
3. Traducir a sistemas de ecuaciones problemas relacionados con situaciones cercanas a su contexto, resolverlos y valorar la coherencia del resultado obtenido.

Criterios de evaluación:

- a. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.

Estándares de aprendizaje evaluables:

- a.1 Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.

En la Tabla 4-8 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-8. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 6.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1

UNIDAD DIDÁCTICA 7: FUNCIONES Y GRÁFICAS.

Contenidos:

1. Características de las gráficas, dominio, cortes con los ejes, continuidad, monotonía, extremos, simetría.
2. Análisis y descripción cualitativa de gráficas sencillas que representan fenómenos del entorno cotidiano y de otras materias.
3. Análisis de una situación a partir del estudio de las características locales y globales de la gráfica correspondiente.
4. Análisis y comparación de situaciones de dependencia funcional dadas mediante tablas y enunciados.

Objetivos de aprendizaje:

1. Interpretar el comportamiento de funciones dadas gráficamente y asociar enunciados de problemas contextualizados o expresiones analíticas con sus gráficas.
2. Identificar las principales características de una gráfica e interpretarlas en su contexto.
3. Construir una gráfica a partir de un enunciado contextualizado y describir el fenómeno expuesto.

Criterios de evaluación:

- a. Conocer los elementos que intervienen en el estudio de las funciones y su representación gráfica.

Estándares de aprendizaje evaluables:

- a.1 Interpreta el comportamiento de una función dada gráficamente y asocia enunciados de problemas contextualizados a gráficas.

a.2 Identifica las características más relevantes de una gráfica interpretándolas dentro de su contexto.

a.3 Construye una gráfica a partir de un enunciado contextualizado describiendo el fenómeno expuesto.

a.4 Asocia razonadamente expresiones analíticas a funciones dadas gráficamente.

En la Tabla 4-9 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-9. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 7.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.2
2	a	a.1, a.4
3	a	a.3
4	a	-

UNIDAD DIDÁCTICA 8: FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS.

Contenidos:

1. Utilización de modelos lineales para estudiar situaciones provenientes de los diferentes ámbitos de conocimiento y de la vida cotidiana, mediante la confección de la tabla, la representación gráfica y la obtención de la expresión algebraica.

2. Expresiones de la ecuación de la recta. Punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos.

3. Funciones cuadráticas. Vértice, eje de simetría, cortes con los ejes. Representación gráfica. Utilización para representar situaciones de la vida cotidiana.

4. Utilización de medios tecnológicos como calculadoras gráficas o programas informáticos sencillos para representar funciones lineales.

5. Utilización de medios tecnológicos como calculadoras gráficas o programas informáticos sencillos para representar funciones cuadráticas.

Objetivos de aprendizaje:

1. Determinar las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada: punto-pendiente, general, explícita y por dos puntos. Calcular sus puntos de corte y la pendiente.

2. Representar gráficamente una recta a partir de su expresión analítica.

3. Obtener la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y representarla.

4. Calcular el vértice, puntos de corte con los ejes y eje de simetría de una función cuadrática.

5. Representar gráficamente funciones cuadráticas.

6. Identificar y describir situaciones del contexto cercano que puedan ser modelizadas mediante funciones lineales o cuadráticas.

7. Analizar y representar funciones lineales o cuadráticas utilizando aplicaciones y programas informáticos.

Criterios de evaluación:

a. Identificar relaciones de la vida cotidiana y de otras materias que pueden modelizarse mediante una función lineal, valorando la utilidad de la descripción de este modelo y de sus parámetros para describir el fenómeno analizado.

b. Reconocer situaciones de relación funcional que necesitan ser descritas mediante funciones cuadráticas, calculando sus parámetros y características.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Determina las diferentes formas de expresión de la ecuación de la recta a partir de una dada (Ecuación punto pendiente, general, explícita y por dos puntos), identifica puntos de corte y pendiente, y la representa gráficamente.

a.2 Obtiene la expresión analítica de la función lineal asociada a un enunciado y la representa.

a.3 Formula conjeturas sobre el comportamiento del fenómeno que representa una gráfica y su expresión algebraica.

b.1 Calcula los elementos característicos de una función polinómica de grado dos y la representa gráficamente.

b.2 Identifica y describe situaciones de la vida cotidiana que puedan ser modelizadas mediante funciones cuadráticas, las estudia y las representa utilizando medios tecnológicos cuando sea necesario.

En la Tabla 4-10 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-10. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 8.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.2
2	a	a.1
3	b	b.1, b.2
4	a	-
5	b	b.2

UNIDAD DIDÁCTICA 9: GEOMETRÍA DEL PLANO.

Contenidos:

1. Geometría del plano. Segmentos y ángulos en las figuras geométricas.
2. Lugar geométrico. Determinación de figuras geométricas planas a partir de ciertas propiedades.

Objetivos de aprendizaje:

1. Reconocer y describir los elementos característicos de las figuras planas.
2. Definir y determinar la mediatriz, la bisectriz y la circunferencia.
3. Resolver problemas que utilicen las propiedades de lugares geométricos sencillos.
4. Definir los distintos tipos de ángulos: iguales, complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice.
5. Identificar las rectas notables en un triángulo y los puntos en los que se cortan.
6. Resolver problemas geométricos relacionados con la vida cotidiana.
7. Identificar los ejes de simetría, centros, amplitud de giro, etc. de las figuras planas.
8. Identificar los centros y los ejes de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos.

Criterios de evaluación:

- a. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas y sus configuraciones geométricas.
- b. Identificar centros y ejes de simetría de figuras planas.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.

a.2 Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.

b.1 Identifica centros y ejes de simetría en figuras planas y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.

En la Tabla 4-11 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-11. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 9.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1, a.2
2	b	b.1

UNIDAD DIDÁCTICA 10: TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS.

Contenidos:

1. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas.

2. Movimientos en el plano: traslaciones, giros y simetrías en el plano.

3. Uso de los movimientos para el análisis y la representación de figuras y representaciones geométricas.

4. Reconocimiento de los movimientos en la naturaleza en el arte y en los objetos cotidianos.

5. Resolución de problemas de interpretación de mapas y planos.

6. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas (por ejemplo, GeoGebra o la búsqueda de imágenes geométricas para su análisis a través de Internet).

Objetivos de aprendizaje:

1. Enunciar los criterios de semejanza en polígonos semejantes, reconocer polígonos semejantes y construir polígonos semejantes a otros dados.

2. Calcular la razón de los perímetros y áreas de dos polígonos semejantes o de los volúmenes de dos cuerpos geométricos semejantes.

3. Dividir un segmento en partes proporcionales a otros segmentos dados.

4. Utilizar el teorema de Tales para obtener medidas indirectas utilizando la semejanza.

5. Resolver problemas contextualizados que presenten situaciones de semejanza y que requieran calcular perímetros y áreas de figuras geométricas.

6. Comprender el concepto de escala. Calcular las dimensiones reales de un plano o un mapa realizado a escala y viceversa.

7. Diferenciar entre traslación, simetría y giro en el plano, construir figuras utilizando estos movimientos e identificar los elementos característicos de estos movimientos.

8. Reconocer la presencia de transformaciones geométricas en la naturaleza y en el arte.

9. Crear construcciones propias manipulando objetos y componiendo movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.

Criterios de evaluación:

a. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y

volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.

b. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.

c. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.

a.2 Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.

a.3 Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.

b.1 Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.

c.1 Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.

c.2 Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.

En la Tabla 4-12 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-12. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 10.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1, a.2, a.3
2	c	c.1 y c.2
3	c	c.2
4	c	c.1
5	b	b.1
6	c	c.2

UNIDAD DIDÁCTICA 11: GEOMETRÍA DEL ESPACIO.

Contenidos:

1. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.
2. La esfera. Intersecciones de planos y esferas.
3. El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.

Objetivos de aprendizaje:

1. Reconocer y describir los elementos característicos de los cuerpos geométricos elementales a partir de la descripción de sus propiedades y resolver problemas que usen dichas propiedades.
2. Describir los principales poliedros y cuerpos de revolución y calcular sus áreas y volúmenes.
3. Resolver problemas contextualizados en el entorno cotidiano.

4. Identificar los planos de simetría, centros, etc. de los poliedros y los cuerpos de revolución.

5. Identificar los centros y los planos de simetría en la naturaleza, en el arte y en los objetos cotidianos.

6. Describir los elementos del globo terráqueo: eje terrestre, polos, ecuador, hemisferios, meridianos y paralelos.

7. Utilizar las coordenadas geográficas para localizar y situar lugares sobre mapas y sobre el globo terráqueo y viceversa.

Criterios de evaluación:

a. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.

b. Identificar centros y planos de simetría de poliedros.

c. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.

a.2 Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.

b.1 Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.

b.2 Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.

b.3 Identifica centros y planos de simetría en poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.

c.1 Sitúa sobre el globo terráqueo ecuador, polos, meridianos y paralelos, y es capaz de ubicar un punto sobre el globo terráqueo conociendo su longitud y latitud.

En la Tabla 4-13 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-13. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 11.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a, b	a.1, a.2, b.1, b.2, b.3
2	b	b.2
3	c	c.1

UNIDAD DIDÁCTICA 12: ESTADÍSTICA.

Contenidos:

1. Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas y cuantitativas discretas o continuas.

2. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Encuestas.

3. Organización de los datos en tablas estadísticas. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos.

4. Gráficas estadísticas. Histogramas, diagrama de barras, diagrama de sectores, polígonos de frecuencias.

5. Parámetros de posición y centralización. Cálculo, interpretación y propiedades.

6. Parámetros de dispersión. Rango, varianza, desviación típica.

7. Diagrama de caja y bigotes.

8. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.

9. Utilización de medios tecnológicos para realizar cálculos y gráficos estadísticos.

10. Utilización de datos de la población española y/o asturiana para estudios estadísticos.

Objetivos de aprendizaje:

1. Distinguir población y muestra.

2. Analizar qué procedimiento de selección es adecuado para garantizar la representatividad de una muestra determinada

3. Distinguir los distintos tipos de variables estadísticas.

4. Organizar un conjunto de datos en forma de tabla estadística y calcular las frecuencias.

5. Realizar gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.

6. Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar gráficos y obtener el valor de parámetros estadísticos.

7. Elaborar informes y exponer de forma ordenada (oralmente y por escrito) la información relevante acerca de una variable estadística analizada, así como las conclusiones obtenidas a partir de la elaboración de tablas o gráficos estadísticos.

8. Calcular la media, la moda, la mediana y los cuarteles de una variable estadística e interpretar los resultados obtenidos.

9. Calcular los parámetros de dispersión de una variable estadística: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Interpretar los resultados obtenidos.

10. Realizar una interpretación conjunta de los datos obtenidos acerca de la media y la desviación típica de una variable estadística.

11. Describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación, así como valorar su fiabilidad y representatividad de una forma crítica.

Criterios de evaluación:

a. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.

b. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.

c. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Distingue población y muestra justificando las diferencias en problemas contextualizados.

a.2 Valora la representatividad de una muestra a través del procedimiento de selección, en casos sencillos.

a.3 Distingue entre variable cualitativa, cuantitativa discreta y cuantitativa continua y pone ejemplos.

a.4 Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.

a.5 Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.

b.1 Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.

b.2 Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.

c.1 Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.

c.2 Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.

c.3 Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.

En la Tabla 4-14 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-14. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 12.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1, a.3
2	a	a.2
3	a	a.4
4	a	a.5
5	b	b.1
6	b	b.2
7	a	a.5
8	b	b.1, b.2
9	c	a.5, b.2, c.2, c.3
10	c	c.1

UNIDAD DIDÁCTICA 13: PROBABILIDAD.

Contenidos:

1. Experiencias aleatorias. Sucesos y espacio muestral.
2. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace. Diagramas de árbol sencillos. Tablas de contingencia. Permutaciones, factorial de un número.
3. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en diferentes contextos.

Objetivos de aprendizaje:

1. Distinguir entre experimentos aleatorios y deterministas.
2. Conocer los conceptos de suceso y de espacio muestral.
3. Usar distintas técnicas de recuento, tales como tablas, diagramas de árbol o enumeraciones, para obtener el espacio muestral de experimentos aleatorios sencillos.
4. Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades en el caso de sucesos equiprobables procedentes de experimentos aleatorios sencillos.
5. Calcular el factorial de un número.
6. Calcular permutaciones.
7. Escoger la opción correcta a la vista de las probabilidades obtenidas al resolver problemas planteados sobre situaciones de incertidumbre.

Criterios de evaluación:

- a. Estimar la posibilidad de que ocurra un suceso asociado a un experimento aleatorio sencillo, calculando su probabilidad a partir de su frecuencia relativa, la regla de Laplace o los diagramas de árbol, identificando los elementos asociados al experimento.

Estándares de aprendizaje evaluables:

a.1 Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.

a.2 Utiliza el vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.

a.3 Asigna probabilidades a sucesos en experimentos aleatorios sencillos cuyos resultados son equiprobables, mediante la regla de Laplace, enumerando los sucesos elementales, tablas o árboles u otras estrategias personales.

a.4 Toma la decisión correcta teniendo en cuenta las probabilidades de las distintas opciones en situaciones de incertidumbre.

En la Tabla 4-15 se relacionan los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Tabla 4-15. Relación entre los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables de la unidad didáctica 13.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1	a	a.1, a.2
2	a	a.3
3	a	a.4

4.3 Contribución de la materia al logro de las competencias clave establecidas para la etapa

Según el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias, las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas contribuyen al logro de las competencias clave de la siguiente manera:

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:

Por tratarse de la asignatura de matemáticas, es evidente el desarrollo de todos los aspectos que forman parte de la competencia matemática y las competencias básicas en ciencia y tecnología en todos los contenidos de la materia. A través de estos contenidos, se desarrolla:

- La habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión la información.
- La capacidad de manejar los elementos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana.
- La capacidad de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella enfrentándose a situaciones cotidianas a través del razonamiento y el pensamiento lógico.

Competencia lingüística:

Las matemáticas contribuyen a desarrollar la competencia lingüística debido al uso continuado de la expresión (tanto oral como escrita) en los procesos de formulación, de exposición de las ideas, así como en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa (fundamental en la resolución de problemas). Otro aspecto que contribuye al desarrollo de esta competencia es el propio lenguaje matemático, cuya finalidad, como la de toda lengua o lenguaje, es la comunicación de ideas.

Competencia digital:

Las matemáticas ayudan a desarrollar la competencia digital en la incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico; en el uso de la calculadora; en el manejo de programas informáticos sencillos o de Internet como herramientas de ayuda para adquirir nuevos conocimientos e integrarlos a los ya presentes.

Aprender a aprender:

Las matemáticas contribuyen a adquirir esta competencia de muchas formas distintas a través de la reflexión sobre los procesos de razonamiento, la contextualización de los resultados, la sistematización y el desarrollo de estrategias, el desarrollo de la autonomía, la toma de conciencia de las capacidades individuales y colectivas a la hora de trabajar en grupo y la organización, regulación y gestión del propio aprendizaje.

Competencias sociales y cívicas:

Las matemáticas permiten predecir y tomar decisiones en el ámbito social a través de criterios científicos. Los lenguajes propios de la estadística y el manejo de gráficas ayudan a comprender la información que llega desde los medios de comunicación. Por otra parte, en las matemáticas es fundamental el análisis de los errores cometidos siempre desde una perspectiva constructiva y la resolución de problemas de forma cooperativa, reflexionando sobre las ideas aportadas por otras personas. Todas estas características hacen que la materia de matemáticas contribuya al desarrollo de las competencias sociales y cívicas.

Competencia de sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:

Esta competencia se desarrolla de una manera importante en la resolución de problemas. Para resolver un problema es necesario preparar una estrategia y asumir una serie de retos y, una vez obtenidos los resultados, valorarlos y tomar decisiones en base a esa valoración. Se promueven, por tanto, características como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica o la habilidad para comunicar nuestro trabajo a los demás.

Competencia en conciencia y expresiones culturales:

Las matemáticas son en sí mismas una parte fundamental de nuestra cultura. Han estado ligadas al resto de conocimientos (tanto científicos como humanísticos) a lo

largo de la historia. La geometría ha tenido gran impacto en el desarrollo de diversos movimientos y expresiones artísticas. Por otra parte, la propia historia de las matemáticas forma parte también de nuestra Historia.

4.4 Procedimientos, instrumentos de evaluación y criterios de calificación del aprendizaje del alumnado

Los procedimientos, instrumentos de evaluación y criterios de calificación establecen las acciones, los medios y los criterios a través de los cuales evaluar el grado de adquisición por parte del alumnado de las competencias establecidas en los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables, ya comentados a lo largo de esta programación docente para cada unidad didáctica.

4.4.1 Procedimientos de evaluación

Luengo (2016b) define la evaluación educativa como “la medida o comprobación del grado de consecución de objetivos, lo que comporta una recogida de información para emitir un juicio de valor codificado en una calificación, con vistas a una toma de decisiones” (diap. 1).

A partir de esta definición, se puede afirmar entonces que un procedimiento de evaluación es una acción o conjunto de acciones encaminadas a evaluar el grado de adquisición de una competencia en el alumno. No todos los procedimientos son aptos para evaluar cualquier competencia, sino que en función a aquello que se quiera evaluar se deberá emplear el procedimiento que mejor se ajuste.

La evaluación de la adquisición de las competencias propias de esta asignatura por parte de los alumnos, se llevará a cabo de una forma continua e individualizada a lo largo del curso. Esto permitirá llevar un seguimiento permanentemente actualizado de la progresión de la clase en general y de cada alumno en particular, de tal manera que el profesor pueda adecuar el ritmo y el nivel de profundización en los contenidos en función de los resultados de sus evaluaciones.

Por tanto, una parte fundamental de la evaluación será la observación directa en clase y el trato continuo con el alumno y sus problemas a la hora de enfrentarse a los contenidos de la materia. Por supuesto, sin dejar de lado la información tan valiosa que aporta al profesor el encargo de trabajos, proyectos, informes o exposiciones o la realización de prueba escritas.

Se distinguen, entonces, tres grandes procedimientos de evaluación:

- **La observación del alumno en el aula.** Se llevará a cabo de diversas formas: mediante una observación pasiva (en la cual se observará el comportamiento; la participación; el interés; la realización de los ejercicios, actividades o tareas durante las clases; la ayuda a los compañeros; etc.) y mediante una observación activa (en la cual se observará el grado de comprensión de los conceptos mediante preguntas directas, salidas a la pizarra, etc.). Como parte de la evaluación mediante observación, se examinarán los cuadernos de los alumnos: se comprobará que éstos se encuentran actualizados, ordenados y que reflejan esfuerzo y trabajo por parte del alumno.
- **El encargo de ejercicios, actividades y tareas.** Estos pueden ser individuales o grupales y escritos u orales. También podrán implicar el uso de las nuevas tecnologías. A través de estos ejercicios, actividades y tareas se podrá conocer el grado de adquisición de conocimientos y competencias del alumno, entre ellas, el trabajo en grupo.
- **La realización de pruebas.** Constituye una de las formas más objetivas de evaluar el grado de adquisición de conocimientos y competencias por parte de cada alumno de forma individual.

En todas las unidades didácticas se llevarán a cabo estos tres procedimientos.

4.4.2 Instrumentos de evaluación

Teniendo en cuenta los procedimientos de evaluación mencionados, se concretan los instrumentos de evaluación a emplear y que son los siguientes:

- Pruebas escritas.

- Ejercicios y actividades individuales.
- Actividades y tareas grupales.
- Cuaderno de registros del profesor (para anotar los resultados de las observaciones realizadas, tanto las pasivas como las activas, incluida la observación del cuaderno del alumno).

4.4.3 Criterios de calificación

*Conviene notar que todas las calificaciones a las que se haga referencia en este subapartado serán sobre un máximo de diez puntos.

Convocatoria ordinaria*

En la Tabla 4-16 figuran los pesos de cada instrumento de calificación en la calificación total final de una unidad didáctica en evaluación ordinaria.

Tabla 4-16. Peso de cada instrumento de calificación en la nota de una unidad didáctica en evaluación ordinaria.

Instrumento de calificación	Peso en la nota total final de la unidad didáctica
Prueba escrita ordinaria	60%
Actividad o tarea grupal	20%
Ejercicios y actividades individuales	10%
Cuaderno de registros del profesor	10%

En cada unidad didáctica se realizará una sola prueba escrita y una sola actividad o tarea grupal. Los ejercicios y actividades individuales, por el contrario, serán varios y su número variará en función a la unidad didáctica, al tiempo disponible y al nivel del grupo y de cada alumno.

La nota total final de la unidad didáctica se calculará de la siguiente manera:

Calificación unidad didáctica = $0,6 \cdot \text{calificación PEO} + 0,2 \cdot \text{calificación ATG} + 0,2 \cdot \text{calificación media EAI} + 0,1 \cdot \text{calificación CR}$

Donde, PEO es “prueba escrita ordinaria”; ATG es “actividad o tarea grupal”; EAI es “ejercicios y actividades individuales” y CR es “cuaderno de registros”.

La calificación media de los ejercicios y actividades individuales se calculará realizando la media aritmética de todas las notas obtenidas por el alumno en dichos ejercicios y actividades encomendados durante la unidad didáctica correspondiente.

La calificación del cuaderno de registros se decidirá en función a las anotaciones presentes en el cuaderno de registros. En este cuaderno las anotaciones consistirán, básicamente, en puntos positivos o negativos, en función a si el alumno alcanza un grado mínimo de adquisición de las competencias observadas. Los aspectos a anotar en el cuaderno de registros son:

- Comportamiento del alumno en clase
- Participación del alumno en clase
- Interés del alumno por la asignatura
- Realización de ejercicios, actividades y tareas durante las clases
- Ayuda a otros compañeros
- Grado de comprensión del alumno mostrado en las preguntas directas
- Grado de comprensión del alumno mostrado en las salidas a la pizarra
- Cuaderno del alumno actualizado
- Cuaderno del alumno ordenado
- Reflejo de esfuerzo y trabajo en el cuaderno del alumno por parte de éste.

En función a las características particulares del grupo se podrán ajustar y/o ampliar estos aspectos. Cada uno de estos aspectos se calificará, tal y como ya se ha comentado, con un punto positivo o negativo (o varios, si es que hay varias salidas a la pizarra, por ejemplo) en el cuaderno de registros del profesor, en función a lo observado por éste durante las clases y para cada alumno.

Dependiendo del número de puntos positivos y negativos que tenga el alumno, éste recibirá una calificación que supondrá el 10% de la calificación total de la unidad

didáctica, tal y como aparece en la Tabla 4-16. La rúbrica para la calificación de las anotaciones del cuaderno de registros se presenta en la Tabla 4-17.

Tabla 4-17. Rúbrica para la calificación del cuaderno de registros del profesor en base a las anotaciones que contiene sobre cada alumno.

Nivel de desempeño	Descripción	Calificación CR
A	Todos los puntos son positivos	10
B	Al menos, el 75% de los puntos son positivos	7,50
C	Al menos, la mitad de los puntos son positivos	5
D	Al menos, el 25% de los puntos son positivos	2,50
E	El número de puntos positivos es inferior al 25%, o bien, se ha cometido alguna falta grave de comportamiento durante las clases.	0

Para que la calificación de un alumno en una unidad didáctica sea considerada como apta, tendrá que ser igual o superior a cinco.

La calificación final que le corresponderá a un alumno en una evaluación determinada (recordar que hay tres periodos de evaluación a lo largo del curso, correspondientes a los tres trimestres que componen el año escolar) será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en todas las unidades didácticas calificadas durante esa evaluación. Para que dicha evaluación sea apta, la nota obtenida tendrá que ser igual o superior a cinco puntos.

En el caso de que la calificación obtenida en una evaluación sea inferior a cinco, el alumno deberá presentarse a una prueba de recuperación (que se llevará a cabo antes de las reuniones de evaluación del centro). Consistirá en un examen escrito que abarcará todos los contenidos vistos a lo largo de la evaluación. Esta prueba supondrá el 100% de la nota de la evaluación de los alumnos que se presenten, desestimándose el resto de las

calificaciones obtenidas a lo largo de las unidades didácticas correspondientes a dicha evaluación.

La nota final ordinaria de la asignatura será la media aritmética de la nota de cada una de las tres evaluaciones.

Convocatoria extraordinaria*

En el caso de que al final del curso el alumno tenga calificada como no apta más de una evaluación o de que la nota final ordinaria de la asignatura sea inferior a cinco, la asignatura se considerará suspensa en convocatoria ordinaria, por lo que el alumno deberá presentarse a la convocatoria extraordinaria.

La convocatoria extraordinaria se basa en una prueba extraordinaria que consistirá en un examen escrito en el cuál se medirá el grado de adquisición de los contenidos mínimos de toda la asignatura, independientemente de las evaluaciones suspensas. Al igual que ocurría con la prueba de recuperación, la prueba extraordinaria supondrá el 100% de la nota del alumno en la asignatura, desestimándose el resto de las calificaciones obtenidas a lo largo del curso en la asignatura.

4.5 Metodología, recursos didácticos y materiales curriculares

Definimos la metodología como la utilización técnica y razonada de métodos para enseñar, de manera que faciliten el aprendizaje de los alumnos (Luengo, 2016c). Para contribuir a que los alumnos alcancen los objetivos de aprendizaje, así como los objetivos de la etapa y los objetivos generales de las Matemáticas, el profesorado seguirá diversos métodos de enseñanza

4.5.1 Metodología

Existen dos grandes teorías del aprendizaje: la Teoría del Aprendizaje Asimilativo de Ausubel (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) y la Teoría del Aprendizaje por Descubrimiento de Bruner (Bruner, 1960).

La primera teoría considera que la única forma de aprender algo de forma significativa (es decir, comprendiendo aquello que se está aprendiendo) es mediante un

proceso de transmisión-recepción. En este proceso, el profesor (o el ordenador, por ejemplo) es el que transmite la información y los alumnos son los que reciben dicha información y la asimilan. Para que esto sea posible la información transmitida por el profesor ha de estar correctamente estructurada, comenzando por el contenido más general y acabando por el más específico. El alumno, por su parte, ha de tener predisposición para aprender y mostrar una participación activa.

La segunda teoría, en cambio, defiende que la única manera de aprender una información de forma significativa es descubriéndola uno mismo. Para ello, el profesor no debe proporcionar la información ya elaborada al alumno, sino que debe actuar en segundo plano como un mero guía del proceso de aprendizaje, pero dejando en todo momento que sea el alumno el que descubra la información. En esta teoría, la información ha de trabajarse partiendo de lo más particular a lo más general.

En esta programación didáctica, la metodología a usar estará basada, principalmente, en la Teoría de Ausubel. Si bien, podría llegar a emplearse la Teoría de Bruner en aquellos casos concretos en los que, por las características particulares del contenido a aprender, fuese más conveniente llevar a cabo un aprendizaje con una secuencia particular-general.

Por otra parte, en la metodología seguida durante el transcurso de las clases se tendrán en cuenta las directrices proporcionadas por Puig Adam en su decálogo para la enseñanza de las Matemáticas (Puig Adam, 1955):

1. No emplear una didáctica rígida, sino amoldarla en función al alumno, observándole constantemente.
2. No olvidar el origen de las Matemáticas, ni los procesos históricos de su evolución.
3. Presentar las Matemáticas como una unidad en relación con la vida natural y social.
4. Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.
5. Enseñar guiando la creatividad y el afán por descubrir del alumno.
6. Estimular la actividad creadora, despertando el interés hacia el objeto de conocimiento.
7. Promover la autocorrección.

8. Conseguir una cierta maestría en las soluciones antes de llegar a automatizarlas.
9. Cuidar que la expresión del alumno sea una traducción fiel de su pensamiento.
10. Procurar que todos los alumnos alcancen éxitos que eviten su desaliento.

Una vez explicadas las directrices y teorías a tener en cuenta en la metodología a seguir durante las clases, se detalla la estructura a seguir por el docente en una sesión de clase. Es importante especificar que, a lo largo del curso, se llevarán a cabo distintos tipos de sesiones:

- **Sesiones expositivas:** La mayoría de las sesiones serán de este tipo. En estas sesiones el profesor explica nuevo contenido y tras ello, el alumnado realiza ejercicios y actividades para afianzar dicho contenido.
- **Sesiones prácticas:** En estas sesiones el profesor no explicará contenido teórico nuevo y su función únicamente será servir de apoyo a los alumnos en su trabajo. Estas sesiones se dedicarán íntegramente al trabajo del alumno en actividades o tareas, ya sean grupales o que requieran el uso de ordenadores.
- **Sesiones de repaso:** Estas sesiones tendrán lugar antes de las sesiones de calificación para que los alumnos expongan y compartan sus dudas entre ellos y con el profesor, con el fin de solucionar dichas dudas. No se explicará contenido nuevo y el ritmo de la clase, así como los contenidos a repasar, los determinarán los alumnos.
- **Sesiones de evaluación:** Estas sesiones se dedicarán íntegramente a evaluar las competencias alcanzadas por el alumnado a través de pruebas escritas, exposiciones orales, etc.

En toda sesión expositiva se comenzará dando un repaso a los contenidos vistos en la sesión anterior para pasar, a continuación, a explicar los nuevos contenidos correspondientes a esa sesión. Tras las explicaciones del profesor, los alumnos realizarán los ejercicios y actividades encomendados (ya sean individuales, grupales, con ordenadores, etc.). Tras el tiempo dedicado a su realización, se corregirán aquellos ejercicios y actividades que procedan. Finalmente, los últimos minutos de la clase, se

destinarán a realizar una síntesis de lo visto en la sesión de clase y se encomendarán los ejercicios, actividades o tareas oportunas a realizar por los alumnos en casa, en el caso de que se requiera trabajo extra por parte de la clase fuera del horario escolar.

4.5.2 Recursos didácticos y materiales curriculares

Los recursos didácticos son aquellos materiales que pueden ser usados con una finalidad didáctica pero que no han sido diseñados con ese fin. Por el contrario, los materiales curriculares, también llamados medios didácticos, sí se han creado con la intención de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje (García, 2015). Los recursos y medios didácticos a emplear durante el curso serán de muy diversa índole y podrán ir variando en función a las necesidades observadas en el grupo.

De forma general, se podrían citar los siguientes:

- **Vídeos:** películas, series, documentales, vídeos de YouTube, etc.
- **Textos:** artículos de actualidad en revistas científicas, literatura sobre matemáticas, blogs y páginas web, etc.
- **Programas y aplicaciones informáticas:** Microsoft Office, OpenOffice, Geogebra, Derive, Kahoot!, Socrative, Campus Educastur, etc.
- **Repositorio web** (si es posible): En él se colgarán los enunciados de las tareas grupales, las colecciones de ejercicios y problemas, las fechas de los exámenes, los criterios de evaluación y calificación, así como cualquier otra información relevante para la asignatura. La entrega de los ejercicios, actividades o tareas para su corrección por parte del profesor, también se realizará a través del repositorio.
- **Páginas web** diversas como, por ejemplo, la del Instituto Nacional de Estadística.
- **Juegos educativos:** Construcción de poliedros a partir de piezas, trivial matemático, juegos de cartas, etc.
- **Elementos del aula:** encerado; cañón de proyección; Smartphone (si fuera posible), tableta u ordenador; etc.
- **Utensilios y herramientas:** calculadora, escuadra, cartabón, regla, transportador, compás, etc.

- El **libro de texto**, elemento que se usará como medio de apoyo para el alumno.
- Las **colecciones de ejercicios y problemas creadas por el profesor** con la finalidad de complementar y enriquecer la lista de ejercicios y problemas presentes en el libro de texto. Además, estas colecciones permitirán al profesor ajustarse a las demandas particulares de cada alumno, sugiriendo a cada uno de ellos unas actividades u otras en función a sus dificultades y carencias.

4.6 Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad del alumnado. Adaptaciones curriculares para el alumnado con necesidades educativas especiales o con altas capacidades intelectuales

Las principales herramientas para atender a la diversidad del alumnado serán:

- La atención al alumno de manera individualizada por parte del profesor.
- Las colecciones de ejercicios y problemas creadas por el profesor.

El rol del profesor es fundamental en la atención a la diversidad. Para ello, el docente tratará de atender, de la forma más individualizada posible, al alumnado durante las clases. Explicará los contenidos de forma individual al alumnado que presente necesidades educativas especiales y ofrecerá sesiones de tutoría a cualquiera de sus alumnos durante los recreos, con el fin de que el alumnado tenga la oportunidad de recibir una atención totalmente personalizada e individual.

Kahoot! y *Socrative* son dos aplicaciones informáticas que pueden ayudar en gran medida al docente a la hora de atender a la diversidad. A través de estas aplicaciones, los alumnos responden a cuestionarios y realizan actividades relacionadas con los contenidos vistos en clase. Lo interesante de estas aplicaciones es que los resultados obtenidos por el alumnado son enviados al profesor, al cual le llega un informe con la puntuación obtenida y los ejercicios en los que ha fallado cada uno de sus alumnos. De esta forma, el docente puede saber de una manera rápida, sencilla y amena para los alumnos, cuales son los conceptos que no han quedado bien fijados, qué alumnos están entendiendo adecuadamente el tema, qué alumnos tienen dificultades para seguir las

explicaciones y qué alumnos dominan por completo el tema y necesitan trabajar contenidos de mayor nivel. Lógicamente, estas aplicaciones requieren el uso de Smartphones o tabletas con acceso a Internet, por lo que su utilización depende de que todos los alumnos cuenten con un dispositivo de estas características (bien porque ellos mismos lo tengan, o bien porque se lo facilite el propio centro educativo), de las condiciones del aula y de la normativa interna del centro, que puede que prohíba el uso de teléfonos móviles y tabletas en las aulas.

Respecto a las colecciones de ejercicios y problemas que se faciliten al alumnado, éstas contarán con ejercicios y problemas de todos los niveles, desde los más sencillos hasta los más avanzados, incluyendo ejercicios de repaso de conceptos vistos en cursos anteriores y ejercicios muy avanzados que incluyan contenidos propios de cursos más altos.

El objetivo que se pretende con estas colecciones no es en ningún momento que todos los alumnos realicen todas las actividades que figuran en ellas, sino que el profesor vaya encomendando a cada alumno unas actividades concretas en función a las necesidades individuales de cada uno. De esta manera, cada alumno va a tener su propio itinerario individualizado de ejercicios y problemas que, además, podrá ir variando en función a cómo vaya evolucionando el alumno a lo largo de las sesiones.

Es importante mencionar que los cuadernos serán únicos para todos los alumnos, es decir, a todo el alumnado se le facilitarán las colecciones completas de ejercicios, independientemente de su nivel. Después, será el profesor el que vaya orientando al alumno encomendándole unas actividades u otras. El propósito de no crear cuadernillos diferenciados en función al nivel es no crear distinciones entre unos alumnos y otros, de tal manera que esto pueda repercutir en su propia autoestima.

Si las capacidades intelectuales de algún alumno distasen notablemente de las capacidades medias de la clase como para que no sea posible atender a sus necesidades con las medidas aquí expuestas, entonces se recurrirá al tutor del grupo y al departamento de Orientación del centro para que hagan una valoración de ese caso en particular y colaboren con el docente para establecer las medidas y las adaptaciones oportunas.

4.7 Actividades complementarias y extraescolares

A lo largo del curso académico, se llevarán a cabo una serie de actividades organizadas por el departamento de Matemáticas para los alumnos de tercer curso de la ESO:

- Taller en Laboral Ciudad de la Cultura: “MathsLab”.
- Taller en el Museo de Bellas Artes de Asturias: “La Geometría en el Arte: Arte y Matemáticas”.
- Semana de la Ciencia en el IES.
- Participación en la Olimpiada Matemática Asturiana.

Los talleres MathsLab tienen lugar en *Laboral, Ciudad de la Cultura* (Gijón). Con este taller se pretende hacer ver al alumno que la vida cotidiana está rodeada de Matemáticas. Para ello, se realizan diversas actividades, donde se habla de la presencia de las matemáticas en la famosa serie de televisión *Los Simpson*, se les enseña a construir sus propios mosaicos, etc. (Laboral Ciudad de la Cultura, 2016).

El taller en el Museo de Bellas Artes de Asturias pretende dar a conocer la estrecha relación existente entre las Matemáticas y el Arte, mostrando cómo muchos artistas se apoyan en las Matemáticas para crear obras de arte (Museo de Bellas Artes de Asturias, 2016). Así, en el taller se hablará del número de oro, las proporciones, la geometría, etc.

Además, con motivo de la Semana de la Ciencia, el departamento de Matemáticas (a ser posible, en colaboración con otros departamentos como Tecnología, Física y Química y Biología y Geología) organizará actividades con sus alumnos durante las sesiones de clase con el objetivo de acercar el mundo matemático, científico y técnico a los estudiantes de una forma más amena y lúdica.

Por otro lado, se animará a los estudiantes a participar en la Olimpiada Matemática Asturiana, que se celebra todos los años en el Principado de Asturias. Podrá ir cualquier alumno que lo desee y, en el caso de que la demanda supere la oferta de plazas, se elegirá al alumnado en función al interés mostrado hacia la asignatura.

4.8 Indicadores de logro y procedimientos de evaluación de la aplicación y el desarrollo de la programación docente

Para que la actividad docente sea cada vez más adecuada, efectiva y pueda ir progresando en los logros alcanzados año tras año, es fundamental llevar a cabo una evaluación de la puesta en práctica de la programación docente, así como de la adecuación de la misma, detectando sus fortalezas y puntos débiles.

Para ello, en este subapartado se detallan los indicadores de logro que se van a tener en cuenta para realizar dicha evaluación, así como los procedimientos de evaluación usados para concluir un resultado final, que servirá de punto de partida para los futuros cambios a realizar en la programación docente del curso siguiente.

Los indicadores de logro a tener en cuenta son:

- El docente conoce la situación académica y las dificultades en matemáticas de cada uno de sus alumnos.
- El docente lleva un registro diario de todo lo que sucede en clase: intervenciones de sus alumnos, malos comportamientos, dificultades con algún concepto, etc.
- Los alumnos practican en el uso de las nuevas tecnologías a través de los ejercicios, actividades y tareas de la asignatura.
- Los vídeos, textos y juegos son una parte importante de las clases, que sirven de apoyo y complemento a las explicaciones teóricas más tradicionales.
- Los alumnos realizan ejercicios y actividades personalizados y adaptados a sus necesidades.
- El ritmo de la clase se adapta a la situación del grupo.
- La motivación de los alumnos aumenta a medida que avanza el curso.

Para evaluar el grado de cumplimiento de estos indicadores de logro, los procedimientos de evaluación a usar serán el análisis crítico del docente sobre su trabajo, la observación y los resultados de las calificaciones obtenidas por el grupo. Para ello, se prestará atención al cumplimiento de los siguientes puntos:

- El docente ha mantenido reuniones a lo largo del curso con las familias de los alumnos, con el tutor del grupo y con el departamento de Orientación para compartir información acerca de: las dificultades del grupo y de cada alumno en particular respecto a la asignatura, las calificaciones de los alumnos en la asignatura de matemáticas durante el curso anterior, los alumnos con dificultades de aprendizaje o con altas capacidades intelectuales, etc.
- El docente ha trabajado con listas de control, diarios, anecdotarios, etc.
- El docente ha impartido clases prácticas en el aula de informática y ha encomendado actividades y tareas a los alumnos que requerían el uso de las nuevas tecnologías.
- El docente ha usado material audiovisual, textos de actualidad, literatura y/o juegos en cada una de las unidades didácticas que componen la asignatura. Usando estos recursos como herramientas de apoyo durante las clases para facilitar la comprensión de los conceptos por parte del alumnado.
- El docente ha preparado y facilitado al alumnado un cuadernillo completo de ejercicios y actividades en cada una de las unidades didácticas y ha orientado a cada alumno, individualmente, sobre los ejercicios y actividades que debe de realizar en su caso.
- El docente ha cambiado el ritmo, la dinámica y el contenido de las clases en función de las necesidades del alumnado.
- Se ha apreciado una mejora en las calificaciones y un aumento del nivel de participación y del interés por parte del grupo a medida que iba avanzando el curso.

Evidentemente, para que la evaluación de la programación docente sea lo más objetiva posible, es imprescindible que el docente sea realista a la hora de analizar los resultados derivados de la aplicación de la programación.

4.9 Programa de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promocione con evaluación negativa en la asignatura

Para los alumnos que promocionen con la asignatura de *Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas* de tercer curso de la ESO suspensa, se establece un programa de refuerzo que transcurrirá durante todo el año académico siguiente al de la evaluación negativa en la asignatura y que consiste en:

- La realización de un cuadernillo con ejercicios, actividades y tareas que aborden los contenidos mínimos de la asignatura.
- La asistencia a una sesión de tutoría semanal con el profesor responsable de la asignatura (de carácter voluntario).

El profesor a cargo de la asignatura entregará el cuadernillo, al comienzo del año escolar, a todos los alumnos que hayan pasado de curso con la asignatura suspensa. Dicho cuadernillo habrá de ser entregado totalmente resuelto al profesor a cargo de la y antes de finalizar la última evaluación del mismo año escolar en que fue entregado.

Además, una vez por semana, el alumno podrá asistir, si lo desea, a una sesión de tutoría con el profesor responsable de la asignatura durante todo el año escolar. Al comienzo de ese año escolar, se le informará al alumno de la hora y día de la semana en que tendrán lugar dichas tutorías que, normalmente, se llevarán a cabo tras acabar las clases. Dicha sesión se usará, por un lado, para que el alumno pregunte las dudas que le hayan surgido al docente en la realización del cuadernillo y, por otro lado, para que el docente ayude al alumno a distribuir y organizar correctamente la realización de los ejercicios, actividades y tareas.

Finalmente, la asignatura se dará por recuperada cuando el cuadernillo entregado por el alumno se califique como apto y, además, se haya superado la asignatura de matemáticas de cuarto curso de la ESO.

5 Proyecto de investigación educativa

5.1 Problema planteado

La asignatura de Matemáticas ha sido considerada desde siempre como una asignatura “difícil” por los alumnos, destacando por tener unos altos índices de suspensos durante la etapa de Educación Secundaria. En consecuencia, suele generar animadversión en muchos estudiantes, sentimiento que en muchas ocasiones conservarán a lo largo de toda su vida.

Ante esta situación, es inevitable preguntarse ¿Son las Matemáticas una ciencia “difícil” y sólo accesible para unos pocos o, en realidad, el problema proviene de que algo está fallando en el proceso de enseñanza de esta materia? Para intentar dar respuesta a esta pregunta se hace necesario investigar a fondo la situación.

Tal como apuntan Fernández, Caballero y Fernández (2013), el proceso de enseñanza en los centros de Educación Secundaria se apoya en gran medida en el uso de los libros de texto. Es usado tanto por el profesorado, a la hora de impartir las lecciones; como por el alumnado, que lo usa como texto de referencia y como principal o única fuente de recursos a la hora de realizar ejercicios o problemas, básicos a la hora de fijar los aprendizajes y de relacionar las Matemáticas con las necesidades reales del ser humano.

Esta situación delega una gran responsabilidad del proceso de enseñanza-aprendizaje sobre los propios libros de texto y el contenido que en ellos figura. Es por ello, que los posibles errores o ambigüedades que estos libros contengan podrían tener una repercusión negativa sobre el aprendizaje del alumno, bien porque el alumno admita como verdadero lo que no lo es, o bien porque el enunciado en cuestión genere dudas, ambigüedades, etc. que puedan confundir al estudiante.

5.2 Marco teórico

Para llevar a cabo la investigación que se presenta a lo largo de estas páginas, se ha realizado una búsqueda exhaustiva con la intención de recabar información acerca de

la situación actual del problema y de los estudios que actualmente existen al respecto, así como de las conclusiones extraídas en ellos.

Se puede afirmar que el número de investigaciones científicas sobre errores en los libros de texto todavía es escaso, especialmente los estudios dirigidos a los niveles de Bachillerato. La inmensa mayoría de los documentos científicos encontrados durante el transcurso de esta investigación se centran, fundamentalmente, en dar una definición del concepto de error (matemático, científico o lógico). En algunos casos, también se propone un modelo de clasificación de errores.

Una de las primeras fuentes consultadas ha sido la Federación de Gremios de Editores de España. Según sus datos publicados, la facturación en libros de texto no universitarios ha supuesto un 34,1% de la facturación total por venta de libros en el mercado interior español durante el año 2014 (Federación de Gremios de Editores de España, 2015). Este dato no hace más que confirmar la masiva utilización de los libros de texto en la sociedad actual española y, por tanto, la importancia de que estos presenten contenido de calidad y con el menor número de errores posible.

Fernández (2011) se ocupa en uno de sus artículos de analizar las distintas situaciones posibles de acierto y error del alumno en su respuesta. Es interesante su definición de error científico ante una pregunta como la “discrepancia entre: lo que la ciencia espera por respuesta y, la respuesta que nosotros damos” (p. 185). Afirma que siempre debe ser la respuesta de la ciencia la que sirva de referencia para catalogar de acierto o error una respuesta, y nunca cualquier otra fuente.

A partir de tal afirmación, se puede concluir que cualquier contenido de un libro de texto que induzca al alumno, de un modo u otro, a cometer un error científico debe ser entendido como un contenido erróneo.

Finalmente, cabe destacar los trabajos de Caballero (2013), Slisko (2003) y Fernández et al. (2013) que proponen cada uno un modelo de clasificación de errores en los libros de texto.

Las clasificaciones que propone Caballero (2013) están destinadas a la materia de Matemáticas durante la Educación Primaria. Distingue dos clasificaciones distintas (ver Tabla 5-1): una destinada a los errores en la teoría y la otra a los errores en los problemas.

Tabla 5-1. Tipos de errores en los libros de texto de Matemáticas en función del contexto: teoría o problema.

Errores en el contexto de teoría	Errores en el contexto de problema
1. Omisión de premisas necesarias	1. Omisión de datos en el enunciado
2. Omisión de contenidos	2. Ambigüedad en enunciados
3. Error de concepto	3. Contradicción entre los datos del enunciado
4. Ambigüedad en definiciones	4. Error lógico en la resolución del problema
5. Omisión de pasos en algoritmos	5. Enunciados absurdos
6. Ejemplificación contradictoria	6. Uso absurdo de símbolos matemáticos
7. Mal uso del lenguaje aritmético	

Adaptado de Caballero (2013)

Slisko (2003) divide los errores existentes en los problemas presentados en los libros de texto en cinco tipos o grupos (ver Tabla 5-2). Hay que aclarar que la clasificación propuesta por Slisko está destinada a los libros de texto de la materia de Física, pero debido a la gran similitud existente entre ambas ciencias (Matemáticas y Física), se podría extrapolar a la materia de Matemáticas.

Tabla 5-2. Tipos de errores en los libros de texto de Física en el contexto de problema.

Errores en el contexto de problema
<p>1. De valor numérico</p> <p>El valor de una cantidad es poco razonable o incluso imposible.</p>
<p>2. De datos numéricos contradictorios</p>

Los datos numéricos que facilita el propio enunciado son contradictorios.

3. Situacionales

Se plantea de forma errónea la situación del problema, usualmente, debido a una descontextualización de éste.

4. Modelación

Se simplifica en exceso el modelo matemático del problema, dando lugar a que la situación que el problema plantea esté muy alejada de la realidad.

5. Conceptuales

El enunciado o la resolución dada por el libro de texto presentan errores de concepto en relación a cantidades, leyes o procesos.

Adaptado de Slisko (2003).

El autor afirma que pueden darse casos en los que un mismo problema contenga errores de varios grupos distintos. Es decir, que la existencia de un tipo de error en un problema no excluye la presencia de otros tipos de error (Slisko, 2003).

Por último, la clasificación planteada por Fernández et al. (2013) está destinada a los problemas de Matemáticas correspondientes a la Educación Primaria y tanto para el contexto de teoría, como para el contexto de problema (ver Tabla 5-3).

Tabla 5-3. Tipos de errores en los libros de texto de matemáticas para el contexto de teoría y de problema.

Tipos de errores

1. Error de concepto

Definiciones matemáticamente incorrectas, omisión en las premisas, etc.

2. Ambigüedad

Expresiones que dan lugar a diversas interpretaciones en algoritmos, problemas, etc.

3. Problemas con enunciados absurdos

Problemas que no se pueden responder siguiendo un razonamiento lógico y que, sin embargo, presentan una solución en el libro o en la guía del profesor. También problemas en los que la situación que se presente o la respuesta pedida sea absurda.

4. Problemas en los que faltan datos o que contienen órdenes incompletas

Debido a la omisión de datos necesarios o de ciertas premisas, no se puede dar respuesta a lo que nos pregunta el problema, o bien, éste admite varias o infinitas soluciones.

5. Enunciados de problemas con error en los datos o que contienen órdenes contradictorias

Los datos usados en el libro de texto y en la guía didáctica no coinciden, las órdenes del problema se contradicen entre sí, etc.

6. Error en la respuesta a un problema

Para dar la respuesta se ha partido de premisas distintas a las que daba el enunciado, se asumen como correctos datos que son contradictorios, etc.

Adaptado de Fernández et al. (2013).

Teniendo en consideración los modelos descritos previamente, se han definido los objetivos de la investigación a desarrollar en este trabajo.

5.3 Objetivos

El objetivo fundamental de la presente investigación es analizar el porcentaje de cada tipo de error cometido en los libros de texto en un determinado contexto. Para ello, se establecerá primeramente el sistema de clasificación de errores a usar para el análisis.

La asignatura elegida para llevar a cabo el estudio es *Matemáticas orientadas a las Ciencias Sociales I*, asignatura que se imparte en 1º de Bachillerato en la rama de Humanidades y Ciencias Sociales. Por otro lado, dado que analizar el temario entero correspondiente a todo el curso llevaría un tiempo excesivamente largo para lo que se

pretende de este trabajo, el análisis sólo se va a ocupar del tema correspondiente a *Sistemas de Ecuaciones* y, únicamente, de los enunciados de problemas.

La razón de no analizar las resoluciones de ninguno de los problemas, además de la ya mencionada respecto al tiempo, es que el material del que se dispone para llevar a cabo la investigación es únicamente el denominado “libro del alumno”, donde no se incluyen las resoluciones de la inmensa mayoría de los problemas. De esta manera, al no analizar las resoluciones presentes, se emplean los mismos criterios de análisis en absolutamente todos los casos. Si se considerasen las resoluciones que sí están incluidas en el “libro del alumno”, los porcentajes de error obtenidos por una resolución errónea no serían en absoluto fiables, debido al escaso número de problemas que cuentan con resolución en el libro del alumno, que harían que la muestra bajo análisis fuese demasiado pequeña como para sacar ninguna conclusión a partir de ella.

Llegados a este punto y para que se comprenda mejor lo que se acaba de explicar, hay que aclarar que en esta investigación se clasifican los problemas de los libros de texto en tres tipos: los problemas ejemplo (aquellos que el libro usa a modo de ejemplo, incluyendo la resolución para explicar conceptos o procesos algorítmicos), los problemas resueltos (aquellos que el libro no cataloga como ejemplos, pero que aun así están resueltos) y los problemas propuestos (son aquellos que no presentan la resolución en el “libro del alumno”).

Como complemento a este análisis y aprovechando la coyuntura actual, en la cual estamos conviviendo con dos leyes educativas vigentes (LOE y LOMCE), se van a analizar las diferencias existentes, si es que las hay, entre libros de texto de ambas ediciones LOE y LOMCE en cuanto al porcentaje de error en los enunciados de problemas se refiere.

Por último, es muy importante recalcar que el objetivo de esta investigación no es en ningún momento llevar a cabo una comparación entre editoriales, pues los contenidos bajo análisis representan un porcentaje muy pequeño de la totalidad de cada libro y, por tanto, los resultados que se puedan obtener de este estudio no permitirían realizar una valoración objetiva y precisa acerca de la calidad de los contenidos publicados por cada editorial. La finalidad de esta investigación es, simplemente, obtener datos acerca de qué tipo de errores suelen ser más habituales en los libros de

texto, con el fin de contribuir a detectar aquellos aspectos más conflictivos o complejos a la hora de redactar el enunciado de un problema y así poder disminuir el porcentaje de errores presentes en los libros de texto de Secundaria.

5.4 Metodología

El primer paso es escoger los libros de texto con los que se va a trabajar. Se han considerado dos editoriales que dispusieran de edición LOE y edición LOMCE. Tal como ya se ha mencionado con anterioridad, el objetivo de esta investigación no es realizar una comparativa entre dos editoriales, sino, únicamente, analizar qué tipo de errores suelen cometerse con mayor asiduidad en los libros de texto. Por esta razón, a lo largo del trabajo se va a mantener el anonimato de las editoriales usadas, con el fin de no enfocar la atención del lector hacia una comparación de editoriales.

De ahora en adelante, hablaremos de Editorial 1 y Editorial 2. De cada editorial se analizarán dos libros de texto, uno por cada edición (LOE y LOMCE). En la Tabla 5-4 se especifica cómo se va a nombrar a cada uno de los libros con los que vamos a trabajar.

Tabla 5-4. Nombre asignado a cada libro de texto.

	Editorial 1	Editorial 2
Edición LOE	Libro 1.1.	Libro 2.1.
Edición LOMCE	Libro 1.2.	Libro 2.2.

Una vez escogidas las editoriales, el siguiente paso es comprobar que el contenido sobre sistemas de ecuaciones de los cuatro libros cumplen las especificaciones dispuestas en la legislación estatal.

En la Tabla 5-5 figuran los contenidos y los criterios de evaluación correspondientes al tema de sistemas de ecuaciones, fijados en el Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas en el marco de la LOE.

Tabla 5-5. Contenidos y criterios de evaluación establecidos en el Real Decreto 1467/2007.

Contenidos	Criterios de evaluación
Bloque 1. Aritmética y álgebra	
<p>Resolución de problemas del ámbito de las ciencias sociales mediante la utilización de ecuaciones o sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>Método de Gauss.</p>	<p>Transcribir a lenguaje algebraico o gráfico una situación relativa a las ciencias sociales y utilizar técnicas matemáticas apropiadas para resolver problemas reales, dando una interpretación de las soluciones obtenidas.</p> <p>Abordar problemas de la vida real, organizando y codificando informaciones, elaborando hipótesis, seleccionando estrategias y utilizando tanto las herramientas como los modos de argumentación propios de las matemáticas para enfrentarse a situaciones nuevas con eficacia.</p>

Tomado del Real Decreto 1467/2007.

A partir de la información obtenida de la LOE, se pueden definir los objetivos de aprendizaje acerca de los sistemas de ecuaciones:

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss.
- Aplicar los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas sobre situaciones reales relativas a las ciencias sociales.

En la Tabla 5-6 se muestra el grado de adecuación de los libros de texto LOE a estos objetivos de aprendizaje.

Tabla 5-6. Grado de adecuación de los libros de texto LOE a la legislación.

Objetivos de aprendizaje	Libro 1.1.	Libro 2.1.
Resolver sistemas de ecuaciones lineales	✓	✓
Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss	✓	✓
Aplicar los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas sobre situaciones reales relativas a las ciencias sociales	✓	✓

En la Tabla 5-7 figuran los contenidos, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables correspondientes al tema de sistemas de ecuaciones fijados en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en el marco de la LOMCE.

Tabla 5-7. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables establecidos en el Real Decreto 1105/2014.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
Sistemas de ecuaciones de primer y segundo grado con dos incógnitas. Clasificación. Aplicaciones. Interpretación geométrica.	Transcribir a lenguaje algebraico o gráfico situaciones relativas a las ciencias sociales y utilizar técnicas matemáticas y herramientas tecnológicas apropiadas para resolver problemas reales, dando	Utiliza de manera eficaz el lenguaje algebraico para representar situaciones planteadas en contextos reales. Resuelve problemas relativos a las ciencias
Sistemas de ecuaciones		

lineales con tres incógnitas: método de Gauss.	una interpretación de las soluciones obtenidas en contextos particulares.	sociales mediante la utilización de ecuaciones o sistemas de ecuaciones.
		Realiza una interpretación contextualizada de los resultados obtenidos y los expone con claridad.

Tomado del Real Decreto 1105/2015 sobre el currículo básico de ESO y Bachillerato.

A partir de la información obtenida de la LOMCE, se pueden definir los objetivos de aprendizaje acerca de los sistemas de ecuaciones como:

- Resolver sistemas de ecuaciones lineales /racionales /radicales /logarítmicas /exponenciales de primer y segundo grado con dos incógnitas.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas: método de Gauss.
- Clasificar los sistemas de ecuaciones.
- Interpretar geoméricamente los sistemas de ecuaciones.
- Aplicar los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas sobre situaciones reales relativas a las ciencias sociales.
- Resolver problemas reales a través de herramientas tecnológicas.

En la Tabla 5-8 se muestra el grado de adecuación de los libros de texto LOMCE a estos objetivos de aprendizaje.

Tabla 5-8. Grado de adecuación de los libros de texto LOMCE a la legislación.

Objetivos de aprendizaje	Libro 1.2.	Libro 2.2.
Resolver sistemas de ecuaciones lineales /racionales /radicales /logarítmicas /exponenciales de primer y segundo grado con dos incógnitas	✓	✓

Resolver sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas: método de Gauss	✓	✓
Clasificar los sistemas de ecuaciones	✓	✓
Interpretar geoméricamente los sistemas de ecuaciones	(sólo los sistemas lineales)	(sólo los sistemas lineales)
Aplicar los sistemas de ecuaciones a la resolución de problemas sobre situaciones reales relativas a las ciencias sociales	✓	✓
Resolver problemas reales a través de herramientas tecnológicas	✓	✓

Una vez que se ha comprobado que los libros a usar en el estudio cumplen con lo determinado en la legislación, el siguiente paso es proceder a analizar los enunciados de los problemas con el fin de detectar los errores presentes. Para ello, se necesitará establecer previamente un sistema de clasificación de errores sobre el que basarse.

Partiendo de los modelos de Caballero (2013), Slisko (2003) y Fernández et al. (2013) mencionados con anterioridad, se han definido unos criterios de clasificación de errores para los enunciados de problemas (ver Tabla 5-9). Estos criterios son los que se van a usar a lo largo de esta investigación.

Tabla 5-9. Criterios de clasificación de errores a usar en esta investigación.

Criterios de clasificación de errores para los enunciados de problemas

1. Enunciado con error de concepto

2. Enunciado con error en los valores numéricos

3. Enunciado con error en la notación matemática

4. Enunciado ambiguo

5. Enunciado con falta de información

6. Enunciado con información de más

7. Enunciado absurdo

8. Enunciado contradictorio

A continuación, se precisan las características que son atribuidas a cada uno de los criterios de clasificación especificados en la Tabla 5-9:

Enunciado con error de concepto. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que presentan algún error en la definición o en el uso de algún concepto matemático o científico.

Enunciado con error en los valores numéricos. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados cuyos valores numéricos son absurdos en relación con el contexto del problema, o bien, llevan a un absurdo en su resultado final o a ninguna solución.

Enunciado con error en la notación matemática. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que presentan una notación que no se adecúa correctamente a la notación matemática estándar.

Enunciado ambiguo. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados cuya redacción da lugar a diversas interpretaciones, todas ellas válidas desde un punto de vista lógico y matemático, de tal manera que cada interpretación lleva a una solución distinta del problema. Es decir, en este estudio, el error por ambigüedad se asocia a una redacción confusa y no a una carencia de información.

Enunciado con falta de información. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que están incompletos o que no contienen los datos suficientes para poder dar una respuesta o una respuesta unívoca a lo que el enunciado pregunta o pide.

Enunciado con información de más. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que presentan datos que no son necesarios para la resolución del problema, ni facilitan la correcta interpretación de éste.

Enunciado absurdo. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que plantean situaciones inverosímiles o que están redactados de tal forma que las órdenes, preguntas o explicaciones no tienen ningún sentido lógico. También están dentro de este grupo los enunciados que no tienen un propósito claro, en cuanto al trabajo de los contenidos matemáticos correspondientes al tema se refiere.

Enunciado contradictorio. Se encuentran dentro de este criterio todos aquellos enunciados que se contradicen en su redacción imposibilitando o dificultando la resolución del problema.

Una vez definidos los criterios de clasificación, el siguiente paso es analizar los enunciados de los problemas sobre sistemas de ecuaciones en los cuatro libros (ver Tabla 5-10). El Anexo 1 contiene todos los errores extraídos de los enunciados analizados durante esta investigación. Identificado un error en un enunciado, éste se clasifica siguiendo los criterios ya mencionados en la Tabla 5-9.

Tabla 5-10. Número de enunciados analizados.

Libro de texto	Número de problemas analizados
Libro 1.1.	24
Libro 1.2.	31
Libro 2.1.	30
Libro 2.2.	39
	Total: 124

5.5 Resultados obtenidos

En este subapartado se muestran los resultados obtenidos en el análisis de los enunciados y la clasificación de los errores. Es importante mencionar que se admite la posibilidad de que un mismo problema contenga distintos tipos de errores, razón por la cual, en algunos casos, el número de errores encontrados supera al número de problemas analizados.

En la Tabla 5-11, figura, por una parte, el número de problemas de cada libro de texto en cuyo enunciado se ha detectado uno o más errores y, por otra parte, el porcentaje equivalente en relación al número total de problemas analizados en el libro o libros correspondientes. Se puede apreciar que, en apariencia, no existe ninguna relación entre las ediciones LOE (libros 1.1. y 2.1.) y las ediciones LOMCE (libros 1.2. y 2.2.). Es decir, no se deduce un aumento o una disminución del porcentaje de error, ya que en el caso de la editorial 1, el porcentaje de error aumenta en la edición LOMCE respecto a la edición LOE, pero en el caso de la editorial 2, sucede lo contrario.

Tabla 5-11. Número y porcentaje de problemas analizados con errores.

	Nº total de problemas analizados	Nº de problemas con errores	Porcentaje de problemas con errores (en %)
Libro 1.1.	24	4	16,67
Libro 1.2.	31	9	29,03
Libro 2.1.	30	9	30
Libro 2.2.	39	10	25,64
TOTAL	124	32	25,81

Si estos errores detectados se clasifican en función a los criterios expuestos en la Tabla 5-9, se obtienen los resultados que figuran en la Tabla 5-12. En ella se puede ver el número de problemas que tienen un tipo de error determinado para cada libro

analizado. Como se puede observar, en ningún caso se han encontrado enunciados con errores en los valores numéricos o en la notación matemática usada. En contrapartida, el mayor número de errores detectados están relacionados con la falta de información.

Tabla 5-12. Datos numéricos de la clasificación de los errores encontrados.

	Libro				TOTAL de cada tipo
	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	
con error de concepto	1	3	0	1	5
con error en los valores	0	0	0	0	0
con error en la notación	0	0	0	0	0
ambiguos	0	1	1	0	2
con falta de información	3	4	5	6	18
con información de más	0	1	0	0	1
absurdos	2	2	2	1	7
contradictorios	0	0	1	2	3
TOTAL de errores	6	11	9	10	36

Con el fin de mostrar la información de una manera más sencilla, las Figuras 5-1, y 5-2 muestran unos diagramas de barras con la información dada en las Tablas 5-11 y 5-12 en porcentajes.

Como se puede observar en la Figura 5-1, en todos los libros de texto analizados el tipo de error más común es la “falta de información” con una gran diferencia respecto

a los demás tipos. A este error le sigue el “enunciado absurdo”, presente también en los cuatro libros de texto y el segundo en porcentaje de error en dos de ellos (en concreto, en las ediciones LOE). El resto de los errores ya no aparecen en los cuatro libros de texto al mismo tiempo.

Hay que denotar que el “error de concepto” se ha producido en la totalidad de los casos por una confusión entre los conceptos de peso y masa. Mientras que el peso es una medida de fuerza y, por tanto, la unidad de medida es el Newton; la masa mide la cantidad de materia que posee un cuerpo y su unidad de medida es el Kilogramo. En los enunciados analizados, se habla de peso para referirse a la masa, usando los kilogramos como unidad de medida del peso. Aunque esta confusión pueda no ser importante en el ámbito de las Matemáticas, sí lo es, y mucho, en el ámbito de la Física. Esto se debería de tener en cuenta en los problemas de Matemáticas para evitar confusiones posteriores en los alumnos a la hora de estudiar otras ramas de la ciencia.

Tal como se dedujo en la Tabla 5-11, la Figura 5-1 vuelve a confirmar el hecho de que no parece existir ningún parámetro que se comporte de forma diferenciada entre las ediciones LOE y LOMCE, con la excepción de que para los dos libros de texto de edición LOE, el segundo tipo de error más común es el “enunciado absurdo”.

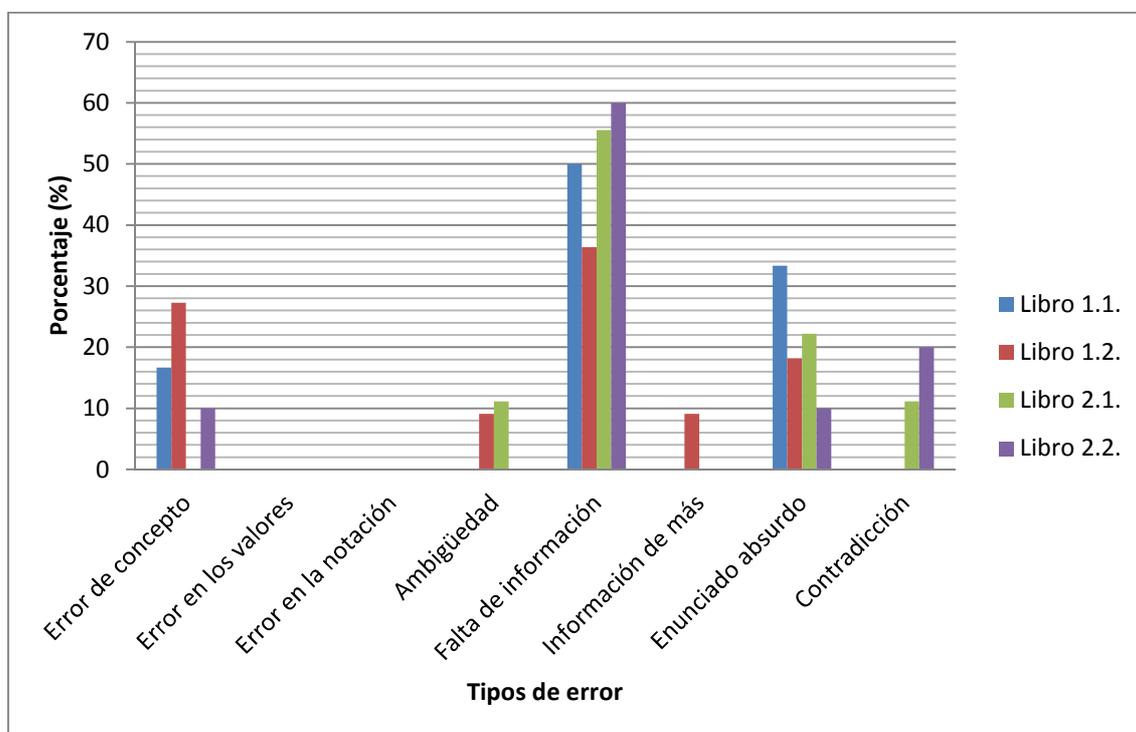


Figura 5-1. Distribución de los errores encontrados para cada libro.

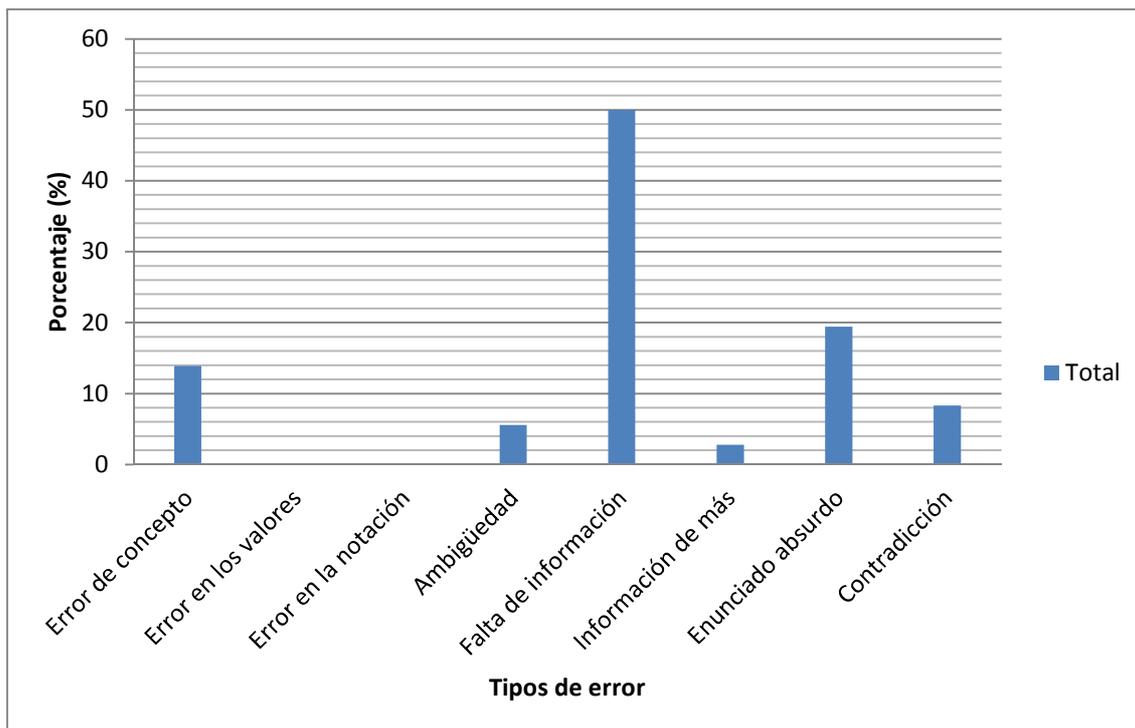


Figura 5-2. Distribución de los errores encontrados en total.

Por último, en la Figura 5-2 se muestra la distribución de los tipos de error en total, es decir, teniendo en cuenta todos los problemas analizados sin separarlos por edición, editorial o libro. Esta Figura vuelve a confirmar, una vez más, la clara predominancia de los errores por falta de información. Exactamente la mitad de los errores que se han encontrado son debidos a una falta de información (ya sea por una falta de datos numéricos o por un enunciado incompleto).

5.6 Conclusiones y futuras líneas de investigación

Tras los resultados obtenidos, son varias las conclusiones que se derivan de ellos. En primer lugar, existe un gran porcentaje de errores por falta de información en los enunciados, que como se describió con anterioridad, puede deberse a dos razones: una falta de datos numéricos o un enunciado incompleto. Como se puede ver en la Figura 5-2, considerando el total de los problemas analizados, la mitad de los errores encontrados se deben a este motivo. En algún libro de texto, el porcentaje llega a subir incluso al 60% de errores con esta causa.

En segundo lugar, el error en los valores numéricos y el error en la notación parecen tener un porcentaje de aparición muy bajo. En los libros de texto analizados en este estudio, no se ha encontrado ningún caso de ninguno de estos dos errores.

En tercer lugar, todos los casos de error de concepto que se han encontrado se deben al uso indistinto del concepto de masa y peso. Es un fallo que parece repetirse por sistema en todos los problemas donde se proporcionan datos de masa.

En cuarto lugar, no se ha detectado ningún patrón determinado entre las ediciones LOE y LOMCE, a partir del cual se pueda extraer alguna conclusión al respecto.

Finalmente, cabe mencionar que las conclusiones obtenidas en esta investigación son interesantes y pueden servir de ayuda a la hora de confeccionar nuevos problemas para un libro de texto. Sin embargo, nos proporciona una visión poco general y demasiado enfocada en un curso y un tema determinado, lo que puede restarle realismo a la hora de extrapolar las conclusiones obtenidas en este trabajo a otros temas y cursos.

Consecuentemente, sería interesante para futuros trabajos, ampliar la cantidad de material analizado, trabajando con un mayor número de libros de texto, de temas y de cursos. Esto proporcionaría una visión más objetiva y precisa acerca de las necesidades y carencias que puedan presentar los libros de texto.

6 Conclusiones

El Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional ha sido una experiencia enriquecedora desde el punto de vista intelectual, profesional y personal. Uno de los contenidos del máster que más nos ha aportado a los profesores en prácticas han sido las prácticas profesionales, realizadas en los centros de secundaria y formación profesional. En ellos, nos ha sido posible ver muy de cerca cómo es la labor diaria de un docente, también hemos podido poner en práctica los conocimientos aprendidos en el máster hasta ese momento y, sobre todo, hemos podido conocernos un poco mejor a nosotros mismos, a través del trabajo diario con los alumnos y de las situaciones con las que nos hemos encontrado.

De entre los contenidos teóricos tratados en el máster, uno de los más importantes es la elaboración de programaciones didácticas. Éstas son la base sobre la que se construye toda la actividad docente. La inmensa mayoría de las funciones que un profesor realiza están relacionadas con algún aspecto de la programación didáctica, por lo que si ésta es adecuada y, sobre todo, realista, supondrá una mejora notable en la calidad de la enseñanza que se ofrece al alumnado.

La programación didáctica realizada en este trabajo basa sus contenidos en las directrices marcadas por la legislación estatal y autonómica vigente. La ordenación temporal de los contenidos a impartir tampoco se ha realizado al azar, sino que se han seguido dos criterios: la estructura interna de las matemáticas y la dificultad de la materia. Es decir, se han ordenado los contenidos de tal forma que, en la medida de lo posible, los nuevos conceptos se apoyen en los ya conocidos y que los bloques que suelen resultar más abstractos al alumnado se impartan antes que los demás, evitándolos durante los últimos meses del curso, en los cuales el alumno presenta una mayor fatiga mental.

Además, la programación didáctica elaborada tiene en cuenta la atención a la diversidad, un aspecto de gran importancia, pues la presencia de alumnos con distintas capacidades intelectuales, distinta motivación frente a la asignatura y distintas situaciones personales, es una realidad que se encuentra en todas y cada una de las aulas. El docente debe saber adaptarse a las necesidades de cada uno de sus alumnos y

el primer paso para ello es tener en cuenta esa diversidad a la hora de elaborar la programación.

La última parte de este trabajo ha consistido en la realización de una investigación docente. El objetivo de la investigación es estudiar cuáles son los tipos de error más recurrentes en los enunciados de problemas de los libros de texto. Tras el análisis de cuatro libros distintos, se puede concluir que, si consideramos la totalidad de los problemas analizados, los tipos de error más comunes son la falta de información en los enunciados (la primera causa de error en los cuatro libros analizados) y los enunciados absurdos. Mientras que, por el contrario, los menos comunes han sido los errores en los valores numéricos y los errores en la notación matemática, de los cuáles no se ha encontrado ningún caso en ninguno de los problemas.

Respecto a las diferencias entre las ediciones LOE y LOMCE, no se ha detectado ningún patrón concreto que las diferencie. Tan sólo, se ha observado que en las ediciones LOE la segunda causa de error ha sido el enunciado absurdo en todos los casos, mientras que en las ediciones LOMCE la segunda causa de error ha variado entre un libro y otro. Contando únicamente con estos resultados, no se puede llegar a ninguna conclusión concreta sobre las posibles diferencias entre las ediciones LOE y LOMCE.

7 Referencias bibliográficas

Ausubel, D.P., Novak, J.D. y Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A Cognitive View* (2nd edition). New York: Holt, Rinehart & Winston.

Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Caballero, P. (2013). *El error matemático en los libros de texto de Educación Primaria*. Recuperado el 24 de mayo de 2016, de <https://www.researchgate.net/publication/288182002>

Consejería de Educación y Cultura del Principado de Asturias (2016). *Calendario escolar 2016-2017*. Recuperado el 31 de mayo de 2016, de <http://www.educastur.es/calendario-escolar/#calendario1617>

Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.

Federación de Gremios de Editores de España (2015). *Comercio Interior del Libro en España. 2014*. Recuperado el 24 de mayo de 2016, de http://federacioneditores.org/img/documentos/Comercio_Interior_14.pdf

Fernández, J. A. (2011). *La inestabilidad de la normalidad del error en la actividad escolar. ¿Cuánto de error tienen los errores que cometen los alumnos?* Recuperado el 25 de mayo de 2016, de <https://www.researchgate.net/publication/259780797>

Fernández, P., Caballero, P. y Fernández, J. A. (2013). ¿Yerra el niño o yerra el libro de Matemáticas? *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 131-148.

García, M. S. (2015). *Diseño y Desarrollo de la Programación Didáctica*. Material curricular del Máster Universitario en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad de Oviedo (papers).

Laboral Ciudad de la Cultura (2016). *Vamos escolar! Mathslab*. Recuperado el 4 de junio de 2016, de <http://www.laboralciudaddelacultura.com/agenda/1755/vamos-escolar-mathslab.html>

Luengo, M. A. (2016a). *Contenidos LOMCE*. Material curricular del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad de Oviedo (papers).

Luengo, M. A. (2016b). *Evaluación*. Material curricular del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad de Oviedo (papers).

Luengo, M. A. (2016c). *Metodología*. Material curricular del Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional. Facultad de Formación del Profesorado y Educación de la Universidad de Oviedo (papers).

Museo de Bellas Artes de Asturias (2016). *La Geometría en el Arte: Arte y Matemáticas*. Recuperado el 17 de junio de 2016, de <http://www.museobbaa.com/actividad/la-geometria-en-el-arte-arte-y-matematicas/>

Programación General Anual. Curso 2015/2016. Oviedo: IES Alfonso II.

Puig Adam, P. (1955). Decálogo de la didáctica matemática media. *Gaceta matemática*, 7(5-6), 130-135.

Real Academia Española (2016). *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 8 de junio de 2016, de <http://dle.rae.es/?id=EOHRlk5>

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas.

Slisko, J. (2003). Errores en los libros de texto de Física: ¿Cómo convertir estos obstáculos de aprendizaje en oportunidades para el desarrollo del pensamiento crítico?

En F. Flores y M. E. Aguirre (Eds.), *Educación en Física* (pp. 79-120). México D.F.: D.
R. Universidad Nacional Autónoma de México.

Anexos

Anexo 1: Errores encontrados en los libros de texto

En este anexo se recogen los errores encontrados durante el análisis de los libros de texto. Se presentan separados según el tipo de error encontrado.

Enunciados con error de concepto:

“Sobre un camión se cargan tres bidones. El doble del peso del primero menos el triple del segundo es 4 Kg. El quíntuple del peso del segundo menos un tercio del peso del tercero es 50 Kg. Halla el peso de cada bidón si entre los tres pesan 275 Kg.”

“Con 450 g de un medicamento se fabricaron 60 pastillas de tres tipos: grandes, medianas y pequeñas. Las pastillas grandes pesan 20 g, las medianas, 10 g, y las pequeñas, 5 g. Si el total de pastillas grandes y medianas es la mitad del número de pastillas pequeñas, ¿cuántas se fabricaron de cada tipo?”

“Un país ha sufrido un devastador huracán. Un estado vecino quiere proporcionar ayuda urgente con un presupuesto de 120350 € consistente en el envío por avión de medicamentos, ropa y agua. El volumen y peso máximo que soporta el avión es de 280 m³ y 24375 Kg, respectivamente. La tabla siguiente muestra el volumen y peso de los contenedores de los tres productos, así como su precio. Calcula cuántos de ellos se pueden enviar como máximo.”

	Volumen (m ³)	Peso (Kg)	Precio (€)
Medicinas	0,08	5	250
Ropa	1	30	300
Agua	0,1	100	10

(se repite en dos libros de texto)

“Se cuenta con un presupuesto de 7550 € para fabricar tres tipos de contenedores para reciclar basura. El volumen y peso máximo que pueden tener dichos contenedores para su almacenaje es de 43 m^3 y 3750 Kg, respectivamente. La tabla siguiente muestra el volumen y peso de los contenedores de los tres tipos, así como su precio. Calcula cuántos de ellos se pueden fabricar de cada tipo si se quiere agotar el presupuesto y la capacidad de almacenaje.”

	Volumen (m^3)	Peso (Kg)	Precio (€)
TIPO I	1	100	250
TIPO II	2	175	300
TIPO III	1,5	125	275

En estos casos, el enunciado llama peso a lo que, en realidad, sería la masa. Es la masa la que se mide en Kilogramos, mientras que el peso se mide en Newtons. Este aspecto es muy importante de cara, fundamentalmente, a otras ciencias como pueda ser la Física, donde se trabajan con ambos conceptos en los mismos problemas, lo que requiere tener muy clara la diferencia entre peso y masa.

En todos los libros analizados se repite este mismo error.

Enunciados con error en los valores numéricos:

No se han encontrado errores de este tipo.

Enunciados con error en la notación matemática:

No se han encontrado errores de este tipo.

Enunciados ambiguos:

“En una pequeña envasadora se han comprado 35 L de aceite de oliva virgen extra y aceite puro de oliva para realizar una mezcla. El precio por litro del aceite virgen extra es de 4 €, mientras que por el litro de aceite puro se han pagado 3,25 €.

- a) ¿Cuántos litros de aceite de la segunda clase se tienen que tomar para que la mezcla tenga un precio de 3,50 € el litro si no se quiere obtener ningún beneficio?
- b) Si se quiere obtener un beneficio del 10%, ¿a cuánto deberá cobrarse el litro de la mezcla anterior?”

Además, la oración "35 L de aceite de oliva virgen extra y aceite puro de oliva" se puede interpretar de varias formas distintas: una es considerando que los 35 L son totales, es decir, los litros del primer aceite más los litros del segundo; la otra interpretación es considerar que se han comprado 35 L de aceite de oliva virgen extra y una cantidad desconocida de aceite puro de oliva.

En función a si el enunciado se interpreta de una forma o de la otra, obtenemos dos resultados totalmente diferentes, pero ambos válidos y coherentes con la situación y con la interpretación dada al problema.

“Se han mezclado 40 Kg de café, a 10 €/Kg, con otra cantidad de café a 14 €/Kg.
¿Cuántos kilos se han usado de cada clase si se vende la mezcla a 12,80 €/Kg?”

El enunciado se puede interpretar de dos formas distintas: o bien, que los 40 Kg son totales (los dos tipos de café mezclados); o bien, que lo que se ha mezclado han sido 40 Kg de la primera clase y una cantidad desconocida de la segunda clase. En función a si se considera una interpretación u otra, se obtienen soluciones distintas y ambas perfectamente coherentes.

Enunciados con falta de información:

“Se quiere construir un marco rectangular para adornar una fotografía. Para ello se dispone de un listón de madera de 50 cm de longitud.

a) Escribe la expresión algebraica que relaciona el área encerrada por el marco con la longitud de uno de sus lados.

b) Determina las dimensiones del marco si se quiere que el área sea de 156 cm^2 .”

(se repite en dos libros de texto)

Sin conocer el grosor del listón no se podría realizar un marco, ya que a la hora de ensamblar las cuatro piezas se perderían parte de esos 50 cm en el proceso. La longitud de listón perdida en el ensamblaje está directamente relacionada con el grosor del listón.

Otra opción sería considerar que el grosor del listón es despreciable y, por tanto, la longitud perdida en el ensamblaje también es despreciable. Pero, igualmente, habría que indicar en el enunciado que se considere un grosor nulo.

Y aun dándonos el dato del grosor, habría distintas maneras de cortar el listón para construir el marco, por lo que la única forma de asegurarnos que el problema tiene una solución única, sería especificando detalladamente cómo se cortaría el listón, bien por escrito, o bien mediante un dibujo.

“Un camión sale de una ciudad a 80 Km/h y dos horas después parte en la misma dirección un coche a 100 Km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo y cuánta distancia habrá recorrido hasta ese momento?”

(se repite en dos libros de texto)

El enunciado no indica en ningún momento si el coche parte del mismo punto que parte el camión. Sí se especifica que llevan la misma dirección, pero no que hayan salido de la misma ciudad. Sin ese dato no se podría resolver el problema.

“El alquiler de una tienda de campaña cuesta 80 € al día. Inés está preparando una excursión con sus amigos y hace la siguiente reflexión: «Si fuéramos tres amigos más, tendríamos que pagar 6 € menos cada uno». ¿Cuántos amigos van de excursión?”

(se repite en dos libros de texto)

El problema dice: "Si fuéramos tres amigos más, tendríamos que pagar 6 € menos cada uno". No especifica si esos 6 € son al día, a la semana, etc. Sin ese dato no se podría resolver el problema.

“Un país ha sufrido un devastador huracán. Un estado vecino quiere proporcionar ayuda urgente con un presupuesto de 120350 € consistente en el envío por avión de medicamentos, ropa y agua. El volumen y peso máximo que soporta el avión es de 280 m³ y 24375 Kg, respectivamente. La tabla siguiente muestra el volumen y peso de los contenedores de los tres productos, así como su precio. Calcula cuántos de ellos se pueden enviar como máximo.”

	Volumen (m ³)	Peso (Kg)	Precio (€)
Medicinas	0,08	5	250
Ropa	1	30	300
Agua	0,1	100	10

(se repite en dos libros de texto)

No especifica si el avión realiza un solo viaje o varios. Por tanto, se podría contestar que no existe un número de contenedores máximo, se podrían enviar infinitos contenedores si se realizasen infinitos viajes.

“Un técnico informático espera obtener 360 € por la reparación de varios equipos. El técnico se da cuenta de que cuatro ordenadores no tienen posible reparación y, para obtener el mismo beneficio, aumenta en 4,50 € el precio que va a cobrar por cada equipo reparado. ¿Cuántos ordenadores tenía al principio? ¿A qué precio cobrará finalmente cada reparación?”

(se repite en dos libros de texto)

Cuando el enunciado dice "El técnico se da cuenta de que cuatro ordenadores no tienen posible reparación, (...)", habría que añadir "Y, por tanto, no cobra por ellos". Se tendría que especificar esto, porque puede ser que el técnico sí cobre por la mano de obra (tuvo que desmontar los ordenadores para ver si había arreglo o no).

“Miguel y Liliana tienen un pequeño restaurante italiano donde, además de las comidas que sirven en el local, sirven *pizzas*.

Miguel lleva la contabilidad de la empresa y observa que, de media, consigue vender 150 raciones de *pizzas* a un precio de 3 € cada ración.

Liliana acaba de terminar sus estudios de ciencias empresariales y, llena de energía y optimismo ha decidido aplicar sus conocimientos para intentar dar un nuevo impulso al negocio, ya que está convencida de que, pese al entusiasmo y buena voluntad que pone Miguel, los resultados son manifiestamente mejorables.

Con gran minuciosidad realiza un estudio de mercado entre los vecinos del barrio y los barrios colindantes al suyo. Además observa a la competencia de la zona, y una vez segura de que nadie supera la calidad de sus *pizzas*, decide centrarse en el factor económico. Ha observado que por cada 15 CENT que se baje en el precio de la ración, la demanda de la misma aumenta en 30 unidades. Es decir, si baja el precio a 2,85 € la ración, conseguirá vender 180 raciones.

Liliana supone que la regla obtenida es cierta, al menos así lo dice la teoría, y se cumple siempre que el precio esté comprendido entre 1,50 € y 3 €.

- a) Calcula el ingreso total que obtendrán Liliana y Miguel si no cambian los precios de las raciones.
- b) Calcula el ingreso total que obtienen si venden cada ración a 2,70 €.
- c) Si rebajan el precio a $0,15x$ €, calcula, en función de x , el ingreso total que obtienen.
- d) Miguel ha calculado que para que les sea rentable el negocio, de la parte de la venta de las *pizzas* deberían obtener unos ingresos de 702 € en total. ¿A qué precio deben vender las porciones? Si hay varias posibilidades. ¿Cuál elegirías?”

El enunciado dice que se venden 150 raciones de pizza pero no especifica si al mes, al año, etc. Lo mismo sucede en los apartados "a", "b" y "c": pregunta por el ingreso total, pero no especifica en qué periodo de tiempo.

“La diferencia de las dos cifras de un número es 2 y la diferencia entre dicho número y el obtenido intercambiando sus cifras es 18. ¿Cuál es el número?”

El enunciado pregunta "¿Cuál es el número?". No se dispone de los datos suficientes en el enunciado para poder dar un número concreto como respuesta, tal y como pide el problema.

Por un lado, no se sabe si el número es positivo o negativo. En función del signo obtendremos resultados diferentes.

Por otra parte, se obtienen sistemas compatibles indeterminados, lo que supone infinitas soluciones. Si no se dispone de más datos que de los que facilita el enunciado, no se puede obtener como resultado un solo número.

“Calcula un número, sabiendo que la suma de sus cifras es 14, y que si se invierte el orden en que están colocadas, el número disminuye en 18 unidades.”

(se repite en dos libros de texto)

No se puede dar una respuesta unívoca porque hay dos soluciones: 86 y -68. El problema solo pide que calcules un número, así que habrá alumnos que respondan 86 y otros alumnos que respondan -68. El problema debería de aclarar si el número es positivo o negativo para evitar ese doble resultado.

“Calcula tres números sabiendo que su suma es 6, la suma del doble del mayor y el triple de la diferencia de los otros dos es -4, y la diferencia del triple del mayor y el doble de la suma de los otros dos es 8.”

El enunciado dice "la diferencia de los otros dos" y no podemos deducir por el enunciado si el resultado de la resta ha de ser negativo o ha de ser positivo.

El enunciado sólo nos pide que demos una terna de números, pero existen dos que cumplen las condiciones, por tanto, dos personas podrían llegar a dos resultados distintos pero válidos.

“En una cafetería, un vaso de limonada, tres bocadillos y siete bizcochos han costado 1 chelín y 2 peniques. Teniendo en cuenta que 1 chelín es 12 peniques, halla el precio de:

- a) Un vaso de limonada, un bocadillo y un bizcocho.
- b) Dos vasos de limonada, tres bocadillos y cinco bizcochos.

No hay datos suficientes para resolver el problema. El enunciado da dos condiciones, debería de dar tres. De hecho, este problema está extraído de las Olimpiadas Matemáticas en su Fase Nacional (tal y como indica el libro de texto). El problema de las Olimpiadas, daba una condición más, por lo que se deduce que la versión del problema que se presenta en el libro de texto está incompleta.

“Esther viaja de Barcelona a Sevilla en su coche. Sale a las 8 de la mañana y lleva una velocidad constante de 90 km/h. A 110 km de Barcelona, Juan coge, a esa misma hora, un autobús que viaja a 70 km/h, con la misma dirección que Esther. ¿A qué hora se encuentra Esther con el autobús? ¿Qué distancia ha recorrido cada uno?”

El enunciado pregunta "¿Qué distancia ha recorrido cada uno?". No se especifica cuándo, en qué momento.

“A las 7 de la mañana, Tomás sale de Zamora con dirección a Cádiz a una velocidad de 75 km/h. A la misma hora, Natalia sale de Cádiz y se dirige hacia Zamora en la misma carretera que Tomás a una velocidad de 60 km/h. ¿A qué hora se cruzarán Tomás y Natalia? ¿A qué distancia estarán de Cádiz?”

No se puede resolver el problema porque el enunciado no especifica la distancia del trayecto entre Zamora y Cádiz.

Enunciados con información de más:

“Una fábrica de productos de papelería elabora tres tipos de cuadernos:

- Tipo 1: Cuaderno de 100 folios de 80 gramos (80 gramos por metro cuadrado).
- Tipo 2: Cuaderno de 80 folios de 90 gramos.
- Tipo 3: Cuaderno de 120 folios de 100 gramos.

Para su elaboración, cada cuaderno debe pasar por tres departamentos diferentes: departamento de tratamiento de la pasta de papel, departamento de encuadernación y departamento de supervisión del producto.

La tabla de la derecha muestra los minutos que debe estar cada tipo de cuaderno en cada uno de los

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	
Tratamiento	6	5	8	780 min
Encuadernación	5	4	6	610 min
Supervisión	1	1	2	170 min

departamentos así como el total de minutos diarios con los que cuenta cada departamento para realizar su trabajo.

a) Plantea un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas en el que las incógnitas sean el número de cuadernos de cada tipo que se pueden fabricar al día para agotar exactamente la disponibilidad de tiempo de los departamentos.

Con ayuda de un programa de cálculo:

- b) Resuelve el anterior sistema e interpreta los resultados.
- c) Sin variar las condiciones, ¿cuántos cuadernos de tipo 1 y de tipo 2 se deberán fabricar si se quieren fabricar 35 cuadernos de tipo 3 y agotar la disponibilidad de tiempo?
- d) Si la empresa decide aumentar en un 10% el tiempo disponible de los departamentos de tratamiento y encuadernación y en un 15% el del departamento de supervisión, ¿cómo variará la solución del problema?”

Al comienzo del enunciado se especifican el número de folios y el gramaje de cada tipo de cuaderno. Estos datos son innecesarios para resolver los apartados del problema. Son, por tanto, datos perfectamente prescindibles y cuya eliminación permite un enunciado mucho más compacto y con menor volumen de datos.

Enunciados absurdos:

“Un ayuntamiento organiza una rifa para sufragar parte de las actividades deportivas. En ella se pretende vender cierto número de papeletas por un precio total de 3300 €. Para conseguir ese dinero pero rebajando el precio de cada papeleta un 20 %, se deberían vender 110 papeletas más. Halla el número inicial de papeletas que se deben vender y el precio de cada una.”

(se repite en dos libros de texto)

El enunciado pregunta por el "número inicial". Esto no tiene sentido porque en ningún momento nos dice que primero se vendiesen sin rebajar y luego se vendiesen rebajadas. Solo nos dicen que en el supuesto caso de que se vendiesen rebajadas, habría que vender 110 más.

“Para hacer un lingote de 9 Kg de oro de ley 0,85 se funde oro de ley 0,81 con oro de ley 0,9. ¿Qué cantidad de cada ley hay que tomar?”

El enunciado pregunta "¿Qué cantidad de cada ley hay que tomar?". La pregunta así formulada no tiene sentido. Debería de ser “¿Qué cantidad de oro de cada ley hay que tomar?”

“Un técnico informático espera obtener 360 € por la reparación de varios equipos. El técnico se da cuenta de que cuatro ordenadores no tienen posible reparación y, para obtener el mismo beneficio, aumenta en 4,50 € el precio que va a cobrar por cada equipo reparado. ¿Cuántos ordenadores tenía al principio? ¿A qué precio cobrará finalmente cada reparación?”

(se repite en dos libros de texto)

El enunciado pregunta "¿Cuántos ordenadores tenía al principio?". La pregunta no tiene sentido, ya que los ordenadores que no tienen reparación siguen estando ahí y se los tendrá que devolver a sus dueños, al igual que sucede con los ordenadores que sí han sido reparados. El técnico, a no ser que tenga la autorización de los clientes, no puede deshacerse sin más de los equipos que no puede reparar.

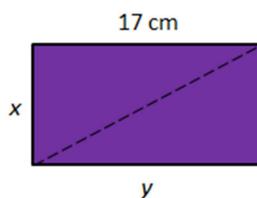
“En una bodega venden dos tipos de vino: crianza y reserva. Averigua cuál es su precio si sabemos que Juan compró 3 botellas de reserva y 12 botellas de crianza y pagó 69 €, mientras que Belén compró 6 botellas de crianza y 8 botellas de reserva y pagó 80 €.”

(se repite en dos libros de texto)

El enunciado pregunta cuál es el precio del vino. Para que la pregunta fuese totalmente correcta, se tendría que especificar de qué cantidad de vino. En este caso, lo más coherente sería preguntar por el precio de una botella de vino.

Enunciados contradictorios:

“La diagonal de un rectángulo mide 17 cm, y su perímetro, 46 cm. Plantea un sistema de ecuaciones y calcula la longitud de sus lados.”



El dibujo que acompaña al enunciado no concuerda con los datos que da el propio enunciado. El dato que se da como longitud de la diagonal en el texto, se representa en el dibujo como longitud de uno de los lados del rectángulo.

“Averigua las dimensiones que tiene un pliego rectangular de papel, sabiendo que si dejamos los márgenes laterales de 1 cm y los verticales de 2,5 cm, el área es 360 cm², y que si los márgenes laterales son de 2 cm y los verticales de 1,25 cm, el área es la misma.”

(se repite en dos libros de texto)

El enunciado habla de "márgenes laterales" y "márgenes verticales". Los márgenes verticales son, precisamente, los laterales, por lo que no tiene sentido esta denominación. Deberían de ser márgenes verticales y márgenes horizontales, o bien, márgenes laterales y márgenes superior e inferior.

Anexo 2: Libros de texto utilizados en la investigación

Alcaide, F., Sanz, L., Hernández, J., Moreno, M. y Serrano, E. (2015). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: SM.

Antonio, M., González, L., Lorenzo, J., Molano, A., del Río, J., Santos, D. y de Vicente, M. (2009). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Santillana.

Grence, T., de la Prida, C., Gaztelu, A.M., González, A., Lorenzo, J., Pérez, C. y Sánchez, D. (2015). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: Santillana.

Vizmanos, J.R., Hernández, J. y Alcaide, F. (2008). *Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I*. Madrid: SM.