Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM

Juan D. Godino, Universidad de Granada (España)

Belén Giacomone, Universidad de Granada (España)

Vicenç Font, Universitat de Barcelona (España)

Luis Pino-Fan, Universidad de los Lagos (Chile)

Recibido el 30 de noviembre de 2017; aceptado el 2 de marzo de 2018

Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM

Resumen

Dada la importancia de promover en los profesores en formación su competencia de análisis e intervención didáctica, en este artículo se describe y analiza una actividad para la formación de profesores de matemáticas orientada al desarrollo de dicha competencia. El diseño está basado en la descripción, explicación y valoración de los conocimientos puestos en juego en un episodio de clase video-grabada en la que un profesor gestiona el estudio de la semejanza de triángulos con un grupo de estudiantes de secundaria. Este episodio está siendo usado en diversas intervenciones formativas en el marco de un máster de formación de profesorado de matemática de educación secundaria para contextualizar la aplicación de algunas herramientas del modelo teórico de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos (CCDM). El análisis a-priori realizado destaca la importancia de que los futuros profesores desarrollen competencias en el uso de herramientas específicas que les ayuden a reflexionar sobre la práctica docente.

Palabras clave. Formación de profesores; reflexión profesional; matemáticas; modelo CCDM; enfoque ontosemiótico.

Conhecimentos profissionais no desenho e gestão de uma aula sobre semelhança de triângulos. Análise com ferramentas do modelo CCDM

Resumo

Dada a importância de promover nos professores em formação competências de análise e de intervenção didática, neste artigo descreve-se e analisa-se uma atividade de formação de professores de matemática orientada para desenvolver as referidas competências. O desenho está baseado na descrição,

Para citar: Godino, J. D.; Giacomone, B.; Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática, nº 13, 63 - 83.*

explicação e avaliação dos conhecimentos postos em jogo num episódio de aula, vídeo gravada, em que o professor orienta o estudo da semelhança de triângulos com um grupo de estudantes do nível secundário. Este episódio tem vindo a ser utilizado em diversas intervenções formativas no curso de Mestrado, de formação de professores de matemática de educação secundária, para contextualizar a aplicação de algumas ferramentas do modelo teórico de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticas (CCDM). A análise à priori realizada destaca a importância dos futuros professores desenvolverem competências no uso de heurísticas específicas que os ajudem a refletir sobre a prática docente.

Palavras chave. Formação de professores; reflexão profissional; matemática; modelo CCDM; perspetiva ontossemiótica.

Professional knowledge in the design and management of a class on similar triangles. Analysis with tools of the DMKC model

Abstract

Given the relevance of promoting the didactic analysis and intervention competence of trainee teachers, in this paper we analyse an activity aimed to develop this competence in the education of mathematics teachers. Using a video-recorded episode, the activity consists of describing, explaining and evaluating knowledge put into play by a teacher when managing the study of similar triangles with a group of high school students. This episode is being used in various formative interventions to contextualize the application of the Didactic-Mathematical Knowledge and Competencies (DMKC) theoretical model within the framework of a master degree for secondary school mathematics teaching. The a-priori analysis highlights the need that prospective teachers develop competences to use tools that help them to reflect on the teaching practice.

Keywords. Teacher education; professional reflection; mathematics; DMKC model; ontosemiotic approach.

Connaissance professionnelle dans la conception et la gestion d'une classe sur la similitude des triangles. Analyse avec les outils du modèle CCDM

Résumé

Compte tenu de l'importance de promouvoir chez les professeurs en formation leur compétence d'analyse et d'intervention didactique, cet article décrit et analyse une activité de formation des enseignants de mathématiques orientée vers le développement de cette compétence. Le design est basé sur la description, l'explication et l'évaluation des connaissances mises en jeu dans un épisode de classe vidéo dans lequel un enseignant gère l'étude de la similarité des triangles avec un groupe d'élèves du secondaire. Cet épisode est utilisé dans diverses interventions de formation dans le cadre d'un master pour la formation des enseignants de mathématiques de secondaire pour contextualiser l'application de certains outils du modèle théorique des Connaissances et des Compétences Didactique-Mathématiques (CCSM). L'analyse a priori effectuée souligne l'importance pour les futurs enseignants de développer des compétences dans l'utilisation d'outils spécifiques qui les aident à réfléchir sur la pratique professionnelle.

Paroles clés. Formation des enseignants; réflexion professionnelle; mathématiques; modèle CCDM; approche ontologique et sémiotique.

1. Introducción

Un cuerpo emergente de investigación en el campo de la educación matemática está relacionado sin duda con la importancia de reflexionar de manera profesional sobre la práctica docente, pasando a ser un objetivo importante en la formación de profesores, y más aún, una competencia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza. De esta manera, nuevos enfoques teóricos se han centrado en desarrollar herramientas y promover métodos de investigación que ofrecen amplias perspectivas para afrontar este objetivo (Gellert, Becerra & Chapman, 2013). Algunos ejemplos claros de estos enfoques son *Lesson Study* (Fernández & Yoshida, 2004), *Mirar con sentido profesional* (Fortuny & Rodríguez, 2012; Llinares, 2012; Mason, 2002), *Concept Study* (Davis, 2008), en los cuales se trata de promover la reflexión del profesor sobre la acción, de manera individual o en interacción con sus pares, identificando factores claves que afectan los procesos de estudio y así, tomar decisiones basadas en tales reflexiones.

Una revisión de la literatura deja clara la importancia del papel de la reflexión y la necesidad de potenciarla en el ámbito profesional (Korthagen, 2010). Esto conduce a encontrar estrategias o propuestas didácticas que favorezcan el desarrollo de la práctica reflexiva en los docentes. Desde distintos enfoques de investigación se han utilizado tareas específicas, en programas de formación del profesorado, que ayudan a desarrollar este objetivo (e.g., Coles, 2014; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi & Battey, 2007; Llinares, 2013; Ponte, 2011; Sherin & Dyer, 2017; Star & Strickland, 2008; Van Es & Sherin, 2008), en un intento de sistematizar los procesos de reflexión del profesor sobre su práctica.

Como parte de estos nuevos enfoques en la formación de profesores de matemáticas, este artículo es una reflexión teórica, dirigida a los formadores de profesores de matemáticas, que trata de resaltar la necesidad de disponer de *herramientas de análisis* específicas que ayuden a realizar tres tareas básicas del trabajo docente: descripción, explicación y valoración de la práctica de enseñanza y aprendizaje. Para contextualizar dicha reflexión, nos apoyamos en el análisis retrospectivo de una acción formativa llevada a cabo con futuros profesores de matemáticas de secundaria, en la que se les presenta un episodio de clase video-grabado sobre semejanza de triángulos y se solicita la realización de un análisis didáctico. Las consignas dadas a los futuros profesores solicitan describir, explicar y valorar el contenido matemático puesto en juego, los roles del profesor y los alumnos, el uso de recursos instruccionales, y el reconocimiento de normas como factores explicativos de los comportamientos.

Las herramientas de análisis didáctico que proponemos forman parte del modelo de *Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas* (CCDM) desarrollado en diversos trabajos[1] (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017; Breda, Pino-Fan & Font, 2017), y que está basado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS) (Godino, Batanero & Font, 2007). Este modelo destaca, entre otras, la competencia de análisis de la idoneidad didáctica, refiriéndose a la competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva. Asimismo, estos autores dejan planteada la importancia de diseñar e implementar recursos formativos que promuevan la realización de este tipo de análisis por parte de los profesores.

A continuación, en la sección 2, se presenta una síntesis del modelo CCDM que fundamenta el análisis del episodio y del diseño de las acciones que se proponen desde el EOS para la formación de profesores. En la sección 3 se describe la acción formativa propuesta. En la sección 4 se realiza el análisis de los conocimientos y competencias del

[1] Las publicaciones realizadas en el marco del EOS, aplicando el modelo CCDM, están disponibles en el sitio web http://enfoqueontosemiotico.ugr.es (entrada sobre Formación de profesores).

profesor que gestiona la clase video grabada, haciendo mención a las herramientas del modelo CCDM y a referencias complementarias. Seguidamente se reconocen las limitaciones de la información disponible para realizar un análisis más completo de los fenómenos didácticos implicados. En la sección 6 se plantean las reflexiones finales e implicaciones de esta investigación para el formador de profesores de matemáticas.

2. Síntesis del modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM)

En el marco del EOS (Godino et al., 2007) se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos del profesor de matemáticas (modelo CDM), inicialmente introducido como un sistema de categorías de análisis, refinado y aplicado en diversas investigaciones (Pino-Fan, Assis & Castro, 2015; Pino-Fan & Godino, 2015; Pino-Fan, Godino & Font, 2016; Ortiz & Alsina, 2015). Una de las perspectivas de desarrollo del modelo es el encaje de la noción de conocimiento con la noción de competencia del profesor. Por otra parte, también en el marco del EOS, se han realizado diversas investigaciones sobre las competencias del profesor de matemáticas (Font, Breda & Sala, 2015), las cuales han puesto de manifiesto la necesidad de contar con un modelo de conocimientos del profesor para poder evaluar y desarrollar sus competencias. Estas dos agendas de investigación han confluido generando el modelo llamado Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas del profesor de matemáticas (modelo CCDM), descrito recientemente por Godino et al. (2017).

El modelo CCDM es una ampliación del modelo CDM con el cual se propone que los conocimientos didáctico-matemáticos de los profesores pueden organizarse o desarrollarse de acuerdo a las dimensiones matemática, didáctica y meta didáctico-matemática (Figura 1). La dimensión matemática alude a los conocimientos que debe tener un profesor de las matemáticas escolares que enseña; la segunda dimensión alude a los conocimientos sobre aspectos involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas (conocimiento profundo de las matemáticas escolares y su interacción con aspectos cognitivos y afectivos de los estudiantes, recursos y medios, interacciones en el aula y aspectos ecológicos). La dimensión meta didáctico-matemática alude a los conocimientos que debe tener un profesor para poder sistematizar la reflexión sobre su práctica y así emitir juicios valorativos sobre su práctica o la de otros (Breda et al., 2017; Pino-Fan et al., 2016).

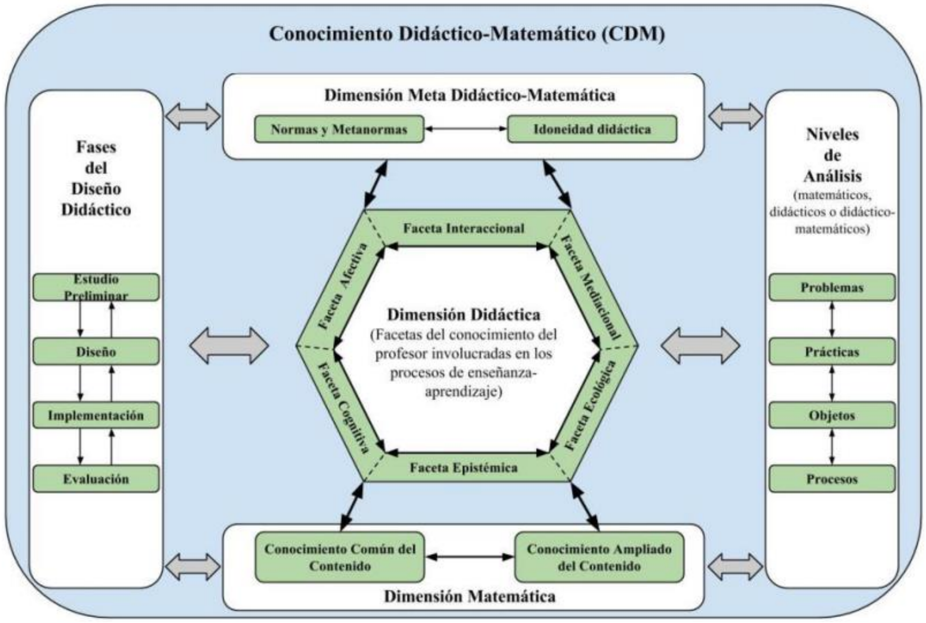


Figura 1. Dimensiones y componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) (Pino-Fan & Godino, 2015, p. 103)

El modelo CDM se ha presentado en varios trabajos como una *herramienta teórico-metodológica* que permite caracterizar, y posteriormente desarrollar, competencias claves para la práctica del profesor de matemáticas. Por tanto, es natural pensar en la ampliación del modelo CDM sobre conocimientos del profesor, a un modelo CCDM sobre conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesorado.

En el modelo CCDM se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la *competencia matemática* y la *competencia de análisis e intervención didáctica*, cuyo núcleo (Breda et al., 2017, p. 1897) consiste en: “Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias, y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora”. Para desarrollar esta competencia el profesor necesita, por una parte, conocimientos que le permitan describir y explicar lo que ha sucedido en el proceso de enseñanza y aprendizaje y, por otra, necesita conocimientos para valorar lo que ha sucedido y hacer propuestas de mejora para futuras implementaciones. Por lo tanto, esta competencia global de análisis e intervención didáctica del profesor de matemáticas está formada por cinco sub-competencias, las cuales se identifican en la Figura 2 asociadas a cinco herramientas conceptuales y metodológicas del EOS, cuya descripción sintética se puede encontrar en Godino et al. (2017): competencia de análisis de significados globales (basada en la identificación de situaciones-problemas y prácticas operativas, discursivas y normativas implicadas en su resolución); competencia de análisis ontosemiótico de las prácticas (identificación de la trama de objetos y procesos implicados en las prácticas); competencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas (identificación de la secuencia de patrones de interacción entre profesor, estudiante, contenido y recursos); competencia de análisis normativa (reconocimiento de la trama de normas y metanormas que condicionan y soportan el proceso instruccional); competencia de análisis de la idoneidad didáctica (valoración del proceso instruccional e identificación de potenciales mejoras).

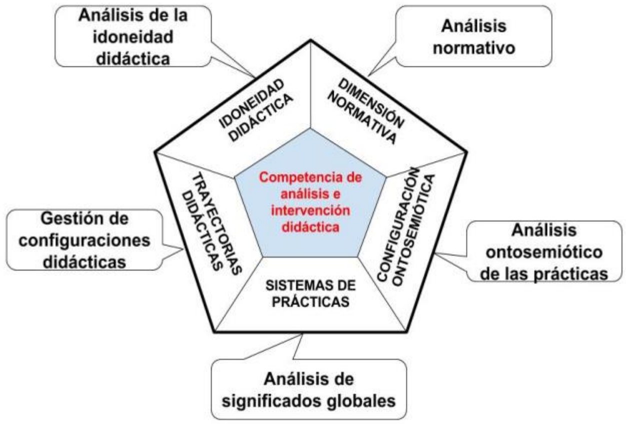


Figura 2. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica (Godino et al., 2017, p. 103)

3. Descripción de la acción formativa

La actividad que proponemos analizar tiene su origen en un conjunto de actividades de iniciación a la investigación en educación matemática, propuesta en Godino y Neto (2013). Ha sido implementada como parte de una acción formativa en el marco de un curso de máster para la formación de profesores de matemáticas de secundaria y consta de tres fases:

Fase 1: Comentario de un texto

Lectura y discusión de un documento sobre las características de una clase ideal de matemáticas, tomado de las orientaciones curriculares del NCTM (2000, p. 3): *Una visión de las matemáticas escolares*. El objetivo es elaborar una primera reflexión sobre posibles características ideales de una clase de matemáticas. Se trabaja en grupos pequeños sobre una guía de reflexión, siendo un eje motivador para discutir ideas, creencias y concepciones que tienen los futuros docentes sobre las matemáticas y los complejos procesos de su enseñanza y aprendizaje. La fase cierra con un proceso de reflexión sobre la necesidad de conocer y ser competente en el uso de herramientas específicas que le permitan al profesor valorar dicha práctica de manera sistemática; no se trata solo de describir y explicar qué está sucediendo en esa clase ideal, sino también de reflexionar sobre qué aspectos podrían mejorarse.

Fase 2: Puesta en práctica

Se propone ver un fragmento de una clase de matemáticas de educación secundaria video grabada, en el que es posible observar 9 minutos de una clase impartida en México. En el video se identifica una primera etapa dentro del salón de clase, donde los alumnos trabajan en grupos resolviendo problemas relacionados al cálculo de alturas inaccesibles, seguido de la puesta en común de las tareas; en la segunda etapa, los alumnos realizan un trabajo de campo en el patio de la escuela, resolviendo problemas sobre cálculo de alturas de objetos reales (árboles, postes, etc.) a partir de la medida de sombras. En el Anexo se incluye la transcripción del video para facilitar el análisis de las respuestas. Tras ver el episodio, se entrega a los futuros profesores la tarea de reflexión de la Figura 3 y se trabaja en grupos.

En http://www.youtube.com/ watch?v=60s_0Ya2-d8 encontramos un video de una clase de matemáticas. Tras ver el vídeo y trabajando en equipos, elaborar un informe respondiendo a las siguientes cuestiones:

1) Descripción: *¿Qué sucede?*

a. ¿Qué contenido matemático se estudia?
b. ¿Qué significados caracterizan el contenido estudiado?
c. ¿Cuál es el contexto y nivel educativo en que tiene lugar la clase?
d. ¿Qué hace el profesor?
e. ¿Qué hace el alumno?
f. ¿Qué recursos se utilizan?
g. ¿Qué conocimientos previos deben tener los alumnos para poder abordar la tarea?
h. ¿Qué dificultades/conflictos de aprendizaje se manifiestan?
i. ¿Qué normas (regulaciones, hábitos, costumbres) hacen posible y condicionan el desarrollo de la clase?

2) Explicación: *¿Por qué sucede?*

a. ¿Por qué se estudia ese contenido?
b. ¿Por qué se usa un problema realista para estudiar el contenido?
c. ¿Por qué actúa el docente de la manera en que lo hace?
d. ¿Por qué actúa los alumnos de la manera en que lo hacen?

3) Valoración: *¿qué se podría mejorar?*

Emitir un juicio razonado sobre la enseñanza observada en las siguientes facetas, indicando algunos cambios que se podrían introducir para mejorarla:

a. Epistémica (contenido matemático estudiado)
b. Ecológica (relaciones con otros temas, currículo)
c. Cognitiva (conocimientos previos, aprendizaje, …)
d. Afectiva (interés, motivación, …)
e. Interaccional (modos de interacción entre profesor y estudiantes)
f. Mediacional (recursos usados)

4) *Limitaciones de la información disponible:*

¿Qué información adicional sería necesaria para que el análisis realizado fuera más preciso y fundamentado?

Figura 3. Tarea de reflexión didáctica (Giacomone, Godino & Beltrán-Pellicer, 2018, p. 9)

Fase 3: Introducción de una herramienta para la reflexión

Lectura y discusión del artículo: *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Godino, 2013). En esta fase se discute el artículo, leído previamente por los estudiantes. En este documento se presenta la noción de idoneidad didáctica y un sistema de indicadores de idoneidad didáctica para las facetas implicadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje, indicando las concordancias entre los criterios seleccionados y los propuestos por diversos autores y marcos teóricos. La herramienta idoneidad didáctica está alineada, y en cierto modo concuerda, con los Estándares para la Preparación de Profesores de Matemáticas de la Asociación de Educadores de Maestros de Matemáticas (AMTE, 2017), en el sentido de que es útil y posible identificar criterios de buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas sobre las cuales existe un cierto consenso en la comunidad de educadores matemáticos.

4. Análisis de conocimientos y competencias del profesor que gestiona la clase video grabada

Aunque el segmento de video solo permite vislumbrar una pequeña parte del desarrollo de la sesión de clase, en las experiencias que hemos realizado ha permitido provocar una reflexión inicial sobre las diversas dimensiones de un proceso de estudio matemático y señalar conocimientos didáctico-matemáticos que pone en juego el profesor. En los apartados que siguen incluimos *posibles intervenciones que el formador* puede tener en cuenta en la fase de discusión de las respuestas dadas por los futuros profesores a las cuestiones en las consignas de la tarea. También hacemos referencia a las herramientas teóricas del EOS que ayudarían a realizar un análisis más sistemático de las facetas correspondientes. El dominio de estas herramientas deberá ser objeto del diseño de otras intervenciones formativas, como las descritas en los trabajos mencionados anteriormente.

Incluimos primero un apartado sobre la necesidad de realizar un estudio preliminar de la situación-problema planteada, orientado a la reconstrucción de un significado global sobre la proporcionalidad que sirva de referencia para los restantes tipos de análisis. Para ello se tendrán en cuenta resultados de la investigación sobre los significados de proporcionalidad (faceta epistémica), los procesos de aprendizaje (faceta cognitiva) y recursos instruccionales (facetas interaccional y mediacional). También habría que tener en cuenta la posición del tema en el currículo y sus conexiones con otros temas y áreas disciplinares (faceta ecológica) (Figura 1). En este ejemplo, por cuestiones de espacio, solo incluimos información parcial sobre la faceta epistémica (significados institucionales de la proporcionalidad).

4.1. Estudio preliminar. Reconstrucción de un significado de referencia sobre la proporcionalidad

En el caso del episodio, los alumnos resuelven la siguiente tarea: "Si la longitud de la sombra de un árbol es de 12m y la de un poste de 1,5m es de 2,25m, ¿cuál es la altura del árbol?" En la resolución se pone en juego un significado aritmético de la proporcionalidad, basado en el establecimiento de la igualdad de razones,

$$\frac{12}{2{,}25} = \frac{x}{1{,}5}$$

O bien, hallando la constante de proporcionalidad mediante un procedimiento de reducción a la unidad (significado algebraico-funcional):

2'25 m → 1'5 m

1 m → 1'5/2'25 m

12 m → (1'5/2'25)×12 m = 8 m.

$$y = \frac{1}{15}x$$

En ambos casos, será necesario evocar el cumplimiento de las condiciones de aplicación de una versión del Teorema de Thales (Font, Breda & Seckel, 2017), y por tanto, un significado geométrico de la proporcionalidad (Figura 4).

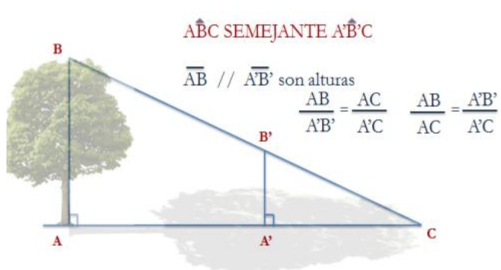


Figura 4. Representaciones gráfica y simbólica

Si se justifica la solución aplicando la 'semejanza de triángulos' será necesario justificar que los triángulos formados por los objetos y sus respectivas sombras son semejantes, lo cual requiere evocar que ambos triángulos se pueden poner en 'posición de Thales', en cuyo caso se justifica la proporcionalidad de los segmentos correspondientes.

Debido al uso mecánico de algoritmos y reglas, se puede resolver un problema de proporcionalidad sin tener garantía de que tenga lugar un razonamiento proporcional. El uso generalizado de algoritmos como la regla de tres lleva con frecuencia a los estudiantes a su utilización para resolver problemas que no son de proporcionalidad. Se potencia de esta manera la posibilidad de provocar en los estudiantes la 'ilusión de la linealidad' (suponer que las relaciones entre variables son lineales cuando no lo son).

Realizar un estudio preliminar del contenido es una manera de reflexionar sobre los distintos significados y la conexión entre ellos. De este modo, el problema matemático que se estudia en el episodio es una posible situación que lleve a discutir con los futuros profesores la necesidad de reconocer que los objetos matemáticos tienen diversos significados, desde el punto de vista institucional e personal, como se propone en diversos trabajos desde el EOS (Godino, Font, Wilhelmi & Arreche, 2009; Pino-Fan, Godino & Font, 2011; Pino-Fan, Font, Gordillo, Larios & Breda, 2017; Font, Breda & Seckel, 2017).

4.2. Descripción

Los ítems a y b de la Guía (Figura 3) llaman la atención de los estudiantes sobre el contenido que se está estudiando en el episodio. Se requiere un análisis detallado del contenido para comprender las dificultades de aprendizaje (ítem h) y los conocimientos previos requeridos (ítem g). No parece suficiente mencionar que en el episodio se estudia "la semejanza de triángulos", o la "proporcionalidad". Se requiere un análisis más detallado de los objetos y procesos matemáticos implicados, lo que se corresponde con la categoría de *niveles de análisis* del conocimiento didáctico-matemático, Figura 1).

<u>Análisis de objetos y procesos matemáticos</u>

En la transcripción (Anexo) encontramos este fragmento de diálogo:

9P *¿Qué es lo que vamos a hacer?*

11A *Calcular la altura de un árbol que aparece en un dibujo.*

17P *Adelante, calculen la altura con esa información.*

Se debe calcular la altura inaccesible de un árbol, aplicando la proporcionalidad, ya estudiada, de lados homólogos en triángulos semejantes. Es un ejercicio de aplicación.

20P *Utilicen los conocimientos adquiridos en las consignas anteriores, porque ahí, ustedes calcularon el valor de medidas de algunos triángulos con sus lados homólogos.*

21P *También obtuvieron el valor de proporcionalidad.*

En la resolución se ponen en juego conceptos previos como: altura de un objeto; triángulos; lados homólogos; valor de proporcionalidad; procedimiento: regla de tres;

proposición: la respuesta del problema es 5.23; cálculos aritméticos con/sin calculadora; números decimales; unidades de medida; medida con regla graduada o cinta métrica.

No se problematiza la aplicación de la semejanza de triángulos ni tampoco hay momentos en los cuales se requiera justificar las soluciones y procedimientos (medición poco precisa de las sombras); es decir: ¿por qué es posible resolver la tarea mediante regla de tres (por ejemplo)? ¿por qué es posible aplicar el teorema de Thales? Se explica que debido a la lejanía del sol los rayos son paralelos y se puede aplicar el teorema de Thales; en particular se explica que los triángulos que forman el árbol con su sombra y el bastón y su sombra se pueden poner en posición de Thales.

La emisión de un juicio razonado sobre la idoneidad epistémica del contenido trabajado en la clase requiere de la aplicación de herramientas de análisis detallado de los objetos y procesos implicados, como la herramienta configuración ontosemiótica (Font, Godino & Gallardo, 2013). En Pino-Fan et al. (2016) hay ejemplos de aplicación de esta herramienta.

<u>Análisis de procesos didácticos</u>

Los ítems d (¿Qué hace el profesor?, e (¿Qué hace el alumno?), f (¿Qué recursos se utilizan?) pretenden iniciar la reflexión sobre los procesos de interacción en el aula. Se espera que los estudiantes hagan observaciones del siguiente tipo.

En la clase observada el profesor: da las instrucciones; reparte material; pregunta qué se debe hacer de acuerdo a la consigna; autoriza que pueden utilizar calculadora y señala que utilicen los conocimientos que han trabajado las clases anteriores; les pregunta, monitorea y retroalimenta el trabajo de los alumnos; dirige la puesta en común. En la segunda parte del video, ayuda a los alumnos a llevar a la práctica los procedimientos aprendidos en el aula para calcular las alturas de árboles y otros objetos en la realidad.

Por su parte, el alumno, en el aula: lee la tarea; recuerda la solución de tareas anteriores relacionadas con la semejanza de triángulos; aplica esos conocimientos a la tarea dada (calcular la altura de un árbol representado en el papel; ejercita la aplicación de la regla de tres. En el trabajo de campo: mide las sombras; trabaja en equipo.

En el proceso de enseñanza/aprendizaje se utilizan como recursos instruccionales, una guía de aprendizaje; cuadernos; papel, lápiz, calculadora; elementos del entorno (árboles, sombras); regla graduada, metro y pie para medir las sombras; pizarra y proyector.

Será necesario discutir con los estudiantes la delicada cuestión que plantea la articulación de distintos modos de interacción en el aula: trabajo individual, trabajo en equipos, papel del profesor como gestor y transmisor de conocimientos. En definitiva, se trata de adoptar una actitud crítica frente a modelos didácticos tradicionales centrados en el profesor, como frente a los constructivistas ingenuos centrados en el alumno.

La reflexión sistemática sobre los procesos de interacción y mediación en el aula requiere aplicar herramientas analíticas específicas, como la noción de configuración didáctica (Godino, Contreras & Font, 2006). Ejemplos de aplicación de esta herramienta se pueden ver en Pino-Fan, Assis y Godino (2015).

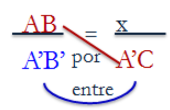
4.3. Explicación. Análisis de normas y metanormas

Las cuestiones a, b, c, y d del apartado 2) de la Guía (Explicación) se proponen para provocar la reflexión sobre la trama de normas que condicionan y soportan el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La reflexión sobre las normas (regulaciones, hábitos, costumbres) es un elemento clave como factor explicativo de los fenómenos didácticos que se observan (dimensión Meta Didáctico-Matemática, Figura 1).

El desarrollo del episodio está guiado por la *Reforma* (orientaciones curriculares de la SEP de México): se debe procurar trabajar en equipo resolviendo problemas; esta forma de trabajo se ha convertido en un hábito en la clase que establece la forma de trabajar. En cuanto a los modos de interacción profesor-alumnos, se propone una situación (consigna escrita) para cada alumno; los estudiantes están agrupados alrededor de mesas; primero se trabaja de manera personal, con libertad para consultar e intercambiar ideas y puesta en común de las soluciones. Los alumnos consultan al profesor; el profesor explica el desarrollo de la tarea.

En el patio de la escuela, el profesor explica a unos alumnos y escribe en su cuaderno:

30P *Si haces, esto, por esto, entre esto,* [ABxA'C:A'B'] *te da la altura del poste. (El profesor explica a unos alumnos y resuelve el cálculo):*



31A *Ah!*

32P *Ahora ustedes van a hacer lo mismo, van a buscar un arbolito, ponen los datos acá...*

¿Por qué se estudia el contenido del episodio?

Está incluido en los programas de estudio; currículo de Reforma (**35P**).

Desde el punto de vista matemático, la tarea permite poner en juego prácticas matemáticas (conocimientos, comprensiones y competencias) significativas y relevantes: proporcionalidad geométrica; función lineal; semejanza de triángulos; cálculo de alturas y distancias inaccesibles.

¿Por qué actúa el docente de la manera en que lo hace?

Sigue directrices didácticas de la Reforma (modelo de enseñanza socio-constructivista). Acepta que el aprendizaje matemático será de mejor calidad y se favorece si:

— el alumno tiene ocasión de trabajar en la solución de manera personal y en equipo sobre una situación-problema realista;

— crea situaciones cercanas y conocidas por los alumnos, lo que propicia la construcción de conocimiento por parte de los alumnos;

— hay comunicación en la clase, (puesta en común...).

¿Por qué actúan los alumnos de la manera en que lo hacen?

— siguen las reglas del contrato didáctico marcado por el docente;

— aplican regla de tres por ser la forma fijada de resolver tareas de proporcionalidad.

¿Cuáles pueden ser las razones por las cuales se originan dificultades/conflictos?

— Posiblemente el profesor no ha visto la conveniencia de justificar la proposición, 'los triángulos formados son semejantes'. Comienzan a trabajar las consignas entregadas y no se cuestionan los datos, por ejemplo:

12P *Muy bien ...*

14P *Van a calcular la altura de un árbol que aparece en el dibujo.*

15P *¿Estamos bien?*

17P *Adelante. Hagan y calculen la altura del árbol como se da en la información.*

— Hacen mediciones imprecisas de las sombras posiblemente porque este problema no ha sido previamente planteado (carencia de una norma).

— En la puesta en común, la alumna que pasa al frente llega a la solución correcta; sin embargo el profesor podría haber hecho pasar al frente a algún otro alumno que tenga una solución distinta, o que haya aplicado un procedimiento distinto. O preguntar ¿alguien lo ha hecho de otra manera?

— Considerando que el profesor ha estado caminando alrededor de los grupos de trabajo, es consciente de las dificultades que van teniendo los alumnos, y la puesta en común podría ser un espacio adecuado para confrontarlas.

— En el trabajo de campo, el profesor informa de manera directiva qué tienen que hacer.

La reflexión sistemática sobre las normas que condicionan y soportan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se puede hacer en el modelo CCDM con la herramienta dimensión normativa (Godino, Font, Wilhelmi & Castro, 2009) y meta-normativa (Assis, Godino & Frade, 2012; D'Amore, Font & Godino, 2007).

4.4. Valoración. Análisis de la idoneidad didáctica

La cuestión 3) planteada en la Guía (Figura 3), *¿qué se podría mejorar?,* se desglosa según las facetas propuestas en la Teoría de la idoneidad didáctica (Godino et al., 2007; Godino, 2013). El sistema de criterios e indicadores empíricos para cada faceta es una guía de análisis y reflexión sistemática que aporta conocimiento para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje (dimensión meta didáctico-matemática, Figura 1). La herramienta idoneidad didáctica, aplicada al caso del episodio, ayuda a emitir los siguientes juicios:

a) Epistémica (contenido matemático estudiado)

— Se debe plantear como problema la aplicación del teorema de Thales para justificar la semejanza de los triángulos y poder aceptar la relación de proporcionalidad entre las longitudes de los lados homólogos.

— Favorecer la formulación de conjeturas por los propios estudiantes y no inducir la aplicación de un procedimiento ya ejercitado antes.

— Justificar la validez y equivalencia de los procedimientos.

— Falta de precisión en el lenguaje y conceptos referidos: “valor de medidas de algunos triángulos con sus lados homólogos” (**20P**).

21P *También obtuvieron el valor de proporcionalidad.*

— Evitar la resolución de las tareas mediante aplicación mecánica de la regla de tres.

— Utilizar un enfoque funcional en la solución de problemas de proporcionalidad.

— Discutir la precisión de la medida y adquirir destreza en la medida de longitudes.

El análisis señala la necesidad de reconocer el papel clave, para lograr una alta idoneidad epistémica de la enseñanza y aprendizaje, de los procesos matemáticos de:

— argumentación, validación;

— institucionalización;

— generalización (modelización mediante la función lineal del fenómeno estudiado);

— conexiones matemáticas, proporcionalidad y función lineal, teorema de Thales y semejanza de triángulos.

b) Ecológica (relaciones con otros temas, currículo)

— Los contenidos corresponden a temas requeridos en el currículo contribuyendo a la formación matemática de los estudiantes.

— Se podría enfatizar las conexiones entre temas (semejanza de triángulos, teorema de Thales, proporcionalidad y función lineal)

— Desde el punto de vista matemático, la tarea permite poner en juego prácticas matemáticas (conocimientos, comprensiones y competencias) significativas y relevantes: Proporcionalidad geométrica; función lineal; semejanza de triángulos; cálculo de alturas y distancias inaccesibles.

— Es un tema práctico que se puede utilizar en la vida cotidiana; contexto realista.

— No hay evidencias de que se estimule el pensamiento crítico.

c) Cognitiva (conocimientos previos, aprendizaje, …)

— El objetivo es aplicar las reglas de cálculo aprendidas; cálculo de un término de una proporción conocidos los otros tres. El contenido pretendido está al alcance de los estudiantes y supone un reto accesible.

— No se tiene información sobre si los alumnos conocen el teorema de Thales.

— No se requieren adaptaciones curriculares.

— Al parecer los alumnos consiguen dar respuesta a la tarea aplicando dos métodos (no se ve en el fragmento de video cuáles pueden ser esos dos métodos).

— No se puede evidenciar el aprendizaje logrado, que es básicamente procedimental.

— El trabajo en equipo y dialógico indica momentos de evaluación formativa.

d) Afectiva (interés, motivación, …)

— La tarea muestra la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. Los alumnos se ven interesados en la tarea.

— La enseñanza podría ir acompañada de una contextualización histórica del contenido en la Antigua Grecia y en el Antiguo Egipto.

— Se podría proponer el problema de la leyenda relatada por Plutarco según la cual Thales aplicó su teorema para calcular la altura de las pirámides de Guiza.

— No se observa argumentación, aunque sí trabajo en equipo.

— No se resalta la cualidad de precisión del trabajo matemático (medidas imprecisas).

e) Interaccional (modos de interacción entre profesor y estudiantes)

— Aunque hay una puesta en común a cargo de una alumna, se echan en falta momentos de justificación de las soluciones, así como de institucionalización por parte del profesor. En este sentido, uno de nuestros participantes expone: “En la línea de trabajo que ellos siguen, yo intentaría además que cada grupo expusiera sus soluciones al resto de la clase en lugar de una única alumna”

— Los estudiantes tienen un cierto grado de autonomía para resolver la tarea de cálculo y de medición, pero no para comunicar los resultados y discutirlos.

— Se observan momentos de evaluación formativa por parte del profesor.

f) Mediacional (recursos usados)

— Usan calculadoras para hacer los cálculos de la regla de tres.

— Dado que el docente tiene a su disposición un ordenador y un proyector podría utilizarlos para plantear situaciones ilustrativas y otros métodos de estimación de distancias inaccesibles, como: *https://www.youtube.com/watch?v=xpyWm-JqMk4* , *https://www.youtube.com/watch?v=R4syPwJZ1Eg*

— No se ve el uso de cintas métricas. Los alumnos están midiendo distancias con una regla graduada, y con pasos, situación que también podría utilizarse para discutir distintos instrumentos y unidades de medida.

Ejemplos de aplicación de la herramienta *idoneidad didáctica* se pueden ver en Aroza, Godino y Beltrán-Pellicer (2016), Beltrán-Pellicer y Godino (2017), Breda et al. (2017), Castro, Santana, Neto y Órfão (2014), Posadas y Godino (2017), entre otros.

5. Limitaciones de la información disponible

El problema con este tipo de fragmentos es que son una ventana pequeña al mundo de la clase; “a menos que la información contextual que se proporciona sea suficiente, la naturaleza del análisis que se realice puede ser limitada” (Sherin, 2004, p. 22). Por ello, para que el análisis de los conocimientos puestos en juego en el episodio de clase fuera más preciso y fundamentado sería necesario que el formador de profesores genere un espacio para la reflexión sobre qué tipo de información adicional habría que disponer. Además, el formador podría seleccionar fragmentos de vídeo para señalar características específicas de la enseñanza-aprendizaje que se quiera estudiar. En particular, sería necesario disponer de:

— Las fichas de trabajo de las sesiones en que se introdujo la noción de semejanza de triángulos, su relación con el teorema de Thales.

— La filmación/transcripción de la clase completa, para comprobar si efectivamente hubo o no momentos de validación e institucionalización.

— Observación del papel del profesor en el seguimiento del trabajo de los equipos (identificación de conflictos y modos de resolverlos; evaluación formativa).

— Momentos de evaluación sumativa individualizada, para tener acceso a los aprendizajes efectivamente logrados.

Dos de los profesores en formación que participaron en la experimentación indicaron:

"Se deberían mostrar los procedimientos completos que realizan los estudiantes y cómo el profesor orienta o dirige dichos procesos y eventualmente retroalimenta o permite la detección y corrección de errores. Se deberían escuchar las distintas interacciones de los alumnos en el trabajo grupal".

"Saber exactamente cuáles son los contenidos previos que se han trabajado, ver si todos los alumnos llegan al final a las conclusiones acertadas y si han sabido aplicar esos conocimientos previos. Saber además, cuánto tiempo se ha dedicado a todos estos contenidos para poder evaluar si es una técnica de trabajo práctica".

6. Reflexiones finales

En este trabajo hemos presentado las características del modelo CCDM sobre conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor, el cual puede ayudar en el diseño de planes de formación de profesores de matemáticas y de secuencias de acciones formativas específicas para el desarrollo profesional. Para ejemplificar su aplicación hemos descrito una acción formativa, integrada en un diseño de investigación más amplio. El diseño completo (planificación, implementación, resultados y valoración) se describe en Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer (en prensa) con el objetivo de iniciar a un grupo de 27 estudiantes para profesor de matemáticas en el desarrollo de su competencia de análisis de la idoneidad didáctica; esto es, su competencia para la reflexión global de procesos de enseñanza y aprendizaje. Tal como proponen los autores, la actividad descrita en este artículo se debe considerar como un primer encuentro de los profesores en formación, que permite aflorar sus ideas sobre las facetas y componentes implicados en la realidad de una clase de matemática. Asimismo, es un aporte para el formador de profesores, porque se muestra la necesidad de disponer de herramientas teóricas específicas que apoyen la reflexión sistemática sobre dichas facetas y componentes (Castro, Pino-Fan & Velasquez, 2018). Estas herramientas deberán ser objeto de estudio y aplicación mediante nuevas situaciones focalizadas en cada una de las herramientas mencionadas.

Por lo tanto, la importancia del desarrollo de esta competencia profesional reclama la necesidad de articular oportunidades para apoyar su promoción dentro de los programas de formación de profesores (Llinares, 2013; Korthagen, 2010; Ponte, 2011). Se han realizado diferentes investigaciones en contextos de formación inicial y permanente, en las cuales se han diseñado e implementado ciclos formativos para que los (futuros) profesores desarrollen las competencias de este modelo y aprendan los conocimientos correspondientes (e.g., Pochulu, Font & Rodríguez, 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2016). Se trata de ciclos formativos con frecuencia en formato de talleres y diseñados como entornos de aprendizaje, de manera que: 1) los asistentes participen a partir del análisis de episodios de aula; 2) los tipos de análisis que propone el modelo emerjan de la puesta en común realizada en el gran grupo.

Agradecimientos

Proyectos EDU2016-74848-P (FEDER, AEI), EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE), REDICE16-1520 (ICE-UB) y FONDECYT Nº11150014 (CONICYT-Chile).

Referencias

Aroza, C. J., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *AIRES, 6*(1), 1-29.

Assis, A., Godino, J. D., & Frade, C. (2012). As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas exploratório-investigativas. *Revista Latinoamerica de Matemática Educativa*, *15*(2), 171-198.

Association of Mathematics Teacher Educators (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. Recuperado el 1 de marzo de 2018 de https://amte.net/standards

Beltrán-Pellicer, P., & Godino, J. D. (2017). Aplicación de indicadores de idoneidad afectiva en un proceso de enseñanza de probabilidad en educación secundaria. *Perspectiva Educacional*, *56*(2), 92-116.

Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *13*(6), 1893-1918.

Castro, W. F., Pino-Fan, L, & Velásquez, H. (2018). A proposal to enhance preservice teacher's noticing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education* (en prensa).

Castro, A., Santana, F., Neto, T. B., & Órfão, I. (2014). Iniciação à investigação em educação matemática: exemplo de duas tarefas com recurso ao Geogebra. *Indagatio Didactica*, *5*(1), 127-148.

Coles, A. (2014). Mathematics teachers learning with video: the role, for the didactician, of a heightened listening. *ZDM*, *46*(2), 267-278.

D'Amore, B., Font, V., & Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma, 28*(2), 49-77.

Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(2), 86-91.

Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, EEUU: Erlbaum.

Font, V., Breda, A., & Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Praxis Educacional, 11*(19), 17-34.

Font, V., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, 10*(2), 1-23.

Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, 82,* 97-124.

Fortuny, J. M., & Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1,* 23-37.

Gellert, U., Becerra, R., & Chapman, O. (2013). Research methods in mathematics teacher education. En K. M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 327-360). Nueva York: Springer-Verlag.

Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa* (en prensa).

Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11,* 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 26*(1), 39-88.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Arreche, M. (2009). ¿Alguien sabe qué es un número? *UNIÓN, 19,* 34-46.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias, 27*(1), 59-76.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema, 31*(57), 90-113.

Godino, J. D., & Neto, T. (2013). Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. *UNO, 63,* 69-76.

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*, 258-288.

Korthagen, F. (2010). La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 68*(24), 83-101.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 2,* 53-70.

Llinares, S. (2013). Professional noticing: a component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus-Journal of Education*, *1*(3), 76-93.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: the discipline of noticing*. Londres, Reino Unido: Routledge-Falmer.

National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, EEUU: NCTM.

Ortiz, C. V., & Alsina, Á. A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 7,* 27-48.

Pino-Fan, L., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11*(6), 1429-1456.

Pino-Fan, L., Assis, A., & Godino, J. D. (2015). Análisis del proceso de acoplamiento entre las facetas epistémica y cognitiva del conocimiento matemático en el contexto de una tarea exploratorio-investigativa sobre patrones. *Educación Matemática*, *27*(1), 37-64.

Pino-Fan, L., Font, V., Gordillo, W., Larios, V., & Breda, A. (2017). Analysis of the meanings of the antiderivative used by students of the first engineering courses. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-23.

Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma, 36*(1), 87-109.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa, 13*(1), 141-178.

Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2016). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-32.

Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *RELIME, 19*(1), 71-98.

Ponte, J. P. (2011). Using video episodes to reflect on the role of the teacher in mathematical discussions. In O. Zavslavsky & P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics* (pp. 249-261). Boston, EEUU: Springer.

Posadas, P., & Godino, J. D. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae, 1,* 77-96.

Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Trabajo de Tesis Doctoral. Disponible en http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/65704

Star, J., & Strickland, S. (2008). Learning to observe: Using video to improve pre-service mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(2), 107-125.

Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Trabajo de Tesis Doctoral. Disponible en http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/99644/1/MJSS_ TESIS.pdf

Sherin, M. G. (2004). New perspectives on the role of video in teacher education. En J. Brophy (Ed.), *Using video in teacher education* (pp. 1-27). Oxford, Reino Unido: Elsevier Science.

Sherin, M. G., & Dyer, E. B. (2017). Mathematics teachers' self-captured video and opportunities for learning. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(5), 477-495.

Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers´ "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education 24,* 244-276.

Anexo. Transcripción de los diálogos producidos en el episodio

En http://www.youtube.com/watch?v=60s_0Ya2-d8 está disponible la videograbación

1P	Buenas tardes a todos
2As	Buenas tardes
3P	Miren, el día de hoy vamos a trabajar con una consigna nueva. Estamos en el eje: forma espacio y medida, con el tema de formas geométricas y con el subtema (pone énfasis) de semejanza.
4P	Vamos a trabajar de una manera normal, como siempre, como lo hemos estado haciendo.
5P	Está aquí con nosotros el profesor Martín Eduardo Martínez Morales, que toma evidencias de las clases que hacemos y de la forma en cómo trabajamos. A si que trabajen ustedes de una manera normal, como siempre lo han hecho.
6P	Esperemos que el día de hoy saquemos esta consigna.
ENTREGA DE CONSIGNAS [minuto 00:52]	
7P	Ahora si, pueden darle vuelta su hoja y van a leer la consigna
LECTURA DE CONSIGNAS [01:07]	
8P	A ver. Ya jóvenes. ¿Ya leyeron la consigna?
9P	¿Alguien de ustedes me puede decir, qué es lo que vamos a hacer en esa consigna?
10P	Señor Legarre.
11ª	En base al dibujo que se encuentra ahí, calcular la altura.
12P	Muy bien, ¿qué dicen los demás? ¿Todo bien?
13As	Sí
VERBALIZACIÓN [01:49]	
14P	Van a calcular la altura de un árbol que aparece en un dibujo.
15P	¿Estamos bien?
16As	Si
17P	Adelante. Hagan y calculen la altura del árbol como se da en la información.
18P	Ahora. Ahora. Miren.
USO DE LAS TIC'S [02:18]	

19P	Ahí en la pizarra, en el proyector, estamos viendo ya el problema que estamos resolviendo.
20P	Utilicen los conocimientos adquiridos en las consignas anteriores, porque ahí, ustedes calcularon el valor de medidas de algunos triángulos con sus lados homólogos.
21P	También obtuvieron el valor de proporcionalidad.
SITUACIONES DIDÁCTICAS [02:52]	
ALUMNOS HABLANDO ESPAÑOL [03:18]	
22P	¿Quedó claro?
ALUMNOS HABLANDO DIALECTO NAHUATL []	
23P	Acá tienen dos caminos. Ustedes cuando resuelven el problema pueden utilizar un método, ¿si?, pero también utilicen el otro para verificar si están en lo correcto.
24P	Lo más correcto es que sea “esto” (el profesor señala el folio del alumno).
PUESTA EN COMÚN [03:44]	
25A	La respuesta del problema es 5.23 *(Ella explica el procedimiento que hicieron escribiendo la cuenta en la pizarra)*
26A	Entonces hicimos una regla de tres, y X es 5.23
27P	Les dio lo mismo por las dos formas. Muy bien
28P	Entonces la altura del árbol es 5.23
29	*La clase sale a trabajar al patio de la escuela*
30P	‘Esto’, por ‘esto’, entre ‘esto’ y te da la altura del poste. *(El profesor le explica a unos alumnos y le escribe en el cuaderno)*
31A	Ah!
32P	Ahora ustedes van a hacer lo mismo. Ya teniendo ustedes el metro, van a buscar un arbolito y van a medir su sombra.
ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS [06:41]	
33E	Maestro, tenemos que presentar ante la supervisión escolar evidencias de los trabajos que se realizan actualmente con la reforma secundaria. Nos gustaría que comentara brevemente lo que están haciendo y que nos diga de qué grado es este grupo que tiene, qué consigna está trabajando y qué parte de la matemática se está viendo en este momento.
34P	El grupo que está aquí es el grupo de 3ºA.
35P	Estamos trabajando sobre semejanza de triángulos. Entonces, algunos de los ejercicios que marca la reforma es la semejanza. Entonces estamos viendo algunos problemas sobre eso.
36P	Salimos aquí al campo para hacerlo más práctico para que los alumnos tengan la evidencia concreta de lo que es cálculo de alturas de algunos árboles / postes, que muy difícilmente podemos ver hacia arriba.
37P	Pues con la semejanza de triángulos se resuelve este problema
38P	Lo que están haciendo es medir la sombra de algunos objetos y en base a eso, sacan la altura.
39E	Muy bien maestro, muchas gracias. Estas son las consignas desarrolladas actualmente por la reforma, ¿estamos viendo alguna consigna en especial?
39P	Claro que si, la semejanza de triángulos

Referencias de los autores

Juan D. Godino, Universidad de Granada (España), jgodino@ugr.es

Belén Giacomone, Universidad de Granada (España), giacomone@correo.ugr.es

Vicenç Font, Universitat de Barcelona (España), vfont@ub.edu

Luis Pino-Fan, Universidad de los Lagos (Chile), luis.pino@ulagos.cl

Professional knowledge in the design and management of a class on similar triangles. Analysis with tools of the DMKC model

Juan D. Godino, Universidad de Granada

Belén Giacomone, Universidad de Granada

Vicenç Font, Universitat de Barcelona

Luis Pino-Fan, Universidad de los Lagos

This article is a theoretical reflection aimed at teacher educators. It highlights the need to have specific conceptual and methodological tools that help to develop in prospective teacher three professional basic skills: description, explanation, and assessment of teaching and learning practices. The tools proposed are part of the Didactic-Mathematical Knowledge and Competencies (DMKC) theoretical model based on the Onto-Semiotic Approach to mathematical knowledge and instruction (OSA). To contextualize this reflection, we rely on the retrospective analysis of a formative intervention with prospective secondary mathematics teachers where a didactic analysis of a video-recorded class on the similarity of triangles is requested using a reflection guide. The instructions given to the future teachers request to describe, explain, and assess the mathematical content put into play in the episode, as well as the roles of teacher and students, the use of instructional resources, and the recognition of norms as explanatory factors of behaviours. The intervention is part of a broader didactic design for the initiation of future teachers in the development of the five basic sub-competences, raised within the DMKC model. These are associated with knowledge of five conceptual OSA tools: 1) Competence for the analysis of global meanings (based on the identification of situations-problems and operational, discursive, and normative practices involved in their resolution). 2) Ontosemiotic analysis competence of the mathematical practices (identification of different objects and processes involved in the practices). 3) Competence for management of configurations and didactic trajectories (identification of the sequence of interaction patterns among teacher, student, content and resources). 4) Normative analysis competence (recognition of norms and meta-norms that condition and support the instructional process). 5) Didactical suitability analysis competence (assessment of the instructional process and identification of potential improvements). In order to get more fully acquainted analysis of this educational experience, we include possible interventions that the educator can consider in the joint-discussion phase about answers given by the future teachers to the tasks. In addition, we also refer to the theoretical tools of the OSA that would help to carry out a more systematic analysis of the corresponding facets involved. The results are a contribution for teacher education in that they show the need to have theoretical tools to support the systematic reflection on the factors affecting the teaching and learning processes.