

Homenaje a Maurice Fréchet en el centenario del concepto general de distancia

Para medir efectivamente distancias ciudadanas podemos disponer de diversos aparatos y estrategias. Para distancias cortas entre puntos accesibles cintas métricas, pasos humanos, el rueda-metro de la Guardia Urbana, el cuentakilómetros del coche... y para situaciones más complicadas disponemos de aparatos topográficos de precisión, magníficos mapas a escala, tecnología GPS, etc.

Lo que les propongo en este *clip* es pues una reflexión sobre las distancias vistas desde la realidad de la ciudad, teniendo en cuenta no solo las medidas sino las calles, las direcciones, las casas, etc. No somos personas invisibles que puedan atravesar muros, ni conductores locos dispuestos a tomar calles en dirección prohibida, así que la distancia euclídea no siempre es la mejor métrica.

Taxis

La distancia del taxista es una distancia clásica en el plano. Trabajando con coordenadas tiene la expresión:

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

Si se considera el origen (0,0), la *bola* cerrada de radio 1 es el rombo

$$\{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}.$$



Maurice Fréchet (1878-1973)

Matemático francés conocido principalmente por sus contribuciones al Análisis Real. Se le considera el fundador de la teoría de los espacios abstractos.

Autor de *Espaces abstraits* (1928)

Récherches théoriques modernes sur la théorie des probabilités (1937-38)

Claudi Alsina

elclip.suma@fespm.org

Si se consideran puntos de una cuadrícula entonces muchas trayectorias entre dos puntos tienen igual distancia al combinar trozos horizontales y verticales, lo cual *modeliza* trayectorias de taxis en zonas urbanas con calles distribuidas en cuadrículas (Ensanche de Barcelona, Manhattan en Nueva York...).

En general la distancia del taxista puede definirse como la trayectoria mínima circulable entre dos puntos del territorio.

Bares

Si en el plano se considera la distancia

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \text{Max}(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|),$$

entonces *la bola* cerrada de centro el origen y radio 1 es el cuadrado $[-1, 1] \times [-1, 1]$

$$\{(x, y) \mid \text{Max}(|x|, |y|) \leq 1\}.$$

Por ejemplo, en el Ensanche de Barcelona para limitar la repetición cercana de determinados bares, comercios, etc. (densidad) se exigen no sólo unas distancias mínimas sino que en el cuadrado con centro *el punto medio de la zona de fachada del local* y lado 100 m no debe haber más de una determinada cantidad del mismo servicio (por ejemplo cinco en hostelería) (Figura But. Of. Prov. Barcelona 297 Pg. 37 – 12/12/2002).

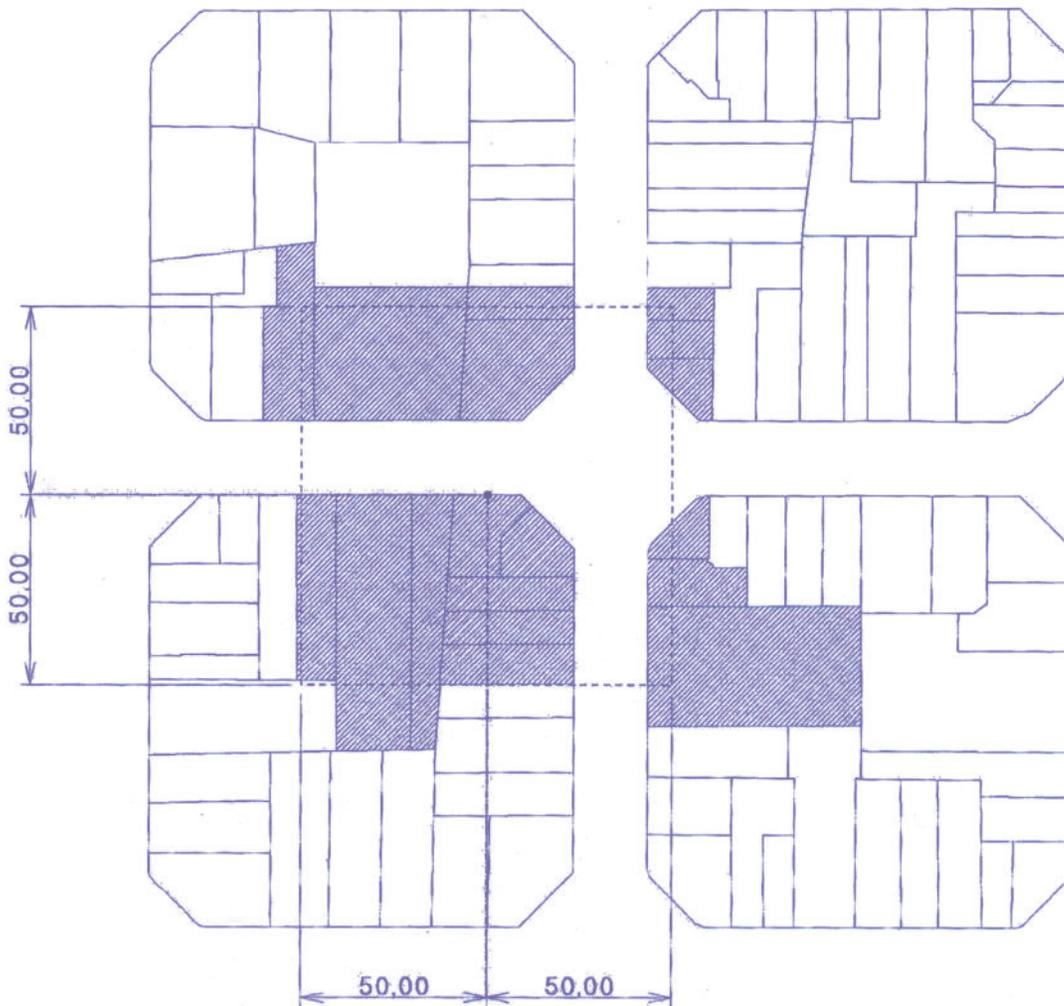


Figura 1

Bingos, Relax y Sex-shops

Si desean montar en el Ensanche de Barcelona una sala de máquinas recreativas, un bingo, un relax, una sex-shop, un club... (no creo que sea preciso que entre en más detalles y no deseo que los lectores de SUMA se vean implicados en estos negocios) entonces deberán buscar un local cuya “distancia mínima” a otro de la misma clase sea de 400 metros (Artículo 15.2 ORMM/2002) y supere en 100 metros la distancia a centros con menores, sedes institucionales, hospitales, etc. Para hacer efectivo el cálculo sobre mapa de los 100 m y de los 400 m se aplica el Artículo 28 de la OEPC y el gráfico de la Figura 2 adjunto donde los puntitos ejemplifican una medición correcta:

ma” a otro de la misma clase sea de 400 metros (Artículo 15.2 ORMM/2002) y supere en 100 metros la distancia a centros con menores, sedes institucionales, hospitales, etc. Para hacer efectivo el cálculo sobre mapa de los 100 m y de los 400 m se aplica el Artículo 28 de la OEPC y el gráfico de la Figura 2 adjunto donde los puntitos ejemplifican una medición correcta:

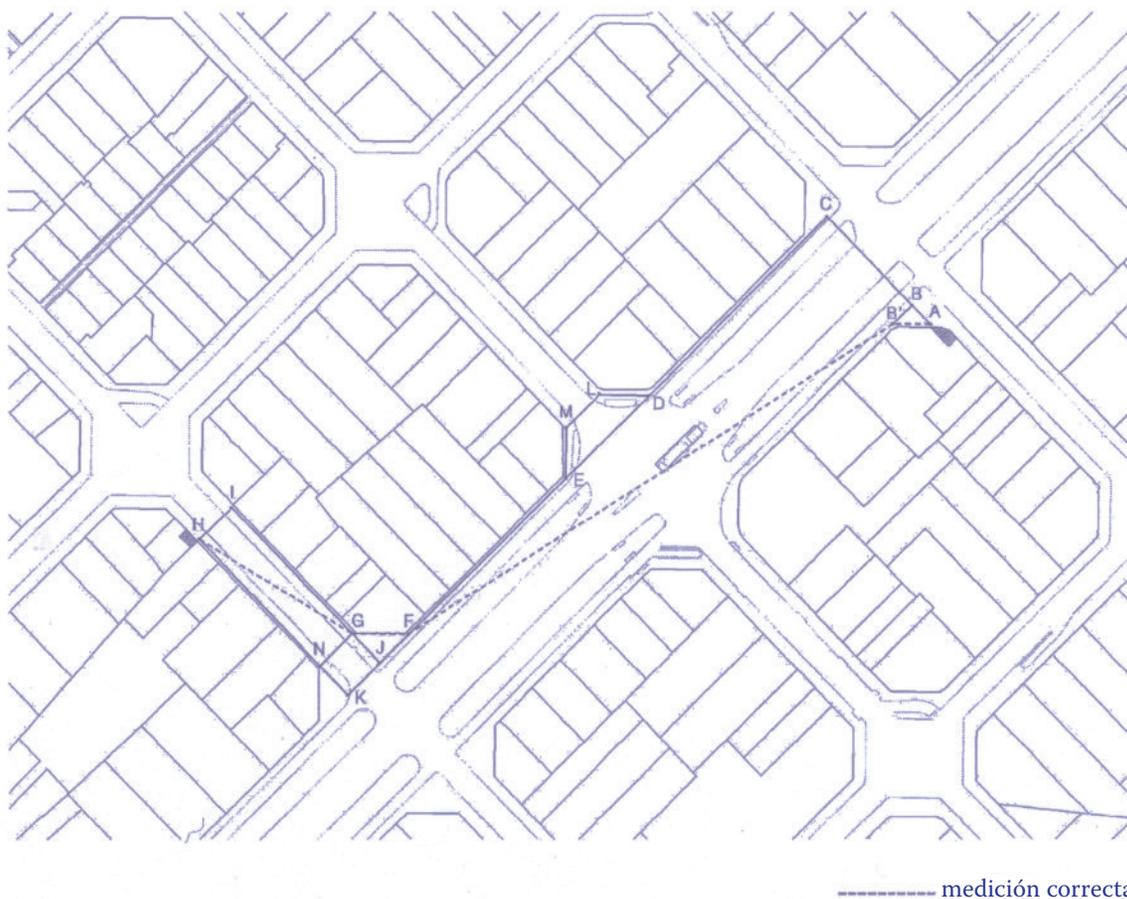


Figura 2

La distancia se calcula pues sobre plano y sobre la proyección horizontal del itinerario mínimo *utilizable* por el público (calle, jardín, plaza...) pero con independencia de los posibles obstáculos urbanos o de regulación del tráfico, es decir pasando la regla sobre el mapa por encima de parterres, semáforos, aceras, etc. Nótese que esta distancia puede formalizarse como el ínfimo de las longitudes de todas las curvas uniendo los puntos dados y contenidas en la zona viaria (complementaria de la edificable). En la figura 2 podemos apreciar que la normativa es más restrictiva que la que resultaría de aplicar la distancia del taxista. No obstante cabe observar que la norma protege más el negocio de las sex-shops (al alejarlas) que el tema de la proximidad de colegiales pues diversos colegios podrían estar en la misma manzana (a más de 100 metros).

El caso estrella: las farmacias

Desde hace muchos años el corporativismo de los farmacéuticos españoles ha asegurado a los colegiados de la profesión con más años el privilegio de mantener a los nuevos colegiados sin posibilidad de abrir nuevos establecimientos. Por motivos de población a atender hay lugares con solo una o unas pocas farmacias y en grandes núcleos criterios métricos restrictivos (por ejemplo: *a más de 200 metros*) superpuestos a criterios demográficos y otros impedimentos, consagran la imposibilidad de expansión del sector, siendo las listas de espera de los jóvenes licenciados en Farmacia monumentales. Vaya, todo muy europeo.

Lo comentado hasta aquí sugiere que el tema de las distancias tiene mucho más interés si se aplica a problemas reales de normativas en contextos reales que en el reino teórico de las coordenadas cartesianas. El amigo René nos dio un poderoso instrumento para aritmetizar la geometría pero en el caso de distancias nos alejó de los temas reales métricos. Por eso hay que agradecer que Maurice Fréchet en 1906, hace ahora cien años, con su definición general de espacio métrico nos permitiera ir más allá de las distancias entre vectores. A los propios matemáticos (Hausdorff, A. Weil, Nachbin, Efremovič, Császár...) les facilitó establecer métricas en espacios abstractos fundamentales para el desarrollo del Análisis. La idea de Fréchet nos ha de permitir hoy, un siglo después, recuperar a nivel docente el interés por las distancias reales.

Para pensar un rato

Es interesante localizar las normativas o leyes estatales, autonómicas y locales que se formulan en términos métricos y observar sobre planos a escala los problemas concretos de su aplicación. En cada caso la determinación de “las mediatrices” (puntos a igual distancia de dos puntos dados) o de “los puntos entre dos dados” (igualdad en la desigualdad triangular) pueden llevar a descubrimientos sorprendentes. Si lo hace y quiere compartirlo ya lo saben elclip.suma@fespm.org ■

PARA SABER MÁS

BOE 26.04.1997. LEY 16/1997 de regulación de Servicios de las Oficinas de Farmacia.

VVAA (2005). Normas Urbanísticas de Cataluña, Ed. Aranzadi, Madrid.

GONZALEZ-VARAS, S. (2005). Urbanismo y ordenación del territorio, Ed. Aranzadi, Madrid.

BOMBAL, F. (2000). *Los Espacios Abstractos y el Análisis Funcional en la Matemática del siglo XX*, En A. Martín (Ed.) Madrid, Ed. Nívola pp. 205-210.

En INTERNET:

En Google: *Normas urbanísticas*

http://es.wikipedia.org/wiki/Espacio_m%C3%A9trico

SUMA Revista sobre
la enseñanza y
el aprendizaje de las
MATEMÁTICAS

www.revistasuma.es

Apartado de Correos 19012

28080-MADRID (España)

Fax: (+34) 911 912 879

Dirección: direccion@revistasuma.es

Administración: administracion@revistasuma.es

Normas de publicación en página 143.

Boletín de suscripción en página 144.