

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

Datos técnicos

Autoría: Silvia Rodríguez Pereira
Centro educativo: LUIS COBIELLA CUEVAS
Tipo de Situación de Aprendizaje: Tareas
Estudio: 1º Educación Secundaria Obligatoria (LOE)
Materias: Matemáticas (MAT)

Identificación

Justificación: La probabilidad está muy presente en la vida cotidiana, ya que muchas situaciones dependen, en cierta medida, del azar. Por tanto, es fundamental saber predecir la posibilidad de que algo ocurra basándose en información obtenida de manera experimental, así como asignar probabilidades a estas situaciones aleatorias. Esta situación de aprendizaje pretende que el alumnado sea capaz de distinguir fenómenos que dependen del azar, y asignarles el grado de posibilidad de que ocurran. Para conseguirlo, se propondrán diversos juegos de azar utilizando dados, monedas, barajas españolas y una ruleta, para analizar los ganadores más frecuentes y más probables en cada uno de ellos.

Los juegos suponen un elemento motivador para el alumnado, lo que justifica su elección como eje vertebrador de esta situación de aprendizaje, que conecta, por tanto, con el Proyecto Educativo del centro, uno de cuyos criterios para contextualizar los objetivos generales de etapa en Secundaria y Bachillerato es “Responder a las necesidades e intereses del alumnado para programar el proceso de enseñanza-aprendizaje”. Por otra parte, en esta situación de aprendizaje se trabaja con la plataforma EVAGD, proyecto en el que el centro participa.

Fundamentación curricular

Criterios de evaluación para Matemáticas

Código	Descripción
SMAT01C08	Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica. Se trata de valorar la capacidad de los alumnos y alumnas para diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios y, en estos últimos, analizar las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces una experiencia aleatoria y hacer predicciones razonables a partir de estos. Además, este criterio pretende verificar la comprensión del concepto de frecuencia relativa y, a partir de ella, la capacidad de inducir la noción de probabilidad.

Fundamentación metodológica/concreción

Modelos de Enseñanza: Enseñanza directiva, Indagación científica

Fundamentos metodológicos: La metodología propuesta en esta situación de aprendizaje sigue los principios del aprendizaje significativo, procurando que el alumnado integre conocimientos novedosos en los que ya posee, partiendo de sus experiencias para incorporar progresivamente los nuevos aprendizajes a la vida cotidiana, tratando de potenciar la adquisición de las competencias. El profesorado, para conseguir un aprendizaje significativo por parte del alumnado, deberá tomar como punto de partida sus conocimientos previos, vinculándolos a los nuevos contenidos; motivarlo hacia el aprendizaje; y promover una actitud activa ante las tareas propuestas. Asimismo, fomentará el aprendizaje cooperativo, desarrollando diversas actividades en pequeños grupos.

Actividades de la situación de aprendizaje

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

[1]- LA PROBABILIDAD EN LA VIDA COTIDIANA

El/la docente dice al alumnado que van a ver tres vídeos, y que deben estar atentos para buscar el tema sobre el que trata esta nueva situación de aprendizaje. A continuación proyecta tres vídeos en los que aparece la noción de probabilidad: uno del tiempo, en el que se habla de la probabilidad de lluvia, otro sobre las probabilidades de contagiarse del ébola en España, y el último sobre las probabilidades de ganar la Lotería de Navidad:

<http://www.rtve.es/alacarta/videos/telecanarias/tiempo-canarias-21-02-15/3008121/>

http://www.antena3.com/noticias/sociedad/sanidad-asegura-que-probabilidad-contagio-ebola-espana-minima_2014080700172.html

<http://www.rtve.es/noticias/20111214/loteria-navidad-2011-reduce-posibilidades-toque-algo/481928.shtml>

Una vez finalizada la proyección, se realiza una puesta en común en la que se invita al alumnado a hablar sobre qué tienen en común los tres vídeos. Cuando haya salido el concepto de probabilidad, se hacen varias preguntas del siguiente tipo:

- Según el primer vídeo, ¿podemos asegurar que va a llover en La Palma? ¿Y que no va a llover en Lanzarote?

- Según el segundo vídeo, ¿había muchas posibilidades de que alguien enfermara de ébola en España? ¿Sabes si alguien contrajo la enfermedad?

- Según el tercer vídeo, si compras un décimo de Lotería de Navidad, ¿tienes muchas posibilidades de que te saques el Gordo? ¿Y de que te toque el reintegro? ¿Qué dicen en el vídeo que es lo más rentable?

- Cuando se dice que algo es muy probable, ¿podemos asegurar que va a ocurrir?

- ¿En qué aspectos de tu vida diaria interviene la probabilidad?

Una vez el alumnado ha participado, el/la docente cierra la puesta en común resaltando que la probabilidad está presente en múltiples aspectos de la vida cotidiana, siempre que se producen situaciones de incertidumbre, e informa de que en esta situación de aprendizaje vamos a trabajar sobre la probabilidad, centrándonos en uno de los aspectos en los que más aparece, y que de hecho dio origen a esta parte de las Matemáticas, los juegos de azar.

A continuación, se escriben en la pizarra dos columnas (SÍ y NO) y se pregunta al alumnado si pueden asegurar qué va a ocurrir en las siguientes situaciones. Según la respuesta se escriben en la columna del SÍ o del NO:

- Escojo al azar un alumno de esta clase y le pregunto en qué curso está.

- Tiro un dado y anoto qué número sale.

- Lanzo una moneda al aire y anoto si sale cara o cruz.

- Saco un bolígrafo de un paquete de bolígrafos azules y anoto su color.

- Saco una carta de una baraja española y anoto qué palo sale.

- Saco un caramelo de una bolsa de caramelos de limón y anoto su sabor.

Con los dos grupos de situaciones escritos en la pizarra, se explica al alumnado que aquellos experimentos en los que podemos asegurar qué va a ocurrir (los situados en la columna del SÍ) se llaman deterministas, mientras que aquellos en los que no sabemos de antemano el resultado (los situados en la columna del NO) se llaman aleatorios.

Para finalizar la sesión, se pide al alumnado que digan ejemplos que se les ocurran de situaciones deterministas y aleatorias, para comprobar que han comprendido la diferencia entre ambas.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Puesta en común	- Gran Grupo	1	Ordenador y altavoces. Proyector. Enlaces a los vídeos.	Aula.	

[2]- ¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

En esta sesión se pretende introducir los conceptos de frecuencia absoluta y relativa, y la noción de probabilidad.

El/la docente comienza la sesión recordando que en la actividad anterior se habían definido las situaciones aleatorias y las deterministas, y pregunta qué tipo de situación se da cuando tiramos un dado y anotamos el resultado.

A continuación, plantea al alumnado las siguientes cuestiones:

- Si observamos el tiempo, ¿es poco probable o muy probable que llueva hoy?

- Si escojo al azar un alumno de esta clase, ¿es poco probable o muy probable que su nombre empiece por Y?

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

[2]- ¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

- Si escojo al azar un alumno de esta clase, ¿qué edad es más probable que tenga? ¿Por qué?

Una vez el alumnado ha respondido a las cuestiones anteriores, el/la docente reparte el documento 1 "Probabilidad", y explica qué es la probabilidad, así como los conceptos de frecuencia absoluta y relativa.

Seguidamente, el/la docente reparte un dado a cada alumno, y les pide que lo lancen. Se hace en la pizarra un recuento de cuántas veces ha salido cada resultado, y se elabora una tabla de frecuencias similar a la que aparece como ejemplo en el documento, pero con los datos obtenidos por el alumnado. Es conveniente que cada alumno tire varias veces el dado, para tener un buen número de resultados y que se visualice que la frecuencia relativa se aproxima a la probabilidad.

A continuación se pide al alumnado que indique qué resultado creen que es más probable y por qué. Una vez han respondido, se explica la regla de Laplace, y se aplica para hallar la probabilidad de los diferentes resultados posibles. Después se indica que podemos considerar otros resultados, como puede ser anotar si al tirar el dado sale un número par o uno impar, se realiza la tabla de frecuencias correspondiente con los datos que se habían obtenido, y se calcula la probabilidad.

Por último, se explica al alumnado que cuantas más veces realicemos el experimento, más se aproximará la frecuencia relativa de cada resultado a su probabilidad. Para que puedan observar cómo ocurre esto, utilizaremos el simulador de lanzamiento de un dado que podemos encontrar en el siguiente enlace: <http://www.uco.es/~ma1marea/Recursos/Dados.swf>. Se explica al alumnado que en la tabla aparece como Frecuencia la frecuencia absoluta de cada resultado, y como Porcentaje la frecuencia relativa expresada en tanto por ciento, y se les va invitando a salir a la PDI para tirar el dado. Cuando hayan participado varios alumnos, se invita a uno a mantener pulsada la barra espaciadora, para simular los lanzamientos con más rapidez, y se hace notar cómo, a medida que crece el número de tiradas, los porcentajes se van igualando en torno al 17%, lo que supone una frecuencia relativa de 0'17, que es, aproximadamente, la probabilidad de salir de cada resultado.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Tablas de frecuencias	- Gran Grupo	1	Documento 1 "Probabilidad". Datos. Calculadora. PDI. Ordenador con conexión a Internet. Simulador de lanzamiento de un dado (http://www.uco.es/~ma1marea/Recursos/Dados.swf).	Aula con PDI.	

[3]- ¿JUGAMOS?

En esta sesión se comenzará con el análisis de diferentes juegos de azar.

El/la docente reparte al alumnado el documento 2 "Guión del informe de los juegos", y explica que para cada juego que realicemos deben rellenar en su libreta un informe con los diez apartados indicados en el guión. Para aprender a utilizarlo, practicaremos con el primer juego: "La moneda".

El/la docente distribuye al alumnado por parejas, e indica que saquen una moneda. En cada pareja, uno de los alumnos será el "A" y otro el "B". Se explica que cada pareja va a tirar la moneda. El alumno A gana si sale cara, y el B si sale cruz. Se indica al alumnado que rellene los tres primeros apartados del guión (título, descripción del juego, y predicción inicial), explicando que en la predicción pueden poner "A gana más veces", "B gana más veces" o "Los dos ganan el mismo número de veces".

A continuación se realiza la experimentación. Cada pareja tira la moneda diez veces, y anota cuántas veces gana A, y cuántas gana B. Una vez finalizada la experimentación, el/la docente rellena en la pizarra la tabla de frecuencias, utilizando los datos de todas las parejas, e invitando al alumnado a participar, preguntándole qué escribiría en las diferentes celdas. Completada la tabla, se indica al alumnado que rellene del cuarto al sexto apartado del informe (tabla de frecuencias, ganador más frecuente y predicción basada en la experimentación), y se pregunta cuántos han cambiado su predicción inicial, invitándolos a explicar por qué.

Finalizada la fase empírica, comenzamos con el análisis probabilístico. Para ello, el/la docente pregunta al alumnado qué posibles resultados tiene el juego (cara o cruz), y cuantifica los resultados posibles, y los resultados favorables a que gane el juego A y a que gane B. A continuación se recuerda al alumnado que para calcular probabilidades se aplica la regla de Laplace

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

[3]- ¿JUGAMOS?

(casos favorables entre casos posibles) y se halla la probabilidad de ganar de cada jugador. El/la docente invita al alumnado a comparar los resultados de la frecuencia relativa con la probabilidad, y le hace notar que si tienen en cuenta sólo los diez resultados que obtuvieron al hacer el juego cada pareja, la frecuencia relativa se parece menos a la probabilidad que con todos los resultados de la clase. A continuación se indica al alumnado que rellene del séptimo al noveno apartado del informe (análisis de resultados, cálculo de probabilidades, y comparación entre probabilidad y frecuencia relativa).

Finalmente, se invita al alumnado a expresar sus conclusiones sobre quién es el ganador más probable (en este juego ambos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar) y a rellenar el décimo y último punto del informe (ganador más probable), comprobando el grado de validez de sus predicciones.

Una vez que el alumnado ha completado su informe sobre el juego "La moneda", el/la docente explica que para cada juego propuesto se deben seguir los mismos pasos e ir rellenando los apartados en los momentos oportunos.

A continuación el/la docente explica que vamos a comenzar el análisis del segundo juego, "Las dos monedas", y recuerda al alumnado que debe ir rellenando los apartados del informe a medida que se realiza el estudio.

Para este segundo juego, cada pareja necesita dos monedas, una para cada alumno. Los dos alumnos lanzarán su moneda a la vez. Si salen dos caras gana el jugador A, si salen dos cruces gana el jugador B, y si sale una cara y una cruz gana el/la docente. ¿Quién creen que es más probable que gane ahora? Probablemente el alumnado dirá que todos tienen las mismas posibilidades de ganar. Es importante, por tanto, realizar el experimento muchas veces para que vean que en este caso el/la docente gana la mayoría de las ocasiones. Por eso esta vez cada pareja debe repetir el juego 20 veces. Una vez realizada la tabla de frecuencias del grupo, y que la frecuencia relativa deje patente que el/la docente tiene mayor probabilidad de ganar, se pide al alumnado que trate de razonar por qué cree que esto es así. En caso de que ninguno se dé cuenta, se guía para que observen que al tirar dos monedas hay cuatro posibilidades: sale cara en las dos, sale cara en la primera y cruz en la segunda, sale cruz en la primera y cara en la segunda, o salen dos cruces. Por tanto, hay dos resultados que hacen que salga una cara y una cruz, mientras que sólo uno para que salgan dos caras o dos cruces. Por tanto, la probabilidad de que gane el docente es 0'5, el doble que la de que ganen A o B (0'25 cada uno).

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Informe del juego "La moneda" - Informe del juego "Las dos monedas"	- Gran Grupo - Trabajo individual - Grupos Heterogéneos	1'5	Monedas. Calculadora. Documento 2 "Guión del informe de los juegos".	Aula.	Conviene que el/la docente lleve varias monedas, por si se da el caso de que algún alumno no tenga ninguna. En el segundo juego, es conveniente que el/la docente recuerde varias veces al alumnado que vaya rellenando los apartados del informe para que no se despiste.

[4]- LA BARAJA ESPAÑOLA

El/la docente comienza esta actividad explicando al alumnado que vamos a trabajar con la baraja española de cuarenta cartas. Se distribuye al alumnado en grupos de cuatro, y se reparte una baraja a cada grupo.

En primer lugar es importante que el alumnado se familiarice con las cartas, y con el vocabulario asociado a ellas. Así, se explica que las cuarenta cartas están repartidas en cuatro palos, oros, copas, espadas y bastos, y que cada palo tiene diez cartas: uno o as, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, sota, caballo y rey. Además, se indica que se llama figura a sota, caballo o rey.

En este momento se indica que en cada grupo un alumno será "A", otro "B", otro "C" y otro "D". El primer juego, "Los palos de la baraja", consiste en sacar una carta al azar de la baraja. Si sale oros gana A, si sale copas gana B, si sale espadas gana C y si sale bastos gana D. ¿Quién creen que tiene más probabilidad de ganar?

Antes de comenzar la experimentación, el/la docente recuerda al alumnado que debe rellenar los apartados del informe del juego en su libreta.

En la fase empírica, cada grupo juega 10 veces y anota quién gana cada vez. Después se hace en la pizarra la tabla de frecuencias uniendo los datos de todos los grupos, y se compara con la predicción inicial. Se comprueba que, en efecto, todos los palos tienen la misma probabilidad de ganar (1/4).

A continuación se explica el segundo juego, "Las cartas de la baraja". Se saca una carta al azar de la baraja. Si sale un 3 gana A; si sale as, sota, caballo o rey gana B; si sale 4, 5 ó 6 gana C; y

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

[4]- LA BARAJA ESPAÑOLA

en otro caso gana D. ¿Quién creen ahora que tiene más probabilidad de ganar? Cada grupo juega 10 veces y anota quién gana cada vez. Se confecciona la nueva tabla de frecuencias con los datos de todos los grupos, y se compara con la predicción inicial. Ahora se analizan los posibles resultados del experimento, y se cuantifican los casos posibles y los favorables a que gane cada jugador, para calcular finalmente la probabilidad de ganar de cada uno de ellos, y valorar si las predicciones realizadas eran acertadas.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Informe "Los palos de la baraja" - Informe "Las cartas de la baraja"	- Trabajo individual - Gran Grupo - Grupos Heterogéneos	1'5	Barajas españolas. Calculadora. Documento 2 "Guión del informe de los juegos" repartido en la actividad anterior.	Aula.	

[5]- LA RULETA

En esta actividad vamos a jugar, en la pizarra digital, con "La Ruleta" que ofrece la web escolar del ISTAC (Instituto Canario de Estadística) en el siguiente enlace:

<http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/juegos.php>

Comenzamos con la ruleta que se carga por defecto, que tiene seis colores, todos ellos igualmente probables. Se recuerda que deben ir rellenando en su libreta el informe del juego, llamándolo "La ruleta (1)".

Se escoge a un alumno y se le pide que escoja el número de veces que se va a tirar, por ejemplo 10, y que pulse el botón de tirar. El diagrama de barras permite visualizar las frecuencias absolutas de cada color, y pulsando en los botones correspondientes podemos ver la frecuencia relativa y la probabilidad. A continuación se saca a otros alumnos para que tiren 50, 100, 500 y 1000 veces respectivamente. La idea es que el alumnado visualice que todos los colores tienen las mismas posibilidades de salir, y que razonen que esto ocurre porque ocupan la misma superficie de la ruleta.

Ahora cambiamos la ruleta. Por ejemplo, ponemos seis sectores rojos, dos amarillos, y el resto, uno de cada color. Repetimos el mismo procedimiento que con la ruleta anterior, y pedimos al alumnado que extraiga conclusiones:

- ¿Qué color tiene más probabilidades de ganar?
- ¿Y de quedar segundo?
- ¿Por qué crees que ocurre esto?

Se recuerda al alumnado que debe completar en su libreta el informe del juego, llamándolo "La ruleta (2)".

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Informe del juego "La ruleta (1)" - Informe del juego "La ruleta (2)"	- Gran Grupo - Trabajo individual	1	Ordenador. Pizarra digital interactiva. Enlace al juego "La Ruleta" (http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/juegos.php), o el archivo flash "La ruleta" descargado. Documento 2 "Guión del informe de los juegos", repartido en la actividad 3 de esta situación de aprendizaje.	Aula con PDI.	Para evitar posibles dificultades con la conexión a Internet, se puede descargar la aplicación flash con la ruleta pulsando en el archivo ZIP del apartado "Actividad interactiva para trabajar la probabilidad en la ESO" situado debajo de la ruleta.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

[6]- ¿CÓMO VAMOS HASTA AHORA?

Con el fin de realizar la evaluación formativa y que el alumnado sea consciente del estado de su aprendizaje, se propone la realización de una prueba (Documento 3 "Control de Probabilidad") en la que se podrán utilizar los materiales trabajados en clase.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
- SMAT01C08	- Control de Probabilidad resuelto	- Trabajo individual	1	Documento 3 "Control de Probabilidad". Calculadora.	Aula.	Si el aula dispone de proyector, se puede proyectar el control, para que el alumnado pueda ver la imagen de la ruleta con los colores correspondientes.

[7]- ¡A JUGAR!

En esta actividad, que durará dos sesiones, el alumnado, distribuido en parejas heterogéneas, elaborará los dos productos de la situación de aprendizaje: un informe individual similar a los trabajados en clase, y una ruleta en pareja que cumpla unas condiciones establecidas.

Primera sesión.

El/la docente distribuye al alumnado en parejas heterogéneas, y reparte a cada una un dado y una baraja española, así como el documento 4 "A jugar". A continuación explica que cada pareja se reparte los dos juegos (dado y baraja), y que cada alumno debe contestar a las preguntas que se formulan en el documento sobre su juego, y que son similares a las planteadas en el guión del informe de los juegos trabajado en sesiones anteriores. Al finalizar esta primera sesión, cada alumno entrega su parte del documento 4 relleno.

Segunda sesión.

En el aula de informática, el alumnado se sienta según las mismas parejas de la sesión anterior. El/la docente indica que accedan a la plataforma EVAGD, y que entren al curso de Matemáticas del grupo, donde pueden descargar el documento 5 "A jugar con la ruleta". Cada pareja debe seguir las indicaciones del documento para crear una ruleta utilizando la página web del ISTAC (<http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/juegos.php>) que cumpla unas condiciones predeterminadas. Una vez han creado la ruleta, deben capturar su imagen y pegarla en el documento, rellenar la tabla de frecuencias y calcular las probabilidades de cada color. El documento relleno, una vez guardado, debe ser subido a la plataforma en la Tarea La ruleta. No es necesario que lo suban los dos alumnos de la pareja.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
- SMAT01C08	- Documento A jugar relleno - Tarea La ruleta	- Trabajo individual - Grupos Heterogéneos	2	Documento 4 "A jugar". Barajas españolas. Dados. Calculadora. Documento 5 "A jugar con la ruleta". Ordenadores con conexión a Internet. Plataforma EVAGD. Enlace la web del ISTAC: http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/juegos.php Procesador de textos.	Aula. Aula de informática.	Si el aula dispone de proyector, conviene que el documento 5 "A jugar con la ruleta" esté proyectado durante la sesión. Si es necesario, el/la docente aclarará al alumnado el procedimiento para capturar la pantalla.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

La probabilidad en juego

Referencias, Observaciones, Propuestas

Referencias: En esta situación de aprendizaje se utilizan los siguientes enlaces web:

<http://www.rtve.es/alacarta/videos/telecanarias/tiempo-canarias-21-02-15/3008121/>

http://www.antena3.com/noticias/sociedad/sanidad-asegura-que-probabilidad-contagio-ebola-espana-minima_2014080700172.html

<http://www.rtve.es/noticias/20111214/loteria-navidad-2011-reduce-posibilidades-toque-algo/481928.shtml>

<http://www.morguefile.com/>

<http://www.uco.es/~ma1marea/Recursos/Dados.swf>

<http://www2.gobiernodecanarias.org/istac/webescolar/juegos.php>

Observaciones: Las imágenes utilizadas en los documentos 1 "Probabilidad" y 2 "Guión del informe de los juegos" han sido tomadas del banco de imágenes Morguefile, y son de uso libre.

Propuestas: