

Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria

María M. Gea, Universidad de Granada (España)

Pedro Arteaga, Universidad de Granada (España)

Gustavo R. Cañadas, Universidad de Granada (España)

Recibido el 6 de octubre de 2016; aceptado el 28 de septiembre de 2017

Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria

Resumen

El objetivo del trabajo fue evaluar la interpretación de gráficos estadísticos por parte de estudiantes que se preparan como futuros profesores en el Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato. Con dicha finalidad, analizamos las respuestas escritas de 65 estudiantes de la especialidad de matemática a tres tareas en las que deben interpretar el histograma, diagrama acumulativo y gráfico de la caja de la distribución de la esperanza de vida al nacer en 193 países diferentes. Se categorizan las interpretaciones de los participantes, en función del nivel de lectura alcanzado y de acuerdo con los resúmenes estadísticos y elementos del gráfico que interpretan. Aunque la mayoría de las interpretaciones son correctas, en el análisis de las respuestas se identifican errores de comprensión de algunos conceptos estadísticos, que deberían considerarse en la formación de profesores.

Palabras clave. Conocimiento común del contenido, futuros profesores, Educación Secundaria y Bachillerato, gráficos estadísticos.

Interpretação de gráficos estatísticos por futuros professores do ensino secundário

Resumo

O objetivo de trabalho é avaliar a interpretação de gráficos estatísticos por estudantes que se preparam como professores no Masters de Formação de Professores. Para atingir este objectivo são analisadas as respostas de 65 estudantes na especialidade de matemática para três tarefas em que têm de interpretar o histograma, diagrama cumulativos e gráfico de caixa para a distribuição de expectativa de vida em 193 países. São categorizadas suas interpretações tendo em conta o nível de leitura da resposta, os resumos e elementos dos gráficos que eles interpretam. Embora a maioria das interpretações dos participantes estavam corretos, a análise das respostas revela erros em compreender alguns conceitos estatísticos que devem ser levadas em conta na formação desses professores.

Palavras chave. Conhecimento comum do conteúdo, futuros professores, ensino médio e alto, gráficos estatísticos.

Prospective secondary school teachers' interpretation of statistical graphs

Para citar: Gea, M.M., Arteaga, P. y Cañadas, G.R. (2017). Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 12, 19-37.

Abstract

The aim of this paper is the assessment of the interpretation of statistical graphs by students in the Masters of Secondary and High School Teacher Education. To achieve this aim we analyse the responses of 65 students in the itinerary of mathematics to three tasks in which they have to interpret the histogram, cumulative diagram and box plot for the distribution of life expectation in 193 countries. We categorize their interpretations taking into account the reading level of the response and the statistical summaries and elements of the graphs under interpretation. Although most participants' interpretations were correct, the analysis of responses reveals errors in the understanding of statistical concepts for consideration in teacher education.

Key words. Common content knowledge, prospective teachers, secondary and high school, statistical graphs.

Interprétation de graphiques statistiques pour les futurs enseignants du secondaire

Résumé

L'objectif de cet article est d'évaluer l'interprétation de graphiques statistiques réalisées par élèves qui se préparent dans les Maîtres de formation des enseignants de secondaire et la Baccalauréat. Pour atteindre cet objectif, nous analysons les réponses des 65 étudiants dans la spécialité des mathématiques à trois tâches dans lesquelles ils ont interpréter l'histogramme, diagramme cumulatif et boîte à moustaches pour la distribution de l'espérance de vie dans 193 pays. Nous classons leur interprétation en tenant compte du niveau de lecture, les résumés statistiques et des éléments des graphiques qu'ils interprètent. Bien que la plupart des interprétations des participants fussent correctes, l'analyse des réponses révèle des erreurs dans la compréhension de certains concepts statistiques qui devraient être prises en compte dans l'éducation de ces enseignants.

Paroles clés. Connaissance commune du contenu, futurs enseignants, enseignement secondaire et Baccalauréat, graphiques statistiques.

1. Introducción

En el trabajo con la estadística se utilizan variedad de representaciones gráficas de relevancia en la organización y análisis de datos. Pfannkuch y Wild (2004) atribuyen a los gráficos estadísticos un papel esencial en lo que denominan “transnumeración”, componente del razonamiento estadístico que consiste en descubrir características de una distribución de datos a partir de una representación gráfica de la misma. Debido a su presencia en los medios de comunicación y el trabajo profesional, una persona culta debiera poder interpretar los gráficos estadísticos elementales (Sharma, 2013), ya que esta presencia ha aumentado mucho con los avances tecnológicos (Gal & Murray, 2011; Kemp & Kissane, 2010). Esta interpretación no puede reducirse a una lectura literal del gráfico, sino que se deben poder identificar las tendencias y variabilidad de los datos y obtener conclusiones sobre la información representada (Schield, 2011). Dichas competencias forman parte de la cultura estadística que, según Gal y Murray (2011), consta de dos componentes: (a) competencia para interpretar y realizar una evaluación crítica de la información estadística; y (b) capacidad de formular y comunicar a otros una opinión razonada sobre dicha información.

La enseñanza de los gráficos estadísticos se incluye en las directrices curriculares españolas de Educación Primaria (MECD, 2014) y Educación Secundaria y Bachillerato (MECD, 2015) y debiera contribuir al desarrollo de las anteriores capacidades. No obstante, el éxito en la enseñanza de este tema dependerá de la competencia de los profesores en la interpretación de gráficos estadísticos, donde se ponen en juego las dos componentes señaladas de la cultura estadística. En este

contexto, las investigaciones sobre interpretación de gráficos por parte de futuros profesores son escasas; casi en su totalidad están centradas en futuros profesores de Educación Primaria, revelando dificultades para interpretar más allá de la lectura de datos representados (Arteaga, 2011; González, Espinel & Ainley, 2011).

La finalidad de este trabajo es evaluar la competencia de interpretación de algunos gráficos estadísticos incluidos en las directrices curriculares de estudiantes que se preparan como profesores de matemática para la Educación Secundaria y Bachillerato. Los resultados servirán como base para la organización de actividades de formación sobre este tema, según recomiendan Remillard, Herbel-Eisenmann y Lloyd (2011).

2. Fundamentos

Nos basamos en dos tipos de fundamentos. Primero, la conceptualización del conocimiento del profesor de matemáticas, definiendo el conocimiento común del contenido. Segundo, la comprensión gráfica y los niveles de lectura de gráficos.

2.1. Conocimiento del profesor de matemáticas

Shulman (1986) inició el estudio del conocimiento requerido por los profesores para abordar con éxito la enseñanza desglosándolo en conocimiento del contenido, conocimiento del contenido pedagógico y conocimiento del currículo. Su trabajo promovió una línea de investigación muy amplia (Blömeke, Hsieh, Kaiser & Schmidt, 2014; Even & Ball, 2009; Llinares & Krainer, 2006; Tatto & Senk, 2011).

En la investigación sobre formación de profesores, un marco teórico de impacto es el del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) (Adler & Venkat, 2014; Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Hill, Ball & Schilling, 2008; Speer, King & Howell, 2015). Al igual que en Shulman (1986), se consideran el conocimiento del contenido y el conocimiento del contenido pedagógico, dividiendo el primero en:

- *Conocimiento común del contenido*, es el que posee una persona (no necesariamente el profesor) después de haber estudiado el tema; se trataría del conocimiento que el profesor ha de enseñar a sus alumnos. En nuestro trabajo, sería el conocimiento de los gráficos estadísticos en las directrices curriculares.
- *Conocimiento en el horizonte matemático*, va más allá del conocimiento común; incluye conocimiento del tema a un nivel superior. En nuestro caso, los gráficos utilizados en la formación universitaria.
- *Conocimiento especializado del contenido*, es el aplicado por el profesor para articular tareas de enseñanza referidas al tema a enseñar. Por ejemplo, saber proponer un ejemplo o evaluar a sus estudiantes.

En nuestro estudio analizamos el conocimiento común del contenido en una muestra de futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato sobre tres gráficos estadísticos: histograma, gráfico acumulativo y gráfico de caja. Nos interesamos por su interpretación, que, indirectamente, permite evaluar la comprensión que los futuros profesores muestran de los resúmenes estadísticos de valor central y dispersión y otros elementos de los gráficos. Estos son conocimientos comunes en el futuro profesor, ya que su interpretación se incluye en las directrices curriculares.

2.2. Niveles de comprensión gráfica

Muchas investigaciones analizan los componentes de la comprensión gráfica y los niveles en esta comprensión (Bertin, 1967, Curcio, 1987; Friel, Curcio & Brigh, 2001).

Bertin (1967) indica que un gráfico es un objeto semiótico complejo, constituido, tanto globalmente como por cada elemento que lo compone, por signos que requieren una interpretación por aquellos que los leen. Según el autor, la lectura de un gráfico comienza con una identificación externa del tema al que se refiere, a través de la comprensión del título y las etiquetas. A continuación, se requiere una identificación interna de las dimensiones relevantes de variación en el gráfico, es decir, las variables representadas y sus escalas. Finalmente, se produce una percepción de la correspondencia entre los niveles de cada dimensión visual para obtener conclusiones sobre los niveles de cada variable y sus relaciones en la realidad representada.

Friel et al. (2001) definen la comprensión gráfica como la capacidad de dotar de significado a los gráficos creados por uno mismo o por otros. Partiendo de Curcio (1987), se proponen los siguientes niveles en esta comprensión:

- *Leer los datos* o identificar elementos del gráfico. En nuestro estudio consistiría, por ejemplo, en poner en relación un elemento de un eje con el de otro eje para extraer la frecuencia asociada a un valor de la variable o viceversa. Otro ejemplo es cuando se describe el gráfico o su contenido, sin interpretarlo.
- *Leer entre los datos o extracción de tendencias*, cuando se percibe en el gráfico una relación entre dos subconjuntos de datos, efectuando para ello cálculos o comparaciones. Un caso particular en nuestro estudio es determinar visualmente la moda u otra medida de valor central o posición, ya que para ello hay que comparar las frecuencias en diferentes intervalos.
- *Leer más allá de los datos o análisis de la estructura*, consiste en comparar tendencias o agrupamientos o bien efectuar predicciones. Un ejemplo es cuando se ponen en relación los valores centrales y de dispersión de una distribución.
- *Leer detrás de los datos*, consiste en integrar la información que ofrece el gráfico y el contexto de los mismos para extraer conclusiones acerca de la recogida de información o la posible extensión de las conclusiones a otros casos. Este nivel se encuadra en un conocimiento especializado y en el horizonte matemático.

En nuestro trabajo se propone a los futuros profesores la interpretación de diferentes gráficos, esperando que lleguen al nivel más avanzado de lectura e interesándose por los estadísticos y elementos del gráfico que interpretan.

3. Antecedentes

En las investigaciones previas encontramos trabajos que analizan la competencia gráfica de los profesores de Educación Primaria, en los que se detectan carencias (González et al., 2011). La mayoría de estos trabajos se centran en la construcción de gráficos. Por ejemplo, en su estudio con 29 futuros profesores de Educación Primaria, Bruno y Espinel (2005) encontraron errores frecuentes en la construcción de histogramas y polígonos de frecuencia. En un estudio con 30 futuros profesores de Educación Primaria, Burgess (2002) encontró sólo seis participantes capaces de producir gráficos adecuados y solo la mitad interpretó el gráfico para ponerlo en relación con el contexto del estudio. Monteiro y Ainley (2006), en su investigación con 218 futuros profesores de Educación Primaria, encontraron dificultad para leer algunos gráficos tomados de la prensa. Batanero, Arteaga y Ruiz (2010) evalúan los gráficos producidos por 93 futuros profesores de Educación Primaria, observando errores en su construcción. También se analizaron los niveles de lectura, según Friel et al. (2001), indicando que pocos sujetos alcanzaron el nivel más alto de lectura.

Son escasas las investigaciones sobre comprensión de resúmenes estadísticos por futuros profesores. Entre ellas citamos las de Groth y Bergner (2006), con 46 futuros profesores de Educación Secundaria, sobre su comprensión de la media, mediana y moda; sus resultados indican que, aunque conocían la definición, no recordaban algunas propiedades importantes o las situaciones en que hay que utilizar cada uno de estos conceptos. Estrada, Batanero y Fortuny (2004) proponen un cuestionario a 367 futuros profesores de Educación Primaria para analizar su comprensión de diferentes resúmenes estadísticos. Encontraron errores como no tener en cuenta los valores atípicos en el cálculo de la media, o confundir media, mediana y moda. Errores similares fueron encontrados por Ortiz y Font (2014). También se encuentran dificultades en trabajos sobre el conocimiento de probabilidad de futuros profesores (Vásquez y Alsina, 2015).

Nuestra investigación trata de completar las anteriores, proponiendo la interpretación de gráficos a futuros profesores de Educación Secundaria. Además de analizar el nivel de lectura alcanzado, utilizaremos sus respuestas para analizar su comprensión de los resúmenes estadísticos y elementos del gráfico que citan.

4. Metodología

El estudio contó con 65 estudiantes del Máster de Formación del Profesorado de Educación Secundaria y Bachillerato. Fueron informados de la finalidad del estudio y cedieron sus datos voluntariamente mostrándose interesados por colaborar. La Tabla 1 resume su titulación de procedencia, formación didáctica y experiencia docente. Todos los participantes eran licenciados en matemáticas, estadística, ciencias o ingenieros y habían estudiado estadística durante la licenciatura. Conocían los gráficos considerados, tanto de su formación universitaria como de su educación secundaria.

Tabla 1. *Experiencia didáctica de los participantes (% respecto a la muestra)*

Titulación	Experiencia docente		Asignaturas de didáctica cursadas	
	Sí	No	Sí	No
Matemáticas	22 (33,8)	12 (18,5)	11 (16,9)	23 (35,4)
Estadística	2 (3,1)		1 (1,5)	1 (1,5)
Ingeniería	11 (16,9)	8 (12,3)	1 (1,5)	18 (27,7)
Ciencias	2 (3,1)	8 (12,3)		10 (15,4)
Total	37 (56,9)	28 (43,1)	13 (20)	52 (80)

Las tareas propuestas (Figura 1) forman parte de un taller formativo sobre enseñanza de la estadística basada en proyectos. El objetivo fue estudiar la variable “Esperanza de vida al nacer”, utilizando datos reales sobre la esperanza de vida en 193 países tomados del servidor de las Naciones Unidas (<http://hdr.undp.org/es/data>). El taller comenzó analizando el significado de la variable esperanza de vida al nacer y su distribución, para lo cual se construyeron un histograma de la distribución, un diagrama de frecuencias acumulados, un gráfico de la caja y una tabla con estadísticos resumen. Cada participante completó la actividad individualmente y por escrito. Recogidos los cuestionarios se llevó a cabo un análisis del contenido, dividiendo el texto en unidades que pueden clasificarse en un número reducido de categorías, con la finalidad de realizar inferencias sobre su contenido (Colle, 2011; Krippendorff, 2013). Cada interpretación se analizó mediante un proceso inductivo y cíclico, que permitió identificar las categorías utilizadas en el análisis. A continuación describimos estas categorías, los resultados de la interpretación de cada gráfico y una síntesis de los mismos. Finalizamos con la descripción de las actividades formativas realizadas al

finalizar la evaluación y con algunas implicaciones para la formación de profesores.

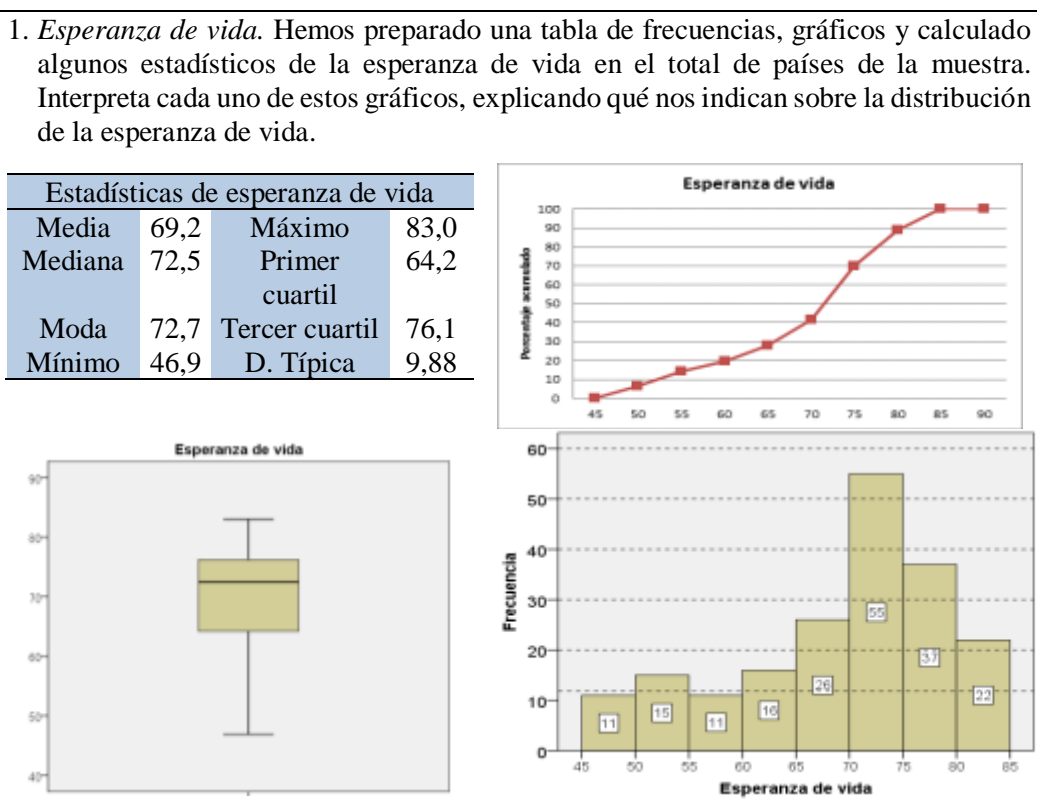


Figura 1. Tareas propuestas

5. Resultados y discusión

5.1. Categorías de análisis de las interpretaciones de los gráficos

Las interpretaciones de los futuros profesores de los gráficos estadísticos de la tarea se han clasificado en tres categorías “lectura de datos”, “lectura entre los datos” y “lectura más allá de los datos” propuestas por Curcio (1987) y Friel et al. (2001). En cada una se han encontrado estrategias que consideramos como subcategorías, de las cuales se muestran interpretaciones correctas e incorrectas de los futuros profesores.

Lectura de datos. Se trata de interpretaciones que suponen únicamente una lectura literal de los datos y se encuadran en la siguiente categoría:

Describe el contenido del gráfico. Cuando se describe el significado del gráfico reproduciendo una definición del mismo o indicando su utilidad. En el caso del histograma, se indica que cada rectángulo representa el número de países que poseen una determinada esperanza de vida y, en algún caso, se describen los datos representados en uno de los intervalos o incluso todos:

En este caso la frecuencia representa el nº de países cuya esperanza de vida se encuentra en el intervalo del eje horizontal. Por ejemplo, en el intervalo marcado se interpreta que hay 16 países cuya esperanza de vida está entre 60 y 65 años. (ME)

Hay 55 países que tienen una esperanza de vida de 75, 36 países con esperanza de vida de 80 y 22 países que tienen una esperanza de 85, son pocos los países que tienen una esperanza de vida menor a 65 años. (DG)

Encontramos también interpretaciones incorrectas del histograma. En línea con el error descrito en Cobo (2003), CM confunde la media con el valor de la variable:

Existen unos 55 países que tienen una esperanza de vida de 75 años, unos 36 países que tienen una media de 80 años, unos 27 países que tienen una media de esperanza de vida de 70 años. Los demás países que son menos, tienen una esperanza de vida de menos de 65 años. (CM)

En menor medida, encontramos futuros profesores que interpretan que la distribución de frecuencias es una distribución de personas y no de países, o confunden la esperanza de vida con el número de muertes. Otra interpretación incorrecta es la de MIC, quien confunde la frecuencia absoluta con porcentaje:

Este gráfico nos da el porcentaje de países que tienen una edad determinada como esperanza de vida. Por ejemplo 12 de los países tienen una esperanza de vida de $\cong 50$ años. El dato más interesante es que el 55 (más de la mitad de los países) tienen una esperanza de 75 años. (MIC)

Los participantes que describen el diagrama acumulativo generalmente indican que en dicho gráfico se representan las frecuencias acumuladas de la esperanza de vida en el conjunto de países de la muestra, acompañada a veces de la interpretación de datos particulares del gráfico:

En el gráfico se observa, que sólo el 6,2% de los países tienen una esperanza de vida menor de 50 años, que es el dato más drástico. Un dato destacado es que el 47% de los países tienen una esperanza de vida entre 70 y 80 años (JP)

Encontramos también descripciones incorrectas del diagrama acumulativo como la siguiente, donde se confunden frecuencias acumuladas y no acumuladas:

Como podemos observar en el gráfico 1 existen 0 países donde la esperanza de vida es de 45 años, el 6'2% tiene una esperanza de vida de 50 años, y la esperanza de vida va aumentando hasta que el 100% de los países tienen una esperanza de vida entre los 85 y 90 años. (ER)

Otros errores se deben a confusión de la frecuencia (número de países con una cierta esperanza de vida o menor) con el número de muertes:

Hasta los 70 años ha muerto el 40% de la población, en los últimos 20 años muere el resto $\cong 60\%$, hay una mayor concentración de muertes en los últimos 20 años (FR)

Cuando se describe el significado del gráfico de la caja, se suele utilizar sus componentes (cuartiles, máximo y mínimo, y puntos extremos), indicando cómo se organiza la información, y completando los valores de algunos estadísticos:

En este gráfico se observan de forma aproximada (pues no se da en papel milimetrado) los siguientes datos sobre la esperanza de vida: Mínimo en: 47 años; Máximo en: 82 años; Mediana próxima a: 73 años; cuartiles respectivos a 64 años y 76 años. (AMA)

Algunos futuros profesores indican además, la ausencia de datos atípicos.

No hay datos atípicos porque si no saldrían puntos sueltos (JC)

Hay también interpretaciones incorrectas del gráfico de la caja, como en LT, quien considera que el diagrama representa tan sólo la información de la esperanza de vida de una cuarta parte de los países del estudio:

Se refiere a la cuarta parte de todos los países que intervienen en la muestra (LT)

Lectura entre los datos. Estas interpretaciones suponen el realizar cálculos o comparaciones con los datos obteniendo al menos un estadístico, aunque no los ponen en relación. Son las siguientes:

Interpreta el rango. Cuando se informa del intervalo de valores que toma la variable, categoría también hallada en Arteaga (2011). Supone un nivel de lectura entre datos, ya que los alumnos obtienen previamente los extremos del gráfico para deducir el rango. Las interpretaciones son correctas, tanto en el histograma (por ejemplo, EGA) como el diagrama acumulativo (por ejemplo, AJD). Es más difícil interpretar el rango en el diagrama de caja. VC confunde rango con rango intercuartílico:

No hay ningún país con la esperanza de vida inferior a 50, ni superior a 85. (EGA)

El gráfico 1 nos dice que las esperanzas de vida de todos los países están entre 45 y 90. (AJD)

La gráfica 4 habla de una esperanza de vida de entre 63 y 77 años. (VC)

Interpreta el máximo. Esta categoría también aparece en Arteaga (2011), requiere realizar comparaciones, por tanto el segundo nivel de lectura. Aunque con poca frecuencia, algunos participantes lo interpretan adecuadamente en el histograma; por ejemplo AJD indica que el valor máximo ha de estar en el último intervalo completando la frecuencia que corresponde a este intervalo:

La esperanza de vida máxima es de 82,5 a 87,5 años, y esta se da solamente en 22 países (AJD)

Encontramos también algunas interpretaciones incorrectas en las que se confunde la esperanza de vida con la edad de muerte:

También con todos estos gráficos observamos que en los diferentes países la población no supera los 85 años (MJG)

En las interpretaciones incorrectas en el diagrama acumulativo se confunde la frecuencia acumulada con la absoluta y/o el valor de la variable. Al observar que en el gráfico hay la misma frecuencia acumulada para los valores de esperanza de vida de 85 y 90 años, ChC interpreta que hay la misma esperanza de vida; en línea con lo hallado en Cobo (2003/ y Arteaga (2011), confunde valor y frecuencia de la variable:

La esperanza de vida a los 85 años es igual a la esperanza de vida a los 90 años. (ChC)

MM piensa que al ser el máximo de la frecuencia acumulada igual a 100, todos los países tienen igual esperanza de vida. No comprende que el máximo de la frecuencia acumulada siempre es 100 y no lo relaciona con el valor de la variable (90):

También se observa que existe el 100% de países que tienen la misma esperanza de vida. (MM)

Hay futuros profesores que aluden al máximo al interpretar el gráfico de la caja:

[...] la máxima esperanza de vida 83, (AJD)

Interpreta el mínimo. Otros participantes interpretan el menor valor de esperanza de vida, interpretación que también aparece en Arteaga (2011). Aunque debiera ser fácil, encontramos interpretaciones incorrectas de este estadístico para el diagrama acumulativo, como por ejemplo EGA, pues, como se ha dicho, la gráfica se refiere a la esperanza de vida, no a la edad de muerte:

Antes de los 45 años no muere nadie (EGA)

Las interpretaciones del mínimo en el gráfico de la caja son todas correctas:

El gráfico 3 nos dice que la mínima esperanza de vida es aproximadamente 47 (AJD)

Interpreta la media. Algunos participantes interpretan la media de la variable a partir del histograma, llegando a conclusiones erróneas ya que, por lo general, se confunde con la mediana o la moda. Así, MC proporciona un intervalo demasiado amplio para la estimación de la media (que además, podría haber obtenido de la tabla de resúmenes estadísticos); sin tener en cuenta que al ser la distribución asimétrica negativa, la media debe ser menor que la moda:

Además podemos intuir que la media se encontrará entre 65 y 85 porque es donde se concentra más los datos (MC)

Interpreta la moda. Cuando se interpreta la esperanza de vida más frecuente entre los países del estudio o el intervalo modal; también encontrado en Arteaga (2011). Es una de las interpretaciones más frecuentes del histograma:

[...] que la moda está en el intervalo entre 70 y 75 y los siguientes intervalos más frecuentes son de 75 a 80 y de 65 a 70, (AJD)

Encontramos algunos errores al interpretar la frecuencia, de países como número de personas. Además, aunque la esperanza de vida modal es 75, puede no coincidir con la edad a la que muere la mayoría de personas:

También indica que a los 75 años aproximadamente, muere mucha gente (JFM)

En menor medida hay confusión entre moda y media, mostrando falta de comprensión del efecto de valores atípicos sobre la media (ver Estrada et al., 2004):

Lo que destaca del segundo gráfico es que la mayor frecuencia se da en los 75 años, en este baremo se encuentra la media de la esperanza de vida de esos países se encuentra de 72,5 y 82,5 años (JC)

Pocos profesores interpretan la moda en el diagrama acumulativo; aunque todos lo hacen correctamente; mayormente no se da la moda sino el intervalo modal:

La mayoría de países tienen su esperanza de vida comprendida entre los 70-75 años. (EGA)

La esperanza de vida suele estar entre los 80 y 75 años. (ANL)

Cuando se interpreta este estadístico en el gráfico de caja, se suele comparar la esperanza de vida más frecuente con la mediana. Un futuro profesor interpreta este parámetro de modo incorrecto al confundir máximo con valor de mayor frecuencia:

[Mientras que la mediana se sitúa en torno a 72,5 años] que coincide más o menos con el valor en el que los países obtienen mayor esperanza de vida. (IM)

Interpreta el intervalo de menor frecuencia. Esta categoría se asocia a la interpretación del histograma y generalmente es correcta como PP, aunque también encontramos interpretaciones incorrectas como la de IM, que confunde la frecuencia con el valor de la variable:

El menor número de países (11 países) tienen una esperanza de vida de 60 años (PP)

Mientras que aproximadamente a los 60 años, la esperanza de vida decrece (IM)

Estima o calcula estadísticos en el diagrama sin interpretarlos. Algunos participantes explican cómo obtener algunos estadísticos de la esperanza de vida a través del diagrama acumulativo, razonamiento que no apareció en Arteaga (2011). Por ejemplo, JMV explica cómo obtener varios estadísticos:

Como tenemos la función acumulada deberíamos de restar los valores para obtener las frecuencias; si hacemos esto podemos ver que la mediana está en torno a los 75 años, esto lo podemos ver también aproximadamente en el diagrama de caja (4) gráficamente. Para

calcular la media hay que hacer la proporción. Para calcular la probabilidad de vivir menos que un cierto tiempo habría que ver el valor de dicha función partido por 100. (JMV)

En el gráfico de la caja, algunos futuros profesores marcan la posición aproximada de los cuartiles o los valores máximo y mínimo de la variable, pero no los interpretan. Los participantes reconocen los estadísticos y su cálculo, pero no son capaces de interpretarlos de manera conjunta con el gráfico.

Lectura más allá de los datos. En estas interpretaciones se analiza la estructura global de los datos, poniendo en relación varios estadísticos y son las siguientes:

Interpreta los cuartiles y/o la mediana. Algunos participantes interpretan los cuartiles y/o la mediana en el histograma, generalmente apoyándose en la tabla de resúmenes estadísticos y señalan su presencia en el histograma, por ejemplo, FR, que primero repite el valor de los cuartiles dados en la tabla y posteriormente indica el valor de dos marcas de clase. Puesto que en este caso se interpreta más de un estadístico, los estudiantes alcanzan el nivel de lectura más allá de los datos.

La mayoría de los países tiene esperanza de vida entre 64,2 – 76,1 (1r, 3r cuartil) (entre los 67,5 – 82,5 años) (FR)

Otros participantes estiman los cuartiles a partir del diagrama acumulativo observando la frecuencia acumulada, como AJD, que estima bien el tercer cuartil y peor el primero; en el segundo ejemplo se estima la mediana.

El primer cuartil está aproximadamente en 63, la mediana en 72 y el tercer cuartil en 77 (AJD)

Según la gráfica 1, la esperanza de vida de la mitad de los países aproximadamente (un 41%) es de entre 45 y 70 años. El resto, un 59% tendrá una esperanza de vida de más de 70 años. $Me \in [70,75]$ (MIH)

Finalmente hay interpretaciones del gráfico de caja con un nivel de lectura más allá de los datos (Curcio, 1987) al interpretar conjuntamente el primer y tercer cuartil:

El 50% central de los países tienen una E.V. entre 69,2 y 76,1 años. (MAG)

Otras interpretaciones incorrectas de los cuartiles y la mediana se deben a que no se considera que los porcentajes entre cada cuartil son iguales. Este conflicto se suele manifestar al justificar la asimetría de la distribución, como en AMC. En otros casos, se confunde moda y mediana, como MI:

En el gráfico 4, en el diagrama de caja, vemos como la mayoría de los países se encuentran por debajo de la mediana 72,5 años. (AMC)

En el 3º gráfico, la línea de la mediana nos indica dónde está la mayor cantidad de individuos del estudio, en este caso: esperanza de vida 72,5. (MI)

Interpreta la pendiente. Se utilizan conocimientos de representación gráfica de funciones pues, aunque el diagrama acumulativo es siempre creciente, la tasa de crecimiento (pendiente) no es homogénea. El alumno lo nota, y obtiene de ello una conclusión sobre la esperanza de vida, aunque generalmente incorrecta. En general, se suele interpretar la tasa de crecimiento con el número de muertes en los países, confundiendo valor de la variable, tasa de crecimiento y frecuencia. Si la interpretación fuese correcta, implicaría un nivel de lectura más allá de los datos, pues se debe analizar diferentes elementos de la gráfica poniéndolos en relación.

En el caso de EGO se indica el intervalo de mayor pendiente (donde mayor número de países tiene esa esperanza de vida) refiriéndose a que hay más muertes a esa edad,

lo cual corresponde a la misma idea. En el segundo ejemplo, se concluye erróneamente que en el intervalo de mayor pendiente se encuentra la moda de la esperanza de vida. Esta categoría no aparece en Arteaga (2011):

Según la pendiente del gráfico podemos ver que de 45 a 65 años no se muere mucha gente; pero de 70 a 75 años, al ser la pendiente más pronunciada, indica que se muere mucha gente en este intervalo. (EGO)

Desde la primera gráfica observamos que la mayor diferencia se tiene entre los 70-75 años, luego nos indica que la esperanza de vida está entre estos valores. (MJG)

Interpreta la simetría de la distribución. En el histograma presentado es visible la asimetría de la distribución de la esperanza de vida, puesto que el rango de valores por debajo de la moda es más amplio que el rango de valores que se sitúa por encima de ella. También esta interpretación supone una lectura más allá de los datos (Curcio, 1987). Algunos participantes lo comentan en sus interpretaciones del histograma:

Es importante tener en cuenta que en el histograma, podemos ver que la gran mayoría de los países se encuentra por encima de los 65 años, luego la mayoría se encuentra en un nivel alto de esperanza de vida y la distribución no está centrada. (JG)

El mismo participante continúa interpretando la asimetría de la distribución, resalta los valores extremos del diagrama y su situación respecto a la caja:

También en el 4º ya que la caja (entre el primer y tercer cuartil) se encuentra más cerca del máximo que del mínimo. También podemos ver esto con la posición de la mediana con respecto a los cuartiles, encontrándose más próximo al tercero que al primero. (JG)

5.2. Interpretación del histograma

Tras definir categorías de análisis y codificar datos, se estudió la distribución de categorías en la muestra de futuros profesores, presentando mediante diagramas de barra apilados el porcentaje de participantes que realizan en forma correcta o incorrecta cada una de las interpretaciones anteriores. Se presentan en el mismo orden las categorías en las Figuras 2, 3 y 4 para una mejor comparación de resultados de la interpretación de los tres gráficos. La suma total de los porcentajes es mayor a 100 porque algunos participantes realizan más de una interpretación del mismo gráfico.

La Figura 2 presenta resultados de la interpretación del histograma, con un gran porcentaje de interpretaciones correctas del gráfico, aunque una de las interpretaciones mayoritarias (63,1%) consiste en la descripción del gráfico o la explicación de su utilidad e incluso se encuentra un 18,5% de descripciones con alguna incorrección. Dicha interpretación únicamente supone un nivel de lectura de los datos.

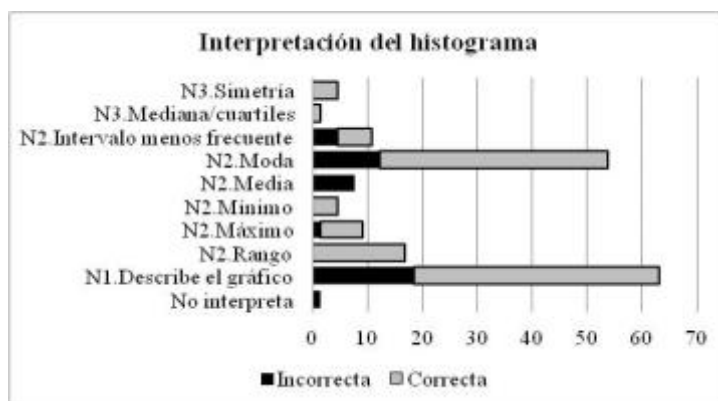


Figura 2. Porcentajes según interpretaciones de estadísticos en histograma

Es también frecuente la interpretación correcta de la moda. La moda (intervalo modal) es muy saliente en el histograma; sin embargo, por medio del histograma sólo obtenemos un valor aproximado y dicho valor variará si se cambia el ancho del intervalo de clase, por lo cual su estimación a partir de un histograma puede ser poco precisa (Batanero & Borovcnik, 2016). En la distribución de la esperanza de vida, el histograma proporciona una buena aproximación, que se observa al comparar la marca de clase del intervalo modal con el valor de la moda, dada en la tabla de resúmenes estadísticos. La coincidencia no fue resaltada por ningún participante. Estas son las dos principales interpretaciones, seguidas de la del rango (siempre correcta), el valor máximo y el intervalo menos frecuente (en estos dos casos con algún error). Todas ellas suponen un nivel de lectura entre datos. Por otra parte, la falta de simetría, que se aprecia en el histograma, es comentada por un 5% de participantes, que supondría un nivel de lectura más allá de los datos. Un estudiante interpreta la mediana y cuartiles conjuntamente, situándose también a este nivel de lectura.

5.3. Interpretación del diagrama acumulativo

La Figura 3 indica las interpretaciones de los futuros profesores del diagrama acumulativo. También aquí lo más frecuente es la descripción del gráfico (58,5% de los participantes; nivel de lectura de datos). Un 18,5% de futuros profesores incluyen algún error en la descripción; en particular, debido a la confusión entre frecuencia acumulada y frecuencia ordinaria, así como a la interpretación incorrecta de la variable representada (esperanza de vida) confundida por algunos como edad de muerte.

Es también frecuente la interpretación de la pendiente de la gráfica (44,7% de los participantes; lectura más allá de los datos). Hay un porcentaje del 18,5% de interpretaciones incorrectas de la pendiente debidas a la confusión entre frecuencia y valor de la variable al hacer esta interpretación, error que se ha descrito en otras investigaciones en educación estadística, como la de Cobo (2003).

Los participantes que describen el rango, al igual que en el histograma, lo hacen correctamente; no siempre sucede así al interpretar el máximo o mínimo porque confunden la variable con edad de muerte (esta confusión no ha afectado al rango, pues los estudiantes se limitan a decir que hay una variación de años, que puede referirse tanto a la variación de esperanza de vida, como variación en edad de muerte). Todas ellas suponen un nivel de lectura entre los datos. No aparece en el histograma la categoría “media”, ni la simetría pues es difícil de visualizarlos a partir de este gráfico.

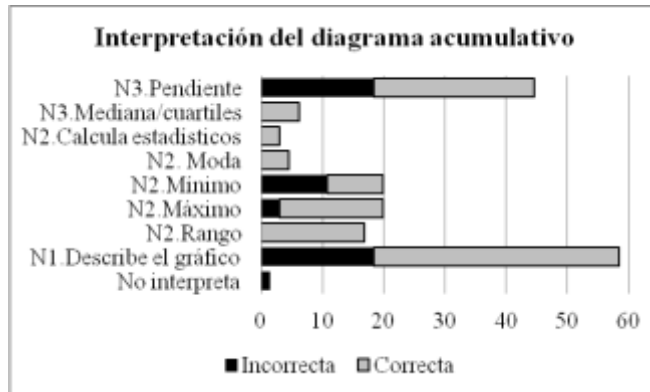


Figura 3. Porcentajes según interpretaciones de estadísticos en diagrama acumulativo

5.4. Interpretación del diagrama de caja

Los resultados de la interpretación del diagrama de caja se presentan en la Figura 4. En este caso, la interpretación más frecuente se centra en la mediana y los cuartiles, pues son los estadísticos más visibles en este tipo de gráfico; al relacionar varios estadísticos se trabaja en un nivel alto de lectura (más allá de los datos). Además, la interpretación es generalmente correcta (27,7% de participantes), aunque un 7,7% de los mismos realiza errores por interpretar que el porcentaje de caso entre los cinco puntos que definen el gráfico (mínimo, cuartiles, mediana y máximo) no corresponde exactamente a la misma frecuencia. Tanto esta interpretación como la de la simetría (10,7%), corresponden al nivel de lectura más allá de los datos.

Los que describen el gráfico (lectura de datos) son esta vez menos (29,3%), aunque la descripción es generalmente correcta. Tienen un porcentaje apreciable quienes señalan o calculan los estadísticos, sobre todo mínimo, máximo, mediana y cuartiles a partir del gráfico de caja (24,6) y siempre correctamente, aunque para esta gráfica supone un nivel inicial de leer los datos pues los estadísticos vienen dados por los extremos de la caja y bigotes. Otras interpretaciones como el máximo, mínimo (leer entre datos) tienen menor frecuencia. No obstante, este es el gráfico con mayor frecuencia del nivel de lectura más allá de los datos. Deducimos que la interpretación conjunta de resúmenes estadísticos se favorece en relación con los otros gráficos.

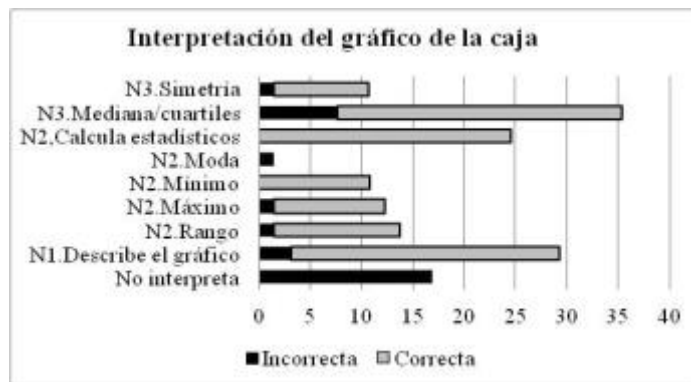


Figura 4. Porcentajes según interpretaciones de estadísticos en el gráfico de caja

5.5. Síntesis de resultados

Para comparar los resultados de las interpretaciones de los tres gráficos, la Tabla 2 presenta el valor medio y la desviación típica del número de interpretaciones correctas por participante y gráfico. En promedio, tenemos más de una interpretación correcta

por participante, con resultados similares en los tres gráficos y valor moderado de la desviación típica, lo que indica homogeneidad del número de interpretaciones. Respecto a los errores de interpretación, hay más variedad. El número de errores es menor que el de interpretaciones correctas en cualquiera de los gráficos. Estas diferencias fueron todas estadísticamente significativas en el contraste t de diferencia de medias en muestras relacionadas ($p < 0.01$ en los tres contrastes). Apenas hay errores en la interpretación del diagrama de caja; la mayor proporción aparece en el diagrama acumulativo e histograma, a pesar de ser gráficos conocidos por los participantes.

Tabla 2. *Media y desviación típica del número de interpretaciones correctas e incorrectas por alumno y gráfico*

Gráfico estadístico	Correcta		Incorrecta		Valor t
	Media	Desv. típica	Media	Desv. típica	
Histograma	1,30	,83	,45	,69	4,97
Polígono acumulativo	1,25	1,02	,52	,62	4,02
Diagrama de caja	1,46	,91	,19	,39	8,49

Nuestros resultados son mejores que los obtenidos por Arteaga (2011) en cuanto a la lectura de gráficos por parte de futuros profesores de Educación Primaria. En ese estudio fue muy pequeño el porcentaje de participantes que llega a interpretar correctamente gráficos más sencillos que estos (diagramas de barras y líneas), mientras que, en el estudio actual, la mayoría los interpreta en contexto y de un modo correcto. Aunque pocos alcanzan el nivel de lectura más allá de los datos, salvo en el gráfico de caja, muchos llegan al nivel de leer entre datos al interpretar al menos un estadístico en cualquiera de los gráficos. También este resultado mejora los de Arteaga (2011).

6. Actividades formativas

En una sesión posterior a la recogida de datos se organizó un debate de las interpretaciones realizadas con los futuros profesores, llegando a un acuerdo en que el diagrama acumulativo es el más sencillo de interpretar de los tres gráficos. Los participantes llegaron a reconocer que el diagrama acumulativo informa del porcentaje de países por debajo de un cierto valor para la variable esperanza de vida, en el conjunto de países de la muestra. El formador recordó que el gráfico permitirá situar cualquier país en su percentil, en función de la esperanza de vida, usando el caso de la esperanza de vida en España para situar a nuestro país en esta variable. Resaltó que la frecuencia acumulada es una función creciente, siendo más acusado el crecimiento en el intervalo de edad de 70 a 80 años, que en el resto de intervalos.

El formador recordó que el histograma proporciona información del número de países, según su esperanza de vida, y diferentes intervalos de valores. Los participantes reconocen que permite deducir fácilmente el intervalo de edad modal, que se sitúa alrededor de los 75 años; también llegan a reconocer que la moda puede variar al cambiar los intervalos. Algunos participantes observan que la distribución de la variable es asimétrica, con cola a la izquierda, y aunque se pudiera observar esta característica al comparar media y mediana de la tabla, se visualiza mucho mejor en el histograma. Algunos futuros profesores del primer año preguntan en qué intervalo se debe incluir un valor que coincide con el extremo del intervalo. El formador recuerda que puede haber diferentes criterios, aunque usualmente se colocaría en el intervalo siguiente donde coincide con el extremo inferior. Se continúa la discusión del gráfico de caja que, por un lado, indica que no hay valores atípicos, y, por otro, divide la población en cuatro

partes de igual número de efectivos. Igualmente permite observar el amplio rango de variación de esta variable, donde el 75% de los países posee una esperanza de vida inferior a los 76,1 años de edad (Q3), concentrándose entre los 64,2 y 76,1 el 50% del total de países de la muestra. Llegados a este punto, un participante dice no recordar el significado de la mediana, lo cual es aclarado por sus compañeros.

7. Discusión e implicaciones para la formación de profesores

La investigación desarrollada proporciona nuevos resultados sobre el conocimiento matemático común, sobre los gráficos estadísticos y algunos resúmenes estadísticos en una muestra de futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato, complementando, de este modo, los antecedentes sobre el tema. A pesar del alto índice de interpretaciones correctas de los gráficos, en la mayor parte de los casos las interpretaciones suponen un nivel inicial (leer los datos) o intermedio (leer entre los datos) de comprensión gráfica. Únicamente en el gráfico de la caja una proporción algo mayor de participantes llega al nivel de lectura más allá de los datos.

Los resultados muestran que algunos participantes no comprenden significativamente algunos resúmenes estadísticos que utilizan en sus interpretaciones o tienen dificultad en comprender qué aportaba alguno de los estadísticos sobre la distribución de la variable analizada. No obstante, este porcentaje es menor del encontrado en Arteaga (2011), Estrada et al. (2004) u Ortiz y Font (2014) con futuros profesores de primaria. Aunque algunos errores pueden venir motivados por el hecho de trabajar con datos agregados (la variable es una media ponderada de datos simples), otros son errores conceptuales. Estos errores son los siguientes:

- Confusión entre promedio y valor de la variable, o entre frecuencia con valor de la variable, errores ya mostrados en Cobo (2003) y Ortiz y Font (2014).
- Dificultad de comprensión de la idea de frecuencia acumulada, no poniéndola en relación con el valor de la variable al que corresponde dicha frecuencia. Igualmente se confunde frecuencia absoluta con porcentaje o confundir frecuencias acumuladas y frecuencias ordinarias.
- Confusión entre moda y media y no apreciar el efecto de los valores atípicos sobre la media, en coincidencia con Estrada et al. (2004) y Ortiz y Font (2014).
- Interpretación incorrecta del diagrama de la caja, como en Pfannkuch (2006).
- No considerar iguales el porcentaje de casos comprendidos entre mínimo, cuartiles, mediana y máximo.
- Interpretación incorrecta de la pendiente del diagrama acumulativo.
- Errores en la estimación de algunos estadísticos a partir de las gráficas; dichos errores no eran esperados, pues los estadísticos de la distribución se proporcionaban en una tabla, pero algunos participantes no los tienen en cuenta.

Finalmente un error que puede venir influido por la variable utilizada ha sido la dificultad al interpretar los estadísticos en el contexto de la variable, ya que un alto porcentaje de participantes conocen el significado de un estadístico, pero no integran el contexto de la variable para interpretar su distribución. Por ejemplo, esto ocurre al interpretar la distribución de países como distribución de personas o al confundir la esperanza de vida con la edad de muerte. Sin embargo, este resultado también se ha mostrado en Arteaga (2011), que trabaja con datos no agregados, por lo que puede deberse a falta de competencia en la habilidad de modelización.

Estos resultados son preocupantes. Se espera que el futuro profesor enseñe estos conceptos y desarrolle en sus estudiantes la capacidad de interpretar gráficos y estudios estadísticos. Uno de los estándares de aprendizaje evaluables para el cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria, en las modalidades orientadas a la enseñanza académica y a las enseñanzas aplicadas (MECD, 2015, pp. 398 y 407) es: “Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno”. El futuro profesor ha de ser capaz de contextualizar la información resumida en cada gráfico y los resúmenes estadísticos que se deducen para ayudar al alumno a interpretar.

Concluimos, que es importante completar la formación de los futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato sobre gráficos y resúmenes estadísticos, con talleres y actividades similares a las descritas aquí. Las actividades formativas en este trabajo fueron útiles para desarrollar el conocimiento estadístico en los participantes, además de evaluar sus conocimientos iniciales. El taller resultó interesante a los futuros profesores, que pudieron razonar sobre una variable relevante en la sociedad. Al trabajar con fuentes internacionales aumentó el interés de los participantes y su percepción de la utilidad de la estadística. A la vez, la discusión posterior de las soluciones permitió incrementar su conocimiento didáctico sobre el tema.

Agradecimientos

Proyectos EDU2013-41141-P (MEC) y EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias

- Adler, J., & Venkat, H. (2014). Mathematical knowledge for teaching. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 385-388). Dordrecht: Springer.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Trabajo de Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: the unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: AERA.
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Batanero, C., Arteaga, P., & Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Bertin, J. (1967). *Semiologie graphique*. París: Gauthier-Villars.
- Blömeke, S., Hsieh, F. J., Kaiser, G., & Schmidt, W. (2014). *International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn*. Dordrecht: Springer.
- Bruno, A., & Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas*, 7, 57-85.

- Burgess, T. (2002). Investigating the “data sense” of preservice teachers. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Cape Town: IASE.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Trabajo de Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Colle, R. (2011). *El análisis de contenido de las comunicaciones*. Tenerife: Sociedad Latina de Comunicación Social.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental en profesores en formación. *Educación Matemática*, 16, 89-112.
- Even, R., & Ball, D. (Ed.) (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I., & Murray, S. T. (2011). Responding to diversity in users' statistical literacy and information needs: Institutional and educational implications. *Statistical Journal of the International Association for Official Statistics*, 27(3-4), 185-195.
- González, M. T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teachers' graphical competence. En C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 187-197). Dordrecht: Springer.
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 37-63.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Kemp, M., & Kissane, B. (2010) A five step framework for interpreting tables and graphs in their contexts. En C. Reading (Ed.), *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Ljubljana: ISI/IASE.
- Krippendorff, K. (2013). *Content analysis: an introduction to its methodology*. London: Sage
- Llinares, S., & Krainer K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds) *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 429- 459). Rotterdam: Sense Publishers.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Autor.

- Monteiro, C., & Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs. En A. Rossman, & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Salvador de Bahía: ISI/IASE.
- Ortiz, J. J., & Font, V. (2014). Pre-service teachers' common content knowledge regarding the arithmetic mean. *REDIMAT*, 3(3), 192-219.
- Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plot distributions: a teacher's reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 27-45.
- Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En J. B. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17-46). Dodrecht: Springer.
- Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A., & Lloyd, G. M. (2011). *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*. London: Routledge.
- Schild, M. (2011). Statistical literacy: A new mission for data producers. *Statistical Journal of the IAOS*, 27(3-4), 173-183.
- Sharma, S. (2013). Assessing students' understanding of tables and graphs: implications for teaching and research. *International Journal of Educational Research and Technology*, 51-70.
- Shulman (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Speer, N. M., King, K. D., & Howell, H. (2015). Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(2), 105-122.
- Tatto, M. T., & Senk, S. (2011). The mathematics education of future primary and secondary teachers: methods and findings from the Teacher Education and Development Study in Mathematics. *Journal of Teacher Education*, 62(2), 121-137.
- Vásquez, C., & Alsina, A. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática* 7, 27-48.

Referencias de los autores

María M. Gea, Universidad de Granada (España). mmgea@ugr.es

Pedro Arteaga, Universidad de Granada (España). parteaga@ugr.es

Gustavo R. Cañadas, Universidad de Granada (España). grcanadas@ugr.es

Prospective secondary school teachers' interpretation of statistical graphs

María M. Gea, Universidad de Granada (España)

Pedro Arteaga, Universidad de Granada (España)

Gustavo R. Cañadas, Universidad de Granada (España)

Graphical language is essential in organising and analysing data. It is a tool for transnumeration, a basic component in statistical reasoning consisting of the production of information not available in raw data with a change of representation. This topic is included since the first grade of primary education in all educational levels in Spain and in particular in secondary education and high school. Curricular guidelines suggest that teachers should promote the students' work with statistical projects and real data, as well as interpretative activities. The aim of this paper is the assessment of the interpretation of some statistical graphs carried out by pre-service mathematics teachers in the Masters of Secondary and High School Teacher Education. To this purpose, we analyse the responses of 65 students to three tasks in which they have to interpret the histogram, cumulative diagram and box plot for the distribution of life expectation in 193 countries. The activity was part of a workshop based on rich and authentic social data downloaded from the United Nations Human Development Reports web server (<http://hdr.undp.org/en/data>), which can be used by teachers with their own students. Participants had to produce a written report with their interpretations of graphs. We categorized their interpretations taking into account the reading level in the classification by Curcio (1987), and then, took into account the statistical summaries and elements of the graphs under interpretation. Although most of the interpretations were correct, the analysis of responses revealed that few of them reached the upper readings levels described by Friel, Curcio and Brighth (2001). Moreover, responses revealed some errors in the understanding of important statistical concepts. All this should be considered in designs of mathematics teacher education.