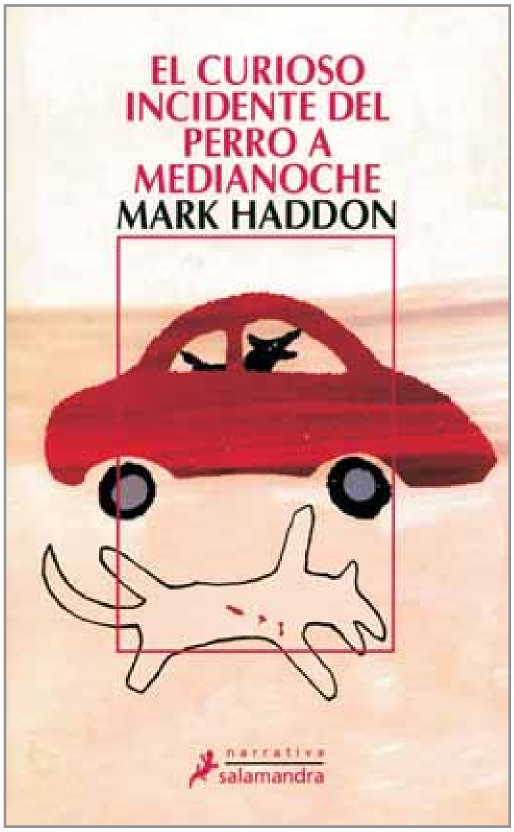
suma+ 59
Noviembre 2008, pp.113-120

Matemáticas a medianoche 2ª parte



El curioso incidente del perro a medianoche
(The curious incident of the dog in the nigth-time)
Mark Haddon
Ediciones B, Tiempos Modernos
Publicaciones y Ediciones Salamandra S. A. Barcelona.
Barcelona, Septiembre de 2004 (1ª Edición en español)
ISBN: 84-7888-910-8.
270 páginas

Sobre este mismo libro ver SUMA 51, pp. 112-113, SUMA 53 pp. 13-18 y SUMA 54, pp. 123-130 [N. de la R.]

En el nº 54 de SUMA (febrero de 2007, pp. 123-130) presentábamos esta obra y una propuesta de trabajo para el aula, basada en algunas de las múltiples sugerencias matemáticas que aparecen en sus páginas. Vamos a completar el guión presentado en aquellas fechas con unas nuevas propuestas de trabajo. Sugerimos, para los que no conozcan la obra, que consulten el número de SUMA citado anteriormente, pues allí se presentaban y se comentaban en profundidad sus principales características: argumento, personajes, etc, así como las preferencias en cuanto a nivel educativo y contexto más apropiado para llevarla a la práctica.

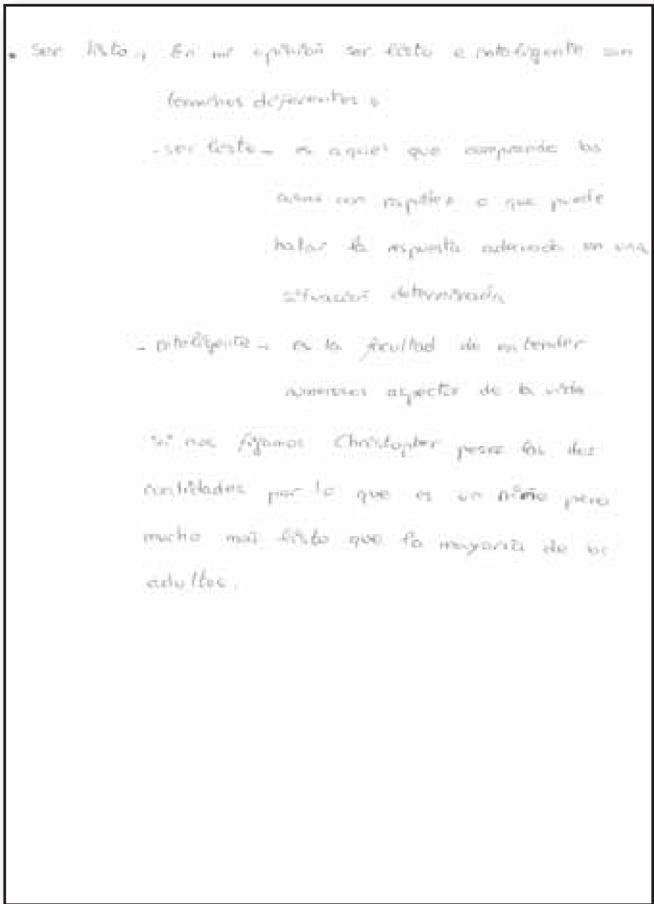
Algunos lectores estarán pensando que en esta sección vamos a emular a algunos directores de cine, *amenanzando* con sacar a la luz una saga con *El curioso incidente del perro a medianoche* como excusa, pero pueden estar tranquilos porque no es esa nuestra intención…

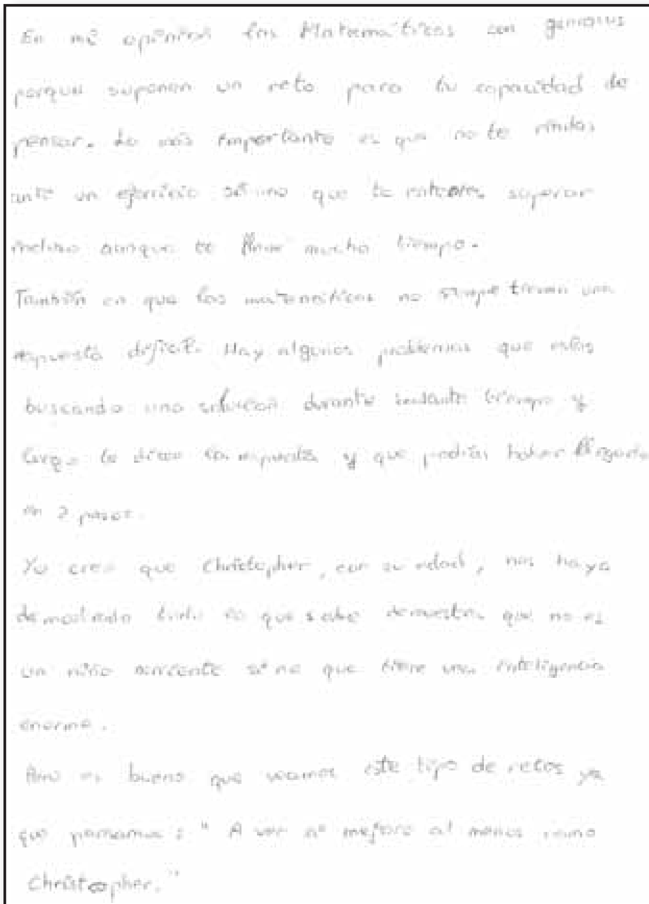
Las cuestiones presentadas más abajo no son un nuevo guión sobre la novela, sino que forman parte del guión original preparado sobre esta obra, pero no aparecieron en el nº 54 de

Constantino de la Fuente Martínez
IES Cardenal López de Mendoza, Burgos
literatura@revistasuma.es

SUMA por falta de espacio; de ahí nuestro interés por completarlo ahora. Las actividades versan sobre temas matemáticos que aparecen en la novela y completan los planteados en el anterior.

En cualquier caso no olvidemos que estamos ante un personaje adolescente con Síndrome de Asperger, muy apropiado para que el alumnado en general se encuentre con alguien *especial*, como algún compañero de su clase. Es curioso que algunos alumnos y alumnas, cuando hacen el trabajo y exponen sus opiniones e ideas sobre el personaje, lo catalogan como un chico con altas capacidades, con una inteligencia superior a la normal y dejan claro que les gustaría parecerse a él en algunos aspectos. Como ejemplo ilustrativo, presentamos las respuestas dadas por un alumno de 4º de ESO a las cuestiones nº 9 y 10 del presente guión, concretamente sobre *la idea de ser listo* (pág. 41 del libro) y sobre *las matemáticas* (pág. 86):


• Ser listo: En mi opinión ser listo e inteligente son términos diferentes.
- ser listo – es aquel que comprende las cosas con rapidez o que puede hallar la respuesta adecuada en una situación determinada.
- inteligente – es la facultad de entender numerosos aspectos de la vida.
Si nos fijamos Christopher posee las dos cualidades por lo que es un niño pero mucho más listo que la mayoría de los adultos.


En mi opinión las Matemáticas son geniales porque suponen un reto para tu capacidad de pensar. Lo más importante es que no te rindas ante un ejercicio sino que lo intentes superar incluso aunque te lleve mucho tiempo.
También es que las matemáticas no siempre tienen una respuesta difícil. Hay algunos problemas que estás buscando una solución durante bastante tiempo y luego te das cuenta [illegible] y que podías haberlo llegado en 2 pasos.
Yo creo que Christopher, con su edad, nos haya demostrado todo lo que sabe demuestra que no es un niño corriente sino que tiene una inteligencia enorme.
Pero es bueno que veamos este tipo de retos ya que pensamos: "A ver si mejoro al menos como Christopher."

En los dos textos podemos leer referencias hacia el personaje principal. En el que habla de la idea de ser listo escribe:

> Si nos fijamos, Christopher posee las dos cualidades [se refiere a listo e inteligente, que explica un poco antes] por lo que es un niño pero mucho más listo que la mayoría de los adultos.

Y en el otro texto manuscrito, sobre lo que son las matemáticas, dice:

> Yo creo que [el que] Christopher, con su edad, nos haya demostrado todo lo que sabe, demuestra que no es un niño corriente sino que tiene una inteligencia enorme.

Cuando se les comenta en clase las características de Christopher, se sorprenden y recapacitan sobre los prejuicios sociales a los estas personas se pueden ver sometidas y toman conciencia, a medida que conocen el tema, para rechazarlos con rotundidad. Y es que esta obra es un magnífico ejemplo para trabajar el respeto a las diferencias, el rechazo a la discriminación social que sufren algunos colectivos de personas, etc.

Sin más dilación pasamos a detallar el guión de actividades que completa el anteriormente publicado.

Una propuesta de trabajo en el aula

Las potencias de un número

> Calculé potencias de 2 en mi cabeza porque me tranquilizaba. Logré llegar hasta 33554432 que es 2^{35} ... (pág. 153)

Como podemos ver, Christopher era capaz de llegar hasta el resultado de 2^{45} mentalmente. ¡Casi nada ...!

Nombre	Símbolo	Potencias binarias y valores decimales
byte	b	2^0 = 1
Kbyte	KB	2^{10} = 1 024
Megabyte	MB	2^{20} = 1 048 576
Gigabyte	GB	2^{30} = 1 073 741 824
Terabyte	TB	2^{40} = 1 099 511 627 776
Petabyte	PB	2^{50} = 1 125 899 906 842 624
Exabyte	EB	2^{60} = 1 152 921 504 606 846 976
Zettabyte	ZB	2^{70} = 1 180 591 620 717 411 303 424
Yottabyte	YB	2^{80} = 1 208 925 819 614 629 174 706 176

A) Sinceramente, ¿hasta qué potencia de 2 eres capaz de calcular mentalmente? Hazlo y contesta después.

Para compensar que no somos capaces de llegar a 2^{45}, vamos a calcular otras cosas de esos números.

B) ¿Cuáles son las posibles cifras de las unidades de los números que son potencias de 2? Aprovecha el resultado para calcular la cifra de las unidades de 2^{45}.

Hay varios problemas famosos en los que intervienen potencias de 2. Uno de ellos es el del problema del inventor del ajedrez.

C) Investiga su enunciado y la resolución del mismo.

D) Si en vez de operar con potencias de base 2, lo hiciéramos con potencias de base otro número (menor que 10), ¿qué ocurriría?

Completa la tabla siguiente teniendo en cuenta las indicaciones que te damos más abajo y lo podrás deducir razonadamente:

BASE DE LAS POTENCIAS

EXPONENTES

	2	3	4	5	6	7	8	9
1								
2								
3						3		
4							6	
5		3						
6								
7								
8								

En esta tabla, los números de la primera fila son las bases de las potencias, los números de la primera columna son los exponentes de las mismas y los demás, que debes calcular, son las cifras de las unidades de las potencias; por ejemplo, la cifra de las unidades de 3^5 es un 3, que hemos puesto en su correspondiente lugar de la tabla. Análogamente hemos calculado las unidades de las potencias 8^4 y 7^3, que son 6 y 3 respectivamente.

E) Con la tabla anterior no tendrás ninguna dificultad para calcular las terminaciones de los siguientes números:

7^{1000}; 4^{457}; 8^{743}; 3^{4130}; 2^{7047}; 9^{8132}.

Más cálculo mental

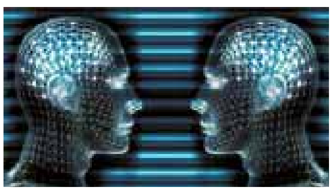
> ¿Cuánto vale 251 por 864? (pág. 92)

Vuelve a leer cómo efectúa nuestro protagonista esta operación mentalmente.

A) ¿Qué te parece? ¿Tú haces habitualmente ese tipo de operaciones mentalmente?

B) Vamos a proponerte algunas operaciones parecidas, para que tú nos expliques cómo las haces mentalmente:

- 56324 multiplicado por 2
- 4138 multiplicado por 99
- 6234 dividido entre 2
- 643 multiplicado por 101
- 5648 dividido entre 4
- 354 multiplicado por 29



Recuerda que debes poner el resultado y explicar cómo los haces mentalmente.

Te vamos a contar un método para obtener mentalmente el resultado de multiplicar un número de dos cifras por 11. Para ello te vamos a poner varios ejemplos:

$$42 \cdot 11 = 462 \qquad 34 \cdot 11 = 374 \qquad 63 \cdot 11 = 693$$
$$58 \cdot 11 = 638 \qquad 75 \cdot 11 = 825 \qquad 39 \cdot 11 = 429$$

C) Con esos ejemplos, ¿has podido averiguar en qué consiste el método? Explica razonadamente su validez.

D) Aplícalo para calcular los productos: $87 \cdot 11$ y $68 \cdot 11$

E) Atrévete a investigar cómo puedes obtener el resultado de multiplicar un número de tres cifras por 11. ¡Ánimo!

La mentira y los mentirosos

> Yo no digo mentiras. Madre solía decir que era así porque soy buena persona. Pero no es porque sea buena persona. Es porque no sé decir mentiras. (pag. 32).

Así comienza el capítulo numerado como 37 (según el orden adoptado por Christopher); vamos a aprovecharlo para reflexionar sobre la mentira como cuestión de debate en lógica y sobre personajes mentirosos. Puedes estar tranquilo/a; las preguntas no van ser sobre la frecuencia de tus mentiras, ni si eres mentiroso o no...

La primera situación está sacada de la Segunda Parte de El Quijote, más concretamente del capítulo XLV. Trata sobre una situación que debe resolver Sancho Panza siendo gobernador de la ínsula Barataria, ya que a él corresponde impartir justicia y resolver los conflictos y litigios. Esta es la situación que le presentan sus vasallos y que él debe resolver:

> Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (...). Sobre este río estaba una puente, y al cabo de ella, una horca y una casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que había puesto el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma:
>
> "Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jura verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna". Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces...

> *Normalmente, la gente te mira cuando te habla. Sé que tratan de captar lo que estoy pensando, pero yo soy incapaz de captar lo que están pensando ellos (pág. 38)*

A) Si los cuatro jueces no sabían que hacer, ¿cómo crees que debe resolver Sancho la situación aplicando la lógica? En matemáticas, a las situaciones de este tipo se les denominan paradojas.

B) Realmente en El Quijote, el gobernador Sancho piensa en lo que haría su señor y decide que... Busca tú en un ejemplar de El Quijote y averigua lo que pasó para poder así acabar la frase anterior.

La otra situación que presentamos ocurrió en un país imaginario donde hay habitantes de dos clases: los que siempre dicen la verdad y los que siempre mienten.

Una ventana a la Teoría matemática del Caos

He aquí una fórmula para una población de animales: $N_{nueva} = \lambda \cdot (N_{vieja}) \cdot (1 - N_{vieja})$ (pág. 132)

La ecuación anterior se llama de P. F. Verhulst, que fue un científico que estudió el crecimiento demográfico y la planteó en 1845.

Para simplificar las cosas y que todos la entendamos mejor, vamos a escribir la fórmula así $N' = \lambda \cdot N \cdot (1 - N)$, donde N es la población vieja (del año anterior), N' es la población nueva (del año siguiente) y λ es una constante que llamamos de fertilidad, que puede cambiar con las condiciones ambientales, de alimentación, depredadores, climáticas, etc. Suponemos, para trabajar con números sencillos, que N y N' son números entre 0 y 1 y que representan los millones de individuos de esa especie.

A) Comprueba que si $\lambda<1$, la población es cada vez más pequeña y se extingue. Hazlo para los casos $\lambda=0,5$ y $N=0,8$, calculando la población en años sucesivos.

B) Si $\lambda=1,5$ y la población inicial es 0,1, puedes comprobar que al cabo de 3 años la población será de 0,21676. ¿La población va creciendo? Comprueba que se va estabilizando hacia el valor 0,3333. ¡Y esto ocurre aunque el tamaño inicial sea otro! Compruébalo.

C) Verifica que si $\lambda=2,5$ la población se estabiliza en las cercanías del valor 0,6.

D) En el caso $\lambda=3,2$, puedes comprobar que la población se estabiliza en valores cercanos a 0,5 y 0,8; un año en uno de ellos y al siguiente en el otro.

E) En el caso de $\lambda=3,5$ la población se acerca a cuatro valores: 0,38; 0,83 y otros dos valores que debes descubrir por tus propios medios.

F) Comprueba que para $\lambda=3,57$ aparece el caos; es decir, no podemos predecir el resultado de un año sabiendo el del año anterior.

Como dice Christopher en el libro, esto fue estudiado en el siglo XX por el biólogo Robert May junto con otras personas. Estos resultados, junto con los de otras situaciones, fueron la base para la aparición de un nuevo campo de las matemáticas que estudia este tipo de fenómenos y que se denomina Teoría del Caos.

G) Describe alguna otra situación en la que podamos encontrar el caos.

H) Escribe sobre el significado del “efecto mariposa” y su relación con la teoría del caos.

Un paseo por el azar y las probabilidades

Nos vamos a poner a pensar en el azar en general y en las probabilidades. Por ejemplo, cuando hablamos de probabilidades usamos frases como las siguientes:

a. No puede ocurrir.
b. Ocurre casi siempre.
c. No ocurre muy a menudo.
d. Ocurre siempre.
e. Ocurre muy a menudo.

También se suele decir:

1. Muy probable.
2. Improbable.
3. Imposible
4. Probable.
5. No muy probable.

A) Establece una relación entre las frases con letra y las de los números, si significan lo mismo. Puede ocurrir que una misma letra se relacione con varios números.

La teoría de probabilidades surgió a partir del análisis de juegos de azar... Pascal, a petición de un jugador profesional llamado el Caballero de Meré, analizó, junto con otros matemáticos de la época, las posibilidades de ganar en unos juegos de dados. Como resultado de todo ello nació el estudio matemático del azar.

Para que te desafíes a ti mismo, te presentamos unos ejemplos de problemas sencillos sobre azar y probabilidades

B) Ana y Pedro juegan con un dado: si sale un 2, un 3, un 4, un 5 ó un 6, entonces gana Ana 1€. Si sale un 1 gana Pedro. ¿Cuánto debería ganar Pedro para que el juego sea justo, o dicho de otro modo equitativo?

C) Un profesor mandó, como tarea, tirar una moneda a Ana y a Pedro (100 veces a cada uno). Deben anotar un 1 si sale cara y un 0 si sale cruz. Al día siguiente, cuando el profesor solicitó los resultados, le entregaron las siguientes secuencias:

Ana:
10101101100011010110001110110001101001110100101010
10010011101110100100110101110010011010110011001011

Pedro:
11100100001110100001100111000111100000010111001000
1111111000010011101000001111000010101101000001111

El profesor, al observar las secuencias dedujo que uno de ellos había hecho trampa y no había lanzado la moneda, sino que había escrito los resultados que le habían parecido. ¿Quién hizo trampa? ¿Cómo lo ha sabido?

D) Si suponemos que el nacimiento de un niño es igual de probable que de una niña, de los sucesos siguientes, ¿cuál crees que es más probable?:

1. Que de los 10 primeros bebés nacidos en un hospital haya 7 o más niñas.
2. Que de los 100 primeros bebés nacidos en un hospital haya 70 o más niñas.
3. Que de los 100 primeros bebés nacidos en un hospital haya 700 o más niñas.

Las ecuaciones de segundo grado: una particular forma de pasar el rato

> Entonces practiqué un poco de mates en mi cabeza, resolviendo ecuaciones de segundo grado, utilizando la fórmula
>
> $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{(pág. 199)}$$

En el libro se habla de ecuaciones de segundo grado como si todo el mundo las conociera...

A) ¿Tú sabes lo que es una ecuación de segundo grado?

Si tu respuesta es negativa contesta las a las cuestiones B_1, C_1, ..., y si es positiva contesta a las preguntas B_2, C_2, ...

Para que a partir de ahora sepas algo sobre las ecuaciones de segundo grado, te podemos decir que son ecuaciones en las que figura la x elevada al cuadrado. Por ejemplo:

$2x^2+x=x^2-5x$; $x^2+5x=-6$;

$-6x+x^2+9=0$; $x^2-9=0$

En general, si ordenamos la ecuación, agrupamos y operamos los términos semejantes, podemos escribirla de la forma: $ax^2+bx+c=0$, siendo *a, b, c* números reales y *a* distinto de cero. La fórmula de arriba sirve para resolver la ecuación, o lo que es lo mismo, calcular el valor de x que la verifica, al sustituir en la fórmula *a, b, c* por sus valores concretos.

B_1) ¿Por qué crees que *a* debe ser necesariamente distinto de cero?

C_1) Tanteando y dando valores adecuados a x, encuentra las soluciones de las ecuaciones de segundo grado siguientes:

$x^2-9=0$; $x^2-x=0$; $x^2-2x+1=0$

D_1) Aplicando la fórmula del principio, resuelve las ecuaciones:

$x^2-5x+6=0$; $x^2-x-2=0$;
$x^2+2x+1=0$; $x^2+x+1=0$

E_1) Analizando los casos anteriores y alguno más si hace falta, ¿podrías decirnos cuántas soluciones puede tener una ecuación de segundo grado?

Las siguientes cuestiones son para los que ya conocen lo que es una ecuación de segundo grado...

B_2) Aplica la fórmula para resolver las ecuaciones que aparecen en la página 201 del libro.

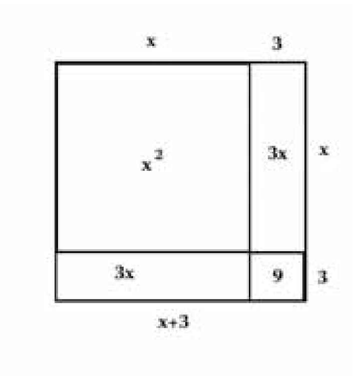
C_2) Algunas ecuaciones de segundo grado se llaman incompletas. ¿Qué significa eso? Resuelve, sin usar la fórmula, algunas ecuaciones de segundo grado incompletas y explica el método en función de la forma que tengan.

D_2) ¿Cuántas soluciones (iguales o distintas) puede tener una ecuación de segundo grado? ¿De qué depende?

El origen de la fórmula para resolver ecuaciones de segundo grado, tal y como la conocemos hoy en día, se basa en un proceso con operaciones algebraicas, con letras y números, que tiene sus antecedentes en los métodos que usó en el siglo IX un matemático árabe, de cuyo nombre se deriva la palabra *algoritmo,* al que vamos a recordar ahora. Por cierto, las fotos pertenecen a un monumento dedicado a su memoria.

E_2) ¿De qué personaje estamos hablando? ¿En qué lugar del mundo está esa estatua conmemorativa? Y ya que estamos hablando de ecuaciones..., la palabra álgebra proviene del título de un libro de matemáticas que escribió él. ¿Cuál es el título del que hablamos?

Este matemático resolvió ecuaciones de segundo grado utilizando un método geométrico basado en figuras. Por ejemplo, imaginemos que tenemos que resolver la ecuación $x^2+6x-16=0$. La idea fundamental consiste en dibujar los términos de la ecuación mediante figuras sencillas: x^2 es el área de un cuadrado de lado x, 6x es el área de un rectángulo... Para ello construimos la figura siguiente:



Es un cuadrado de lado x+3, cuya superficie se puede calcular de dos maneras: elevando el lado al cuadrado o sumando las áreas de las partes que lo componen (los valores están en el interior de cada zona).

Tenemos por tanto:

$$(x+3)^2 = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$$

Restando 16 a ambos lados, obtenemos:

$$(x+3)^2 - 16 = x^2 + 6x + 9 - 16$$

Como $x^2+6x-16=0$, queda:

$$(x+3)^2 - 16 = 9; \qquad (x+3)^2 = 25$$

Por tanto $x + 3 = \pm\sqrt{25}$; $x + 3 = \pm 5$

Luego $x = 3 \pm 5$; con lo que las soluciones de la ecuación son los valores $x_1 = 8$, $x_2 = -2$. Debemos hacer la salvedad de que la solución negativa no se consideraba en esa época, ya que no estaba claro el significado y la naturaleza de los números negativos. Además, en este caso, x representa la longitud del lado de un cuadrado y no puede ser negativa. En la actualidad, al resolver cualquier ecuación de segundo grado siempre se consideran las dos soluciones reales, sean positivas o negativas.

F_2) Resuelve la ecuación $x^2+4x-21=0$ usando el mismo método que hemos hecho anteriormente. Ten en cuenta que 4x debes representarlo mediante dos rectángulos de área 2x, que añadirás al cuadrado de lado x.

Demuestra el siguiente resultado: "un triángulo cuyos lados pueden escribirse en la forma n^2+1, n^2-1 y $2n$ (donde $n>1$) es rectángulo." Demuestra, mediante un ejemplo opuesto, que el caso inverso es falso. (pág. 257)

G_2) Aunque pueda parecernos mentira, la fórmula general proviene de este método de resolverlas, y casi puedes conseguir deducirla si resuelves las siguientes cuestiones:

- Resuelve usando el método geométrico la ecuación $x^2+4x+c=0$, siendo c cualquier número.

- Resuelve con el mismo método la ecuación $x^2+bx+c=0$, siendo b y c cualesquiera números. Hay que tener en cuenta que uno de los lados de los rectángulos será $b/2$ y que manejar esta expresión tiene más dificultad, por lo que debes extremar el cuidado al operar con ella.

- Te queda el reto final: resolver la ecuación $ax^2+bx+c=0$. Verás que obtienes finalmente la famosa fórmula, pero no es un proceso fácil. La primera dificultad es darle forma geométrica a la expresión ax^2, y para ello debes multiplicar por a toda la ecuación, antes de hacer otra cosa; así a^2x^2 es el área de un cuadrado de lado... Sigue y lo conseguirás.

Si no has conseguido llegar a buen puerto con la cuestión anterior, te proponemos que, a cambio, resuelvas la siguiente:

H_2) Estudia la relación que existe entre las soluciones de las ecuaciones $ax^2+bx+c=0$ y $cx^2+bx+a=0$. Una vez que creas haberla encontrado debes demostrarla rigurosamente.

Un juego "...para despejarme un poco la cabeza"

En el libro aparecen algunos juegos, como por ejemplo el de *Los soldados de Conway* (pág. 182). Te proponemos que hagas un estudio de las reglas de este juego y contestes a las cuestiones que te proponemos en el guión siguiente:

A) Queremos tener tres fichas (o soldados) situadas una línea más arriba de la línea principal. ¿Cómo podemos conseguirlo?

B) Explica un forma sencilla de llegar dos líneas más arriba de la línea principal. Te puedes fijar en el primero de los ejemplos de la página 183.

C) ¿Podrías intentar llegar tres líneas más arriba de la primera línea horizontal? Dibuja el tablero resultante y explica cuáles son las ideas clave para conseguirlo.

Los exámenes... ¡Uf!

> Cuando abrí el examen y lo leí todo no supe cómo responder a ninguna de las preguntas, y además no podía respirar correctamente. Quería pegarle a alguien o ... (pág. 255)

Esas o parecidas sensaciones son las que suelen provocar los verdaderos problemas cuando intentamos resolverlos.

¿Te ocurre a ti lo mismo? Cuéntanos alguna experiencia tuya durante algún examen.

La idea de ser listo

> El señor Jeavons dijo que yo era un chico muy listo.
>
> Yo dije que no era un chico listo. Tan sólo advertía cómo son las cosas, y eso no es ser listo. Sólo es ser observador. Ser listo es ver cómo son las cosas y utilizar la información para deducir algo nuevo. (pág. 41)

Te vamos a pedir tu opinión sobre esta cuestión. Lee con detenimiento el párrafo de la página 41, reflexiona y contesta: ¿Qué es ser listo?

B) ¿Tú te consideras una persona lista?

Sobre las matemáticas

> El señor Jeavons decía que a mí me gustaban las matemáticas porque son seguras. Decía que me gustaban las matemáticas porque consisten en resolver problemas, y esos problemas son difíciles e interesantes, pero siempre hay una respuesta sencilla al final. Y lo que quería decir es que las matemáticas no son como la vida, porque al final en la vida no hay respuestas sencillas.
>
> Eso es así porque el señor Jeavons no entiende los números. (pág. 86).

A) ¿Te parecen ciertas las anteriores afirmaciones? ¿Cómo dirías tú que son las matemáticas?

LITERATURA Y MATEMÁTICAS ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Una fuente de información a tener en cuenta es internet. La búsqueda adecuada puede dar buenos frutos, aunque muchas veces nos encontremos con muchas superficialidades. La adquisición y el fomento de criterios personales para cribar la información de la red, son recursos que debemos cultivar en nuestro alumnado, y debe formar parte del proceso de búsqueda e indagación que queremos que desarrollen.

En cuanto a la bibliografía con soporte escrito hemos seleccionado la siguiente, que es la usada también para la propuesta de trabajo del nº 54 de SUMA, de febrero de 2007 (en el nº 54 de SUMA no hubo espacio para exponerla):

ALLEN PAULOS, J. (1996): *Un matemático lee el periódico*. Tusquets Editores, Barcelona.

BRIGGS, J. y PEAT, F.D. (1990): *Espejo y Reflejo: del caos al orden*. Gedisa, Barcelona.

GALENDE DÍAZ, J.C. (1995): *Criptografía. Historia de la escritura cifrada*. Complutense, Madrid.

POLYA, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, Mexico.