

Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades

José António Fernandes, Universidade do Minho (Portugal)

María M. Gea, Universidad de Granada (España)

Recibido el 2 de mayo de 2017; aceptado el 2 de marzo de 2018

Conocimiento de futuros profesores de primeros años escolares para enseñar probabilidad

Resumen

El estudio que presentamos tiene como propósito evaluar el conocimiento de futuros profesores de educación primaria para enseñar probabilidad. Participaron en el estudio 62 estudiantes, futuros profesores de educación primaria, que cursaban el 2º año de Licenciatura en Educación Básica en una universidad del Norte de Portugal. Los estudiantes resolvieron dos tareas, con dos cuestiones cada una: en la primera, debían determinar la probabilidad de un evento y en la segunda, averiguar la corrección o incorrección de las resoluciones de tres estudiantes a la primera pregunta planteada. Entre los resultados obtenidos se muestra el bajo rendimiento de los estudiantes y la presencia de varios conflictos semióticos; la correcta determinación de la probabilidad, en la primera pregunta, se reflejó más a menudo en la clasificación correcta de las resoluciones de los estudiantes en la segunda cuestión.

Palabras clave. Futuros profesores; primeros años escolares; conocimiento para la enseñanza; probabilidad.

Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades

Resumo

O estudo aqui apresentado teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos de escolaridade para ensinar probabilidades. Participaram no estudo 62 estudantes, futuros professores dos primeiros anos, que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica numa universidade do Norte de Portugal. Foram propostas duas tarefas para os estudantes resolverem, cada uma com duas questões: na primeira determina-se a probabilidade de um acontecimento e na segunda averigua-se a correção ou incorreção das resoluções de três alunos da mesma questão, que eram apresentadas no enunciado. Em termos de resultados, salienta-se o fraco desempenho dos estudantes e a existência de vários conflitos semióticos; a determinação correta da probabilidade, na primeira questão, repercutiu-se mais frequentemente na classificação correta das resoluções dos alunos na segunda questão.

Palavras chave. Futuros professores; primeiros anos escolares; conhecimento para ensinar; probabilidades.

Knowledge of prospective primary teachers for the teaching of probability

Abstract

The study presented is aimed to evaluate prospective primary teacher knowledge to teach probability. The study included 62 prospective primary teachers, who were attending the 2nd year of the

Para citar: Fernandes, J. A. y Gea, M. M. (2018). Conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, n° 14, 15-30.

Bachelor's Degree in Basic Education at a University in Northern Portugal. The students were given two tasks to solve, with two questions each: in the first one, they should determine the probability of an event and in the second, they should find out the correctness or incorrectness of three student resolutions to the first question. Our results emphasize the poor performance of the students and the existence of several semiotic conflicts; the correct determination of probability, in the first question, was most often reflected in the correct classification of the students' resolutions in the second question.

Keywords. Prospective teachers; primary school; knowledge to teaching; probability.

Connaissance des futurs enseignants des premières années d'école pour enseigner des probabilités

Résumé

Cette étude vise à évaluer les connaissances des futurs enseignants de l'enseignement primaire pour enseigner la probabilité. Ils ont participé à l'étude 62 étudiants, futurs enseignants dans les premières années, qui étaient en 2e année de baccalauréat en enseignement primaire à l'université dans le nord du Portugal. Les étudiants ont résolu deux tâches, chacune avec deux questions : premièrement, devrait déterminer la probabilité d'un événement et la deuxième question, vérifier la correction ou incorrection des résolutions de trois étudiants à la première question. Parmi les résultats sous-performant aux étudiants et la présence de plusieurs conflits sémiotiques; la détermination correcte de la probabilité, montrée dans la première question, il est plus souvent reflété dans la classification correcte des résolutions des élèves de la deuxième question.

Paroles clés. Future enseignant; premières années d'école; connaissance pour l'enseignement; probabilité.

1. Introdução

O tema de Probabilidades constitui uma área de conhecimento útil no dia a dia das pessoas, representa um saber instrumental para outras disciplinas, constitui um conhecimento necessário a diferentes profissões e intervém na tomada de decisões (Gal, 2005). Batanero e Borovcnik (2016) afirmam que “nós estamos rodeados pela incerteza que afeta as nossas vidas nos contextos pessoal, biológico, social, económico e político. Este facto sugere que nós necessitamos de compreender os fenómenos aleatórios para tomar decisões adequadas quando confrontados com a incerteza” (p. 1).

No caso da Estatística, as Probabilidades desempenham um papel central na compreensão de qualquer procedimento inferencial. Esta ligação entre as Probabilidades e a Estatística, em termos de programas escolares, têm-se refletido no estudo destes dois tópicos dentro de um único bloco de conteúdos, tal acontece em Portugal no tema de Organização e Tratamento de Dados (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Atualmente, este tema faz parte dos programas de matemática de todos os anos de escolaridade desde o início do ensino básico até ao final do secundário.

A visibilidade desta temática, que se tem verificado nos últimos tempos, designadamente no âmbito escolar, tem-se refletido num aumento significativo da investigação educacional relativa às questões da aprendizagem dos alunos em estocástica. Contudo, apesar de menos frequente, o alargamento do estudo deste tema a todos os alunos durante toda a escolaridade recomenda a realização de investigação no âmbito do ensino e, portanto, sobre professores ou professores em formação (Batanero, 2009; Batanero, Chernoff, Engel, Lee & Sánchez, 2016).

Na investigação sobre professores, mais recentemente, tem-se destacado o estudo do conhecimento para ensinar, neste caso o conhecimento para ensinar Probabilidades. Em todos esses trabalhos identificam-se dois tipos de conhecimento fundamentais para o ensino: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático (especializado) deste conteúdo (Hill, Ball & Schilling, 2008; Shulman, 1986). No contexto da investigação

sobre o conhecimento para ensinar, este texto tem por objetivo avaliar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos escolares para ensinar probabilidades, especialmente relacionado com as facetas epistémica e cognitiva desse conhecimento (Godino, 2009). Nas secções seguintes apresenta-se a fundamentação teórica do estudo, o método, os resultados e, finalmente, referem-se as conclusões e fazem-se considerações sobre as implicações para o ensino do tema de Probabilidades.

2. Marco teórico

O presente estudo fundamenta-se no marco teórico do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e instrução matemática (Godino, 2002; Godino & Batanero, 1994) pois que, como sistema teórico, oferece-nos ferramentas, conceituais e metodológicas para abordar os problemas didático-matemáticos que se estudam. Em primeiro lugar, no modelo assume-se que o conhecimento surge das práticas matemáticas (operativas e discursivas) que o sujeito realiza para resolver uma situação-problema, as quais têm um carácter dual, podendo ser considerado o seu significado de um ponto de vista institucional (e.g., a escola) ou pessoal (e.g., os futuros professores dos primeiros anos escolares que enfrentam tarefas) (Godino & Batanero, 1994).

Para além da dualidade *institucional-pessoal*, é relevante a dualidade *expressão-conteúdo*, que permite confrontar os significados dos objetos que intervêm nas funções semióticas, isto é, os significados institucionais de referência e os pessoais. Nesse processo de comparação, a verificação de discrepâncias entre esses significados, ou seja, entre os significados institucional e pessoal (Godino & Batanero, 1994), conduz à identificação de conflitos semióticos, considerados como “Disparidade ou discordância entre os significados atribuídos a uma expressão por dois sujeitos (pessoas ou instituições) em interação comunicativa e que podem explicar as dificuldades e limitações da aprendizagem e do ensino implementado” (Godino, 2002, p. 250).

As ferramentas de significado e conflito semiótico serão utilizadas para avaliar o conhecimento do professor para ensinar probabilidades pois, de acordo com Vásquez e Alsina (2015, p. 29), “O domínio do professor em relação aos conteúdos que deve ensinar é um elemento-chave com efeitos diretos na aprendizagem dos seus alunos”. Além disso, como indicam Godino, Giacomone, Batanero e Font, (2017, p. 6), “os conhecimentos puramente matemáticos não são suficientes para que o professor organize, implemente e avalie os processos de ensino e aprendizagem.”. Assim, o modelo de conhecimento do professor proposto no marco do Enfoque Ontossemiótico (Godino, 2009; Godino & Pino-Fan, 2013) diferencia a *componente matemática do conhecimento* (conhecimento matemático não necessariamente orientado para o ensino, referido tanto a um nível educativo concreto como na sua relação com níveis posteriores) da componente didático-matemática, que se apoia na componente anterior e se denomina *conhecimento especializado do conteúdo*.

O conhecimento especializado dos futuros professores é interpretado através de uma diversidade de facetas do conhecimento para ensinar (Godino et al., 2017): *epistémica*, refere-se aos conhecimentos matemáticos do contexto institucional em que se realiza o processo de estudo, quer dizer, a forma como o professor compreende e conhece o tema de Probabilidades (problemas, linguagens, procedimentos, definições, propriedades e argumentos); *cognitiva*, refere-se aos conhecimentos pessoais dos alunos e à progressão das aprendizagens; *afetiva*, diz respeito aos estados afetivos (atitudes, emoções, crenças e valores) de cada aluno em relação ao tema (i.e., Probabilidades) e ao processo de estudo seguido; *mediacional*, relativa aos recursos

educativos e à atribuição do tempo às distintas ações e processos; *interaccional*, refere-se aos padrões de interação entre o professor e alunos e à sua sequencialização orientada para a fixação e negociação de significados; *ecológica*, refere-se ao sistema de relações com outras disciplinas, aspetos curriculares e o contexto social, político e económico, que suportam e condicionam o processo de estudo.

Todas estas facetas explicam os fatores que intervêm na organização, desenho, implementação e avaliação de um processo de ensino e aprendizagem e conformam o modelo de conhecimento didático-matemático do professor proposto no Enfoque Ontossemiótico (Godino et al., 2017), e para as quais se postula um ponto de vista antropológico e ontossemiótico, que se consideram ser as perspetivas cruciais na modelização do conhecimento matemático. No nosso estudo aplicamos este modelo para avaliar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos de escolaridade no tema de Probabilidades, centrando a atenção nas facetas epistémica e cognitiva do conhecimento especializado do conteúdo matemático.

3. Antecedentes

Comparativamente com os estudos envolvendo alunos, a investigação sobre (futuros) professores é mais recente e menos extensa, sobretudo quando nos situamos nos primeiros anos de escolaridade. No caso do ensino primário, Begg e Edwards (1999) verificaram que cerca de dois terços dos professores em serviço e em formação, de um total de 36, considerava todos os acontecimentos como igualmente prováveis (enviesamento de equiprobabilidade) e muito poucos compreendiam o conceito de independência. Fernandes e Barros (2005), no seu estudo com 37 futuros professores do 1º e 2º ciclo, verificaram dificuldades em formular acontecimentos ou compreender acontecimentos compostos e frequentemente recorriam a um raciocínio aditivo para comparar probabilidades. Estes conflitos semióticos associam-se à generalização indevida do princípio da indiferença (atribuir igual probabilidade aos acontecimentos elementares de uma experiência aleatória) ou a um limitado raciocínio proporcional quando se aplicam estratégias aditivas (diferenças absolutas do número de bolas da mesma cor ou de cores diferentes em dois sacos) em vez de se estabelecerem relações proporcionais (parte-todo, parte-parte) e utilizar frações equivalentes.

Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano e Rodríguez (2006) comparam os resultados de 102 futuros professores do ensino primário em tarefas de probabilidades simples com os obtidos por Cañizares (1997) nas mesmas tarefas com alunos do ensino secundário. Apesar dos resultados dos futuros professores serem melhores, em geral, evidencia-se um escasso raciocínio proporcional na comparação de frações, assim como a influência de fatores subjetivos na atribuição de probabilidades. Estes resultados manifestam-se em investigações posteriores com um desenho similar. Mohamed (2012), com 283 futuros professores do ensino primário, também analisa o conhecimento especializado de uma pequena amostra de 70 futuros professores. Neste último estudo evidencia-se a fraca capacidade dos participantes em reconhecer os conhecimentos necessários para trabalhar com uma tarefa probabilística, mesmo quando são utilizados na resolução da mesma, e embora discriminem com facilidade a correção ou incorreção das respostas dos estudantes, mostram ter dificuldades em argumentar ou explicar os conflitos semióticos que se manifestam nessas respostas.

Contreras, Estrada, Díaz e Batanero (2010), num estudo com 69 futuros professores do ensino primário sobre o cálculo da probabilidade simples, composta e condicionada a partir de dados numa tabela de dupla entrada, concluíram que os

futuros professores tiveram uma dificuldade no cálculo da probabilidade condicionada e conjunta e alguns desses professores aderiram à falácia da condicional transposta (trocar o acontecimento condicionante com o condicionado) e à falácia da conjunção (atribuir à probabilidade da interseção de dois acontecimentos um valor superior à probabilidade de um acontecimento), que são exemplos de conflitos semióticos. Fernandes, Viseu e Gea (2016) constataram que os futuros professores dos primeiros anos de escolaridade, excetuando o caso da probabilidade simples, demonstraram um desempenho muito limitado: 60% nos itens de definição de acontecimentos certos; 72% nos itens de probabilidade simples; 56% nos itens de probabilidade condicionada e 26% nos itens de probabilidade conjunta. Segundo estes autores, quando se trabalha no contexto da extração com ou sem reposição, como aqui aconteceu, a maior dificuldade dos alunos na probabilidade conjunta pode dever-se ao facto deste conceito ser mais elaborado do que o conceito de probabilidade condicionada.

Fernandes, Batanero, Correia e Gea (2014) observaram que as dificuldades dos futuros professores consistiram em combinar erradamente os valores de probabilidades, em que se destaca a aplicação da operação de adição em vez da de multiplicação, em considerar apenas a probabilidade de uma das ordens possíveis e em determinar o valor de probabilidade de um acontecimento. Os resultados mostram conflitos semióticos associados a conceitos fundamentais, principalmente, ao de espaço amostral, o que se repercute no escasso raciocínio combinatório dos futuros professores. Fernandes, Gea e Batanero (2016) realizaram um estudo com futuros professores do 1º e 2º ciclo, em que era proposta uma tarefa de cálculo de probabilidades em experiências compostas, como acontece no presente estudo. Confirmou-se novamente o baixo desempenho dos futuros professores, com percentagens de respostas corretas inferiores a 40% e cujos principais erros resultaram de conflitos semióticos associados aos conceitos de probabilidades de experiências simples e experiências compostas, de não considerar a não reposição na experiência ou de não atender à ordem para identificar os resultados da experiência composta. Finalmente, no trabalho de Vásquez e Alsina (2015), utilizando o marco do conhecimento didático-matemático que utilizamos neste trabalho, concluiu-se que os professores do ensino primário (93 professores em exercício) do Chile revelaram um conhecimento insuficiente nas diferentes categorias que compõem esse conhecimento.

4. Método

O estudo teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos de escolaridade para ensinar probabilidades, mais concretamente, quando resolvem duas questões de probabilidades e avaliam três resoluções de alunos a cada uma dessas questões. Participaram 62 estudantes que se encontravam a frequentar o 2º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma universidade do Norte de Portugal. Estes estudantes tinham uma formação variada em matemática, o que explica que muitos deles tenham declarado ter dificuldades a matemática; 64,5% declararam ter dificuldades ou muitas dificuldades, 33,9% declararam ter poucas e apenas 1,6% declararam não ter dificuldades. Os futuros professores resolveram várias tarefas sobre probabilidades, elaboradas pelos autores e administradas num contexto de avaliação em sala de aula, das quais são estudadas duas (Figura 1).

Ambas as tarefas são semelhantes na sua estrutura e distinguem-se nos seus contextos, sendo que a Tarefa 1 se refere ao contexto de seleção de pessoas de um grupo e a Tarefa 2 diz respeito à extração de bolas de um saco. Cada tarefa é formada por duas questões: a) que se refere à faceta de conhecimento epistémico e b) que se

refere à faceta de conhecimento cognitivo (Godino, 2009). Na altura em que os futuros professores resolveram as tarefas, eles já tinham estudado o tema de Probabilidades no curso da Licenciatura. Tendo em vista prevenir que as respostas dos futuros professores, nas questões 1a) e 2a), fossem influenciadas pelas resoluções A, B, C, D, E e F, apresentadas nas questões 1b) e 2b), optou-se por administrar separadamente as duas questões. Os estudantes começaram por resolver as questões 1a) e 2a), cujas respostas foram recolhidas antes de lhes serem distribuídas as questões 1b) e 2b).


Tarefa 1	
a) Num grupo de 25 pessoas, 10 são homens e 15 mulheres. Escolhem-se, ao acaso, <u>duas pessoas</u> do grupo das 25 pessoas. Qual a probabilidade de obter um homem e uma mulher?	
b) Apresentam-se, a seguir, as respostas A, B e C, dadas por três alunos a esta tarefa. Classificar as respostas dos alunos em certas ou erradas. No caso das respostas erradas, identificar os erros cometidos pelos alunos.	
A:	$P(\text{homem e mulher}) = \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{625} = \frac{6}{25}$ <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	
B:	$P(\text{homem e mulher}) = \frac{15}{25} \times \frac{10}{25} + \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{625} + \frac{150}{625} = \frac{300}{625} = \frac{12}{25}$ <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	
C:	$P(\text{homem e mulher}) = \frac{10}{25} + \frac{15}{24} + \frac{15}{25} + \frac{10}{24} = \frac{41}{40} + \frac{41}{40} = \frac{41}{20}$ <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	
Tarefa 2	
a) Num saco há quatro bolas brancas e duas pretas, conforme se mostra a seguir. As bolas são todas iguais exceto na cor. Sem ver, tiram-se de uma só vez <u>duas bolas</u> do saco.	
Saco: 	
É mais provável obter duas bolas brancas, obter uma bola branca e uma bola preta ou é igualmente provável? Porquê?	
b) Apresentam-se, a seguir, as respostas D, E e F, dadas por três alunos a esta tarefa. Classificar as respostas dos alunos em certas ou erradas. No caso das respostas erradas, identificar os erros cometidos pelos alunos.	
D:	Porque ninguém sabe quais são as bolas que vão sair do saco, portanto as duas situações anteriores são igualmente prováveis. <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	
E:	É mais provável obter duas bolas brancas porque há no saco maior número de bolas brancas do que pretas. <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	
F:	Há 8 formas diferentes de obter uma bola branca e uma preta e 6 formas diferentes de obter duas bolas brancas, logo é mais provável obter uma bola branca e uma preta. <input type="checkbox"/> Certa <input type="checkbox"/> Errada
Erros:	

Figura 1. Enunciado das tarefas propostas aos futuros professores

Em termos de análise de dados, determinaram-se as frequências dos tipos de resposta (correta e incorreta) e dos conflitos semióticos observados nos itens das questões 1a) e 2a), bem como nos itens das questões 1b) e 2b). Nos itens abertos da questão b), relativos à identificação dos conflitos das resoluções, determinaram-se frequências dos tipos conflitos identificados pelos futuros professores. Estudaram-se as frequências de respostas corretas dos futuros professores aos itens fechados das questões 1b) e 2b) segundo responderam correta ou incorretamente às questões 1a) e 2a), respetivamente, tendo em vista identificar tendências nesses dados.

5. Conhecimento dos futuros professores para ensinar Probabilidades

5.1. Resolução das tarefas pelos futuros professores

Nesta subsecção analisam-se as resoluções dos estudantes aos itens 1a) e 2a), das tarefas propostas, considerando o tipo de resposta (correta e incorreta) e os conflitos semióticos por eles revelados nas suas resoluções. Na Tabela 1 encontram-se registadas as frequências de respostas corretas e erradas, bem como as não respostas, apresentadas pelos estudantes nos itens 1a) e 2a) das Tarefas 1 e 2, respetivamente.

Tabela 1. Frequência (%) de estudantes nos tipos de resposta dos itens 1a) e 2a)

Resposta	1a)	2a)
Correta	26(41,9)	14(22,6)
Incorreta	35(56,5)	48(77,4)
Não resposta	1(1,6)	—

No item 1a) era pedido aos estudantes para determinarem a probabilidade de selecionar um homem e uma mulher de um grupo, tendo-se verificado que menos de metade deles foram capazes de o fazer corretamente. Em relação a estas respostas corretas, dez estudantes recorreram a cálculos numéricos e dezasseis recorreram à descrição das diferentes possibilidades através de um diagrama de árvore (Figura 2).

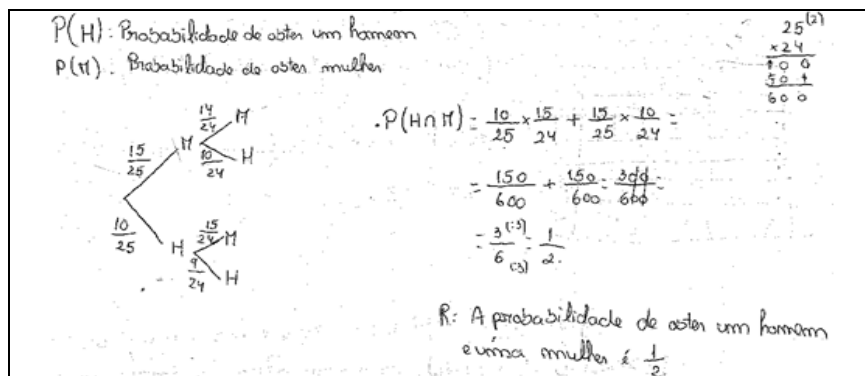


Figura 2. Resposta do estudante E30 ao item 1a)

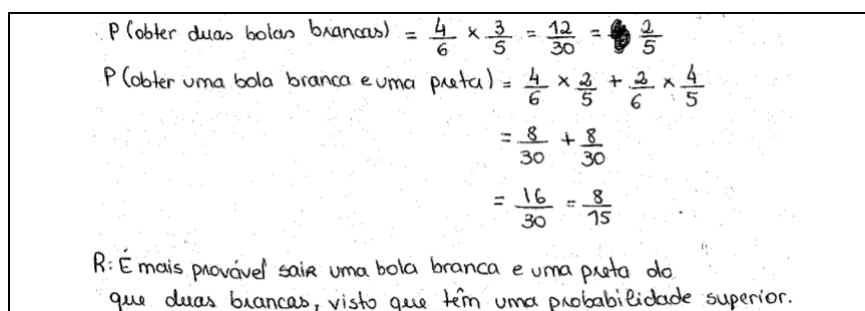


Figura 3. Resposta do estudante E5 a o item 2a)

No item 2a), relativo à extração de duas bolas de um saco, questionaram-se os estudantes sobre a comparação das probabilidades de extrair duas bolas brancas e extrair uma bola branca e uma bola preta. Este item revelou-se muito difícil, com menos de um quarto dos estudantes (22,6%) a responderem corretamente. Tal como no item 1a), destes estudantes, quatro recorreram apenas a cálculos (Figura 3) e dez usaram também um diagrama de árvore para organizarem as diferentes possibilidades.

Relativamente às respostas incorretas, foram vários os conflitos semióticos, conforme na Tabela 2, onde alguns deles exibiram mais do que um tipo de conflito.

Tabela 2. Frequência (%) de estudantes nos conflitos semióticos dos itens 1a) e 2a)

Conflito semiótico	1a)	2a)
Reposição	28(45,2)	14(22,6)
Probabilidades simples	4(6,5)	25(41,9)
Não ordem	12(19,4)	8(12,9)
Adicionar probabilidades	3(4,8)	2(3,2)
Fórmula da probabilidade conjunta	1(1,6)	—
Não inteligível	2(3,2)	1(1,6)
Não resposta	1(1,6)	—

De entre os conflitos semióticos dos estudantes destacam-se pela sua frequência, no item 1a), a reposição e não atender à ordem, e no item 2a) salientam-se a determinação da probabilidade simples, relativa ao maior número de bolas brancas, a reposição e não atender à ordem. Na Figura 4 observamos que o estudante E8 exhibe simultaneamente os conflitos semióticos de reposição e de não ordem.

$$P(\text{obter branco}) = \frac{10}{25}$$

$$P(\text{obter preto}) = \frac{15}{25}$$

$$P(\text{obter branco e preto}) = \frac{10}{25} \times \frac{15}{25} = \frac{150}{25}$$

Figura 4. Resposta do estudante E8 ao item 1a)

Na Figura 5 verificamos que E59 determinou as probabilidades simples dos acontecimentos “extrair bola branca” e “extrair bola preta”, não as combinando para obter a probabilidade conjunta pedida, o que revela não ter assimilado o conceito de probabilidade conjunta ao confundi-lo com o de probabilidade simples. Neste tipo de conflito está em jogo o maior número de bolas brancas, que supostamente justificaria ser mais provável obter duas bolas brancas, pois nestas situações ao maior número de bolas de uma cor corresponde a maior probabilidade de obter uma bola dessa cor.

É mais provável obter duas bolas brancas porque estão em maioria no Saco.

A: obter uma bola branca
B: obter uma bola preta

$$P(A) = \frac{4}{6}$$

$$P(B) = \frac{2}{6}$$

Logo é mais provável obter duas bolas brancas.

Figura 5. Resposta do estudante E59 ao item 2a)

Tal como já foi referido antes, na resolução do item 1a) vários estudantes mostraram mais do que um tipo de conflito semiótico: oito estudantes exibiram

simultaneamente os conflitos semióticos de reposição e de não ordem (Figura 4) e três estudantes aderiram aos conflitos semióticos de reposição, de não ordem e de adicionar probabilidades (Figura 6). Já na resolução do item 2a) verificou-se que três alunos revelaram simultaneamente os conflitos semióticos de não ordem e de reposição.

A probabilidade de obter um homem e uma mulher é dada por:

$$P(HxM) = \frac{10}{25} + \frac{15}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

$$P(HUM) = \frac{10}{25} + \frac{15}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

Figura 6. Resposta do estudante E11 ao item 1a)

5.2. Avaliação pelos futuros professores das resoluções dadas nas tarefas

Nesta subsecção analisam-se as respostas dos estudantes aos itens das 1b) e 2b), nas quais se esperava que eles classificassem como certas ou erradas as resoluções dadas e, no caso de serem erradas, que identificassem os erros, entendidos em termos de conflitos semióticos (Godino, 2002) e se descrevem na secção de antecedentes.

Nos itens das questões 1b) e 2b) era pedido aos estudantes para decidirem se as resoluções atribuídas a três alunos estavam certas ou erradas, donde os estudantes, para responderem corretamente, deveriam classificar as resoluções A, B e C como incorretas (contêm erros), D e E como incorretas (contêm erros) e F como correta (não contém erros). Observa-se pela Tabela 3 que a percentagem de respostas corretas foi de 90,3%, 72,6% e 87,1%, respetivamente para as resoluções A, B e C, e de 88,7%, 54,8% e 29,0%, respetivamente para as resoluções D, E e F. Conclui-se que o desempenho dos estudantes na classificação das resoluções dadas, como correta ou incorreta, foi melhor do que nas suas resoluções das mesmas tarefas (itens 1a) e 2a)).

Verifica-se também que as maiores dificuldades reveladas pelos estudantes no item 2a), comparativamente com o item 1a) (ver Tabela 1), também se repercutiram no item 2b). Este resultado significa que o melhor desempenho dos estudantes na resolução da tarefa refletiu-se também num melhor desempenho na avaliação correta das resoluções dadas, classificando-as como corretas ou incorretas, tal como se sugere na literatura prévia (e. g., Gómez, Batanero & Contreras, 2014).

Tabela 3. *Frequência (%) de estudantes nos tipos de resposta dos itens fechados de 1b) e 2b)*

Resposta	1b)			2b)		
	A	B	C	D	E	F
Correta	56(90,3)	45(72,6)	54(87,1)	55(88,7)	33(53,2)	18(29,0)
Incorreta	6(9,7)	17(27,4)	7(11,3)	7(11,3)	29(46,8)	44(71,0)
Não resposta	—	—	1(1,6)	—	—	—

Quando se pediu aos futuros professores para identificarem os erros (entendidos como conflitos semióticos), nos itens abertos da questão 1b), em geral, observou-se uma considerável diminuição do seu desempenho. Na Tabela 4 apresentam-se as frequências de estudantes nos conflitos semióticos por eles identificados em cada uma das três resoluções A, B e C, apresentadas na questão 1b) (ver Figura 1).

Na resolução A observam-se dois conflitos: a reposição e não consideração da ordem. Pela Tabela 4 verifica-se que apenas 30,6% dos estudantes identificou simultaneamente estes dois conflitos, enquanto 53,3% identificou apenas um deles, na

sua maioria o conflito de não consideração da ordem (45,2%). Evidencia-se ainda que 9,7% dos estudantes considerou correta a resolução.

Na resolução *B* observa-se uma elevada incidência do conflito de reposição. Neste caso, a maioria dos estudantes (59,7%) identificou o conflito, salientando-se também o elevado número de estudantes (27,4%) que considerou correta a resolução *B* ao não identificar qualquer conflito na sua resolução.

Por último, na resolução *C* observam-se dois conflitos: a adição das probabilidades (em vez da multiplicação) e a atribuição de um valor superior a um à probabilidade. Nesta situação, a maioria dos participantes (64,5%) identificou adicionar as probabilidades como um conflito semiótico, mas apenas dois (3,2%) reconheceram que o valor da probabilidade não pode assumir um valor superior a um. Destaca-se, ainda, que nenhum estudante identificou os dois conflitos simultaneamente e vários deles (11,3%) consideraram que a resolução *C* está correta.

Tabela 4. *Frequência (%) de estudantes nos conflitos identificados nos itens da questão 1b)*

Conflito semiótico	A	B	C
Reposição	5(8,1)	37(59,7)	11(17,7)
Não ordem	28(45,2)	3(4,8)	3(4,8)
Reposição e não ordem	19(30,6)	—	—
Cálculos	1(1,6)	—	2(3,2)
Adicionar probabilidades	1(1,6)	2(3,2)	40(64,5)
Probabilidade superior a 1	—	—	2(3,2)
Sem erros	6(9,7)	17(27,4)	7(11,3)
Não inteligível	—	2(3,2)	—
Não resposta	—	—	1(1,6)

Na Tabela 5 apresentam-se as frequências de estudantes nos conflitos por eles identificados em resoluções *D*, *E* e *F*, apresentadas na questão 2b) (Ver Figura 1).

Tabela 5. *Frequência (%) de estudantes nos conflitos identificados nos itens da questão 2b)*

Conflito semiótico	D	E	F
Reposição	2(3,2)	8(12,9)	7(11,3)
Não ordem	—	1(1,6)	1(1,6)
Negar/afirmar a equiprobabilidade	29(46,8)	5(8,1)	1(1,6)
Maior n.º de bolas brancas	15(24,2)	—	10(16,1)
Calcular e comparar as probabilidades	—	9(14,5)	3(4,8)
Repetir em parte ou no todo o enunciado	3(4,8)	5(8,1)	—
N.º de formas de obter as bolas	—	2(3,2)	16(25,8)
Sem erros	7(11,3)	29(46,8)	44(71,0)
Não inteligível	—	—	1(1,6)

Na resolução *D*, em que se justifica a equiprobabilidade dos acontecimentos em questão a partir do enviesamento de equiprobabilidade, quase todos os estudantes reconheceram a resposta como incorreta. Desses estudantes, 27,4% rejeitaram a equiprobabilidade com base no diferente número de bolas brancas e pretas, 24,2% no maior número de bolas brancas e 19,4% em razões diversas como as probabilidades de obter bolas de diferentes cores por oposição com a probabilidade de obter cada uma das bolas individualmente e na possibilidade de determinar probabilidades *a priori*.

Na resolução *E*, que se foca no maior número de bolas brancas em relação às pretas, estão implícitas probabilidades de experiências simples. A identificação deste conflito foi difícil pois cerca de metade (46,8%) considerou a resolução correta. Já em termos dos conflitos identificados, salienta-se o cálculo e comparação (14,5%), em geral corretos, das probabilidades em questão, a reposição (12,9%) e a afirmação da equiprobabilidade com base no enviesamento de equiprobabilidade (8,1%).

Finalmente, na resolução *F*, que está correta, apenas pouco mais de um terço dos estudantes (29,0%) a reconheceu como sendo correta. Já em termos de conflitos, muitos estudantes (25,8%) identificaram um número diferente de formas de obter as duas bolas brancas e uma bola branca e uma bola preta, em geral, considerando a ordem nas bolas extraídas. Deste modo, obtiveram o dobro das possibilidades de obter as duas bolas brancas e obter uma bola branca e outra preta, mas não reconheceram que isso não alterava a probabilidade pois o número de casos possíveis também duplicava. Diversos estudantes consideraram o maior número de bolas brancas (16,1%), vários outros estudantes destacaram a reposição (11,3%), obtendo também um número diferente de formas de obtenção das bolas e poucos calcularam e compararam as probabilidades dos acontecimentos (4,8%), em geral com erros.

Ao longo das várias resoluções dadas, alguns estudantes classificaram essas resoluções como sendo erradas, mas não foram capazes de identificar os conflitos cometidos nessas resoluções. Concretamente, isso aconteceu com dois estudantes em cada uma das resoluções *A*, *B*, *C* e *D*, com um estudante na resolução *E* e com quatro estudantes na resolução *F*, o que ao todo perfaz um total de treze estudantes (21,0%).

5.3. Relação entre a resolução das tarefas e a avaliação das resoluções dadas

Nesta subsecção estudamos a influência dos tipos de respostas (correta e incorreta) dadas pelos estudantes nos itens 1a) e 2a) sobre as respostas corretas dos itens fechados das questões 1b) e 2b), respetivamente, o que corresponde a verificar se os estudantes identificaram corretamente cada uma das três resoluções, apresentadas em cada tarefa, como correta ou incorreta, em função de ter respondido correta ou incorretamente às questões 1a) e 2a). Deste modo, pretendemos averiguar a existência de alguma relação entre as facetas epistémica e cognitiva do conhecimento dos futuros professores. Na Tabela 6 encontram-se registadas as percentagens obtidas.

Tabela 6. *Percentagens de respostas corretas nos itens fechados 1b) e 2b) segundo o tipo de resposta (correta e incorreta) dada nos itens 1a) e 2a), respetivamente*

Tipo de resposta	1a)	% de respostas corretas em 1b)			2a)	% de respostas corretas em 2b)		
		A	B	C		D	E	F
Correta		96,2	100	96,2		100	85,7	64,3
Incorreta		88,6	51,4	82,4		85,4	45,8	18,8

Pela análise da Tabela 6 verifica-se que, de entre os estudantes que tinham dado uma resposta correta ou incorreta nos itens 1a) e 2a), foram aqueles que tinham dado uma correta os que, de modo sistemático, mais frequentemente classificaram corretamente as resoluções dos alunos. A discrepância é maior nos casos das resoluções *B*, *E* e *F*, em que cerca de metade ou menos dos estudantes responderam corretamente aos itens 1b) e 2b), quando tinham respondido incorretamente aos itens 1a) e 2a), respetivamente. Tal significa que cerca de metade dos estudantes (51,4%) reconheceu o conflito de reposição que surgia na resolução *B*, menos de metade

(45,8%) não aceitou o argumento de que o maior número de bolas brancas no saco levaria à maior probabilidade de extrair duas bolas brancas, referido na resolução *E*, e menos (18,8%) foram capazes de reconhecer que a não consideração da ordem nos casos favoráveis e nos casos possíveis conduzia à resposta correta na resolução *F*.

Considerando as variáveis número total de respostas corretas dadas pelos estudantes no conjunto dos itens 1a) e 2a) (que pode assumir os valores 0, 1 e 2) e o total de respostas corretas nos itens das questões 1b) e 2b), ou seja, o número de respostas corretas nas resoluções *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F* (que pode assumir os valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6), determinámos o valor do coeficiente de correlação de Spearman, tendo-se o valor $\rho=0,6$, com um valor $p=0,000$. Trata-se de uma correlação relativamente forte, que é estatisticamente significativa, donde podemos concluir que um melhor desempenho dos futuros professores na resolução da tarefa se repercutiu na avaliação correta das resoluções apresentadas no enunciado. O melhor conhecimento ao nível da faceta epistémica repercutiu-se num melhor conhecimento ao nível da faceta cognitiva.

6. Conclusões e implicações

Em síntese, nas questões 1a) e 2a), relativas à faceta epistémica do conhecimento (Godino, 2009), foram menos de metade (41,9% e 22,6%, respetivamente) os estudantes que foram capazes de responder corretamente, destacando-se, em ambos os itens, os conflitos semióticos de reposição, de não ordem, de determinação de probabilidades simples, de adicionar probabilidades e de afirmar a maior probabilidade de extrair duas bolas brancas pelo facto de existirem mais bolas brancas no saco, agora apenas no item 2a). Este fraco desempenho dos futuros professores nestas questões, que envolvem a determinação de uma probabilidade conjunta, bem como os conflitos semióticos que se mostram em suas resoluções, aparecem documentados na literatura (e.g., Fernandes, Batanero, Correia & Gea, 2014; Fernandes, Gea & Batanero, 2016).

Nas questões 1b) e 2b), relativas ao conhecimento dos futuros professores da faceta cognitiva do conteúdo (Godino, 2009), observa-se uma melhoria do desempenho dos estudantes. Em consequência, poderia pensar-se que os estudantes tiveram um melhor desempenho na faceta cognitiva do que na faceta epistémica. Contudo, essa conclusão não é robusta uma vez que quando foi pedido aos estudantes, futuros professores, para identificarem os conflitos semióticos das resoluções apresentadas nos enunciados das questões 1b) e 2b), a percentagem dos que responderam corretamente diminuiu drasticamente.

Entre as duas tarefas, a Tarefa 1 formulada no contexto de seleção de duas pessoas de um grupo — questões 1a) e 1b) — e a Tarefa 2 formulada no contexto de extração de duas bolas de um saco — questões 2a) e 2b) — verificou-se que, consistentemente, o desempenho dos futuros professores foi pior neste último caso. Em número significativo, os futuros professores foram influenciados pelo maior número de bolas brancas (precisamente o dobro), estratégia que é adotada pelos alunos do ensino básico (Fernandes, 1999). Contudo, as dificuldades experimentadas pelos futuros professores não devem inibir a exploração destas situações no ensino, pois o modelo de urna constitui um modelo universal que é útil para revelar a estrutura matemática e a ordem lógica e como meio de modelação de situações reais (Steinbring, 1991).

Os futuros professores que determinaram corretamente as probabilidades dos acontecimentos, nas questões 1a) e 2a), mais frequentemente classificaram corretamente as resoluções apresentadas nos enunciados das questões 1b) e 2b). Observou-se um valor do coeficiente de correlação de Spearman relativamente forte, e

estatisticamente significativo, entre o número total de respostas corretas dos futuros professores no conjunto dos itens 1a) e 2a) e o número total de respostas corretas no conjunto dos itens fechados das questões 1b) e 2b), isto é, que classificaram corretamente as resoluções A, B, C, D, E e F. Este resultado significa que à medida aumenta a competência do futuro professor em resolver a tarefa (faceta epistémica), aumenta a sua competência para avaliar as resoluções dos alunos (faceta cognitiva).

Uma vez que os estudantes não tinham tido qualquer formação no âmbito da didática de Probabilidades, apenas tinham frequentado uma disciplina em que tinham estudado o tema de Probabilidades ao nível do conteúdo, portanto numa perspetiva epistémica, podemos perspetivar que o melhor conhecimento desse conteúdo reflete-se positivamente no seu conhecimento didático-matemático do conteúdo. Encontramos reflexões similares noutras investigações, como a desenvolvida por Gómez, Batanero e Contreras (2014) com futuros professores do ensino primário que participaram numa ação formativa sobre o significado frequentista de probabilidade. Os autores sugerem confrontar os futuros professores com uma amostra de situações experimentais e contextualizadas para prepará-los na componente didática.

O facto de os futuros professores revelarem um conhecimento muito limitado para ensinar Probabilidades, em que foram notórias dificuldades por eles sentidas, levanta a questão de que a atual formação dos professores não se revela suficiente. Esta situação é também reclamada em investigações com futuros professores de níveis educativos mais avançados, como por exemplo a desenvolvida recentemente por Cardeñoso, Moreno, García-González e Jiménez-Fontana (2017) com futuros professores argentinos do ensino secundário (583 na especialidade de Matemática e 325 na de Biologia), onde se mostra o uso desmedido do argumento de equiprobabilidade (que também se revela como conflito semiótico no nosso trabalho). A este respeito, Groth (2007) refere que o mais importante não é tanto criar mais cursos onde os professores aprendem Probabilidades, mas sim introduzir nos cursos o conhecimento para ensinar Probabilidades, ou seja, em que o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático se desenvolvam e interliguem simultaneamente.

Agradecimentos

CIED - Centro de Investigação em Educação, UID/CED/01661/, Instituto de Educação, Universidade do Minho. FCT/MCTES-PT, EDU2013-41141-P (MEC), EDU2016-74848-P (AEI, FEDER). Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referências

- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. En J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Eds.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga, Portugal: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Batanero, C., Chernoff, E., Engel, J., Lee, H., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability. ICME-13 Topic Surveys*. New York: Springer.
- Begg, A., & Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. Paper presented at the *Annual Meeting of the Australian Association for Research in*

Education and the New Zealand Association for Research in Education. December, 1999, Melbourne, Australia.

- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Cardeñoso, J. M., Moreno, A., García-González E., & Jiménez-Fontana R. (2017). El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 145-166.
- Contreras, J. M., Estrada, A., Díaz, C., & Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: SEIEM.
- Fernandes, J. A. (1999). *Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.º ano de escolaridade*. Tese de doutoramento, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Fernandes, J. A., & Barros, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. En *Actas V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. Porto, Portugal: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Fernandes, J. A., Viseu, F., & Gea, M. M. (2016). O conhecimento de Probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos. En L. G. W. Coan, & M. T. Moretti (Eds.), *Aplicações matemáticas com tecnologias de informação e comunicação* (pp. 123-142). Florianópolis, SC: Editora Insular.
- Fernandes, J. A., Gea, M. M., & Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. En J. A. Macías y otros (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 217-225). Málaga: SEIEM.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Correia, P. F., & Gea, M. M. (2014). Desempenho em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta de futuros professores do ensino básico. *Quadrante*, 23(1), 43-61.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York: Springer.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN*, 20, 13-31.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., & Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching. A view from onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. En B. Ubuz, Ç. Haser & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings 8th Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 3325-3326). Antalya, Turquía: ERME.

- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Gómez, E., Batanero, C., & Contreras, C. (2014). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. *Bolema*, 28(48), 209-229.
- Groth, R. E. (2007). Toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 427-437.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: MEC.
- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Ortiz, J. J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L., & Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en maestros en formación. En P. Bolea, M. J. Gonzáles, & M. Moreno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática X* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. En R. Kapadia & M. Borovcnik (Eds.), *Chance encounters: probability in education* (pp. 135-167). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Vásquez, C., & Alsina, C. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 27-48.

Referencias de los autores

José António Fernandes, Universidade do Minho (Portugal). jfernandes@ie.uminho.pt

María M. Gea, Universidad de Granada (España). mmgea@ugr.es

Knowledge of prospective primary teachers for the teaching of probability

José António Fernandes, Universidade do Minho (Portugal)

María M. Gea, Universidad de Granada (España)

The study presented is aimed to evaluate the knowledge of prospective primary teachers for the teaching of probability. Our framework is the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. The study included 62 pre-service primary teachers who were attending the 2nd year of the Bachelor's Degree in Basic Education

at a University in Northern Portugal. The students were given two tasks to solve, with two questions each: in the first one, they were asked to determine the probability of an event and in the second, it was necessary to find out either the correctness or incorrectness of three students' resolutions to the first question. Our results indicate a generalized poor performance of the students and the existence of several specific semiotic conflicts. On the other hand, the correct determination of probability, in the first question, was most often reflected in the correct classification of the students' resolutions in the second question. The limited knowledge of prospective primary teachers to teach probability raises many question regarding the challenges and weaknesses of mathematics teacher education in this respect. We concluded that it is not so much about creating more courses where teachers learn Probabilities, but about introducing in these courses specialized knowledge to teach Probabilities where knowledge of content and didactic knowledge develop and become interconnected.