

Las actitudes hacia las matemáticas: construcción y validación de un instrumento para su medida

Andrés Palacios*, Víctor Arias**, y Benito Arias*

Universidad de Valladolid (España)*, Universidad de Talca (Chile)**

Resumen

La medida de las actitudes hacia las matemáticas supone un campo de gran valor dentro de lo que se conoce como dominio afectivo matemático por el número de investigaciones y por la amplitud de sus relaciones. No obstante, los instrumentos disponibles en la actualidad para medir estas actitudes están en la mayoría de los casos validados mediante procedimientos psicométricos poco robustos y, en algunas ocasiones, con tamaños muestrales no muy elevados. A partir de una muestra de 4807 alumnos de todos los niveles no universitarios y siguiendo tanto el acercamiento de la Teoría Clásica de los Test como los modelos de ecuaciones estructurales (modelos de medida) y el planteamiento de la Teoría de Respuesta a los Ítems (modelo de respuesta graduada) se presenta un instrumento de medida de las actitudes hacia las matemáticas sólido y robusto y con evidencias contrastadas de validez y fiabilidad.

Palabras clave: Actitudes hacia las matemáticas, análisis factorial exploratorio, análisis factorial confirmatorio, modelo de respuesta graduada, psicometría.

Abstract

The measure of attitudes towards mathematics is a valuable area within the so-called affective domain in mathematics due to the number of investigations and the extension of their relations. However, most of the instruments currently available to measure these attitudes are validated by not overly robust psychometric procedures and, sometimes, in not very large samples. Using a sample of 4807 students of all the non-university levels and following both the classical test theory, structural equation models (measurement models), and the proposal of the item response theory (graded response model), a solid and robust instrument to measure attitudes towards mathematics is presented, with contrasted evidence of validity and reliability.

Keywords: Attitudes toward mathematics, exploratory factor analysis, confirmatory factor analysis, graded response model, psychometrics.

Agradecimientos: Esta investigación ha sido subvencionada por el Ministerio de Ciencia e Innovación (EDU2009-12063).

Correspondencia: Andrés Palacios Picos. Escuela Universitaria de Magisterio. Plaza Alto de los Leones de Castilla. Campus María Zambrano. 40005 Segovia. E-mail: palacios@psi.uva.es

Introducción

Los trabajos de McLeod (1988, 1992) sobre los afectos en matemáticas marcaron un punto de inflexión en unas investigaciones en las que, hasta entonces, primaba lo racional y lo cognitivo. En una de sus obras (McLeod, 1988) que, en cierto sentido supone el inicio de la preocupación por las emociones y los sentimientos en matemáticas, se establece una distinción, ya clásica, entre actitudes, creencias y emociones como componentes de lo que hoy se conoce como *dominio afectivo matemático*. De entre estos componentes, las actitudes han ocupado un papel preponderante en la educación matemática por el número de investigaciones que han generado.

Gil, Blanco, y Guerrero (2005) señalan que, en el mundo de las matemáticas, este concepto de actitud ha sido usado con una definición menos clara que para la Psicología como una predisposición, con cierta carga emocional, que dirige y/o influye en la conducta; definición que remarca tres componentes básicos de la actitud: la cognición o creencias sobre el objeto de la actitud, el afecto o carga evaluativa de dichas creencias y una intención de conducta en relación a dicha actitud.

No obstante, en relación a las matemáticas, cabe distinguir entre *actitudes matemáticas* y *actitudes hacia las matemáticas*. La *actitud hacia las matemáticas* tendría que ver con la valoración, el aprecio y

el gusto por esta disciplina subrayando más la vertiente afectiva que la cognitiva. Las *actitudes matemáticas*, por el contrario, tendrían que ver con el modo de utilizar capacidades generales que son relevantes para el quehacer matemático (tales como la apertura mental, la flexibilidad en la búsqueda de soluciones a un problema o el pensamiento reflexivo), aspectos todos más relacionados con la cognición que con los afectos.

En relación con las *actitudes hacia las matemáticas*, es de sobra conocida la trascendencia que tienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y sobre el rendimiento matemático de los alumnos (Miñano y Castejón, 2011; Miranda, 2012; Sakiz, Pape, y Hoy, 2012). Asimismo, está sobradamente constatada la influencia negativa que las buenas actitudes hacia las matemáticas tienen sobre la ansiedad (Akin y Kurbanoglu, 2011). Trabajos al respecto han encontrado que los estudiantes con mejores actitudes hacia las matemáticas tienen más altas percepciones de utilidad de las matemáticas, y denotan motivaciones intrínsecas relacionadas con su estudio (Perry, 2011), poseen mejores autoconceptos matemáticos (Hidalgo, Maroto, y Palacios, 2005), mayor confianza en el aprendizaje de las matemáticas (McLeod, 1992) y, sobre todo, muestran conductas de acercamiento a esta materia (Fennema y Sherman, 1976).

Seguramente por su importancia, los intentos de medir las ac-

titudes hacia las matemáticas son tempranos en el tiempo siendo los trabajos de Aiken (Aiken, 1972, 1974, 1979; Aiken y Dreger, 1961), junto con las aportaciones de Dutton y Blum (1968), pioneros en el tema que nos ocupa.

En uno de los primeros instrumentos de medida de estas actitudes, Aiken y Dreger (1961) elaboran un cuestionario compuesto por 20 ítems con dos subescalas: *Agrado y Miedo a las matemáticas*. Dado que ambas dimensiones pueden considerarse como dos polos de un mismo continuo, algunos autores la han considerado como una escala unidimensional (Auzmendi, 1992). En una versión posterior, Aiken (1972) introduce el factor *Disfrute de las Matemáticas*. Dos años más tarde este mismo autor (Aiken, 1974) presenta la que es, sin duda, una de las escalas estándar en la medida de actitudes hacia las matemáticas compuesta de dos subescalas: escala de *Valor de las matemáticas* y escala de *Disfrute de las matemáticas*. En una versión posterior, Aiken (1979) aumentará el número de factores hasta un total de cuatro: *Gusto por las matemáticas*, *Motivación matemática*, *Valor-Utilidad de las matemáticas* y *Miedo a las matemáticas*.

Las adaptaciones de estas escalas de Aiken (1974, 1979) han sido numerosas y coincidentes en los valores de fiabilidad originales y la estructura factorial de las cuatro subescalas mencionadas.

La escala de Fennema y Sherman (1976) es, en palabras de Tapia

y Marsh (2004), la más popular de las medidas de las actitudes hacia las matemáticas de las últimas tres décadas. El origen de esta escala es el estudio de las diferencias entre hombres y mujeres en sus actitudes hacia las matemáticas así como su influencia en el rendimiento. Esta escala ha sido objeto de amplios estudios de replicación, traducida a diferentes lenguas y modificada para ser aplicada a diferentes situaciones.

La aportación de Tapia y Marsh (2004) denominada *Inventario de Actitudes hacia las Matemáticas (The Attitude Toward Mathematics Inventory - ATMI)* es, sin duda, uno de los instrumentos más utilizados en la medida de las actitudes hacia las matemáticas. Su versión final consta de 49 ítems que pretenden valorar seis aspectos de dichas actitudes cuales son: *Confianza-auto-concepto*, *Ansiedad*, *Utilidad-valor de las matemáticas*, *Gusto por las matemáticas*, *Motivación y Expectativa de los padres y profesores*.

Entre las aportaciones más recientes en habla inglesa cabe resaltar el trabajo de Kadijevich (2008), a partir del informe TIMSS-2003, así como los de Tahara, Ismailb, Zamanic, y Adnand (2010). Adelson y McCoach (2011) han elaborado una escala de actitudes hacia las matemáticas para alumnos de primaria que denominan *The Math and Me Survey* y que, tras los análisis preliminares, presenta dos factores relacionados con la percepción de eficacia y el gusto por las matemáticas.

Las adaptaciones al castellano tanto de las escalas de Aiken (1974), como las de Fennema y Sherman (1976), como las posteriores de Tapia y Marsh (2004) son escasas y, generalmente, orientadas a objetivos distintos del análisis psicométrico propiamente dicho. Tal es el caso de la adaptación de Cazorla, Silva, Vendramini, y Brito (1999) de la escala de Aiken (1974) sobre la base de una anterior al portugués de Brito (1998) orientada al estudio de las actitudes hacia la estadística, las de Quiles (1993) en un intento de relacionar las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento escolar, la más moderna de Estrada y Díez-Palomar (2011) centrada en la educación matemática de familiares o la de González-Pienda, Fernández-Cueli, García, Suárez, Fernández, Tuero-Herrero, y Helena da Silva (2012) con el objetivo de determinar las diferencias en las actitudes matemáticas entre hombres y mujeres. Esta falta de adaptaciones al castellano fue señalada en los primeros trabajos de Gairín (1990) y más recientemente por Muñoz y Mato (2008), quienes se hacen eco de esta inexistencia en nuestro contexto de adaptaciones de estas escalas.

Como se acaba de señalar, en la medida de las actitudes hacia las matemáticas en lengua castellana puede considerarse pionero el trabajo de Gairín (1990). En este trabajo, el autor se hace eco de la necesidad de contar con un instrumento de medida de actitudes hacia las

matemáticas en castellano dado que todos los conocidos hasta esa fecha provenían del mundo anglosajón. De las propuestas del autor, cabe destacar su escala verbal compuesta de 22 ítems medidos con una escala Likert de tres dimensiones relacionadas con el gusto por las matemáticas, la utilidad de las matemáticas y la confianza-ansiedad hacia las matemáticas. Los índices de fiabilidad de estos tres factores obtenidos mediante la técnica del test-retest presentan correlaciones en el intervalo de .77 a .93, siendo de .84 la fiabilidad de la escala en su conjunto.

Pero es Auzmendi (1992) quien elabora la que es, sin duda, la escala de actitudes hacia las matemáticas más citada de las realizadas en lengua castellana. Como en Gairín (1990), la autora justifica la elaboración de una nueva escala en la ausencia de este tipo de instrumentos elaborados en castellano. La prueba final consta de 25 ítems que, tras los análisis factoriales correspondientes, presenta cinco componentes principales: *Sentimiento de ansiedad y temor* que el alumno manifiesta hacia las matemáticas, *Agrado-gusto por las matemáticas*, *Utilidad de las matemáticas* y *Motivación y confianza*. El alfa de Cronbach de estas escalas oscila entre .91 en la escala de ansiedad, al valor menor de la escala de confianza de .49. La muestra de validación estuvo compuesta por 1221 alumnos de Secundaria y Bachillerato.

Como instrumentos igualmente lejanos en el tiempo, cabe reseñar

las aportaciones de Escudero y Vallejo (1999) quienes elaboran un instrumento para medir actitudes hacia las matemáticas a partir de un total de 18 ítems relacionados con el gusto, la utilidad y la motivación. Un año antes, Bazán y Sotero (1998) habían elaborado una escala denominada EAHM-V compuesta por 31 ítems, dividida en cuatro dimensiones: *Afectividad*, *Aplicabilidad*, *Fiabilidad* y *Ansiedad*. La escala estaba orientada a la medida de las actitudes de alumnos recién ingresados en la universidad. La fiabilidad de la escala total presentó un valor de .90. Para su cálculo, se utilizó una muestra de 256 estudiantes universitarios.

En los últimos años, se han realizado nuevas propuestas de entre las que destacan las aportaciones de Muñoz y Mato (2008) y de Alemany y Lara (2010).

Muñoz y Mato (2008) presentan una escala de actitudes hacia las matemáticas construida con una muestra de 1220 alumnos de educación secundaria. La prueba final del cuestionario consta de 19 ítems que, tras el análisis factorial correspondiente, presenta dos únicos factores: *Actitud del profesor percibida por el alumno* y *Agrado-utilidad de las matemáticas*. La versión final obtuvo una fiabilidad de .97.

Por último, cabe reseñar la aportación de Alemany y Lara (2010) quienes diseñan y validan una nueva escala de actitudes hacia las matemáticas para alumnos de secundaria compuesta por 37 ítems. Un ele-

mento diferenciador de este trabajo es que la muestra de validación está formada por alumnos de origen étnico berebere y elaborada tanto en castellano como en lengua tamazight. Con la versión final se obtuvo un alfa de Cronbach de .92 en una muestra de 236 estudiantes de 2.º y 3.º de Educación Secundaria.

Como se acaba de resumir, las diferentes escalas de actitudes hacia las matemáticas tanto en inglés como en castellano presentan, en general, índices de fiabilidad adecuados, si no se tienen en cuenta las limitaciones del coeficiente alfa de Cronbach para evaluar la fiabilidad (c.f. comentario más abajo, en el apartado «Evidencias de fiabilidad y consistencia interna»). No obstante, la disparidad de subescalas hace difícil una interpretación coherente o al menos unificada del sentido del constructo actitudes hacia las matemáticas. En una parte importante de estas escalas, al menos en las versiones en castellano, los valores psicométricos han sido obtenidos a partir de muestras pequeñas y con un alumnado muy centrado en la Enseñanza Secundaria Obligatoria.

Se pretende, en las líneas que siguen, presentar una escala de actitudes hacia las matemáticas multidimensional con ítems recogidos de la bibliografía al respecto adaptados a nuestro actual contexto histórico-cultural, con una muestra de gran tamaño de los niveles de Primaria, Secundaria y Bachillerato y con valores psicométricos obtenidos a

partir tanto del planteamiento de la Teoría Clásica de los Test como de los modelos de ecuaciones estructurales (modelos de medida) y de la Teoría de Respuesta a los Ítems (Hambleton, Swaminathan, y Rogers, 1991; Samejima, 1969, 2010).

Método

Participantes

El estudio se ha llevado a cabo con una muestra de 4.807 estudiantes de 14 colegios e institutos públicos, privados y concertados pertenecientes a 5 provincias de España. De los 14 centros participantes, 3 correspondían a Segovia (25%), 3 a Ávila (8% del alumnado), 3 a Soria (10%), 2 a Valladolid (40%) y 3 a Zamora (17%). De estos centros, 2 eran colegios y/o institutos concer-

tados y/o privados. La toma de datos en estos centros se realizó en todas las líneas de los cursos elegidos. El 67% de los participantes realizaban sus estudios en centros educativos localizados en capitales de provincia y el 34% restante en zonas rurales. La selección de los centros educativos participantes se realizó mediante muestreo aleatorio estratificado tomando como estratos de selección la zona geográfica, el nivel educativo y la titularidad de los centros. La edad media de los participantes fue de 14 años, con un rango de edad comprendido entre los 11 y los 23 años. La distribución por niveles educativos se resume en la Tabla 1. El 53% de los participantes fueron hombres y el 47% restante mujeres. La nota en la asignatura de matemáticas presentaba una distribución normal con un valor medio de 5.62 ($DE = 1.95$).

Tabla 1

Nivel Educativo de los Participantes

	<i>N</i>	%	% hombres	% mujeres	
Válidos	6.º Primaria	394	8.20	53.8	46.2
	1.º ESO	828	17.22	54.0	46.0
	2.º ESO	1.035	21.53	55.1	44.9
	3.º ESO	1.267	26.36	52.2	47.8
	4.º ESO	680	14.15	49.5	50.5
	1.º Bachiller	348	7.24	51.4	48.6
	2.º Bachiller	189	3.93	51.3	48.7
	Total	4.741	98.63	52.8	47.2
Perdidos	66	1.37	—	—	
Total	4.807	100.00	53.0	47.0	

VARIABLES E INSTRUMENTOS

Para la elaboración de la *Escala de Actitudes hacia las Matemáticas* (EAM) se partió de los trabajos resumidos en el apartado anterior que presentan cinco factores de manera generalizada: agrado-gusto por las matemáticas, ansiedad hacia las matemáticas, percepción de dificultad, utilidad percibida y autoconcepto matemático, que fueron los campos temáticos elegidos para la elaboración de los primeros ítems de la prueba.

En un primer momento, se diseñaron un conjunto amplio de preguntas relacionadas con estos cinco factores. Para la evaluación de los factores asociados con el *gusto o agrado hacia las matemáticas* se partió de la subescala de *disfrute de las matemáticas* de Aiken (1974) y de la escala de *agrado* de Fennema y Sherman (1976). Para la selección de las preguntas relacionadas con la *ansiedad hacia las matemáticas* se partió de los trabajos de Richardson y Suinn (1972). Para medir la *percepción de dificultad de las matemáticas* se partió de los trabajos citados anteriormente de Aiken (1974) y Fennema y Sherman (1976). Las preguntas del factor de *percepción de utilidad de las matemáticas* fueron desarrolladas a partir de las propuestas de Aiken (1974) y Fennema y Sherman (1976). Para la construcción de preguntas relacionadas con la percepción de eficacia y/o de competencia en esta materia (*autoconcepto matemático*) se partió de trabajos anteriores en este tipo de

instrumentos de medida como los realizados por Pietsch, Walker, y Chapman (2003).

Todas estas preguntas fueron evaluadas por expertos en Didáctica de la Matemática. Con estas evaluaciones, se seleccionaron las más pertinentes por su *relevancia* (los ítems deberían estar claramente relacionados con el objeto de estudio) y *claridad* (fácilmente comprensibles, con afirmaciones simples). A partir de esta selección, se realizó un estudio piloto con una muestra pequeña. Tras la eliminación y/o selección de los ítems más adecuados se elaboró la escala final compuesta por un total de 37 preguntas que se presentan agrupadas por factores en la Tabla 3.

En esta escala final todos los ítems se responden según el grado de acuerdo con el enunciado en una métrica tipo Likert de cinco puntos (valores de 0 a 4).

PROCEDIMIENTO

La administración de las escalas se realizó por parte de los autores y de profesores colaboradores durante los cursos académicos 20009/2010, 2010/2011 y 2011/2012. Tenían un carácter anónimo y fueron cumplimentadas por los sujetos de la muestra en presencia del profesor y/o colaborador. Con anterioridad a la toma de datos, se obtuvo tanto el consentimiento de los padres de los alumnos participantes como la autorización de los directores de los centros educativos correspondientes.

Resultados

Análisis factorial exploratorio

Se dividió la muestra original ($n = 4741$) en dos submuestras extraídas aleatoriamente ($n1 = 2371$ y $n2 = 2370$). La primera de ellas se utilizó para realizar el análisis factorial exploratorio y la segunda se utilizó como muestra de validación en el análisis factorial confirmatorio y en los análisis basados en la Teoría de Respuesta a los Ítems que se detallarán más adelante. Se eliminaron tres ítems («*Me hace más ilusión tener un 10 en matemáticas que en cualquier otra asignatura*», «*Mis padres se preocupan más de los resultados y notas*» y «*Cuando tengo alguna dificultad con las matemáticas suelo pedir ayuda a mi familia*») por presentar índices de homogeneidad corregidos inferiores a .20. Se comprobó si las distribuciones de las variables edad y sexo eran semejantes en ambas submuestras. El rango de los residuos estandarizados de Pearson fue de -1.09 a 1.03 , y el modelo [EDAD, MUESTRA][SEXO] resultó no significativo ($\chi^2_{(15)} = 11.859$, $p = .690$), con lo que queda aceptada la hipótesis de equivalencia de ambas submuestras.

El análisis factorial exploratorio se ha llevado a cabo mediante el programa SAS, v. 9.2. Para determinar la estructura factorial de la EAM se utilizaron dos procedimientos de extracción (*Principal Axis Factoring*, PAF, y *Maximum*

Likelihood, ML), a fin de verificar si ambos métodos llegaban a resultados equiparables. Ambos análisis se realizaron sobre las matrices de correlaciones policóricas, dada la naturaleza ordinal de los datos de entrada. Se aseguró la adecuación de los datos de entrada mediante la prueba de esfericidad de Bartlett, el índice KMO y el determinante de la matriz (Tabla 3).

Tanto la matriz de configuración (*pattern matrix*) como la de estructura (*structure matrix*) llegaron a resultados similares en la primera submuestra, toda vez que los ítems presentaron una distribución de las saturaciones prácticamente idéntica en los diferentes factores. Tal similitud se corroboró calculando las correlaciones de Pearson y los coeficientes de congruencia. Como se puede observar en la Tabla 2, las correlaciones de Pearson han alcanzado una media de .991 y cubren un rango de .982 a .996. Por su parte, los coeficientes de congruencia calculados sobre las saturaciones de la *Pattern Matrix* abarcan un rango de .987 a .997 (superan holgadamente, por tanto, el límite de .95 habitualmente considerado como aceptable para este tipo de análisis). Similares resultados se obtuvieron al comparar las matrices de las dos submuestras aleatorias utilizando el método de extracción PAF. Los coeficientes de correlación de Pearson abarcan un rango de .901 a .986, y los coeficientes de congruencia de .955 a .997.

Tabla 2

Correlaciones de Pearson y Coeficientes de Congruencia

	Métodos de extracción		Submuestras aleatorias	
	<i>r</i>	CC	<i>r</i>	CC
F1	.994	.997	.986	.997
F2	.996	.997	.980	.994
F3	.992	.994	.962	.985
F4	.982	.987	.901	.955

Se utilizó una rotación oblicua PROMAX, puesto que la investigación previa señala que las dimensiones de la ansiedad hacia las matemáticas están correlacionadas (p. e., Pajares y Miller, 1994).

Los resultados del AFE que se presentan en los párrafos siguientes corresponden al método de extracción PAF, dado el carácter más «clásico» de dicho método sobre el de ML (Pett, Lackey, y Sullivan, 2003, p. 103).

Para determinar el número de factores a retener se tomaron en consideración distintos criterios: la regla de Kaiser-Gutman, el *scree-test* de Cattell y el análisis paralelo. La regla de Kaiser-Guttman (valores propios superiores a 1.00) sugirió la retención de cinco factores, y la misma sugerencia se deriva del examen del *scree-test*. Sin embargo, se optó por desechar tal recomendación debido a que ambos métodos suelen llevar a la sobre-factorización; de hecho, el quinto factor ha presentado un valor propio de solo 1.10, explica menos del 3% de la varianza

común y comprende solo dos ítems adscribibles a una dimensión que podría denominarse «*Indefensión aprendida*» («*Salvo en unos pocos casos, por mucho que me esfuerce no consigo entender las matemáticas*» y «*Haga lo que haga, siempre saco notas bajas en matemáticas*»). Al no ser estadísticamente justificable la estructura de cinco factores, se llevó a cabo un análisis paralelo optimizado (Timmerman y Lorenzo-Seva, 2011) comparando los valores propios obtenidos por el análisis con los generados aleatoriamente sobre 1.000 submuestras obtenidas de la muestra original. Este análisis es considerado hoy día el más adecuado para tomar la decisión del número de factores a retener (Hayton, Allen, y Scarpello, 2004). A partir del cuarto factor la magnitud de los valores propios generados aleatoriamente supera a la de los obtenidos por el análisis, por lo que se decidió retener la solución de cuatro factores.

En conformidad con los criterios convencionales en este tipo de

Tabla 3

Coefficientes de Configuración, Coeficientes Estructurales y Comunalidades

		Coeficientes de configuración				Coeficientes estructurales				h ²
		F1	F2	F3	F4	F1	F2	F3	F4	
i29	En matemáticas me cuesta trabajo decidir qué tengo que hacer	.750	-.048	.064	.067	.769	.407	.327	.297	.598
i28	Me suelo sentir incapaz de resolver problemas matemáticos	.738	.025	.019	.140	.803	.480	.324	.386	.665
i36	Suelo tener dificultades con las matemáticas	.732	.148	-.128	.175	.820	.544	.238	.439	.727
i34	Me siento más torpe en matemáticas que la mayoría de mis compañeros	.722	-.084	.005	.202	.743	.379	.265	.400	.587
i35	Las matemáticas me confunden	.700	.112	.063	.056	.800	.534	.379	.329	.661
i22	Siempre he tenido problemas con las matemáticas	.691	-.028	.001	.230	.749	.427	.281	.438	.606
i25	Haga lo que haga, siempre saco notas bajas en matemáticas	.687	-.085	-.072	.024	.623	.257	.143	.196	.400
i10	En matemáticas me quedo con la mente en blanco con frecuencia...	.660	.146	.014	-.040	.730	.489	.315	.225	.549
i27	No sé estudiar las matemáticas	.651	.104	.048	.024	.732	.482	.337	.277	.549
i14	Salvo en unos pocos casos, por mucho que me esfuerce no consigo entender las matemáticas	.642	-.079	-.025	-.039	.578	.237	.166	.130	.343
i23	No tengo ni idea de qué van las matemáticas	.533	-.186	.414	.145	.631	.344	.548	.317	.545
i12	Me será siempre difícil aprender matemáticas	.457	.082	.079	.046	.544	.379	.291	.235	.313
i32	Soy una de esas personas que no nació para aprender matemáticas	.456	.012	.202	.028	.544	.359	.378	.212	.335
i05	Cuando estudio matemáticas estoy más incómodo que cuando lo hago con otras asignaturas	.391	.409	.040	-.130	.583	.587	.348	.154	.462
i08	Me resulta divertido estudiar matemáticas	.018	.848	-.022	.073	.485	.875	.390	.392	.771
i39	Cuando tengo que estudiar matemáticas voy a la tarea con cierta alegría	-.059	.835	-.081	.112	.392	.808	.303	.391	.671

	Coeficientes de configuración				Coeficientes estructurales				h ²	
	F1	F2	F3	F4	F1	F2	F3	F4		
i38	Puedo pasarme horas estudiando matemáticas y haciendo	-.089	.785	-.140	.107	.312	.713	.210	.348	.540
i20	Si tuviera oportunidad me apuntaría a asignaturas optativas	-.223	.690	.018	.245	.230	.672	.300	.436	.525
i16	La materia que se imparte en las clases de matemáticas es muy interesante	-.086	.685	.169	.153	.389	.774	.481	.412	.641
i19	Las matemáticas son una de las asignaturas más aburridas	.257	.671	.157	-.221	.602	.798	.522	.139	.741
i01	Me gustan las matemáticas	.134	.669	.063	.199	.576	.843	.456	.502	.769
i31	Las matemáticas son un «rollo»	.222	.660	.184	-.159	.591	.804	.542	.190	.731
i02	Me siento cómodo resolviendo problemas de matemáticas	.158	.610	-.043	.239	.543	.764	.339	.510	.659
i11	Toca clase de matemáticas ¡Qué horror!	.291	.605	.188	-.204	.618	.771	.538	.147	.717
i17	No soporto estudiar matemáticas, incluso las partes más fáciles	.293	.481	.228	-.175	.577	.677	.526	.137	.591
i09	Las matemáticas son fáciles	.310	.432	-.130	.286	.583	.644	.233	.522	.578
i06	Las matemáticas no sirven para nada	.032	.071	.781	.022	.361	.457	.829	.196	.696
i15	Las matemáticas son útiles y necesarias en todos los ámbitos de la vida	-.183	.088	.699	.282	.208	.419	.723	.381	.611
i07	Las matemáticas deberían estar presentes únicamente en las carreras de ciencias	.162	-.007	.673	-.063	.384	.367	.718	.104	.537
i21	Aprender matemáticas es cosa de unos pocos	.378	-.115	.538	-.006	.511	.333	.622	.165	.488
i04	Yo quiero aprender matemáticas	-.292	.411	.436	.315	.185	.575	.575	.454	.576
i30	Puedo llegar a ser un buen alumno de matemáticas	.250	-.021	.250	.615	.524	.457	.440	.730	.680
i13	Si me lo propusiera creo que llegaría a dominar bien las matemáticas	.138	-.094	.310	.589	.387	.343	.421	.652	.536
i37	Se me da bien calcular mentalmente	.143	.127	-.119	.525	.333	.345	.085	.597	.395
i33	Soy bueno en matemáticas	.442	.280	-.163	.465	.679	.614	.210	.680	.754

	Coeficientes de configuración				Coeficientes estructurales				h ²	
	F1	F2	F3	F4	F1	F2	F3	F4		
i18	Para mi futuro profesional las matemáticas son una de las asignaturas más importantes	-.142	.247	.374	.426	.261	.504	.512	.540	.509
i26	Para mis maestros y profesores de matemáticas soy un buen alumno	.277	.201	-.068	.399	.485	.466	.196	.550	.434
	Valor propio*	13.810	2.398	1.551	1.333					
	Proporción de varianza común explicada*	.432	.075	.049	.042					
	Test de esfericidad	$\chi^2_{(666)} = 7948.11, p = .000$								
Adecuación de la matriz de correlaciones*	Índice de Kaiser-Meyer-Olkin	KMO = .972								
	Determinante de la matriz	.000								

Nota. Se muestran con fondo gris los ítems eliminados de la versión final.

* Valores obtenidos con la versión final de 32 ítems.

análisis, los criterios de retención de los ítems fueron tres: (a) la saturación del ítem en el factor principal debería alcanzar al menos el valor de .40; (b) la saturación en el resto de los factores no debería superar el valor de .35; y (c) la diferencia entre la saturación en el factor principal y el resto debería ser superior a .15.

Como se puede apreciar en la Tabla 3, todos los ítems satisficieron el primer criterio. El segundo criterio no fue cumplido por los ítems 5 («Cuando estudio matemáticas estoy más incómodo que cuando lo hago con otras asignaturas»), 23 («No tengo ni idea de qué van las matemáticas»), 4 («Yo quiero aprender matemáticas») y 33 («Soy

bueno en matemáticas»). Estos ítems presentan saturaciones cruzadas, por lo que se deduce que pueden haber resultado confusos para los estudiantes, o que su contenido no puede adscribirse claramente a uno solo de los factores considerados. Además de los mencionados, el ítem 18 («Para mi futuro profesional las matemáticas son una de las asignaturas más importantes») no cumplió con el tercer criterio. Así pues, se eliminaron para ulteriores análisis los cinco ítems mencionados, quedando configurada la versión final de la escala por 32 ítems.

El primer factor (*Percepción de la incompetencia matemática*) está formado por 12 ítems y explica el

43.2% de la varianza común. Comprende ítems relacionados con la percepción de incapacidad, torpeza, confusión, dificultad y expectativas de fracaso. Se trata de un factor ya presente en los primeros trabajos de Fennema y Sherman (1976) y Sandman (1980) así como en los más cercanos en el tiempo de Kadijevich (2008), Tahara et al. (2010) y Adelson y McCoach (2011), con una marcada valencia negativa en la actitud hacia las matemáticas.

El segundo factor (*Gusto por las matemáticas*) está formado por 12 ítems y explica el 7.5% de la varianza común. Los ítems se refieren a emociones positivas suscitadas por el estudio de las matemáticas, percepción de facilidad y comodidad en la resolución de problemas matemáticos. Como en el caso anterior, es un factor presente en las primeras escalas de actitudes (Aiken y Dreger, 1961; Aiken, 1972, 1974, 1979) así como en las más modernas de Tapia y March (2004), Adelson y McCoach (2011) y Muñoz y Mato (2008). En todos los casos, se menciona el carácter positivo del factor asociado al disfrute de las matemáticas y al gusto por su estudio.

El tercer factor (*Percepción de utilidad*) está formado por cuatro ítems y explica el 4.9% de la varianza común. El contenido de los ítems se refiere a la utilidad y necesidad de las matemáticas. Este mismo factor ha sido encontrado en las aportaciones de Fennema y Sherman (1976), Aiken (1972, 1974, 1979) Tapia y March (2004), Sand-

man (1980), Tahara et al. (2010), Kadijevich (2008), Adelson y McCoach (2011) y Auzmendi (1992).

El cuarto factor (*Autoconcepto matemático*) está formado por cuatro ítems y explica el 4.2% de la varianza común. Los ítems hacen referencia a la concepción que el estudiante tiene de sí mismo como hábil y capaz para el estudio de las matemáticas. Como factor específico de las escalas de actitudes hacia las matemáticas puede encontrarse en los trabajos de Fennema y Sherman (1976), Tapia y Marsh (2004) y Alemany y Lara (2010).

Evidencias de fiabilidad y consistencia interna

Si bien es cierto que el coeficiente alfa de Cronbach es históricamente el más utilizado en la literatura sobre investigación psicológica para evaluar la fiabilidad, lo cierto es que en los últimos años se está cuestionando seriamente, en la medida en que no está relacionado con la estructura interna del test, dadas la matriz de covarianzas entre los ítems y las asunciones habituales sobre el error de medida, y no se puede afirmar que alfa mida consistencia interna ni unidimensionalidad (véase, p. e., Sijtsma, 2009). Una alternativa es el cálculo de la fiabilidad compuesta (*composite reliability*) a partir de las saturaciones y los errores de medida (se ofrecerá este coeficiente en el apartado dedicado al análisis factorial confirmatorio), el coeficiente alfa ordinal

(si se asume un modelo de análisis factorial) o el coeficiente theta ordinal (si se asume un modelo de análisis de componentes principales), el coeficiente Omega de McDonald y el glb (*greatest lower bound*).

Así pues, se estimó la consistencia interna mediante el cálculo de la modalidad ordinal de los coeficientes alfa de Cronbach y Theta (Zumbo, Gadermann, y Zeisser, 2007) de las subescalas (con los correspondientes intervalos de confianza al 95%). Para determinar la consistencia interna de la escala global, se calculó el coeficiente alfa estratificado (a fin de corregir la subestimación que alfa hace de la consistencia interna cuando una escala se compone de factores interrelacionados), así como los coeficien-

tes Ω y glb. El coeficiente Ω puede interpretarse como el cuadrado de la correlación entre la puntuación en la escala y la variable latente común a todos los indicadores o «universo» de indicadores del cual los ítems de la escala constituyen un subconjunto (McDonald, 1999), en tanto que glb representa la fiabilidad mínima posible dada la matriz de covarianzas observadas entre los ítems, bajo la restricción de que la suma de las varianzas de error queda maximizada para los errores que presentan $r = 0$ con las demás variables (Ten Berge, Snijders, y Zegers, 1981). Como se puede observar en la Tabla 4, se han obtenido evidencias de fiabilidad suficientes, tanto para los factores individuales como para la escala global.

Tabla 4

Consistencia Interna de la Escala de Actitudes hacia las Matemáticas

Factor	α_{ORD}	IC 95%	Θ	Correlaciones entre ítems	
				M	DE
Percepción de la incompetencia matemática	.887	[.882, .892]	.918	.440	.121
Gusto por las matemáticas	.921	[.918, .924]	.941	.492	.102
Percepción de utilidad	.678	[.663, .693]	.779	.354	.063
Autoconcepto matemático	.679	[.664, .694]	.737	.346	.123
Escala total	.933	[.930, .936]	.958	.438	.120
α estratificado			.949		
Ω			.939		
glb			.965		

Nota. α_{ORD} = Coeficiente alfa de Cronbach ordinal; Ω = Coeficiente omega de McDonald; glb = greatest lower bound to reliability.

Análisis factorial confirmatorio

Tomando como base los resultados obtenidos en el análisis factorial exploratorio expuesto en los párrafos precedentes, se llevó a cabo un análisis factorial confirmatorio sobre la segunda submuestra ($N = 2370$).

El análisis se realizó sobre los 32 ítems retenidos de acuerdo con los resultados del análisis factorial exploratorio. Se sometieron a prueba los seis modelos que se especifican a continuación: unifactorial (M1), de cuatro factores correlacionados (M2), jerárquico con cuatro factores de primer orden y uno de segundo orden (M3), de tres factores correlacionados (M4), ESEM (*Exploratory Structural Equation Modeling*) (M5) y bifactor (M6). Los modelos ESEM son una derivación reciente de los modelos de medida estimados mediante AFC con la salvedad de que no se incluye la restricción de que los coeficientes de regresión sean cero en los factores a los que no pertenece cada ítem. En este sentido, serían una integración de los modelos exploratorios y confirmatorios (Morin, Marsh, y Nagengast, 2013). Por su parte, los modelos bifactor incluyen coeficientes de regresión hacia los ítems tanto desde los factores individuales como desde un factor general (véase, p. e., Reise, Morizot, y Hays, 2007). Se utilizó el método de rotación BI-GEOMIN —rotación oblicua donde los factores específicos están correlacionados entre sí y

con el factor general— (Muthén y Muthén, 2013).

Se utilizaron dos programas para estimar los parámetros: LISREL, v. 9.1 para los cuatro primeros modelos y MPlus v. 7.1 (Muthén y Muthén, 2013) para los dos últimos, debido a que, en su configuración actual, LISREL no permite la estimación de modelos ESEM ni bifactor.

En los modelos M1, M2, M3 y M4 se utilizaron como datos de entrada las matrices de covarianzas y de varianzas – covarianzas asintóticas¹ y, como método de estimación, DWLS debido a la naturaleza ordinal de los datos de entrada (Edwards, Wirth, Houts, y Xi, 2012; Hu y Bentler, 1999). Los modelos M5 y M6 se estimaron sobre la matriz de correlaciones policóricas con el método de máxima verosimilitud robusta. En el modelo 5 (ESEM) se utilizó el método oblicuo de rotación GEOMIN. En la Tabla 5 se presentan los índices de ajuste obtenidos por los diferentes modelos.

Como se deduce de la información presentada en la Tabla 5, los modelos que presentan mejor ajuste son M2 (cuatro factores correlacionados) y M5 (ESEM). El valor RMSEA es adecuado en ambos, y lo mismo ocurre con SRMR. Sin embargo, los índices de ajuste CFI y TLI son mejores en el modelo M2, por lo que se optó por este modelo para la versión final de la escala. Se comprobó asimismo la posible presencia de un efecto de método asociado a los ítems formulados en términos negativos (Podsakoff,

Tabla 5

Índices de Ajuste de los Modelos de Medida Sometidos a Prueba

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
GL	464	458	460	461	374	432
χ^2	6354.73	3199.45	4047.43	4446.50	2074.45	3356.75
p	.000	.000	.000	.000	.000	.000
RMSEA	.053	.047	.084	.060	.045	.055
(IC 90%)	(.051;	(.045;	(.082;	(.059;	(.043;	(.053;
RMSEA)	.054)	.048)	.085)	.062)	.047)	.057)
CFI	.970	.986	.982	.979	.950	.914
TLI	.968	.985	.980	.978	.934	.902
SRMR	.078	.051	.115	.055	.023	.047

Nota. RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation; CFI: Comparative Fit Index; TLI: Tucker-Lewis Index; SRMR: Standardized Root Mean Square Residual.

MacKenzie, Lee, y Podsakoff, 2003). Se descartó que dichos ítems compartieran una varianza común no explicada ni relacionada con sus respectivas variables latentes sino asociada al hecho de que estuvieran formulados negativamente.

Todos los coeficientes de regresión no estandarizados fueron estadísticamente significativos, con valores de t en un rango de 17.54 y 73.10. Por su parte, los coeficientes estandarizados se mantuvieron en el rango deseado de .3 a .9: el más

pequeño ($\lambda_x = .498$) correspondió al ítem 37 (*Se me da bien calcular mentalmente*), en tanto que el más grande ($\lambda_x = .879$) correspondió al ítem 1 (*Me gustan las matemáticas*).

En la Tabla 6 se presentan los valores de varianza media extractada, fiabilidad de constructo y coeficientes Omega de McDonald correspondientes al modelo de cuatro factores correlacionados. En el factor *Autoconcepto matemático* se obtuvieron los coeficientes de regresión estandarizados más ba-

Tabla 6

Valores AVE, Fiabilidad de Constructo y Omega de McDonald (solución de cuatro factores correlacionados)

	F1	F2	F3	F4
Varianza media extractada	.547	.623	.569	.474
Fiabilidad de Constructo	.934	.952	.804	.770
Omega de McDonald	.932	.951	.798	.749

jos ($M = .630$) y en el factor *Gusto por las matemáticas* los más altos ($M = .753$). Las magnitudes intermedias correspondieron a los factores *Percepción de la incompetencia matemática* ($M = .734$) y *Percepción de utilidad* ($M = .681$). Se concluye, en consecuencia, que la escala dispone de evidencias de fiabilidad suficientes.

Calibración de la EAM

Se llevó a cabo un análisis de la EAM mediante el modelo de respuesta graduada (*GRM, Graded Response Model*, Samejima, 1969, 2010), una vez realizadas las necesarias comprobaciones de unidimensionalidad e independencia local de cada una de las cuatro subescalas. En síntesis, los resultados pusieron de manifiesto que: (a) todos los parámetros de discriminación α_i fueron adecuados de acuerdo con la clasificación de Baker (2001), abarcando un rango de 1.06 a 3.36; de ellos, seis fueron moderados (de 0.65 a 1.34), cinco altos (de 1.35 a 1.69) y 21 muy altos (superiores a 1.7); (b) los errores estándar de los parámetros α_i resultaron muy reducidos, con un rango de .04 a .13; (c) el orden de todos los parámetros de localización β_{ik} se correspondió a lo esperado por el modelo, puesto que no se constató ninguna ocasión en que los umbrales (*thresholds*) aparecieran desordenados; (d) los rangos de los parámetros β_{ik} fueron semejantes en las cuatro subesca-

las (4.41 en *Percepción de la incompetencia matemática*, 4.39 en *Gusto por las matemáticas*, 4.33 en *Percepción de utilidad* y 5.10 en *Autoconcepto matemático*), lo que denota que cubren un amplio rango de las variables latentes medidas; (e) el rango de los errores estándar de los parámetros β_{ik} fue en todos los casos muy reducido: de .02 a .09 para el primer factor, de .02 a .06 para el segundo, de .01 a .12 para el tercero y de .02 a .08 para el cuarto; (f) las cuatro dimensiones presentaron un ajuste global adecuado, dado que se alcanzó la convergencia con menos de 50 iteraciones en todos los casos, que los errores estándar y los valores M_2 fueron reducidos y los valores RMSEA inferiores a .06; (g) el análisis del ajuste individual de los ítems, calculado mediante la macro del programa SAS IRTFIT (Bjorner, Smith, Stone, y Sun, 2007) resultó en valores G^2 y χ^2 con valores de p superiores a .05 en todos los ítems; (h) se comprobó la invarianza de los parámetros con dos submuestras extraídas aleatoriamente ($n1 = 1185$, $n2 = 1185$) una vez que se realizó de nuevo sobre cada una el proceso completo de estimación de parámetros α_i y β_{ik} ; y (i) ninguno de los ítems presentó DIF uniforme de acuerdo con los resultados del método de contraste de Benjamini-Hochberg (D. Thissen, comunicación personal, 20 de enero de 2012). Estos resultados prestan un sólido apoyo a la adecuación de la EAM como me-

dida de las actitudes hacia las matemáticas.

Evidencias de validez

Las evidencias de *validez de contenido* de la EAM, entendidas como la correspondencia entre la muestra de indicadores utilizados y el dominio que se pretende medir, así como la representatividad, relevancia y calidad técnica de los ítems, se apoyan por una parte en la revisión bibliográfica realizada (tanto los ítems individuales como los dominios o dimensiones se corresponden en buena medida con los encontrados en la investigación previa) y, por otra, en el poder discriminativo de los ítems, tal como ha sido constatado por los parámetros α_i en el análisis del modelo GRM.

Las evidencias de *validez de constructo* quedan suficientemente refrendadas por los resultados de los análisis de la estructura interna de la EAM explicadas en los apartados correspondientes al análisis factorial confirmatorio y a la calibración de la escala mediante GRM.

Las evidencias de *validez convergente* del modelo de medida pueden establecerse mediante la magnitud, dirección y significación estadística de los coeficientes de regresión (Hair, Black, Babin, y Anderson, 2010). En primer lugar, todos los coeficientes han resultado significativamente distintos de cero, tal como denotan los valores t asociados (todos ellos superio-

res a 3.29, lo que denota un valor de $p < .001$). En segundo lugar, todos ellos han sido superiores a .50 (20 de ellos han resultado superiores a .70 y ninguno ha superado el valor de .90 que podría indicar la presencia de multicolinealidad). En tercer lugar, todos los coeficientes han sido positivos, de acuerdo con lo esperado por el modelo. En cuarto lugar, los valores de la varianza media extractada (vid. Tabla 6) son aceptables en los factores 1 (*Percepción de la incompetencia matemática*), 2 (*Gusto por las matemáticas*) y 3 (*Percepción de utilidad*) así como en la escala total. Más cuestionable es el obtenido en el factor 4 (*Auto-concepto matemático*), si bien se acerca al valor recomendado de .50. Por último, en todos los casos se supera ampliamente el valor de .70 recomendado en los coeficientes de fiabilidad compuesta y Omega de McDonald para evaluar la fiabilidad de constructo en el primer caso y para estimar la saturación general de la escala en el segundo (McDonald, 1999). Tomados en conjunto, estos resultados nos permiten afirmar que las evidencias de validez convergente de la escala son suficientes.

Por último, para determinar las evidencias de *validez discriminante* (demostración de la medida en que cada uno de los constructos evaluados es diferente del resto) se compararon las estimaciones de las varianzas medias extractadas (AVE) de cada factor con las correlaciones al cuadrado interconstructo aso-

Tabla 7

Evidencias de Validez Discriminante de las Subescalas

Subescala	F1	F2	F3	F4
Percepción de incompetencia	1.000	.530	.312	.484
Gusto por las matemáticas	.728	1.000	.442	.433
Percepción de utilidad	.559	.665	1.000	.407
Autoconcepto matemático	.696	.658	.638	1.000

Nota. Valores por encima de la diagonal: Correlaciones inter-factor al cuadrado.

Valores por debajo de la diagonal: Correlaciones inter-factor. Diagonal:

Varianzas (estandarizadas).

ciadas. Como puede observarse en la Tabla 7, todas las estimaciones AVE, con la única excepción del factor *Autoconcepto matemático*, que resultó solo ligeramente inferior a la correlación al cuadrado entre los factores 1 y 4, han resultado superiores a las correlaciones al cuadrado entre los factores, hecho que aporta evidencia a la validez discriminante del instrumento.

Discusión

Las actitudes hacia las matemáticas suponen actualmente un campo de gran valor para la investigación dentro de lo que se conoce como dominio afectivo matemático. Su importancia queda patente en el número de estudios dedicados a su conceptualización y medida y en la amplitud de los temas con las que se han relacionado.

Aunque en estos intentos de medida la disparidad ha sido la norma, también es verdad que han existido

importantes puntos en común en lo relativo, sobre todo, a la estructura factorial del constructo *actitudes hacia las matemáticas*. Concretamente, el disfrute o gusto por las matemáticas, el valor-utilidad que se le otorga a esta disciplina, la percepción de autoeficacia y la ansiedad matemática han sido factores presentes en una parte importante de las investigaciones al respecto.

El estudio que aquí se presenta se ha planteado el objetivo de contribuir a clarificar la estructura interna del constructo «actitudes hacia las matemáticas» por medio de la elaboración de una escala de medida con sólidas propiedades psicométricas. Hasta donde sabemos, se trata del primer instrumento que se ha analizado y calibrado utilizando dos submuestras aleatorias muy numerosas (de más de dos mil participantes cada una), extraídas, a su vez, de una muestra probabilística. Se encuentra asimismo entre el muy escaso número de investigaciones que han utilizado modelos encuadra-

dos en la Teoría de Respuesta a los Ítems para calibrar el instrumento de medida y que aportan como evidencias de fiabilidad estadísticas basados en la naturaleza ordinal de los datos. La escala ha mostrado suficientes evidencias tanto de validez como de fiabilidad. Estas evidencias, junto con la garantía de haber sido obtenidas con una muestra de gran tamaño (con las consiguientes garantías de potencia estadística y disminución del error de medida) y en la que están representados ampliamente todos los niveles educativos no universitarios, nos permiten concluir que estamos en presencia de un instrumento de medida de las actitudes hacia las matemáticas sólido y robusto, y de una gran utilidad potencial para su uso en niveles educativos no universitarios.

Las actitudes hacia las matemáticas, en especial la percepción de la propia competencia para su estudio y el gusto por las matemáticas, son sin duda áreas de gran interés para los investigadores en educación, los psicólogos educativos y los orientadores escolares, especialmente en momentos de transición (p.e., de Primaria a ESO, o de Bachillerato a la Universidad). En ese sentido, la EAM bien podría contribuir a entender las bases conceptuales y empíricas de las actitudes hacia las Matemáticas en estudiantes jóvenes, en momentos anteriores a su ingreso en la universidad.

Su aplicación es rápida y sencilla, y permite identificar estudiantes con puntuaciones bajas en la

escala (de especial preocupación serían aquellos que obtuvieran menores puntuaciones en los factores de incompetencia matemática y autoconcepto matemático) y diseñar actuaciones tendentes a la mejora de las actitudes y la competencia. También podría ser de utilidad en el caso de estudiantes con habilidades matemáticas suficientes pero que mostraran actitudes bajas, quizás debido a problemas de autoconcepto o a que se comparan con otros más hábiles, así como para detectar estudiantes con actitudes bajas en riesgo de presentar problemas de conducta en clase de matemáticas. Finalmente, podría resultar de interés para que los maestros evaluaran las actitudes iniciales (al comienzo del curso escolar) y comprobar si éstas (en sucesivas administraciones de la EAM) varían a lo largo del curso, esto es, si el contexto escolar afecta positiva o negativamente a su autopercepción y al gusto por las matemáticas.

El estudio presenta también algunos puntos débiles que podrían, a su vez, constituir vías futuras de investigación en este campo.

Así, la fiabilidad de la escala, en este estudio reducida por meras razones de espacio al análisis de la consistencia interna y del error típico de medida, debería complementarse con otras evidencias de fiabilidad, especialmente las relacionadas con la estabilidad temporal de las puntuaciones.

En lo que atañe a la validez, deberían investigarse otras evidencias

de validez, especialmente externa, consecuencial y nomológica. Las evidencias de validez externa, deberían estudiarse en el doble sentido de la generalizabilidad (en qué medida las puntuaciones y la interpretación se generalizan a grupos de poblaciones, situaciones y tareas) y la relación entre las actitudes y el rendimiento e intereses en matemáticas (p.e., cómo las autopercepciones, el gusto por las matemáticas y la percepción de su utilidad influyen en el rendimiento y la elección de estudios con base matemática). Asimismo, convendría estudiar la validez del instrumento en lo que tiene que ver con aspectos consecuenciales (p.e., consecuencias potenciales y actuales del uso de la escala, evidencias basadas en las consecuencias) (Messick, 1995), y la validez nomológica o medida en que la EAM predice de forma precisa otros conceptos dimanantes del modelo teórico en que se basa.

Resultaría de interés, asimismo, investigar las posibles variaciones de las actitudes hacia las matemáticas (por ejemplo, mediante el análisis

de estructuras de medias) en función del sexo, el nivel intelectual, la etnia, el nivel educativo, la valoración del profesorado, o el rendimiento de los estudiantes tanto en matemáticas como en otras disciplinas del currículo, así como examinar si las actitudes son estables a lo largo del tiempo o pueden cambiarse a medio o largo plazo implementando programas de sensibilización y mejora.

Finalmente, el hecho de que la consistencia interna evaluada a través del coeficiente alfa ordinal haya mostrado que es más elevada en el factor «Gusto por las matemáticas» que en el resto de los factores extraídos plantea la cuestión de en qué medida factores contextuales (p.e., la competencia instruccional de los profesores, el diseño del currículum o los métodos de enseñanza) afectan a las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas. La investigación sobre estos asuntos podría constituir una importante contribución para mejorar las prácticas docentes en esta disciplina.

Referencias

- Adelson, J. L., y McCoach, D. B. (2011). Development and psychometric properties of the math and me survey: Measuring third through sixth graders' attitudes toward mathematics. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 44(4), 225-247. doi: 10.1177/0748175611418522
- Aiken, L. R. (1972). Research on attitudes toward mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 19(3), 229-234.

- Aiken, L. R. (1974). Two scales of attitude toward mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71. doi: 10.2307/748616
- Aiken, L. R. (1979). Attitudes toward mathematics and science in Iranian middle schools. *School Science and Mathematics*, 79, 229-234. doi: 10.1111/j.1949-8594.1979.tb09490.x
- Aiken, L. R., y Dreger, R. M. (1961). The effect of attitude on performance in mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 52, 19-24. doi: 10.1037/h0041309
- Akin, A., y Kurbanoglu, N. (2011). The relationships between math anxiety, math attitude and self-efficacy: A structural equation model. *Studia Psychologica*, 53(3), 263-273.
- Aleman, I., y Lara, A. I. (2010). Las actitudes hacia las matemáticas en el alumnado de la ESO: un instrumento para su medición. *Publicaciones*, 40, 49-71.
- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias. Características y medición*. Bilbao: Mensajero.
- Baker, F. (2001). *The basics of item response theory*. College Park: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation, University of Maryland.
- Bazán, J., y Sotero, H. (1998). Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la Unalm. *Anales Científicos UNALM*, 36, 60-72.
- Bjorner, J. B., Smith, K. J., Stone, C., y Sun, X. (2007). *IRTFIT: A Macro for Item Fit and Local Dependence Tests under IRT Models*. Quality Metric Incorporated. University of Pittsburgh: School of Education.
- Brito, M. R. F. (1998). Adaptação e validação de uma escala de actitudes em relação à matemática. *Zetetiké*, 6(9), 109-162.
- Cazorla, I. M., Silva, C. B., Vendramini, C., y Brito, M. R. F. (1999). Adaptação e validação de uma escala de actitudes em relação à estatística. *Actas de la Conferência Internacional Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística*. PRESTA, Florianópolis: Florianópolis.
- Dutton, W. H., y Blum, M. P. (1968). The measurement of attitudes toward arithmetic with a Likert-type test. *Elementary School Journal*, 68, 259-264. doi: 10.1086/460443
- Edwards, M. C., Wirth, R. J., Houts, C. R., y Xi, N. (2012). Categorical data in the structural equation modeling framework. En R. Hoyle (Ed.), *Handbook of structural equation modeling* (pp. 195-208). New York, NY: Guilford Press.
- Escudero, J. R., y Vallejo, G. (1999). Cuestionario para evaluar las actitudes de los estudiantes de ESO hacia las Matemáticas. *Aula Abierta*, 74, 193-208.
- Estrada, A., y Díez-Palomar, J. (2011). Las actitudes hacia las Matemáticas. Análisis descriptivo de un estudio de caso exploratorio centrado en la Educación Matemática de familiares. *Revista de Investigación en Educación*, 9(2), 116-132.
- Fennema, E., y Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324-326. doi: 10.2307/748467
- Gairín, J. (1990). *Las actitudes en educación. Un estudio sobre la educación matemática*. Barcelona: Boixareu Universitaria.

- Gil, N., Blanco, L., y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *UNION. Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 2, 15-32.
- González-Pienda, J. A., Fernández-Cueli, M., García, T., Suárez, N., Fernández, E., Tuero-Herrero, E., y Helena da Silva, E. (2012). Diferencias de género en actitudes hacia las matemáticas en la enseñanza obligatoria. *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 3(1), 55-73.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., y Anderson, R. E. (2010). *Multivariate data analysis* (7th. ed.). Upper Sadle River, NJ: Prentice-Hall.
- Hambleton, B. K., Swaminathan, H., y Rogers, H. J. (1991). *Fundamentals of Item Response Theory*. Newbury Park, CA: Sage.
- Hayton, J. C., Allen, D. G., y Scarpello, V. (2004). Factor retention decisions in Exploratory Factor Analysis: A tutorial on Parallel Analysis. *Organizational Research Methods*, 7(2), 191-205. doi: 10.1177/1094428104263675
- Hidalgo, S., Maroto, A., y Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Revista de Educación Matemática*, 17(2), 89-116.
- Hu, L. T., y Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6(1), 1-55. doi: 10.1080/10705519909540118
- Kadijevich, D. J. (2008). TIMSS 2003: Relating dimensions of mathematics attitude to mathematics achievement. *Zbornik instituta za pedagoška istraživanja*, 40(2), 327-346. doi: 10.2298/ZIPI0802327K
- McDonald, R. P. (1999). *Test theory: A unified treatment*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- McLeod, D. B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134-141. doi: 10.2307/749407
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. En D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: McMillan Publishing Company.
- Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist*, 50(9), 741-749. doi: 10.1037/0003-066X.50.9.741
- Miñano, P., y Castejón, J. L. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica*, 16(2), 203-230. doi: 10.1387/RevPsicodidact.930
- Miranda, A. (2012). Funcionamiento ejecutivo y motivación en tareas de cálculo y solución de problemas de niños con TDAH. *Revista de Psicodidáctica*, 17(1), 51-72. doi: 10.1387/RevPsicodidact.1839
- Morin, A. J. S., Marsh, H. W., y Nagengast, B. (2013). Exploratory Structural Equation Modeling. En G. R. Hancock, y R. O. Mueller (Eds.), *Structural equation modeling: A second course* (2nd ed., pp. 89-102). Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

- Muñoz, J. M., y Mato, M. D. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de la ESO. *Revista de Investigación Educativa*, 26(1), 209-226.
- Muthén, B., y Muthén, L. (2013). *MPlus*, v. 7.1 [Programa informático]. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Pajares, F., y Miller, D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86, 193-203. doi: 10.1037/0022-0663.86.2.193
- Perry, C. A. (2011). Motivation and attitude of preservice elementary teachers toward mathematics. Morehead State University. *School Science and Mathematics*, 111(1), 2-10. doi: 10.1111/j.1949-8594.2010.00054.x
- Pett, M. A., Lackey, N. R., y Sullivan, J. J. (2003). *Making sense of factor analysis: The use of factor analysis for instrument development in health care research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Pietsch, J., Walker, R., y Chapman, E. (2003). The relationship among self-concept, self-efficacy, and performance in mathematics during secondary school. *Journal of Educational Psychology*, 95(3), 589-603. doi: 10.1037/0022-0663.95.3.589
- Podsakoff, P. M., MacKenzie, S. B., Lee, J., y Podsakoff, N. P. (2003). Common method item bias: A critical review of the literature and recommended remedies. *Journal of Applied Psychology*, 88(5), 879-903. doi: 10.1037/0021-9010.88.5.879
- Quiles, M. N. (1993). Actitudes matemáticas y rendimiento escolar. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 18, 115-125.
- Reise, S. P., Morizot, J., y Hays, R. D. (2007). The role of the bifactor model in resolving dimensionality issues in health outcomes measures. *Quality of Life Research*, 16(1), 19-31. doi: 10.1007/s11136-007-9183-7
- Richardson, F. C., y Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, 551-554. doi: 10.1037/h0033456
- Sakiz, G., Pape, S. J., y Hoy, A. W. (2012). Does perceived teacher affective support matter for middle school students in mathematics classrooms? *Journal of School Psychology*, 50, 235-255. doi: 10.1016/j.jsp.2011.10.005
- Samejima, F. (1969). Estimation of a latent ability using a response pattern of graded scores. *Psychometrika Monographs*, 34 (Suppl. 4). Richmond, VA: Psychometric Society. Recuperado de <http://www.psychometrika.org/journal/online/MN17.pdf>.
- Samejima, F. (2010). The General Graded Response Model. En M. L. Nering, y R. Ostini (Eds.), *Handbook of polytomous item response theory models* (pp. 43-76). New York: Routledge.
- Sandman, R. S. (1980). The Mathematics Attitude Inventory: Instrument and user's manual. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11(2), 148-149. doi: 2307/748906
- Sijtsma, K. (2009). On the use, misuse, and the very limited usefulness of Cronbach's Alpha. *Psychometrika*, 74(1), 107-120. doi: 10.1007/s11336-008-9101-0
- Tahara, N. F., Ismailb, Z., Zamanic, N. D., y Adnand, N. (2010). Students' attitude toward mathematics: The use of factor analysis in determining the criteria. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 8, 476-481. doi: 10.1016/j.sbspro.2010.12.065

- Tapia, M., y Marsh, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2). Recuperado de <http://www.rapidintellect.com/AEQweb/cho253441.htm>.
- Ten Berge, J. M. F., Snijders, T. A. B., y Zegers, F. E. (1981). Computational aspects of the greatest lower bound to reliability and constrained minimum trace factor analysis. *Psychometrika*, 46, 201-213. doi: 007/BF02293900
- Timmerman, M. E., y Lorenzo-Seva, U. (2011). Dimensionality assessment of ordered polytomous items with parallel analysis. *Psychological Methods*, 16, 209-220. doi: 10.1037/a0023353
- Zumbo, B. D., Gadermann, A. M., y Zeisser, C. (2007). Ordinal versions of coefficients alpha and theta for Likert rating scales. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 6, 21-29.

Andrés Palacios Picos es Catedrático de Escuela Universitaria del departamento de Psicología y director de la Escuela de Magisterio de Segovia (UVA). Forma parte de varios grupos de investigación en proyectos de I+D+I nacionales y regionales así como en Proyectos de Innovación Educativa. Sus aportaciones científicas son numerosas en campos prioritarios de trabajo relacionados con la didáctica de las matemáticas así como con el análisis cuantitativo en Ciencias Sociales.

Víctor Arias González es profesor de la Facultad de Psicología de la Universidad de Talca (Chile). Sus líneas de investigación se agrupan en torno al estudio de la conducta adaptativa y las actitudes. Cuenta con diversas publicaciones en las que se ha utilizado preferentemente el acercamiento de la Teoría de Respuesta a los Ítems (en concreto, el Modelo de Rasch y sus diferentes variantes).

Benito Arias Martínez es Profesor Titular de Universidad en el Departamento de Psicología de la Universidad de Valladolid. Sus líneas de investigación se centran en la calibración de instrumentos de evaluación psicológica bajo los postulados de la Teoría de Respuesta a los Ítems y de los Modelos de Ecuaciones Estructurales. Ha publicado diversos artículos sobre conducta adaptativa, ansiedad social, actitudes y calidad de vida.

Nota: Las matrices están a disposición del lector interesado mediante solicitud al primer autor.

Fecha de recepción: 25-04-2013

Fecha de revisión: 03-07-2013

Fecha de aceptación: 04-09-2013

