SUMA 47
Noviembre 2004, pp. 99-108

Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones

Presentación de En un cuadrado

Solía dar con mi abuelo Antonio larguísimos paseos, durante los cuales el declamaba en voz alta poemas de Rubén Darío. Yo sobrellevaba la vergüenza de ir a su lado haciendo como que no le conocía e intentando decidir qué golosina elegiría en La Pajarita, La Violeta, Lhardy, Casa Mira *o* Juncal *cuando acabase aquel tormento, pues mi abuelo, que aunque estuviese como una cabra de tonto no tenía un pelo, sabía muy bien qué prometerme para mantenerme a su vera.*

Durante aquellos paseos, si él no estaba recitando Sonatina, Marcha Triunfal *o alguna de las* Margaritas, *mi abuelo y yo, fundamentalmente, discutíamos. Los temas siempre eran los mismos: los edificios y religión. Nuestros paseos comenzaban en su casa, junto a la plaza de Emilio Castelar. Como a mi abuelo le gustaba el edificio del Fénix y a mí Bankunión, la primera discusión solía tener un cariz intelectual: "ese edificio que tanto miras es un mamarracho". "Pues el que estabas mirando tú es siniestro". De esta guisa y recorriendo, ya fuese la Castellana hasta la Plaza de Cibeles, ya fuese la calle Serrano hasta la Puerta de Alcalá, íbamos tan entretenidos hasta la Puerta del Sol, donde hacíamos nuestra primera parada en La Pajarita. De nuevo en marcha, comenzaba el recorrido de escaparates:* Lhardy, La Violeta *y* Casa Mira.

Esta nueva sección de SUMA toma el título del cuadro de Kasimir Malevich (1878-1935) *En un cuadrado* (1913)

Desde Casa Mira, unas veces retrocedíamos de nuevo hasta la Plaza de Canalejas, bajábamos por la calle de Alcalá hasta Cibeles, y desde allí nos dirigíamos directamente a Juncal, *en la calle Recoletos. Otras veces seguíamos por la Carrera de San Jerónimo hacia abajo hasta la Plaza de Neptuno, y allí solía comenzar la segunda discusión, que nos mantendría entretenidos durante el camino de vuelta. Mi abuelo no podía pasar con su nieta junto al desnudo Neptuno sin hacer algún comentario pío mientras miraba la Iglesia de los Jerónimos, a ver si así me distraía la atención. Y, claro, aquello nos metía de lleno en el segundo de nuestros temas de debate. "Decía*

Capi Corrales Rodrigáñez
enuncuadrado.suma@fesmp.org

Jesucristo ...” “Mira abuelo, déjate de rollos que Jesucristo era socialista...” Y así de vuelta hasta López de Hoyos.

Tanto cuando discutíamos sobre edificios, como cuando discutíamos sobre religión, estaba claro que la diferencia esencial entre nuestros puntos de vista surgía de dos cosas: la muy distinta manera que teníamos mi abuelo y yo de concebir el mundo y espacio que nos rodea como seres humanos, y el lugar tan distinto en el que colocabamos al ser humano en este espacio. Podríamos decir que, como en casi todas las relaciones, el problema entre nosotros era una cuestión de espacio. Un espacio que mi abuelo —como Newton y los matemáticos del siglo XVII, por otro lado— tenía identificado con su idea de Dios y del universo que nos rodea —un contenedor infinito que nos alberga y que es independiente de nosotros— y que yo, como matemática del siglo XX —entonces—, tenía identificado con el fruto de lo que ocurre en el propio espacio en cada momento. He aquí nuestros puntos de vista, el de mi abuelo y el mío, recogidas en una definición de diccionario.

> Espacio y tiempo. Términos usados en filosofía para describir la estructura de la naturaleza. A veces son descritos como contenedores en los que ocurren todos los sucesos y procesos naturales, y a veces como relaciones que conectan tales sucesos. (*Enciclopedia Collier’s, 1968)*

Velázquez*, Las Meninas* (1656),
Museo del Prado, Madrid

La segunda frase en esta definición nos dice que espacio y tiempo son unas veces concebidos como contenedor, y otras como relaciones. Curiosamente, estas dos palabras, contenedor *y* relación *describen, respectivamente, la idea de Espacio que encontramos en el siglo XVIII, cuando la noción de espacio se menciona explícitamente por primera vez en matemáticas (en cartas de Newton y en el apéncide a* Introductio *de Euler (1748)), y la idea de espacio en las matemáticas contemporáneas (definido con precisión por Hausdorff (1914).*

Muerto ya mi abuelo, he mantenido dos costumbres: el recorrido de nuestros paseos, y las reflexiones sobre las distintas maneras de concebir y describir el espacio y, en particular, entender qué motivó a los matemáticos a llevar a cabo el enorme salto conceptual que supone el pasar de concebir y describir el espacio como un contenedor único en el que habitan las cosas, a concebir y describir el espacio como una red de relaciones que se establece entre cosas concretas. Cuando pensamos en el espacio como un contenedor, estamos pensando en el espacio como un objeto global enorme dado a priori. Un espacio-red, sin embargo, no es un espacio elegido a priori, sino uno que se construye a partir de las relaciones locales que se establecen entre los elementos del propio espacio. Y muchas veces serán las redes de relaciones, las que, sustituyendo los elementos iniciales, funcionen como “puntos”, como ladrillos básicos de estos espacios matemáticos.

Con los años introduje un cambio fundamental en el recorrido de mis paseos, que desde hace tiempo termino entrando en el Museo del Prado, en el Reina Sofía o en el Thyssen y recorriendo alguno de sus pasillos. De esta manera, de forma natural los cuadros de Velázquez, Goya o Picasso, por citar algunos ejemplos, empezaron a añadirse a los edificios en mis reflexiones sobre el espacio en matemáticas.

Las matemáticas funcionan a base de ideas, y las ideas son imágenes mentales. Y como imágenes que son, se ven o no se ven. El proceso de comprensión de las matemáticas y de las ideas en general, requiere pasar por el momento de súbita iluminación, por el ¡Eureka! *de Arquímedes.*

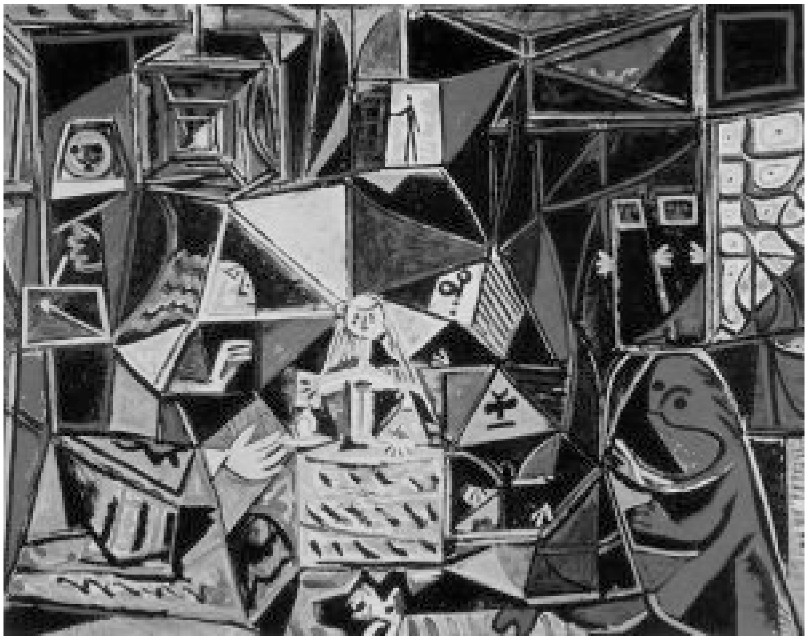
> Quizás la mejor manera de describir mi experiencia haciendo mátemáticas sea comparándola con entrar en una mansión oscura. Entras en la primera habitación, y está a oscuras, completamente a oscuras. Vas dando tumbos, tropezando con los muebles. Poco a poco aprendes dónde está cada mueble, y finalmente, después de más o menos seis meses, encuentras el interruptor de la luz y lo conectas. De repente todo se ilumina, y puedes ver exactamente dónde estás. Entonces entras en la siguiente habitación oscura ...

Andrew Wiles,
en El último teorema de Fermat,
programa Horizon de la cadena de televisión BBC
2 de octubre de 1997.

Con frecuencia, una imagen física adecuada consigue que se encienda el interruptor en nuestra cabeza y logremos ver la idea. El problema está en que las matemáticas, al ser abstractas, no traen consigo imágenes físicas, y con frecuencia hemos de buscar los interruptores fuera de ellas. En cuadros, por ejemplo. El salto de la caja a la red supone un cambio enorme en la manera de mirar, física y conceptualmente, en nuestro derredor. Este cambio, que podemos reconocer en todos los ámbitos de nuestra cultura, no sólo el científico, está muy bien ilustrado por los cuadros Las Meninas *de Velázquez (1656) y* Las Meninas *de Picasso (1957).*

En el lienzo de Velázquez el espacio entre la princesa y María Agustina Sarmiento, la doncella que se arrodilla frente a ella, es un contenedor cúbico externo a ambas niñas, parte de la habitación en la que la escena tiene lugar. Una habitación que, tal y como está representada en el cuadro, no cambiaría nada si las jóvenes no estuviesen en ella. Sin embargo, el espacio entre estas mismas figuras en el cuadro de Picasso es una red: la manera en la que cada niña ve a la otra, y la posición en la que cada una de ellas está colocada respecto a la otra, da lugar a la red de triángulos que como estructura espacial las conecta entre sí y con el resto de las figuras en la habitación. La escena está compuesta por múltiples relaciones locales que Picasso representa mediante una estructura espacial formada por figuras geométricas básicas como triángulos y rectángulos. Podríamos sacar a las niñas de la escena pintada por Velázquez sin necesidad de cambiar el resto de la habitación, mientras que si hiciésemos lo mismo en el lienzo de Picasso, habría que pintar de nuevo todo el cuadro.

En esta sección describiremos algunos aspectos del proceso que, a lo largo de dos siglos (el XIX y XX) nos lleva desde un espacio concebido como contenedor infinito en el que flotan todos los objetos hasta el espacio concebido como una red de relaciones entre objetos Un proceso que tuvo lugar y se manifestó en todos los aspectos de la cultura occidental. Desde estas páginas intentaremos analizar algunos detalles de la evolución experimentada por la mirada matemática, e ilustraremos las ideas con algunos de los cuadros que se pintaban en las distintas épocas en que los conceptos matemáticos que analizaremos se cocinaban. Las elecciones, tanto en las matemáticas como en la pintura, responden a preferencias personales: dentro de lo que conocemos y viene al caso, elegimos lo que más nos gusta. Relatos más detallados pueden encontrarse en Corrales (2000) Gray (1992); Osserman (1995); Panofsky (1927); Serres (1990) y Tarrés (1994). ■



Picasso, *Las Meninas (1957)*
Museo Picasso, Barcelona

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CORRALES, C. (2000): *Contando el espacio*, despacio.mobcoop ediciones, Madrid.

EULER, L. (1748): *Introductio*, en *Opera Omnia*, Leipzig-Berlin-Zurich, 1911-1957.

GRAY, J. (1992): *Ideas del espacio*, Biblioteca Mondadori,1992.

HAUSDORFF, F. (1914): *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig –Veit.

OSSERMAN, R. (1995): *Poetry of the Universe; a mathematical exploration of the Cosmos*, Traducción al castellano en Drakontos Grijalbo-Mondadori, 1997.

PANOFSKY, E. (1927): *Perspective as Symbolic Form*, Trad. al castellano en Ed. Tusquets, 1991.

SERRES, M. (1990): *Le passage du Nord-Ouest*. Trad. al castellano en Editorial Debate, 1991.

TARRÉS, J. (1994): "La topología general desde sus comienzos hasta nuestros días", en *Historia de la matemática en el siglo XIX* (2ª parte), R. Acad. CC. Exactas, Físicas y Naturales.

Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones

Una de las contribuciones esenciales a la forja de la mirada matemática contemporánea, fue la de B. Riemann a mediados del siglo XIX. La emergencia en el contexto matemático de geometrías distintas de la euclídea, llevó a Riemann a analizar las restricciones a las que habían estado sometida la geometría hasta entonces, y a hacerse una serie de preguntas que fueron determinantes en la evolución del concepto matemático de espacio. Sus reflexiones liberaron a las matemáticas, entre otras cosas, de la limitación impuesta por el uso exclusivo de los objetos de la geometría euclídea como constituyentes de un espacio matemático, y la obligación de vivir en universos tridimensionales.

El espacio ambiente en el que existen los objetos de la geometría de Euclides se conoce como Espacio Euclídeo; un espacio con una geometría esférica será un espacio esférico; un espacio con una geometría hiperbólica será un espacio hiperbólico, etc. Espacios con distintas geometrías tienen distintas propiedades. En unos habrá rectas paralelas, en otros no; en unos la suma de los ángulos de un triángulo será siempre 180°, en otros no. Riemann cayó en la cuenta de que, aceptadas como válidas geometrías distintas de la euclídea, el paso natural a continuación es aceptar también como válidos los espacios ambiente en que habitan estas geometrías.

Riemann cayó en la cuenta de que, aceptadas como válidas geometrías distintas de la euclídea, el paso natural que dar a continuación es el aceptar también como válidos los espacios ambiente en que habitan estas geometrías.

El problema que surge de inmediato es que una vez tenemos construidos varios espacios matemáticos, algunos muy parecidos entre sí, el decidir cuál de ellos casa mejor con el Espacio Físico deja de ser obvio. Como señala Riemann, nuestra decisión depende tanto de nuestras pre-concepciones sobre el Universo Físico como de los datos experimentales que tengamos a mano. *¿Por qué ha de ser el Espacio Físico un enorme contenedor cúbico?*, argumenta. *¿Por qué no puede ser una esfera inmensa o un gran elipsoide?* Si tal fuese el caso, dado el tamaño del Universo nosotros lo percibiríamos plano, como, esencialmente, lo percibimos. Reflexiones parecidas a estas llevaron a Riemann a varias conclusiones fundamentales que hermosamente explica (con una única fórmula, corta) en la *Habilitationsschrift* que presentó en 1854 cuando tomó posesión de su puesto de *Privatdozent* en la universidad de Göttingen (Riemann, 1854). La primera fue reconocer que Espacio Geométrico (el espacio ambiente a que da lugar un tipo de geometría) y Espacio Físico son conceptos distintos. Una vez dado este paso, el siguiente es dejar atrás el espacio tridimensional, y Riemann lo hace en tres direcciones simultáneamente.

- Por un lado, considera espacios curvos, espacios con curvatura no cero, siguiendo el camino abierto por las geometrías de Gauss, Lobachevsky y Bolyai.
- Por otro, generaliza las propiedades del Espacio Euclídeo a espacios con más de tres dimensiones, comenzando así el estudio de lo que se conoce como Hiperespacios (espacios con más de tres dimensiones).
- Finalmente, propone la validez de espacios construidos a partir de objetos distintos de los elementos de la geometría euclídea.

Cuando murió Riemann en 1866, en matemáticas se tenía una concepción intuitiva de la dimensión de un espacio, que se identificaba con el número de coordenadas independientes necesarias para determinar la posición de un punto en tal espacio.

Las reflexiones de Riemann sugirieron posibilidades maravillosas, y también hicieron que las gentes de la matemática fuesen conscientes de que había aún mucho trabajo que llevar a cabo. Por ejemplo, la noción de dimensión tenía que ser definida. Una tarea encarada, entre otros, por Cantor y Dedekind. Cuando murió Riemann (1866), en matemáticas se tenía una concepción intuitiva de la dimensión de un espacio, que se identificaba con el número de coordenadas independientes necesarias para determinar la posición de un punto en tal espacio. Por ejemplo, un espacio esférico tendría dimensión 2, pues se necesitan sólo dos coordenadas —longitud y latitud— para determinar la posición de un punto sobre la superficie de la esfera. Pero esta definición nunca hasta entonces se había necesitado dar de forma precisa.

En su correspondencia de 1874, Georg Cantor y Richard Dedekind reflexionaron sobre esta idea intuitiva de dimensión, y ambos estaban de acuerdo en que un conjunto de dimensión 2 debería, de alguna manera, ser más grande que otro de la misma naturaleza y dimensión 1. El método más fácil para comprobar si dos conjuntos tienen el mismo tamaño consiste en emparejar los elementos de uno y otro: si después de hacerlo no nos sobra ningún elemento en ninguno de los dos conjuntos, podemos concluir que ambos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos. En matemáticas, formar parejas con los elementos de dos conjuntos de manera que cada pareja tenga un elemento de cada conjunto y que ningún elemento esté en más de una pareja, se llama establecer una *correspondencia biunívoca* entre los conjuntos. Cantor y Dedekind pensaban que no debería ser posible establecer una correspondencia biunívoca entre conjuntos de distinta dimensión, por ejemplo una recta (dimensión 1) y una superficie (dimensión 2). Pero para su sorpresa —y la de toda la comunidad matemática—, en 1877 Cantor logró construir una correspondencia biunívoca entre un segmento y un cuadrado, un segmento y un cubo y, en general, un segmento y una caja de cualquier dimensión positiva p. Este ejemplo llenó de perplejidad a Dedekind, pues parecía indicar que es posible reducir p dimensiones independientes a una sola dimensión y eso contradice la idea intuitiva de dimensión.

Leamos algunos extractos de la correspondencia entre Cantor y Dedekind sobre el tema (traducción de la autora de la versión inglesa de John Fauvel y Jeremy Gray (1987)).

Cantor a Dedekind, 5 de enero de 1874:

> ¿Es posible establecer una correspondencia entre un cuadrado (supongamos un cuadrado en el que incluimos sus lados) y un segmento (supongamos un segmento con sus extremos incluidos) de tal manera que a cada punto de la superficie corresponde un punto del segmento y, recíprocamente, a cada punto del segmento le corresponde un punto de la superficie? En este momento me parece que la respuesta a esta pregunta —por mucho que uno esté tan tentado de responder *no*, que la demostración parezca superflua— ofrece grandes dificultades.

Cantor a Dedekind, 29 de junio 1877:

> Su última respuesta a nuestro trabajo fue tan inesperada y nueva que, por decirlo de alguna manera, no seré capaz de recuperar la compostura hasta que no haya recibido de usted, querido amigo, una decisión sobre su validez. Mientras no lo haya confirmado sólo puedo decir: *lo veo pero no lo creo* [cursivas en francés en el original]. [...] La distinción entre dominios de dimensiones diferentes deberá ser buscada de forma muy distinta que el característico número de sus coordenadas.

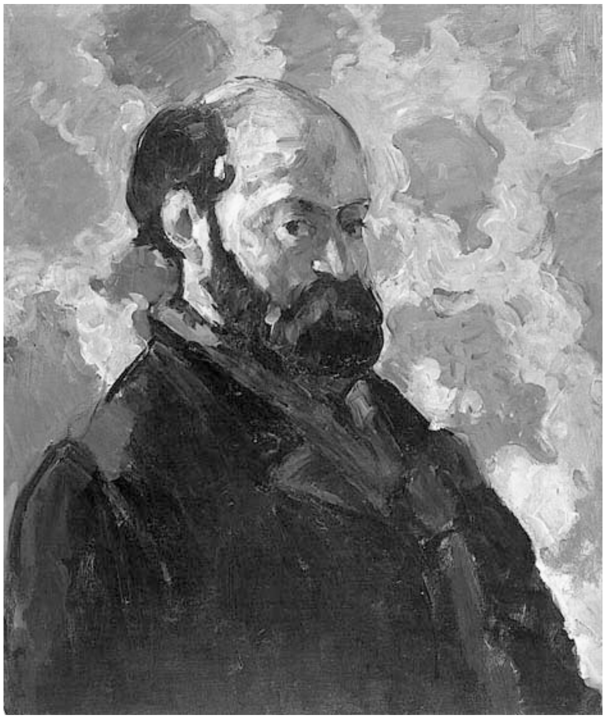
Dedekind a Cantor, 2 de julio 1877:

> He comprobado su demostración una vez más, y no encuentro ninguna laguna en ella; estoy convencido de que su interesante teorema es verdad y le felicito, [...] Pero ahora creo posible, provisionalmente, el siguiente teorema: dada una correspondencia biunívoca entre los puntos de una variedad continua **A** de dimensión a por un lado, y los puntos de una variedad contínua **B** de dimensión b por otro, entonces la correspondencia en cuestión, si a y b son desiguales, es necesariamente discontinua.

Como leemos en el último párrafo, Dedekind llegó a la conclusión de que si somos capaces de establecer una correspondencia biunívoca entre los elementos de dos conjuntos continuos de dimensiones distintas, entonces esta correspondencia habrá de ser discontinua (una correspondencia es discontinua, por ejemplo, si tiene saltos o agujeros). Esta idea le llevó a enunciar la siguiente conjetura (conocida hoy como el *teorema de la dimensión*): “toda correspondencia biunívoca entre conjuntos de distinta dimensión es discontinua”. Este teorema no fue demostrado por Dedekind ni Cantor ni ninguno de sus contemporáneos. Tras muchos años y mucha gente intentándolo, fue demostrado, independientemente y siguiendo métodos distintos, por L.E.J. Brouwer y H. Lebesgue en 1911.

> *Esta idea llevó Dedekind a enunciar la siguiente conjetura (conocida hoy como el* teorema de la dimensión*): “toda correspondencia biunívoca entre conjuntos de distinta dimensión es discontinua”. Este teorema no fue demostrado por Dedekind, ni por Cantor.*

Aunque Cantor no lograse demostrar el teorema de la dimensión, sus intentos por entender el paso de una a dos dimensiones —de un segmento a un cuadrado—, y de dos a tres dimensiones—de un cuadrado a un cubo—, le llevaron a hacer descubrimientos que cambiaron de manera esencial la forma en que la gente de la matemática miraba el mundo en derredor.



Paul Cezanne (1839-1906) -Autoretrato

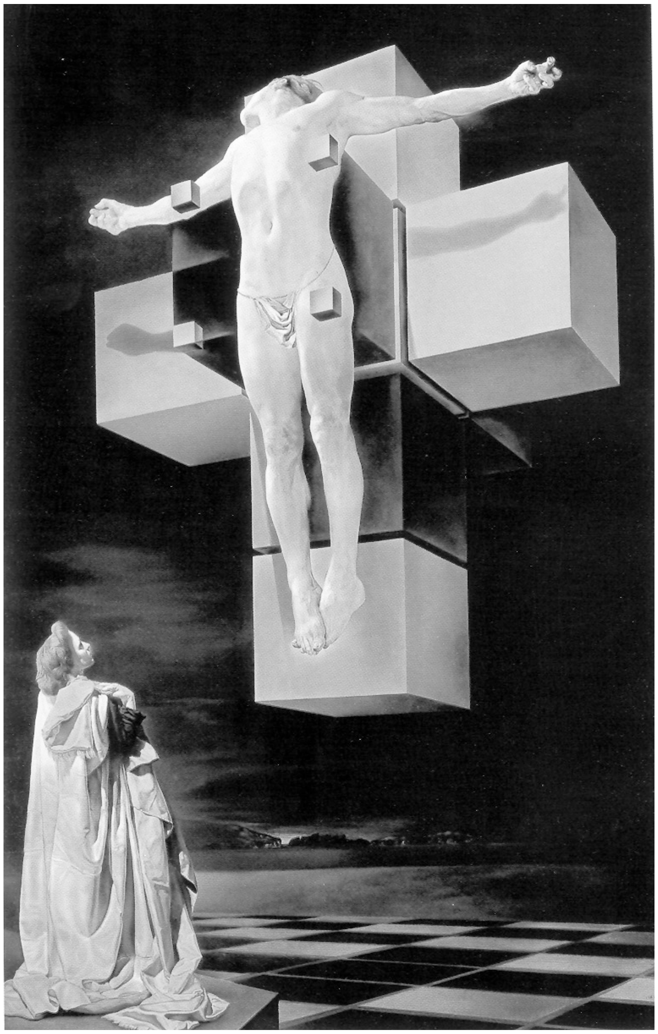
Cézanne nos ofrece el mejor ejemplo gráfico de los esfuerzos llevados a cabo por los pintores contemporáneos a Cantor y Dedekind por entender el paso de dos a tres dimensiones, esto es, para reducir relaciones de profundidad a relaciones sobre una superficie: Cézanne ve un objeto tridimensional y quiere construirlo sobre un lienzo bidimensional, y hacerlo sin efectos ilusorios ni deformaciones. Desde Masaccio (y sus infructuosos esfuerzos para construir un toro, una rosquilla) y hasta la época de Cézanne, los pintores occidentales no habían intentado construir objetos, y por lo tanto nunca habían tenido que enfrentarse al problema de la deformación. La vuelta de Cézanne a la construcción de objetos le obliga a enfrentarse con la desagradable deformación, una lucha que, según sus escritos, le hizo sufrir toda su vida. Por supuesto Cézanne falla, como fallaron cartógrafos y matemáticos antes de que Euler demostrase en el siglo XVIII que la representación conforme —esto es, la construcción sin deformaciones— de un objeto tridimensional sobre una superficie bidimensional es imposible. Sin embargo, gracias a sus intentos, Cézanne aprendió a liberarse (y liberar de paso a los pintores que le siguieron) de la tiranía de la tridimensionalidad. Las estrategias de Cézanne (y de Seurat, Matisse, cubistas, etc.) para resolver el problema —el uso de trazos gruesos y discontínuos, la construcción de volúmenes mediante planos, o el dar la misma textura y colores a los distintos objetos y materiales, por ejemplo a las montañas y al cielo a su alrededor (Corrales, 2000 y Loran, 1963)—, pueden verse con toda claridad en la serie de cuadros que llevó a cabo entre 1904 y 1906 sobre el monte *Saint Victoire*.

> *Cézanne nos ofrece el mejor ejemplo gráfico de los esfuerzos llevados a cabo por los pintores contemporáneos a Cantor y Dedekind por entender el paso de dos a tres dimensiones, esto es, para reducir relaciones de profundidad a relaciones sobre una superficie.*

> *Hay algo que subyace de manera esencial al trabajo de Cèzanne y Dalí: su preocupación por el tema de las dimensiones. Para empezar, y desde el punto de vista formal, hay algo que introduce Cézanne y que Dalí mantiene: en los cuadros de Cézanne, los tamaños no varían de acuerdo con las reglas perspectivas.*

En 1904, hace exactamente cien años y en pleno esplendor de Cézanne, nace Salvador Dalí. Hay algo que subyace de manera esencial al trabajo de ambos: su preocupación por el tema de las dimensiones. Para empezar, y desde el punto de vista formal, hay algo que introduce Cézanne y que Dalí mantiene (como tantos otros de sus contemporáneos, que llegaron a las Escuelas de Bellas Artes en un momento en el que las ideas y técnicas de Cézanne eran materia esencial de estudio): en los cuadros de Cézanne, los tamaños no varían de acuerdo con las reglas perspectivas. Su espacio (como el de muchos pintores renacentistas, —pensemos en Giotto o Piero de la Francesca— no es el espacio ilusorio de Proclo (1970) reproducido mediante la perspectiva, claroscuro o gradaciones de color. Profundidad, tridimensionalidad, se obtiene compensando los volúmenes de tal manera que se respeta la bidimensionalidad del lienzo; variando la distancia entre planos verticales, Cézanne crea profundidad, tensión y ritmo, siempre en relación con el plano, con lo bidimensional. Lo mismo que hará Dalí en sus lienzos. Pero más allá de esta primera —y fácil de ver— manera común de enfrentarse al problema de construir un objeto con volumen sobre una tela plana, Cézanne y Dalí estaban ambos profundamente interesados en el tema del paso de una a otra dimensión. Y como los matemáticos, —Cantor y Dedekind, por ejemplo— también los pintores se esforzaron en estudiar el paso de una a dos y de dos a tres dimensiones, buscando las reglas generales que les permitirían, como en muchos aspectos ha hecho la matemática contemporánea, trascender el problema de las dimensiones: no hace falta que nos preocupemos por saber en qué dimensión estamos trabajando, porque lo que estamos haciendo funciona en cualquiera de ellas.

Cézanne, Seurat y, de hecho, casi todos los pintores que a fines del siglo XIX y principios del XX trabajaban estos temas, solo estaban interesados en el problema desde el punto de vista de la representación pictórica. Dalí quería ir más allá, quería llegar a construir objetos en cuatro dimensiones.



Aunque sus escritos y declaraciones sobre el tema estén llenos de palabras altisonantes y conceptos complicados (y con frecuencia, también de disparates), lo cierto es que al analizar los cuadros en los que Dalí ilustra sus reflexiones sobre el tema, nos damos cuenta de que tanto las herramientas matemáticas sobre las que se sustenta, como sus propuestas, son muy simples. Estudiemos el primero y más famoso de ellos *Corpus hypercubus (Crucifixión)* de 1954.

Corpus hypercubus: cuerpo hipercubo. Efectivamente, hay un cuerpo, el del crucificado, pero, ¿dónde está el hipercubo? La cruz que flota en el espacio del cuadro esta formada por ocho cubos, pero todos ellos son cubos-cubos, esto es, cubos de tres dimensiones. ¿A qué hipercubo se refiere Dalí? En una entrevista que Carlos de Miguel hizo al pintor en 1972 con motivo de la muerte de su colaborador y amigo, el arquitecto Emilio Pérez Piñero[1], Dalí explica que en este cuadro, el Cristo, que es la cuarta dimensión, descansa, como debe ser, sobre un hipercubo, esto es, sobre un cubo de cuatro dimensiones, objeto que él, Dalí, pintó siguiendo las reglas matemáticas establecidas por Raimundo Lull tal y como las describió con toda precisión Juan de Herrera en su *Discurso sobre la Figura Cúbica.* Así pues, según el propio Dalí, los ocho cubos que aparecen en el lienzo, además de formar una cruz, juntos constituyen un hipercubo, es decir, un cubo de cuatro dimensiones, y la clave para entender tal construcción está en el texto de Juan de Herrera.

Buscamos, pues, el tratado sobre la figura cúbica del arquitecto del Monasterio Palacio del Escorial. Nos cuesta encontrarlo, pues en la única edición a la que tenemos acceso (Herrera (1979, libro de 509 páginas), el texto de Juan de Herrera aparece escondido entre las notas de los editores, escritas imitando el estilo del *Discurso* y sin especificar claramente dónde empieza y dónde termina la voz de Herrera (páginas 57 a 154). Según voy leyendo el Discurso, para extraer la parte matemática y no perderme en las frecuentes disquisiciones esotéricas, voy clasificando las páginas del texto según su contenido (la numeración de las páginas se refiere a la edición citada):

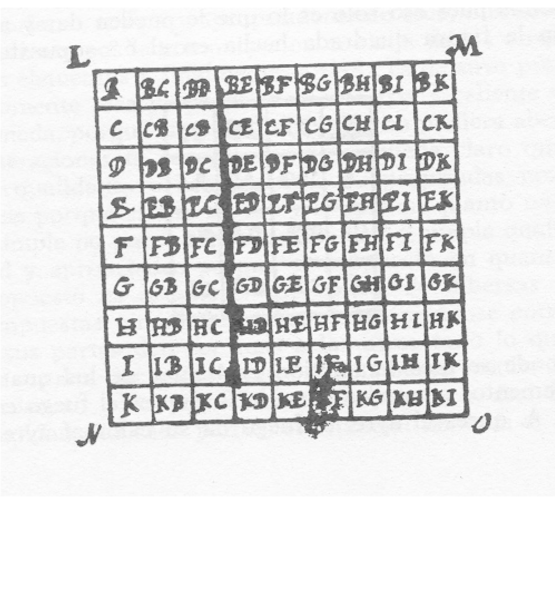
Página 68: El *Discurso* comienza con una serie de láminas. Las dos primeras, muestran tres círculos y tres triángulos equiláteros, todos ellos concéntricos. Los tres triángulos son todos del mismo tamaño y están inscritos en el menor de los círculos. Círculos y triángulos son las figuras que, según Juan de Herrera, es preciso conocer para poder introducir el cubo. Las láminas restantes ilustran cómo construir un sistema de coordenadas en un cuadrado: dividimos dos de sus lados en varias partes iguales, asignamos a cada parte una letra distinta, construimos con estas partes una retícula de pequeñas celdillas cuadradas y, como en el juego de los barcos, a cada celdilla le asignamos las dos letras que le correspondan.

Parte 1 (págs. 69 a 88): Enunciado y análisis de las definiciones de Euclides de cuadrados y cubos (Euclides (1925), VII-18, VII-19, XI-25).

Parte 2 (págs. 88 a 111): Breve presentación de los trece artículos de la doctrina de Raimundo Lull, de las tres dimensiones de todo lo que es (Razón formal, Razón final y la suficiencia y el cumplimiento de las dos Razones, formal y final), y de los nueve principios absolutos de que, según Raimundo Lull, todo lo que es está hecho (bondad, grandeza, duración, potestad, sabiduría o instinto, voluntad o apetito, virtud, verdad y gloria o suavidad y, por último, deleitación), seguida de una descripción detallada de todo ello.

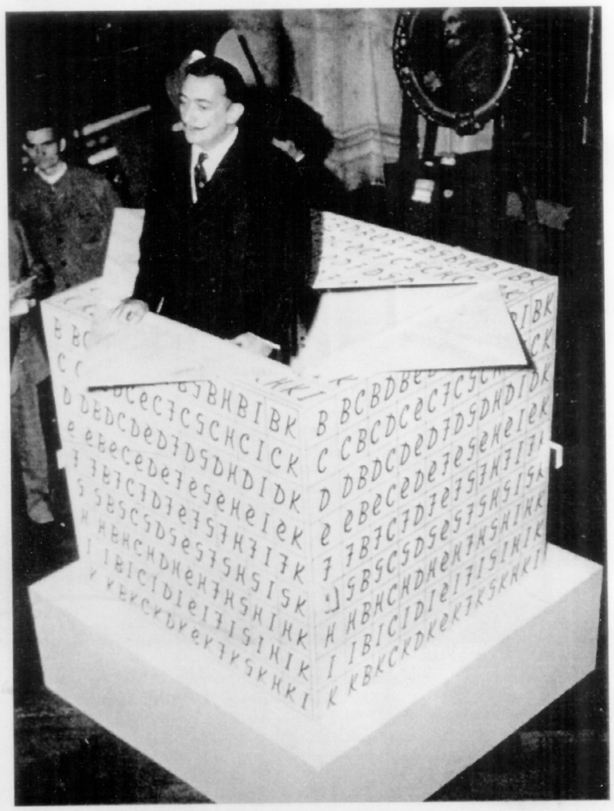
Parte 3 (págs. 112 a 154): Explicación de por qué el cubo contiene en sí todo lo que es, partiendo de que todo lo que es tiene las tres dimensiones enunciadas en la parte 2, y está hecho de la combinación de, como mucho tres, de entre los nueve principios absolutos o ingredientes listados en la parte 2. La explicación se resume muy fácilmente: tomamos un primer segmento, que representará la primera de las dimensiones, y lo dividimos en nueve partes, una por cada uno de los principios absolutos. Denotamos estas nueve partes por las letras *B, C, D, E, F, G, H, I* y *K* respectivamente. Siguiendo las instrucciones de Euclides explicadas en la parte 1, con este segmento y otro similar que representa la segunda dimensión, construimos un cuadrado formado por 9 x 9 = 81 celdillas planas que, como en el juego de los barcos, denotamos por *BC*, *FG*, etc.

Al llegar a este punto, dibujo el cuadrado resultante con sus celdillas, y escribo en cada una de ellas su nombre. Comparo mi dibujo con el de Juan de Herrera.



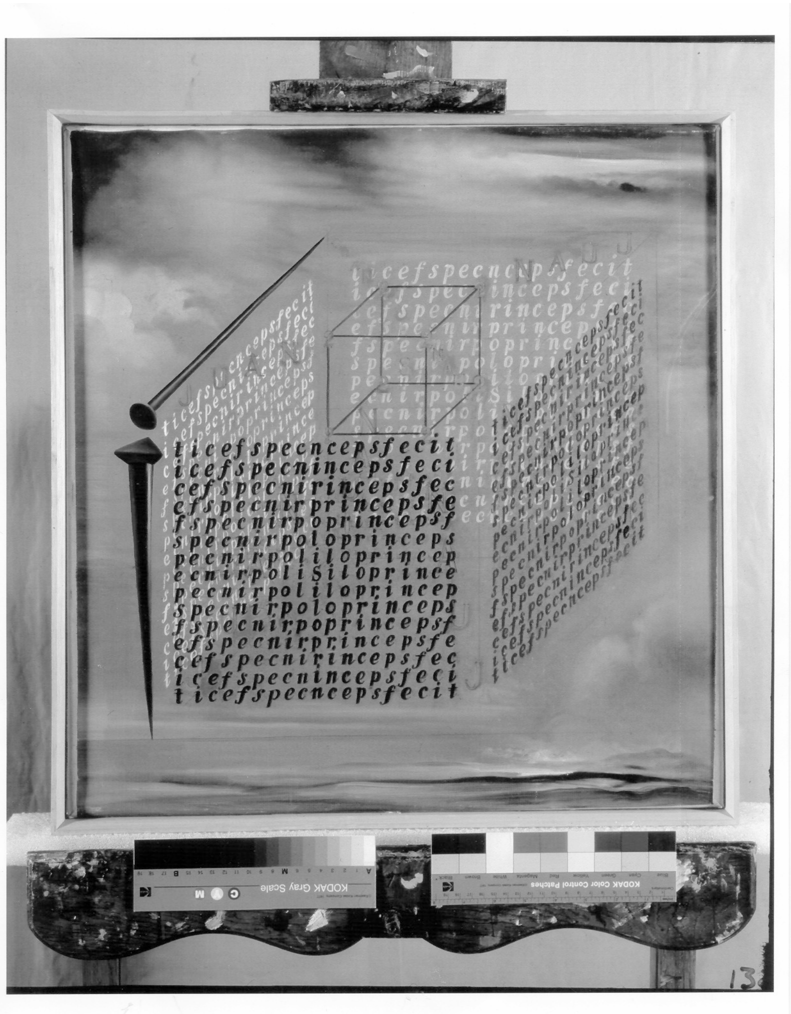
No coinciden: en mi dibujo cada celdilla se corresponde con dos letras. En el dibujo de Herrera, algunas casillas tienen sólo una letra sobre ellas. Sigo leyendo. Según Lull, ningún principio absoluto se combina consigo mismo, por lo que Juan de Herrera, para evitar que las casillas diagonales aparezcan como *BB*, CC, etc, hace un pequeño desplazamiento siguiendo una regla sencillísima que aparece ya en algunas de las figuras de la página inicial del *Discurso*, y cuya búsqueda se deja como ejercicio.

A continuación, Herrera repite la jugada con una tercera copia del segmento que, representando al tercera dimensión, nos permitirá construir un cubo formado por 81x9= 729 celdillas tridimensionales, cada una de ellas denotada por, como mucho, tres entre las nueve letras con que comenzamos. Si todo lo que hay en el universo está hecho de tres dimensiones, argumenta Juan de Herrera, y de la combinación de como máximo tres de entre los nueve principios absolutos, en nuestro cubo aparece representado todo lo que es.


1179

En plena lectura del texto de Herrera, una amiga me trae una foto peculiarísima de Dalí. Tomada en Roma en 1954, año en que se pintó *Corpus hypercubus*, muestra al artista saliendo de un enorme cubo de cartón con sus caras cubiertas por letras.

Curiosamente, el cubo del que emerge el pintor es precisamente el descrito y dibujado por Juan de Herrera. Así pues, efectivamente, Dalí había, si no leído el texto, al menos estudiado los dibujos del *Discurso sobre la figura cúbica*. ¿De dónde extraería el pintor las supuestas instrucciones para la construcción del *hipercubo*, si Herrera no menciona en ningún momento la cuarta dimensión?



Con estas cuestiones en la cabeza, fui a visitar, primero el Monasterio del Escorial, y luego la sala dedicada a Dalí en la colección permanente del Museo Nacional Centro de Arte Reina Sofía. Recorría la habitación con poco entusiasmo, pensando, como suelo hacer cada vez que me enfrento a la obra de este pintor, "¡Cómo me gusta su mano y qué poco me atrae su cabeza!", cuando un cuadro hermoso y chiquito casi me hace gritar: frente a mí, el cielo y el horizonte que se contempla al mirar en dirección a Madrid desde los jardines del Monasterio del Escorial y, entre las nubes y las colinas, dos cubos flotando, uno dentro del otro. Me acerco al lienzo, pintado en delicados tonos pastel, y leo el título: *A propósito del Discurso sobre la figura cúbica de Juan de Herrera*[2] , pintado en 1960.

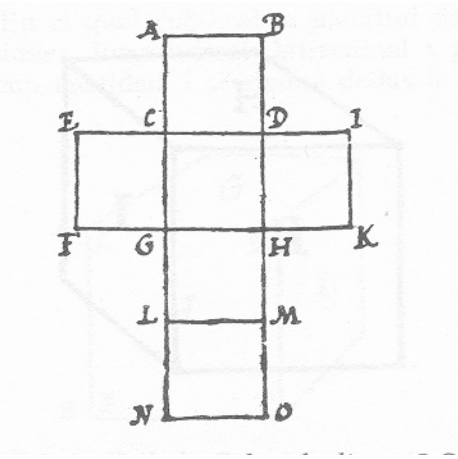
Tanto por el paisaje que le rodea, como por los otros cuadros que conozco en los que Dalí ha pintado el Monasterio del Escorial —*Retrato del embajador Cárdenas*, 1943, y *Retrato ecuestre de Carmen Bordiú Franco*, 1974, (Desar-nes (2004), págs. 360 y 636 resp.)—, deduzco que el cubo interior representa el edificio, una figura sólida limitada por aristas bien recortadas contra el cielo. Sobre cada uno de sus ocho vértices aparece dibujado el dígito 2 en amarillo, y en el centro flota el número 3. Este cubo interior se mantiene en el aire sostenido por ocho cadenas que, saliendo de cada uno de sus ocho vértices, le unen a los ocho vértices del cubo exterior, delimitado por dos enormes clavos de hierro y cuatro paredes de letras escritas sobre superficies traslúcidas. Los eslabones de las cadenas son las letras del nombre del arquitecto, Juan, pintadas de amarillo: Juan sustenta su edificio en el cubo exterior, formado exclusivamente por clavos y letras. ¿Qué querrá esto decir?

Clavos y letras, clavos y letras… ¿Crucifixión y libros? ¿Por qué no? Iglesia y Biblioteca: el edificio del Escorial. Efectivamente, para entrar en el Palacio, se ha de pasar primero por la Biblioteca, y luego por la Iglesia.

Los clavos son distintos, uno tiene la cabeza circular, el otro triangular: ahí están los círculos y triángulos de las láminas iniciales del *Discurso*, las figuras que, según Juan de Herrera, hay que "penetrar para introducir el cubo". ¿Y no penetran los clavos?

El único detalle que me queda por entender qué pinta ahí en el cuadro, está ya claro también: los vértices del cubo interior son puntos de sus caras, figuras bidimensionales, y por lo tanto dos coordenadas —dos letras, en el sistema de Juan de Herrera— bastan para describirlos. El centro, sin embargo, es un punto del interior del cubo, y se requieren tres coordenadas para identificarlo.

Pensando en esta diferencia entre los puntos de la superficie y del interior del cubo, de repente *veo* la construcción del *hipercubo* de Dalí. Busco la ilustración del cubo desplegado que acompaña la definición XI-25 de Euclides en el texto del Discurso, y la comparo con la del *Corpus hypercubus.*



Ahí está, una cruz formada por seis cuadrados, que doblada da lugar al cubo (con volumen, tridimensional). ¿Qué ocurre si cada uno de los seis cuadrados lo transformamos en un cubo? Si lo hacemos respetando la simetría bidimensional de la cruz original, obtenemos una nueva cruz, con volumen y formada por ocho cubos: la cruz sobre la que reposa el Cristo del cuadro.

Si al *doblar* la cruz bidimensional obtengo un cubo tridimensional, al doblar la cruz tridimensional obtendré un cubo de cuatro dimensiones: ¡el hipercubo de Dalí!

Cierto es que la topología y la experiencia cotidiana nos dicen que, mientras que no hay problema en utilizar las aristas compartidas por cuadrados consecutivos en una cruz plana como bisagras, y doblar por ellas, el movimiento equivalente en la cruz tridimensional sobre la que yace el Cristo en *Corpus Hypercubus*, que consistiría en doblar por las caras que comparten cubos consecutivos, es imposible. Caras no pueden ser utilizadas como bisagras. Pero eso es un problema de la topología y de la materia. Dalí era un artista genial, y como tal no limitado ni por las reglas de la lógica ni por las del mundo material. Faltaría más. ■

NOTAS

[1] Agradezco a Sol de la Cuadra y Miguel Seguí, comisarios de la exposición-homenaje a Salvador Dalí y Emilio Pérez Piñero —MOPU, Madrid OCTUBRE 2004— que, al enterarse de que yo preparaba este trabajo, se desplazasen hasta Madrid y me mostrasen su copia en vídeo de esta entrevista.

[2] Agradecemos al Dpto. de Registro de Obras de Arte del MNCARS que nos hayan permitido utilizar su material fotográfico para llevar a cabo este estudio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CORRALES, C. (2000): *Contando el espacio*, despacio.mobcoop ediciones, Madrid.

DESARNES, R., NÉRET, G. (2004): *Salvador Dalí, 1904-1989. L a obra pictórica*, Taschen.

EUCLIDES (1925): *The thirteen books of The Elements*, traducción al inglés de Sir T.L. Heath, Dover.

EULER, L. (1748): *Introductio*, en *Opera Omnia*, Leipzig-Berlin-Zurich, 1911-1957.

FAUVEL, J., GRAY, J. (1987): *The History of Mathematics: a reader*, The Open University.

GRAY, J. (1992): *Ideas del espacio*, Biblioteca Mondadori.

HAUSDORFF, F. (1914): *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig –Veit.

HERRERA, J. de (1979): *Discurso del Señor Juan de Herrera, aposentador Mayor de S.M., sobre la figura cúbica*, Simons y Godoy eds., Biblioteca de marginados, heterodoxos y visionarios, Ed. Nacional.

LORAN, E. (1963): *Cézanne's Composition* (1943), Univ. of California Press.

PROCLO (1970), *A commentary on the first book of Euclid's elements*, traducido al inglés por G.R Morrow , Princeton Univ. Press.

RIEMANN B. (1854): *Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde Liegen,* Habilitationschrift, Göttingen. Edición comentada en castellano de José Ferreirós, CSIC 2000.