

## **Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemática sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje**

Luis Ángel Bohórquez Arenas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia)

Bruno D'Amore, NRD del Departamento de Matemática, Universidad de Bologna (Italia)

Recibido el 3 de enero de 2017; aceptado el 8 de abril de 2018

---

### **Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemática sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje**

#### **Resumen**

*La pregunta ¿bajo qué condiciones se producen cambios en las creencias y concepciones del maestro?, formulada hace más de una década por Pehkonen (2006), aún permanece vigente. La investigación presentada tiene como objetivo identificar cambios en las concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes para profesor participando en un experimento de enseñanza. Los resultados han permitido identificar un cambio en las concepciones dado por el aumento del número y el tipo de actividades que los estudiantes consideran como parte de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este resultado está vinculado a elementos propios del curso (gestión del profesor titular y el tipo de tareas) como factores que apoyan el cambio en las concepciones de los estudiantes, mientras que, sus experiencias anteriores al curso y su concepción sobre la resolución de problemas parece que limitan dichos cambios.*

**Palabras clave.** Concepciones; formación de profesores; cambio de concepciones; gestión; conocimiento del profesor.

### **Fatores que apoiam ou limitam as mudanças nas concepções dos alunos para o professor de matemática sobre o gerenciamento do processo ensino-aprendizagem**

#### **Resumo**

*A questão em que condições são as mudanças nas crenças e concepções do professor, formulada há mais de uma década por Pehkonen (2006), continua em vigor. A pesquisa apresentada visa identificar mudanças nas concepções sobre o gerenciamento do processo ensino-aprendizagem de alunos para professores que participam de uma experiência de ensino. Os resultados permitiram identificar uma mudança nas concepções dada pelo aumento no número e tipo de atividades que os alunos consideram como parte da gestão do processo ensino-aprendizagem. Esse resultado está vinculado a elementos do curso (gerenciamento do professor titular e do tipo de tarefas) como fatores que suportam a mudança nas concepções dos alunos, enquanto suas experiências anteriores e sua concepção de resolução de problemas que limitam tais mudanças.*

**Palavras chave.** Concepções; treinamento de professores; mudança de concepções; gestão; conhecimento do professor.

Para citar: Bohórquez, L. A. y D'Amore, B. (2018). Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemática sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, n° 13, 85 - 103.

**Factors that support or limit changes in student conceptions for the mathematics teacher on the management of the teaching-learning process**

**Abstract**

*The question under what conditions are changes in beliefs and conceptions of the teacher, formulated more than a decade ago by Pehkonen (2006), still remains in force. The research presented aims to identify changes in the conceptions about the management of the teaching-learning process of students for teachers participating in a teaching experiment. The results have allowed us to identify a change in conceptions given by the increase in the number and type of activities that students consider as part of the management of the teaching-learning process. This result is linked to elements of the course (management of the tenured professor and the type of tasks) as factors that support change in student conceptions, while their experiences and their conception of problem solving that limit such changes.*

**Keywords.** Conceptions; teacher training; change of conceptions; management; teacher's knowledge.

**Facteurs qui soutiennent ou limitent les changements dans les conceptions des élèves futures enseignants de mathématiques sur la gestion du processus d'enseignement-apprentissage**

**Résumé**

*La question de savoir dans quelles conditions se produisent des changements de croyances et de conceptions de l'enseignant, formulée il y a plus de dix ans par Pehkonen (2006), reste en vigueur. La recherche présentée vise à identifier les changements dans les conceptions sur la gestion du processus d'enseignement-apprentissage des étudiants futures enseignants participant à une expérience d'enseignement. Les résultats ont permis d'identifier que le principal changement de ces conceptions est l'augmentation du nombre et du type d'activités que les étudiants considèrent comme faisant partie de la gestion du processus d'enseignement-apprentissage et quels éléments spécifiques du cours (gestion du professeur titulaire du cours et le type de tâches) en tant que facteurs qui soutiennent tels changements. En outre, ses expériences antérieures au cours et sa conception de la résolution des problèmes semblent limiter de tels changements.*

**Mots clés.** Conceptions; formation des enseignants; changement de conceptions; la gestion; les connaissances du professeur.

**1. Introducción**

En las últimas décadas se han realizado múltiples estudios desde los cuales se ha indagado sobre el cambio de creencias y concepciones de los profesores de matemática (Pehkonen, Ahtee, Tikkanen & Laine, 2011). Sin embargo, el estudio de Bobis, Way, Anderson y Martin (2016) establece que la investigación sobre los cambios de concepciones de profesores permanece vigente. Esta investigación se planteó dos preguntas: 1) ¿Qué cambios se han producido, al finalizar un curso de formación de profesores de matemática, en las concepciones de los estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza - aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas? 2) ¿Qué factores apoyan o limitan este cambio de concepciones de los estudiantes para profesor? Para responder a estas preguntas se realizó una caracterización sobre conocimiento del profesor, competencia, creencia, concepción y gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

**2. Conocimiento del profesor, competencia, creencias y concepciones**

D'Amore (1999) establece que la didáctica de la matemática proporciona claves para comprender e interpretar lo que ocurre en el aula. Esto se debe en esencia porque el conocimiento en didáctica de la matemática va más allá de una competencia puramente matemática; y nada que ver con la pedagogía, por no hablar de la experiencia y el sentido común. Estas comprensiones e interpretaciones se pueden dar porque hay diferentes perspectivas dentro de la didáctica de la matemática que

permiten mirar las situaciones desde los enfoques que en cada una de ellas se prioriza. Una caracterización más explícita del conocimiento de la disciplina del profesor de matemática señala que conocer la “matemática que se van a enseñar” supone mucho más que la idea de “conocer la matemática del currículo” (Bromme, 1988; Ball & Cohen, 1999; D'Amore 1999; Escudero & Sánchez, 2007).

Ball y Cohen (1999) proponen cuatro categorías para el conocimiento del profesor que recogen y complementan las presentadas por Shulman (1986), Bromme (1988) y Simon (1997). En esta investigación se asume la postura de Adler et al. (2005) y Delaney, Ball, Hill, Schilling y Zopf (2008) sobre el conocimiento del profesor de matemática considerando que, cuando se hace referencia al conocimiento sobre el contenido y de los estudiantes y al conocimiento del contenido y de la enseñanza, se está hablando de un conocimiento asociado a la didáctica de la matemática.

Por otra parte, el conocimiento profesional del profesor de matemática se considera integrado por diferentes dominios (conocimiento sobre organización del currículo, modos de representación y ejemplos más adecuados en cada momento, destrezas de gestión y comunicación matemática en el aula, conocimiento en epistemología de la matemática, didáctica de la matemática, etc. (D'Amore, 2004). Llinares (2008) subraya la importancia del uso del conocimiento en la resolución de situaciones problemáticas generadas en su actividad profesional, la cual involucra diversos “sistemas de actividades”. Para desarrollar cada sistema de actividad, el estudiante para profesor debe llegar a ser competente en los diferentes aspectos que definen estos sistemas, y por tanto “conocer” lo que los fundamenta generándose de esta manera la competencia docente respectiva. Desde esta consideración aparece de manera natural un llamado a hablar de la competencia como parte fundamental del conocimiento del profesor de matemática y, lo que más nos interesa en este estudio, del estudiante para profesor de matemática.

En la investigación presentada se entendió la competencia como un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes donde se vinculan tres tipos de saberes: (1) un saber asociado a conocimientos teóricos o proposicionales que relacionan contenidos diferentes; (2) un saber relacionado con un conocimiento práctico que permita el desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para ejecutar diferentes acciones y finalmente (3) un saber asociado a un conocimiento del conjunto de normas, valores, actitudes y circunstancias que permitan interactuar con éxito en el medio social. El vínculo entre estos saberes debe permitir que se identifiquen debilidades en relación a los conocimientos involucrados y el deseo de utilizar y aumentar la propia competencia (D'Amore, Godino & Fandiño-Pinilla, 2008)

En Bohórquez (2016) se caracterizó la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en aulas de matemática como una competencia del profesor de matemática que involucra múltiples actividades que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula, cuyo fin primordial es promover el aprendizaje de los estudiantes. Estas actividades relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje, serán divididas en dos grandes grupos (Llinares, 1999):

- *actividades de carácter general*; por ejemplo, lograr que los estudiantes se centren en las discusiones y traten de llegar a acuerdos en lugar de imponer sus ideas (Doyle 1986; Brophy 1999, 2006);

- *actividades consideradas específicas del contenido matemático*; por ejemplo, prever las acciones que los estudiantes pueden llevar a cabo en este ambiente de aprendizaje y establecer cómo podrán interpretar la retroalimentación que se les pueda dar (Perrin-Glorian, 1999; Llinares, 1999).

Por último, conviene atender a cuestiones sobre concepciones y creencias. D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004) vinculan el significado de concepción a la idea de creencia afirmando que la creencia es una opinión, conjunto de juicios/expectativas, aquello que se piensa a propósito de algo y que el conjunto de las convicciones de alguien (A) sobre un aspecto (T) forma la concepción (K) de A relativa a T. Además, estos autores establecen que «si A pertenece a un grupo social (S) y comparte con los demás miembros de S el mismo conjunto de convicciones relativas a T, entonces K es la concepción de S relativa a T» (p. 26). En esta investigación se asumió que las concepciones de un individuo son generalmente conscientes y se es capaz de razonar acerca de éstas (Furinghetti & Pehkonen, 2002; Pehkonen, 1994, 2006). Las concepciones se describen como un subconjunto de creencias que son conscientes.

### **3. Diseño de la investigación**

#### **3.1. Participantes**

Los participantes fueron 36 estudiantes para profesor (19 a 21 años) de sexto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM), el cual es un programa de formación de profesores de matemática en Colombia con una duración de diez semestres. Esta investigación se realizó en el espacio de formación “Didáctica de la variación” en el periodo académico 2012 (I semestre). Este espacio de formación estaba formado por 64 sesiones y tenía como objetivo construir el concepto de variación asociado a contextos continuos y discretos. Se diseñó para que los estudiantes construyeran conocimiento sobre la resolución de problemas de variación como contextos para el aprendizaje de los procesos de cambio y variación. En esencia, que fueran capaces de caracterizar los problemas o situaciones problema para que se convirtieran en medios apropiados de aprendizaje de la actividad matemática y finalmente que pudiesen analizar la función de los problemas y de la gestión que el profesor realiza de las interacciones de aula al abordar la resolución de los mismos.

#### **3.2. Recolección de datos**

Para responder la primera pregunta de investigación se utilizaron dos medios de recolección de información. El primero consistió en la aplicación en dos oportunidades del instrumento denominado: *carta invitación a declarar sobre las concepciones de la gestión en el aula* (CDCGA). Es una solicitud hecha al estudiante para declarar sus concepciones de manera directa y sincera; se presenta al estudiante antes y después del curso. En este caso, en la carta se les pidió a los estudiantes escribir y detallar sus concepciones frente a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Este instrumento se basa en el diseñado por D'Amore y Fandiño-Pinilla (2004). La primera aplicación se hizo en la sesión número uno de clase y la segunda aplicación se hizo en la última sesión del curso, un semestre después. Además, se realizaron entrevistas semi-estructuradas a los estudiantes que permitieran aclarar algunas de sus respuestas al instrumento.

Para dar respuesta a la segunda pregunta se utilizaron las grabaciones en video de las sesiones de clase. Se realizaron dos tipos de videograbaciones. En primer lugar se

grabó en video cada una de las sesiones de clase al gran grupo (incluido el profesor). En segundo lugar se grabaron en video las interacciones de dos pequeños grupos de estudiantes (incluyendo momentos de interacción con el profesor). Estos dos grupos de estudiantes (G1 y G2) fueron escogidos teniendo en cuenta las respuestas que cada uno de los integrantes del grupo dio al instrumento CDCGA. También se recogieron los cuadernos de apuntes personales de los estudiantes de estos dos grupos.

### **3.3. Análisis de datos**

Para dar respuesta a la primera pregunta, analizamos las respuestas de los estudiantes para profesor al instrumento CDCGA sobre las concepciones relativas a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y las transcripciones de las entrevistas semi-estructuradas. El análisis permitió identificar tres grandes grupos de concepciones.

El primer grupo incluye concepciones donde la gestión se asocia solamente a las normas sociales y expectativas de la clase, a la organización logística del aula, a las actividades en el aula asociadas a la disciplina y a la gestión que permita responder al mal comportamiento o a las desviaciones (Duke, 1979; Doyle, 1986; Emmer, 1987; Brophy, 1999). El segundo grupo lo conforman concepciones que se relacionan exclusivamente con la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático (Perrin-Glorian, 1999). El tercer grupo lo conforman concepciones donde la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de resolución de problemas involucra múltiples actividades (generales y específicas del contenido matemático) que, en su mayoría, surgen en el aula.

Para dar respuesta a la segunda pregunta, se identificaron momentos relevantes en la transcripción de las videograbaciones de las sesiones en pequeño grupo de G1 y G2 donde se evidenciaban cambios de concepción y factores que apoyaban o limitaban dichos cambios. Se vio conveniente reducir el volumen de datos (más de 128 horas de grabación transcritas) bajo los criterios: i) identificar momentos explícitos donde los estudiantes se manifestarán sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje; ii) identificar los momentos en donde se evidenciaron cambios de comportamientos de los estudiantes en las formas actuar e interactuar (una vez identificados esos momentos se rastrearon los datos para establecer el origen de los cambios); iii) identificar manifestaciones de la toma de consciencia sobre aspectos relevantes de la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Estos tres criterios se aplicaron según los tres grupos de concepciones identificados desde el instrumento CDCGA.

## **4. Resultados**

Los resultados se organizan en tres apartados que nos ayudan a ejemplificar las concepciones evidenciadas, permitiendo identificar cambios a lo largo del curso.

### **4.1. Concepciones iniciales sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas**

Los datos para la elaboración de esta viñeta proceden de la primera sesión presencial en donde los veintiséis estudiantes respondieron al instrumento CDCGA y de las entrevistas semi-estructuradas realizadas con posterioridad.

Identificamos tres grupos de concepciones. El primer grupo de ocho estudiantes para profesor centran su gestión como profesores, casi exclusivamente en la organización de grupos de trabajo. En el segundo grupo, los doce estudiantes, además

de la importancia de la conformación de grupos de trabajo, consideran vital en su gestión como profesores asumir el rol de guía, acompañante u orientador; sin embargo, hay diferencias muy marcadas en el significado que atribuyen a este rol y al significado de estos términos. Finalmente, el tercer grupo de seis estudiantes agrupa a los estudiantes que no hablan de gestión y los que hablan de las normas de comportamiento que deben exigirse en clase.

En el primer grupo, los ocho estudiantes consideran que la gestión del profesor se centra en la organización de grupos de trabajo, y se aprecia la importancia dada al número de integrantes de dichos grupos; los estudiantes consideran necesario establecer las características de los miembros del grupo. Este hecho se puede apreciar en las declaraciones del estudiante E4:

*E4: Entonces, las acciones que efectuaría en la clase es la organización de los grupos, máximo 4, con un líder (en este caso el niño indisciplinado) para que adquiera una responsabilidad. Haría una prueba diagnóstica (individual y grupal) para saber el conocimiento que tendrían los estudiantes y por último, y necesario llevaría a cabo el manejo de cuaderno resolutor por parte de los estudiantes, necesario para la organización de ideas individuales como grupales.*

E4 considera, en su gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, la realización de pruebas diagnósticos y la solicitud a sus estudiantes de llevar un cuaderno en donde estos registren lo trabajado en clase. Esta forma de considerar la gestión coincide con dos de las categorías expuestas por Davis y Thomas (1992) que pueden enmarcarse dentro de las tareas del profesor en la fase de gestión de carácter general.

En el segundo grupo, tres de los doce estudiantes consideran que el rol de guía por parte del profesor consiste en dirigir a sus estudiantes de tal forma que tomen el camino de solución que desea el profesor y no otros caminos que puedan surgir de su interacción con el problema. Esto se puede apreciar en la respuesta de E10:

*E10: [...] siempre sería guía y responsable de que el trabajo dirigido vaya por el camino que es y que si se desvía sea para retroalimentar la clase.*

E10 amplía sus consideraciones frente a la afirmación anterior en el segmento de entrevista que se presenta a continuación:

*I: En tu descripción de la gestión escribiste que siempre serías guía y responsable de que el trabajo vaya por el camino que es, ¿cuáles serían tus acciones para lograrlo?*

*E10: Mmm [...] pues si yo veo que un estudiante o un grupo están cometiendo errores o van por un lado que no debe ser cuando tratan de solucionar el problema, les diría que esa no es la manera. Por ejemplo, les guiaría con exposiciones con material concreto o software para vean su error mostrando la respuesta correcta. Eso los retroalimentaría.*

*I: ¿Entonces tu forma de guiarlos sería presentando la respuesta correcta al problema, en caso de ser necesario?*

*E10: Sí, es que para mí la guía del profesor consiste en explicar el camino de solución o resolver el problema y no dejar que los estudiantes cometan errores y se pierdan en la solución.*

E10 está entendiendo la guía del profesor como aquella en donde éste dice a los estudiantes cómo resolver el problema. Incluso asegura que dicha guía podría estar dirigida a presentar la respuesta correcta al problema. En otras palabras, no se concibe una gestión en donde la guía del profesor consista, entre otras cosas, en hacer

preguntas que permitan visualizar un camino de solución por parte del estudiante (Lesh & Doerr, 2003). Las afirmaciones de E10 en relación con la gestión del aula por parte del docente reflejan en mínima parte (cuando se habla de guía) la definición de situación adidáctica de Brousseau (1986). En dicha definición el docente deja de enseñar y de llevar al estudiante explícitamente hacia la resolución del problema y se presenta como simple guía del trabajo de los grupos o de cada uno de los estudiantes.

Dos estudiantes en este grupo de doce, aunque mencionan como parte de la gestión del profesor la guía y orientación que éste puede hacer, no aclaran en qué consiste. Este hecho se aprecia en las afirmaciones de E33:

*E33: Gracias al acompañamiento y guía brindada a los estudiantes o grupos de trabajo, el profesor conoce los avances de grupo, por consiguiente [puede] proponer o generar formas de mostrar los avances de los grupos más avanzados para que sus progresos sirvan a los demás grupos.*

En la entrevista sobre la guía del profesor, este estudiante responde:

*I: En tu respuesta mencionas como parte de la gestión el acompañamiento y guía ofrecida por el profesor a los estudiantes o grupos de trabajo, ¿podrías explicar en qué consiste esta guía o acompañamiento?*

*E33: Como lo dije por escrito en esencia la guía o el acompañamiento del profesor permite conocer de cerca los avances de los estudiantes o de los grupos y con esa información el profesor puede organizar sesiones para que los grupos avanzados muestren a los demás cómo van. En otras palabras, creo que más que guía sería un acompañante y así tendría información de primera mano.*

E33 no precisa en qué consiste la guía del profesor, incluso en su respuesta a la entrevista deja la impresión de que la función del profesor se limita a la observación de los integrantes de los grupos y sus discusiones, pero sin orientación. En este tipo de respuesta el papel del profesor coincide con lo auspiciado en las situaciones adidácticas (Brousseau, 1986): el profesor tampoco es un guía, es un acompañante.

Uno de los estudiantes centró su atención sobre el tipo de problema que debe proponer el profesor y la utilidad de la resolución de problemas. La respuesta de este estudiante se presenta a continuación:

*E1: La gestión del profesor debe ser complejizar los problemas para que estos permitan cuestionar la manera en la que el estudiante desarrolle su proceso de aprendizaje de un concepto o algún conocimiento matemático [...]. Pensaría que la resolución de problemas pudiera ser un instrumento en la cual el estudiante estructura y moldea el conocimiento por medio de su propio actuar, de tal manera que el profesor pueda estar pendiente de su proceso de aprendizaje.*

En la respuesta de E1 se aprecia que el estudiante, cuando habla de gestión, alude al diseño de los problemas por parte del profesor, mencionando que una característica esencial de estos problemas es permitir el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Esta forma de ver la gestión del profesor está asociada con la fase preactiva que menciona Jackson (1975). En la respuesta de E1 el papel del docente no es el de empujar al estudiante hacia la respuesta, sino el de estar «pendiente de su proceso de aprendizaje», típica actitud de la teoría de las situaciones. En caso contrario, se corre el riesgo de caer en el efecto Dienes o en el efecto Joudain, que Brousseau (1986) denuncia con firmeza, efectos que no permiten el aprendizaje, por el contrario, lo hacen imposible (D'Amore, Fandiño-Pinilla, Marazzani & Sarrazy, 2010).

Los estudiantes en este grupo plantean una visión de la gestión del profesor del proceso de enseñanza-aprendizaje que no es multifuncional. A lo más se presentan dos acciones del profesor.

#### **4.2. Concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas de estudiantes para profesor al finalizar el trabajo en el espacio de formación**

Los datos para la elaboración de esta viñeta proceden de la última sesión de clase presencial en donde veintiocho estudiantes respondieron al cuestionario CDCGA y de las entrevistas semi-estructuradas realizadas posteriormente en las que se tuvo en cuenta las respuestas al instrumento.

Se identificaron dos grandes grupos: (1) veinte estudiantes conciben su gestión desempeñando múltiples actividades; y (2) ocho estudiantes se dividieron en tres grupos (organización de grupos, dificultades para resolver problemas y los que no responden).

Los estudiantes del primer grupo consideran que la gestión del profesor es aquella donde el docente desempeña múltiples actividades, donde la interacción del profesor con los estudiantes adquiere mayor importancia. Algunos se refieren explícitamente a la organización de los estudiantes en grupos, la guía del profesor por medio de preguntas (de manera general o individual) y la dependencia del ambiente de trabajo en clase de la gestión del profesor. Esto se puede apreciar en la respuesta de E4:

*E4: Es muy notable que se ha dado un cambio a raíz del curso [...] se han puesto en acción diversas cosas, haciendo un ambiente de clase y de resolución de problemas más efectivo y llamativo. Tanto así que copiaría: el trabajo en grupo, la guía que le da el maestro a los estudiantes, las preguntas generales, individuales precisas que hacen que los estudiantes generen habilidades de pensamiento y puedan establecer soluciones.*

En su respuesta, E4 considera que las acciones del profesor que debe imitar son aquellas en donde el profesor organiza a sus estudiantes por grupos y guía a los estudiantes estableciendo preguntas generales e individuales. Con relación a las preguntas, se aprecia que para este estudiante es de vital importancia el tipo de preguntas que el profesor debe hacer y lo que debe lograr con las mismas.

E4 hace referencia a los aspectos de la gestión asociadas con la organización de los estudiantes [acciones de carácter general mencionadas por Doyle (1985), Llinares (1999) y Gavilán, García y Llinares (2007)]. Sin embargo, cuando hace referencia explícita sobre la importancia de que el docente formule preguntas para orientar a los estudiantes, hace alusión a las tareas asociadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático. E4 da muestras de comprender que las preguntas que generan aprendizaje son importantes en la gestión del profesor:

*I. En tu respuesta a la carta dices que has evidenciado cambio en la concepción sobre tu gestión como profesor en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas y que ese cambio se debe a diversas cosas que se han puesto en acción en el curso, ¿a qué cosas te refieres?*

*E4: En este curso el rol del profesor es muy importante, pues él plantea el problema, pero uno termina creyendo que es de uno. Además, el profesor en clase habla con los grupos y allí él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho y uno también le pregunta, sólo que las preguntas que el profesor hace son duras y cuando se discuten las respuestas con los demás, se da uno cuenta que está*

*resolviendo sus propias dudas. Eso es lo que yo quiero hacer cuando sea quien oriente.*

Los estudiantes en este grupo se caracterizan porque indican explícitamente formas en las que el profesor interactúa con los estudiantes. Por ejemplo, el estudiante E4 indica la capacidad del profesor para identificar las estrategias usadas por los estudiantes, cuando dice «[...] él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho». La segunda acción está asociada a la capacidad del profesor para interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes. Esto se evidencia cuando E4 dice: «él pregunta teniendo en cuenta lo que uno ha hecho y uno también le pregunta, sólo que las preguntas que el profesor hace son duras y cuando se discuten las respuestas con los demás, se da uno cuenta que está resolviendo sus propias dudas». Finalmente, E4 subraya el papel de hacer preguntas a sus estudiantes que les permitan avanzar en la comprensión del problema y los conceptos involucrados. Esto es, E4 describe cómo el profesor decidió responder (decisiones de acción) teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. Esta destreza es la tercera acción que E4 desea implementar cuando sea profesor.

Estas tres acciones que E4 menciona caracterizan a los estudiantes de este grupo; que reflejan las destrezas que Jacobs et al. (2010) conceptualizan como parte de la competencia docente “mirar profesionalmente”.

#### **4.3. Cambios al final de la intervención**

La comparación entre las respuestas al principio y al final de la intervención mostró cambios significativos en las concepciones de los estudiantes sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El primer cambio está relacionado con el número y tipo de actividades que los estudiantes consideraban parte de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, al principio de la intervención se observó que los estudiantes consideraron un número máximo de tres actividades relacionadas con la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. En contraste, al final de la intervención veinte estudiantes conciben su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje como aquella donde se deben hacer múltiples acciones relativas a la gestión del conocimiento matemático (algunas vinculadas con la competencia docente “mirar profesionalmente”).

Otro cambio es la complejidad con que los estudiantes se manifestaron sobre las actuaciones del profesor con relación a su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de la resolución de problemas. Esta complejidad se observa, por ejemplo, en cómo se refieren inicialmente a la guía u orientación del profesor y cómo lo hacen cuando hacen alusión a la misma en la segunda aplicación del instrumento. En su concepción de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, los estudiantes vincularon habilidades del profesor, asociadas a otra competencia, a su concepción de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje. Este hecho es un cambio esencial pues la gestión dejó de concebirse como un conjunto de máximo tres actividades para convertirse en una competencia que involucra destrezas básicas de otras competencias.

#### **4.4. Sobre los factores que apoyan o limitan cambios**

Los factores que apoyan o limitan los cambios se han inferido desde el análisis de las transcripciones de las videgrabaciones de las interacciones del grupo de trabajo G1 en la resolución de los problemas a lo largo de las sesiones de clase y de los

cuadernos, de los informes elaborados por los estudiantes en diferentes momentos del trabajo desarrollado en el curso y del visionado de las videograbaciones del gran grupo.

Los datos de esta viñeta proceden de las sesiones 4, 5, 14, 30 y 48. En estas sesiones, los cuatro estudiantes del curso G1 dieron respuesta, a dos preguntas planteadas en la primera sesión de clase. Estas preguntas fueron las siguientes:

*¿Qué orientaciones daría usted, como profesor, para que sus estudiantes encuentren un camino de solución a cada uno de los problemas propuestos?*

*¿Cuál sería una propuesta de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas que usted propondría? Tome como base su experiencia como resolutor y su trabajo con esta metodología en donde usted se visualice como futuro profesor.*

Un resultado que arrojó la investigación es que los cambios en las concepciones de los estudiantes para profesor obedecieron primordialmente a elementos propios del curso. Por ejemplo, un factor que parece influir es la posibilidad de trabajar en situaciones apoyadas en la resolución de problemas. Por ejemplo:

*E30: Es que yo me he dado cuenta que el profe siempre nos escucha detenidamente a lo que decimos y hace caras como si fuera súper interesante lo que decimos, yo no sé si eso sea importante, pero me hace sentir bien poderle expresar lo que pienso con tranquilidad.*

*E32: Bueno, lo que yo pensaba era parecido. Mejor dicho, para mí lo importante es que el profe siempre pregunta primero ¿Cómo vamos?, las dudas o lo que sea y luego lo que nos dice tiene en cuenta todo lo que hemos dicho.*

*E30: Sí, eso también, pero es como la manera en que nos escucha [...] Bueno yo no sé.*

*E17: Entonces podríamos decir que una cosa importante en la gestión es que nosotros como profes, prestaríamos atención a lo que los estudiantes nos digan sobre el problema y desde allí les daríamos las orientaciones.*

En el diálogo anterior, los estudiantes manifiestan que un factor que incide en el cambio de sus concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje es la forma y el tipo de orientaciones del curso. Esto se infiere de la afirmación: «es que yo me he dado cuenta que el profe siempre nos escucha detenidamente a lo que decimos y hace caras como si fuera súper interesante lo que decimos» que hace el estudiante E30. Esta inferencia se corrobora cuando E32 dice: «para mí lo importante es que el profe siempre pregunta primero ¿Cómo vamos?, las dudas o lo que sea y luego lo que nos dice tiene en cuenta todo lo que hemos dicho». En las declaraciones de estos estudiantes se observa que la interacción con el profesor del curso ha influido en el cambio de sus concepciones sobre la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje.

Otro factor que parece apoyar los cambios en la concepción de los estudiantes fue la dinámica de preguntas sobre el proceso de resolución del problema generadas en el aula. Esto se evidencia en el diálogo siguiente:

*E32: Miren [a sus compañeros de grupo] yo creo que un profesor, mejor dicho, nosotros debemos ser capaces de proponerle a los chinos [expresión coloquial para referirse a los futuros alumnos] un problema y de pensar posibles preguntas de ellos. Sin embargo, puede que no hagan ninguna de las preguntas que a uno se le ocurrieron, pero uno debe poder tomar lo que ellos dicen y orientar o hacer algo basado con lo que el chino dijo.*

*E17: Eso es claro para nosotros, es lo mismo que hace el profesor con nosotros. Sin embargo, me parece que lo que ellos dicen es que precisamente eso requiere de más estudio, de mucha más planeación. Es que es saber matemáticas o bueno lo que uno esté trabajando y a la vez saber qué decir y cómo decirlo teniendo en cuenta los que el chino ha hecho.*

En el diálogo anterior se evidencia que los estudiantes reflexionan sobre la exigencia que tiene un profesor cuando orienta a sus estudiantes. Esto se confirma cuando E17 dice: «es que es saber matemáticas o bueno lo que uno esté trabajando y a la vez saber qué decir y cómo decirlo teniendo en cuenta los que el chino ha hecho». En este caso, E17 está haciendo alusión a la actividad del profesor para entender y analizar el pensamiento de sus estudiantes teniendo en cuenta su conocimiento.

E17 y E32 hacen referencia a que la actividad del profesor va más allá de usar su conocimiento para indicarle al estudiante cuál es el error de su respuesta. Del diálogo se infiere que los estudiantes toman consciencia de que para entender el pensamiento matemático de los estudiantes se debe determinar de qué manera las respuestas de los estudiantes tienen algún sentido desde la perspectiva del aprendizaje de la matemática.

## **5. Notas finales**

Un resultado importante es que se identificaron cambios en concepciones de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje al finalizar una intervención coincidiendo con lo asegurado por Pehkonen (2006) y Bobis et al. (2016), de que es posible generar cambios en las concepciones de los profesores de matemática. El primer cambio, está relacionado con el número y el tipo de actividades que los estudiantes concebían como parte de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. El segundo cambio es la complejidad con que los estudiantes se manifestaron sobre las actuaciones del profesor con relación a su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas.

Esta investigación también indica que el profesor del curso y la manera como lo orientó fueron factores que favorecieron los cambios en las concepciones de los estudiantes sobre la gestión del proceso de enseñanza- aprendizaje coincidiendo con los resultados de las investigaciones de Leder, Pehkonen y Törner (2002) y Pehkonen, (2006) que indican que los ambientes de formación innovadores y los maestros de estos cursos inciden en los cambios de concepciones.

La discusión de estos resultados se ha organizado en tres secciones sobre: el significado del trabajo en grupo dado por los estudiantes, la interpretación sociológica del significado de la actividad en el aula y la Teoría de la Objetivación.

### **5.1. Trabajo de grupo**

En este artículo están presentes las interpretaciones disponibles en investigación relativas al trabajo en grupo, tipo de trabajo que consideran primordial los estudiantes para profesor en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje tanto al principio como al final del curso. Daremos a continuación una lista de estas interpretaciones, haciendo referencia a D'Amore (2015). No se debe creer en una unicidad de interpretación terminológica sobre componentes de las prácticas de aula, que siempre se citan; entre estas, el trabajo cooperativo por su valencia cognitiva fuerte (por ejemplo, el trabajo en grupo de los alumnos) (D'Amore & Fandiño-Pinilla, 2012).

Son múltiples y profundos los análisis modernos sobre esta metodología, por ejemplo, los estudios que definen las “Relaciones cooperativas en la escuela” (Dozza, 2006). En la actualidad existen varias acepciones de la idea de grupo:

- *acepción sociológica*: el grupo es un conjunto de dos o más individuos que buscan un mismo objetivo individual; identifican el objetivo de la tarea y en la coexistencia física de cada uno de los individuos y de los subgrupos el elemento significativo, pero no toman en consideración los aspectos relacionales, de comunicación, ni las dinámicas emotivas y afectivas;

- *acepción antropológica*: el grupo es un conjunto de individuos que se reconocen en determinados valores, mitos, tradiciones, ceremonias, rituales, sistemas de signos; el antropólogo se interesa por la cultura y por el proceso de enculturación (es decir por la transferencia del patrimonio cultural de una generación a otra) y de aculturación (identificada en la hibridación entre culturas);

- *acepción psicológica*: el grupo es un conjunto de tres o más individuos que se reúnen como grupo y con relaciones de influencia recíproca; el psicólogo centra su atención en las relaciones y comunicaciones y por tanto en el sentido de pertenencia al grupo; se habla de grupo sólo cuando se establecen, gracias a retroalimentación, relaciones circulares; aquí se estudia con atención la relación entre emisor y receptor;

- *acepción analítica*: el grupo es un conjunto de tres o más individuos que comunican interactuando entre ellos según una matriz común interpersonal, según un sentir y un pensar progresivamente compartido que se convierte en patrimonio del grupo; en esta acepción es necesaria una matriz de grupo en el cual las comunicaciones interpersonales trascienden el individuo; lo que aquí interesa es la formación de un pensamiento compartido;

- *acepción pedagógica*: un grupo es un conjunto de sujetos – personas que comparten contextos y relaciones dirigidas a reconocer y promover las potencialidades individuales en las diferentes edades de la vida; se trata de una de las acepciones más cercanas a la que nos interesa; pero, según la pedagogía, todos los aspectos precedentes deben ser valorizados dado que cada uno de estos contribuye a crear la identidad misma del grupo y a estudiar las dinámicas que lo caracterizan;

- *acepción formativa*: el grupo es un conjunto de dos o más personas que establecen relaciones de interdependencia y coordinan sus acciones y comunicaciones en contextos concretos con el fin de lograr aprendizaje y co-construcción de identidades, inteligencias y significados; esta acepción es la que mayor relación tiene con la didáctica; la atención se centra en el currículo formativo y sobre las acciones, relaciones, comunicaciones, (re-)construcciones de conocimientos a nivel intra- e inter-subjetivo.

Como se ve, definir que es un grupo, que significa *labor*, en una práctica compartida, es complejo, pero se han dado grandes avances, respecto a las primeras apariciones de esta metodología que aparecía un poco confusa e ingenua. Hoy todo es claro, todo es categorizado y formalizado, y se basa sobre el concepto de trabajo realizado en común. Recordamos también la metodología didáctica de la “discusión en aula”, en la cual el grupo coincide con la clase; se trata de un óptimo momento de atribución de significados personales y compartidos y de conceptos entre docentes y alumnos y entre alumnos, que tuvo precisamente en la didáctica de la matemática extraordinarios éxitos.

## 5.2. Interpretación sociológica de la actividad en aula

Mirando las declaraciones finales de los estudiantes, su complejidad sobre las actuaciones del profesor en el aula dan muestra de la importancia de tener presente que la clase es una sociedad y que, por tanto, cabe revelar las modificaciones de tipo social que se dan en el aula. Muchas de las interacciones entre estudiantes muestran como el aspecto sociológico es determinante en los cambios de concepciones. Para esta nota nos servimos de Bagni y D'Amore (2005) y de D'Amore, Fandiño-Pinilla y Sbaragli (2017).

Una contribución a la comprensión del aprendizaje de la matemática y al estudio de la gestión de actividades en clase viene de la interpretación micro-sociológica propuesta por D'Amore (2005), según la cual la clase es una sociedad específica de individuos cuya unidad social está garantizada por el conjunto de prácticas definidas y compartidas.

La clase responde a los requisitos típicos que los sociólogos exigen para que un grupo de individuos puedan usar la denominación "sociedad" (Robertson, 1977, p. 83). Dichos requisitos son: estos individuos ocupan un "territorio" común (el aula, la escuela); interactúan entre ellos; saben que pertenecen al mismo grupo; tienen, al menos en parte, un cultura común (o, por lo menos, esto es lo que se supone originalmente). La clase puede ser entendida, por lo tanto, como una *comunidad de prácticas compartidas* (Godino & Batanero, 1994; Radford, 1997; D'Amore, 2005) que tiene como objetivo la construcción de conocimiento (aquí: conocimiento matemático).

Cada sociedad determina sus prácticas específicas, algunas originadas de los objetivos constitutivos de la sociedad (en ocasiones abstractos), otras de las adaptaciones al hecho mismo de esta pertenencia. Por tanto, estas "prácticas" se pueden dividir en dos grandes categorías: (1) aquellas establecidas a priori por dicha sociedad (el aprender, el compartir actividades etc.), (2) aquellas que nacen a causa del objetivo que tales actividades se propongan obtener. Las primeras son prácticas codificadas y por tanto *funcionales* (Robertson, 1977); son aquellas que dan un significado a la constitución de dicha sociedad; las segundas, que en D'Amore (2005) son llamadas *meta-prácticas*, son debidas a la específica situación y por tanto extra-funcionales. Los dos tipos de prácticas están condicionadas por objetivos diversos. Por ejemplo, dentro de la misma clase, algunos estudiantes tienen como objetivo aprender aquello que se ha establecido a priori como conocimiento a adquirir (significado institucional) (Godino & Batanero, 1994), para otros el objetivo es aprender a influir en el juicio que tendrá quien evalúa.

En una clase generalmente no existe una aceptación total de los objetivos; por tanto, como explica la sociología, la unidad del grupo se pierde y tiende a conformarse un "grupo secundario" en el cual algunos sujetos privilegian las prácticas funcionales y otros las meta-prácticas (D'Amore, 2005). Entre los estudiantes de una misma clase, algunos aceptan las actividades y los objetivos de aprendizaje propuestos por el docente como representante de una institución de referencia y buscan apropiarse de los significados propuestos. Otros estudiantes no asumen plenamente dichos objetivos y significados, o por carencias de los conocimientos necesarios que precedentemente debían haber sido adquiridos, o por inadaptabilidad a los compromisos escolares. Pero, desde el momento que dicha sistematicidad y formalización son burocratizadas en un sistema social que prevé una evolución, se determina la necesidad, en parte de los sujetos implicados, de realizar determinadas prácticas desviadas como adaptación a la sociedad – clase. La existencia de este

fenómeno fue señalada como *contrato didáctico* por Guy Brousseau (D'Amore, Fandiño-Pinilla, Marazzani & Sarrazy, 2010). Es innegable que esta actividad sea aquella que en sociología se llama una meta-práctica difundida entre los estudiantes; no entra entre las prácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje que constituyen el sentido a la sociedad clase, sino entre aquellas de adaptación a dicha sociedad por parte del individuo (D'Amore, Font & Godino, 2007).

Estas consideraciones de carácter sociológico explican muy bien una vasta clase de dificultad de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y en la práctica de aula, cuando el argumento es la matemática (D'Amore, Fandiño-Pinilla, Marazzani, Santi & Sbaragli, 2011). La atención del estudiante, su esfuerzo, se desplaza de aquellas que podrían ser definidas las actividades características funcionales del grupo clase y se transforman en meta-prácticas que no tienen ningún valor en el aprendizaje, por el contrario, lo bloquean y lo desorientan. El docente puede darse cuenta de que existe una dificultad, pero podría no entender su origen. Un estudio concreto en este sector de dificultad podría ser de gran ayuda al docente para entender que está sucediendo en aula. La noción de comunidad de práctica permite además afrontar la cuestión del significado de los objetos matemáticos (D'Amore & Fandiño-Pinilla, 2001; D'Amore, 2003; Radford, 2005; D'Amore et al., 2011), y de interpretar la fallada devolución como el sobrevenir de meta-prácticas que inducen en el estudiante comportamientos desviados respecto al objetivo de aprender conscientemente la matemática.

### 7.3. Relaciones con la Teoría de la Objetivación

Se notará como las posiciones espontáneamente asumidas por muchos estudiantes para profesor y evidenciadas por sus respuestas al docente y de los coloquios entre estudiantes en aula son muy cercanas a aquellas elaboradas por la teoría de la objetivación (D'Amore, 2015). Entre todas las citas posibles de los trabajos de Radford, elegimos la siguiente porque nos parece la más cercana a las frases espontáneas de los estudiantes objeto de esta investigación:

«El concepto de labor conjunta, que en la teoría de la objetivación juega un papel central, ofrece una re-conceptualización de la enseñanza y del aprendizaje. En el trabajo conjunto el papel de los alumnos no se reduce a ser sólo sujetos cognitivos. No asumen el papel de sujetos pasivos que reciben el conocimiento ni el de sujetos auto-contenidos que construyen su propio conocimiento. De igual forma, los docentes no se reducen al papel de agentes tecnológicos y burócratas-guardianes e implementadores del currículo. No son los poseedores del saber que consignan o transmiten el conocimiento a los estudiantes directamente o a través de estrategias de sostenimiento estructurado. La noción de labor conjunta sugiere adoptar una perspectiva educativa en la cual se concibe la enseñanza y el aprendizaje no como dos actividades separadas sino como una sola y la misma actividad: aquella en la cual los docentes y los alumnos, incluso si no hacen las mismas cosas, se esfuerzan juntos, intelectual y emotivamente, en la realización de una labor en común» (Radford, 2016, p. 6).

### Referencias

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F. L., & Novotná, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359–381.
- Bagni, G. T., & D'Amore, B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale. *La Matematica e la sua Didattica*, 19(1), 73-89.
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. En G. S. & L. Darling-

- Hammond (Ed.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco. EEUU: Jossey-Bass.
- Bobis, J., Way, J., Anderson, J., & Martin, A. J. (2016). Challenging teacher beliefs about student engagement in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(1), 33–55.
- Bohórquez, L. Á. (2016). *Cambio de concepciones de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas*. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 19–29.
- Brophy, J. (1999). Perspectives of classroom management: yesterday, today, and tomorrow. En H. J. Freiberg (Ed.), *Beyond behaviorism: changing the classroom management paradigm* (pp. 43–56). Boston, EEUU: Allyn & Bacon.
- Brophy, J. (2006). History of research on classroom management. En C. M. Evertson & C. S. Weinstein (Eds.), *Handbook of classroom management: research, practice, and contemporary issues*. (pp. 17–43). Mahwah, EEUU: Lawrence Erlbaum Associates.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna, Italia: Pitagora Editrice.
- D'Amore, B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Bologna, Italia: Pitagora Editrice.
- D'Amore, B. (2004). El papel de la epistemología en la formación de profesores de matemática de la escuela secundaria. *Épsilon*, 20(3), 413-434.
- D'Amore, B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La Matematica e la sua Didattica*, 19(3), 325-336.
- D'Amore, B. (2015). Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación. En L. Branchetti (Ed.), *Teaching and learning mathematics. Some past and current approaches to mathematics education* (pp. 151-171). Isonomia, On-line Journal of Philosophy-Epistemologica, <http://isonomia.uniurb.it/epistemologica>
- D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2001). Concepts et objets mathématiques. En A. Gagatsis (Ed.), *Learning in mathematics and science and educational technology* (pp. 111-130). Nicosia, Chipre: Intercollege.
- D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2004). Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior. *Épsilon*, 58(20), 25–43.
- D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2012). *Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà*. Firenze, Italia: Giunti Scuola.
- D'Amore, B., Fandiño-Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2010). *Didattica*

- della matematica. Alcuni effetti del contratto*. Bologna, Italia: Archetipolibri.
- D'Amore, B., Fandiño-Pinilla, M. I., Santi, G., & Sbaragli, S. (2011). Some relations between semiotics and didactic of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 11(1-2), 35-57.
- D'Amore, B., Fandiño-Pinilla, M. I., & Sbaragli, S. (2017). Sulla natura degli oggetti matematici, in relazione con la didattica della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 25(2), 119-162.
- D'Amore, B., Font, V. & Godino, D. J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 38(2), 49-77.
- D'Amore, B., Godino, J. D., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Davis, G. A., & Thomas, M. A. (1992). *Escuelas eficaces y profesores eficientes*. Madrid: La Muralla.
- Delaney, S., Ball, D. L., Hill, H. C., Schilling, S. G., & Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": adapting US measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 171-197.
- Doyle, W. (1985). Recent research on classroom management: implications for teacher education. *Journal of Teacher Education*, 36(3), 31-35.
- Doyle, W. (1986). Classroom organization and management. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 392-431). Nueva York: Macmillan Publishers.
- Dozza, L. (2006). *Relazioni cooperative a scuola*. Trento, Italia: Erickson.
- Duke, D. L. (1979). Classroom management. En D. L. Duke (Ed.), *Classroom management: The 78th yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II* (Vol. 2). Chicago, EEUU: University of Chicago Press.
- Emmer, E. (1987). Classroom management. En M. J. Dunkin (Ed.), *The international encyclopedia of teaching and teacher education*. (pp. 437-446). Oxford, Reino Unido: Pergamon.
- Escudero, I., & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(4), 312-327.
- Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. En G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics Education?* (pp. 39-57). Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Gavilán, J. M., García, M. M., & Llinares, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemática. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(2), 157-170.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15(3), 325-355.
- Jackson, P. (1975). *La vida en las aulas*. Madrid: Ediciones Morata.
- Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2),

169-202.

- Leder, G. C., Pehkonen, E., & Törner, G. (2002). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? En G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Mathematics education library* (pp. 59-72). Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. A. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving*. (pp. 3-34). Mahwah, EEUU: Lawrence Erlbaum Associates.
- Llinares, S. (1999). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. P. Da Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia* (pp. 109–132). Lisboa, Portugal: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Llinares, S. (2000). Secondary school mathematics teacher's professional knowledge: a case from the teaching of the concept of function. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 6(1), 41–62.
- Llinares, S. (2008). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. En *III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas Universidad* (pp. 1-19). Bogotá, Colombia: UPN.
- Pehkonen, E. (1994). On teachers' beliefs and changing mathematics teaching. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 15(3-4), 177-209.
- Pehkonen, E. (2006). What do we know about teacher change in mathematics? En L. Häggblom, A.-S. Røj-Lindberg, & L. Burman (Eds.), *Kunskapens och lärandets villkor. Festskrift tillägnad professor Ole Björkqvist* (Vol. 1, pp. 77–87). Vasa, Finlandia: Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten, Specialutgåva.
- Pehkonen, E., Ahtee, M., Tikkanen, P., & Laine, A. (2011). Pupils' conceptions of mathematics lessons revealed via their drawings. En B. Roesken & C. Michael (Eds.), *Proceedings of the MAVI-17 Conference* (pp. 182–191). Bochum, Alemania: Druckzentrum, Ruhr-Universität Bochum.
- Perrin-Glorian, M. J. (1999). Problèmes d'articulation de cadres théoriques: l'exemple du concept de milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(3), 279-321.
- Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology and the teaching of mathematics: towards a socio-cultural history of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26-33.
- Radford, L. (2005). Body, tool, and symbol: semiotic reflections on cognition. En E. Simmt & B. Davis (Eds.), *Proceedings of the 2004 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 111-117). Edmonton, Canadá: CMESG.
- Radford, L. (2016). Mathematics education as a matter of labor. En M. A. Peters (Ed.), *Encyclopedia of Educational Philosophy Theory. Section: Mathematics education philosophy and theory*. P. Valero and G. Knijnik, Editors. Singapur: Springer.

- Robertson, I. (1977). *Sociobiology*. Nueva York: Worth Publishers Inc.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simon, M. A. (1997). Developing new models of mathematics teaching: an imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema & B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55-86). Hillsdale, EEUU: Lawrence Erlbaum Associates.

### **Referencias de los autores**

Luis Ángel Bohórquez Arenas, Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, Colombia, [labohorqueza@correo.udistrital.edu.co](mailto:labohorqueza@correo.udistrital.edu.co)

Bruno D’Amore, NRD Universidad de Bologna, Italia, [bruno.damore@unibo.it](mailto:bruno.damore@unibo.it)

## **Mathematics teacher’s teaching-learning process: factors that support or limit changes in the students’ conceptions**

Luis Ángel Bohórquez Arenas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bruno D’Amore, NRD Universidad de Bologna

The question, formulated more than a decade ago by Pehkonen (2006), regarding the conditions under which changes in the beliefs and conceptions of the teacher take place, still remains in force. The research has the objective of changing the students’ conceptions about teachers’ teaching-learning process who take part in a teaching training final exam. The results allow us to identify changes in the conceptions that stem from the increase in the number and type of activities students are exposed to. This result is linked to the features of prospective teachers training courses, that support the change in the students’ conceptions, while their previous experiences regarding problem solving limit such changes. Identifying changes in student conceptions about the teacher’s teaching-learning process at the end of an intervention is an important result of research because Pehkonen (2006) and Bobis et al. (2016) have shown that it is possible to trigger changes in both mathematics teachers’ conceptions and students’ conceptions about teachers. In fact, our results show that innovative training environments and prospective teachers training courses affect the changes of conceptions as the results of Leder, Pehkonen and Törner (2002) and Pehkonen, (2006) have shown. The most important result in this research is that it can be extended to students who develop the competence “professional noticing” since it is linked to their conception of the teaching-learning process.