

Este documento se encontraba antiguamente en la dirección [http://www2.uca.es/RELIEVE/V3N2\\_1.HTM](http://www2.uca.es/RELIEVE/V3N2_1.HTM). Por favor, a partir de ahora utilice la siguiente referencia: "Giménez Rodríguez, J. (1997). Aprendiendo a enseñar geometría en primaria. Análisis de simulaciones sobre la intervención. *RELIEVE*, vol. 3, n. 2. Consultado en [http://www.uv.es/RELIEVE/v3n2/RELIEVEv3n2\\_1.htm](http://www.uv.es/RELIEVE/v3n2/RELIEVEv3n2_1.htm) en (poner fecha)."

Este artículo ha sido consultado en **086686** ocasiones desde la fecha de su publicación

Revista **EL**ectrónica de Investigación y **EV**aluación **E**ducativa // 1997 // Volumen 3 // Número 2\_1  
ISSN 1134-4032 // D.L. SE-1138-94

# APRENDIENDO A ENSEÑAR GEOMETRÍA EN PRIMARIA. ANÁLISIS DE SIMULACIONES SOBRE LA INTERVENCIÓN

*por*

**Joaquín Giménez Rodríguez**  
[jgimenez@etse.urv.es](mailto:jgimenez@etse.urv.es)  
Fac. de CC. de l'Educatió i Psicologia  
Universitat Rovira i Virgili

## RESUMEN

En este artículo se presenta y analiza un trabajo desarrollado en el contexto de la formación inicial de maestros en el campo de la Geometría. La experiencia parte de la necesidad de vincular las actividades de formación con los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas primarias. En este sentido, el curso gira en torno al diseño, implementación y análisis de unidades didácticas de contenido geométrico, primando en el proceso de formación el componente de contenido pedagógico y profesional sobre el matemático (ya trabajado en un curso previo).

## ABSTRACT

*This article shows and analyses a work developed in a context of initial training of teachers in the Geometry field. The experience starts from the need of link the training activities with the teaching-learning process of the elementary Maths. In this sense, the course centred on the design, practice and analysis of lessons of geometric content, focusing -in the formation process- on the component of educational and professional content over the mathematical content (already studied in the previous course)*

## 1. PRESENTACIÓN Y FUNDAMENTOS

Diversos autores han hablado del contenido matemático a desarrollar en la enseñanza primaria hasta los 12 años, y por lo tanto reconocible y dominado por un estudiante para profesor. Así, Martin Hughes (1986) empleaba el término de "matemáticas emergentes". Sue Atkinson (1992, pp. 12-13) al hablar de "matemáticas con razón" o "matemáticas razonables" sugiere una lista de catorce puntos que deben cumplir las matemáticas para ser "matemáticas razonables". Otros autores como David Whitebread (1995, p. 27) seleccionan listados sobre esas matemáticas, que en adelante llamaremos *matemáticas primarias*.

En nuestro planteamiento base, aceptamos básicamente la visión fenomenológica de Treffers (1985) con algunas modificaciones, y llamaremos matemáticas primarias las que cumplen con las siguientes características: (1) surgen de un **proceso de acción-producción** (matematización horizontal) en el que se parte de formularse preguntas que sitúan la **realidad** matemática de los estudiantes (principio etnomatemático); (2) no se olvida la existencia de un **saber matemático institucional** (objetivos escolares pedagógicos y matemática oficial); (3) se propone una **atribución de significado** a la producción que se realiza (visión epistemológica), mediante la reflexión sobre las acciones realizadas en contextos próximos (metacognición situada); (4) que incluye como clave la **modelización** de la realidad (matematización vertical) mediante reconocimiento e integración de imágenes, (5)

se trata de dotar de **sentido** las acciones y afirmaciones de los estudiantes (implicación en la acción) en todos los campos de la matemática, (6) se vehicula mediante un **dominio base de representaciones** en las que el lenguaje es una pieza clave, se planteen y resuelvan problemas (uso de lenguaje), (7) se proponga un **proceso de autocontrol** de las afirmaciones realizadas mediante un análisis de cambios que incluye confrontaciones con uno mismo y los demás (aceptación del error, crítica y socialización); por último (8) el reconocimiento del **valor de la producción** establecida, mediante la formulación explícita de principios y "teoremas".

Estas características centradas sobre los estudiantes de Primaria deben ser reconocidas y -a poder ser- integradas por los estudiantes para profesor de Educación Primaria (a partir de ahora EPEP) y especialmente trabajadas desde el conocimiento profesional y el razonamiento pedagógico (Llinares, 1995). En particular, en este artículo, tratamos de dar indicadores del trabajo realizado para el desarrollo de la formación de estudiantes para profesor de Primaria en el campo de la geometría, reconociendo que pueden desarrollarse algunos cambios en la epistemología del futuro docente en base a los principios enunciados.

## 2- ENSEÑAR GEOMETRÍA Y FORMACIÓN GEOMÉTRICA.

Los Planes de Estudio actuales otorgan a la formación inicial un tiempo muy corto que en el caso que investigamos corresponde a 15 créditos globales en Matemáticas y Didáctica de las Matemáticas, suponiendo por las directrices establecidas que los EPEP poseen un conocimiento del contenido matemático básico por encima de lo que van a enseñar. De ellos, ¿cuánto dedicar a la geometría? En nuestro diseño de formación, el conocimiento base matemático tiene una orientación holística procedimental como una parte del análisis tipo conceptual y procesal. En lo que respecta a la formación geométrica, le dedicamos aproximadamente 10 horas de trabajo que describiremos a continuación.

Lo geométrico conceptual nos permite: (1) otorgar significado al hecho que la realidad tiene distintos posibles **puntos de vista** para su análisis (proyectivo, coordenadas, métrico...), razonando sobre ello, (2) reconocer diferencias y similitudes como características de los objetos (**propiedades** geométricas como paralelismos, igualdades,...) ; (3) identificar el valor de las **clasificaciones** como parte de un proceso de conceptualización (triángulos, cuadriláteros...) y las jerarquías ; (3) observar el papel de las **definiciones** como forma de integrar y caracterizar el conocimiento, estableciendo el juicio de validez o no de la definición, reconociendo el problema de los estereotipos. A todo ello le dedicamos 4 horas aproximadamente, de las cuales dos se dedican a la clasificación.

En cuanto lo procedimental, (1) reanalizamos el valor de **lo visual** en lo cotidiano (geometría intuitiva del entorno), utilizando el diseño como actividad que sirve de colofón para reconocer lo geométrico en lo funcional, lo estético o como una forma descriptiva especial (hasta llegar a distinguir forma y movimiento); identificamos la visualización y representaciones desde el ejemplo de las proyecciones paralelas que no llegan a definirse, y saber mirar los cortes diferentes de un cubo. Para ello, se usan elementos manipulativos, descripciones verbales y construcciones con plastilina. Se generalizan algunas caracterizaciones de relaciones geométricas en poliedros como problemas de incidencia y descomposición. (2) Reconocemos el valor de codificación de **representaciones** distintas de lo real (cortes, generaciones, etc...). (3) Proponemos la **producción de imágenes** sobre contenidos como simetría axial, del que nos preocupamos de recordar como sirve para generar los movimientos de traslación y giro mediante doblado de papel y uso de espejos . (4) Identificamos, mediante la lectura de dos artículos cómo funcionan movimientos como las ampliaciones y reducciones (Castelnuovo, E. 1981) que se relacionan con la idea de proporcionalidad mediante el análisis de las tareas de Thales y Eratóstenes y consideramos la idea de limitaciones o parasoles (Fielker, D.S 1979) en la construcción de conocimiento geométrico. A todo ello se le dedica unas 4 horas presenciales aproximadamente más la elaboración en casa de un resumen de los capítulos de los libros citados.

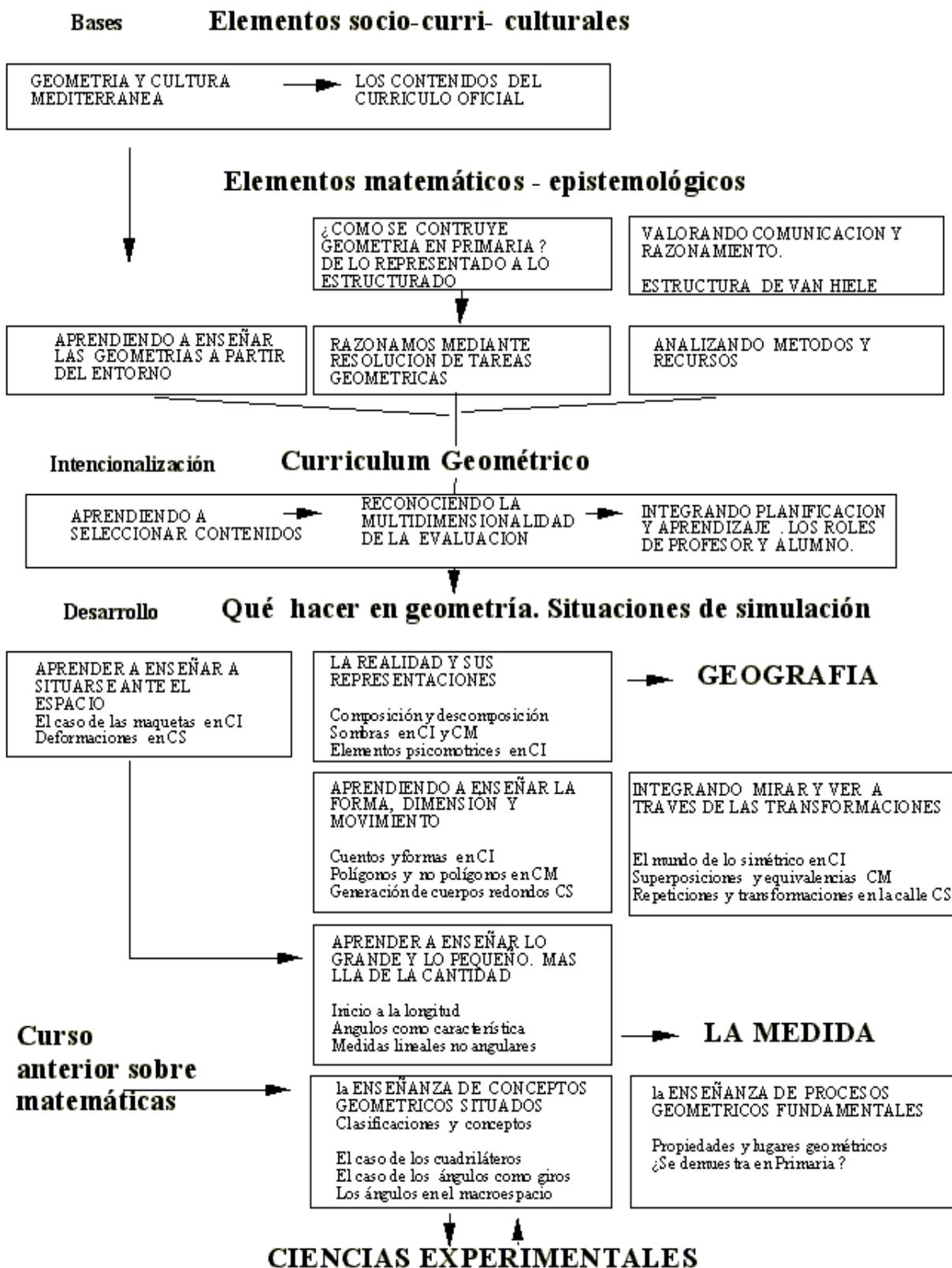
## 3. MARCO DE LA EXPERIENCIA DE APRENDER A ENSEÑAR

A partir del tratamiento general realizado en un curso inicial basado en lo matemático desde la perspectiva procesal enunciada, en un segundo curso otorgamos a la geometría un tiempo aproximado de 40 horas reales en el que hemos establecido una formación con una componente de contenido pedagógico y profesional. Ahí se establece una toma de decisiones sobre qué formación vamos a privilegiar. Por todo ello, planteamos a continuación cuál ha sido nuestra propuesta de trabajo, explicitada en tres componentes del contenido: geométrico - epistemológico, estratégico y pedagógico-profesional.

### Tratamiento del contenido geométrico.

El tratamiento del contenido se ha desarrollado a través de reflexiones y propuestas temáticas que los propios estudiantes van a elaborar en tres fases que llamamos: bases, intenciones y desarrollo. En la primera de ellas se requiere (a) la descripción de elementos propios de la cultura geométrica mediterránea (cerámica, arabismo, arquitectura árabe, neoclásica y modernista, diseño, profesiones que usan la geometría, funcionalidad, etc); (b) se observan los elementos clave de los contenidos del currículo oficial, (c) se analizan diversos aspectos de la construcción geométrica (representaciones, razonamientos, tipos de espacio, resolución de problemas y recursos diversos).

En una segunda fase, pretendemos observar algunas intenciones curriculares sobre lo geométrico: la selección de contenidos adecuados, elementos que sirven para reconocer qué y cómo evaluar en geometría y algunos trazos de lo que implica reconocer una buena planificación. Estos objetivos se desarrollarán en una tercera fase, en donde se propone la elaboración por parte de los estudiantes de una unidad de aprendizaje. Todo ello se puede visualizar en el esquema de contenido que se observa a continuación.



**La componente estratégica .**

Desde una perspectiva curricular, el tratamiento geométrico pretende reivindicar lo perceptivo como complementario de la acción y de la representación en la geometría para la Educación Infantil y la Educación Primaria. Lo que se traduce en la utilización de material variado, la atención al desarrollo (con la pausa que sea necesaria) de distintos niveles de representación (verbal, figural, creativa) de forma que queda privilegiada en el currículo la construcción de imágenes visuales de los contenidos geométricos e incluso no geométricos. Entre los materiales y recursos, para potenciar los diferentes niveles de representación, está claro que hay que situar en lugar preferente las máquinas, las situaciones reales estáticas y los diferentes software de los ordenadores que permiten analizar situaciones dinámicamente. Con ello, tratamos de descubrir y generar lo geométrico y al poner en

movimiento dibujos, nos permite tantear y hacer inferencias sobre las regularidades (variables e invariables observadas en la transformación).

En la formación de los EPEP hemos privilegiado los elementos estratégicos siguientes: (1) reconocimiento de los valores matemáticos primarios citados adaptándose a lo propio del contenido geométrico, (2) identificación de algunos valores geométricos importantes (visualización, representación, razonamiento), así como (3) identificación de algunas características conocidas de las dificultades geométricas de estudiantes de primaria así como (4) aspectos teóricos conocidos respecto a la construcción del conocimiento geométrico de los estudiantes de primaria. Por último, (5) reconocimiento del valor de la ingeniería didáctica, así como la importancia de observar, analizar y controlar el diseño.

Nuestra conjetura es que haciendo énfasis sobre lo pedagógico-profesional, vamos a hacer revisar también su propio conocimiento matemático hasta cierto nivel. Deben "comprender la materia" de forma dinámica y contextualizada. En este sentido, Fennema y Franke (1992, p. 149) exponen que: "*los conocimientos en relación a los contenidos influyen realmente las decisiones tomadas por los maestros en relación a la actividad en clase*". Por ello, pretendemos que reconozcan posibles matemáticas nuevas que les son desconocidas, de forma que se preparen para situaciones de cambio. En efecto, es necesario que se produzca una *construcción de conocimientos* fruto de la interrelación entre sus conocimientos geométricos, de cómo enseñarlas y de cómo aprenden los niños. Todo ello deberá poderlo aplicar a la organización, estructuración y desarrollo de actividades de aprendizaje diseñadas para unos alumnos concretos en un contexto concreto. Precisamente uno de los retos más importantes en la formación de los EPEP es conseguir la integración y la interacción de los diversos ámbitos de conocimiento sobre los que deberá basar su actividad profesional.

### **Lo pedagógico -profesional del enseñar geometría.**

Los EPEP tendrán muchas misiones a ejecutar en su quehacer profesional. Una de ellas es la de ser organizadores y planificadores del trabajo en el aula. Hemos colocado este objetivo como prioritario en nuestro diseño de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación para los EPEP. Dentro de esa misión planificadora que se atribuye a los profesores está la realización de Unidades de Aprendizaje (UA) y la participación en la gestión y desarrollo de actividades en el aula, así como el control de calidad de lo acontecido.

En nuestro esquema de formación, hemos dejado la discusión sobre la gestión y los elementos que comporta para ser objetivo clave de otra asignatura, que no tiene por qué estar centrada en el mismo contenido geométrico. Consideramos que es suficiente para un primer curso de didáctica centrarse en un análisis pormenorizado de un trabajo de planificación y desarrollo que constituye un elemento básico profesional de la capacitación de dichos profesores. Junto a ello, no olvidamos los otros componentes ya descritos.

Así, nos proponemos la realización de las siguientes tareas específicas en las que están involucrados razonamientos pedagógicos: (1) diseño justificado de una Unidad Didáctica geométrica, (2) implementación simulada a los compañeros estudiantes para profesor, respondiendo a los interrogantes profesionales de los compañeros y del formador (3) implementación de una parte temporalmente corta de dicha unidad con estudiantes de primaria, integrando comentarios de los docentes de la escuela donde se hace la experiencia; (4) análisis simplificado de la producción implementada.

Para poder diseñar situaciones para los futuros alumnos de los EPEP, éstos deberán tener presente cuatro **objetivos prioritarios** y básicos en su futura enseñanza de la geometría (Fiol, 1996). Deberán:

- 1 - Situar las diferentes tareas en contextos significativos.
- 2 - Animar y apoyar las estrategias espontáneas de sus alumnos.
- 3 - Pedir que, siempre que sea posible, los alumnos den su propia representación, y si se pone de manifiesto de manera ágil, que lo expliquen a través del lenguaje hablado.
- 4 - Emplear un estilo de enseñanza que se sitúa en los procesos por encima de los productos.

Con ello se plantea de forma natural el **problema** de *analizar de forma experimental si el diseño teórico planteado*

(a) permite reconocer mejoras en las producciones de los estudiantes para profesor y

(b) qué características podemos identificar en dichas producciones desde una perspectiva de contenido geométrico y/o pedagógico-profesional.

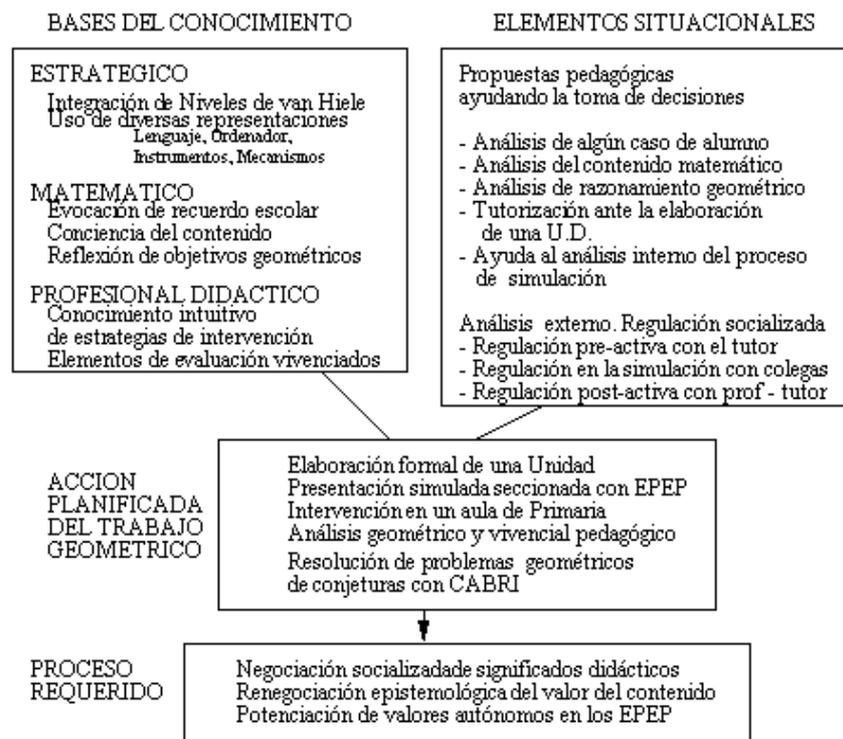
## 4. ANÁLISIS Y CONTROL DE LA EXPERIENCIA

En este punto, comentamos que se han realizado tres experiencias en los años 1994-95, 95-96 y 96-97 con sendos grupos de unos 45 estudiantes cada uno. Se han analizado específicamente la primera y la tercera experiencias con estudiantes de Primaria y la segunda con estudiantes de Educación Física y Musical. Se ha actuado en la última de ellas siguiendo a los estudiantes en dos años sucesivos con el programa de acción descrito en nuestro marco teórico. Se ha seguido la metodología de trabajo que se ha descrito anteriormente y se ha propuesto el siguiente esquema de control del proceso:

- (1) análisis previo de los estudiantes sobre sus bases de conocimiento,
- (2) informes durante sus realizaciones y análisis de trabajos de memoria realizados,
- (3) algunas tareas en el proceso que se han controlado específicamente,
- (4) control diferido de conocimientos y razonamientos pedagógicos adquiridos mediante cuestionarios estructurados preparados,
- (5) análisis que surge de la valoración del grupo-clase de EPEP.

Así, se han propuesto la realización de Unidades diferentes de trabajo, se han supervisado los trabajos mediante entrevistas previas y posteriores a la presentación en la clase, se han desarrollado básicamente sesiones de simulación en donde cada grupo ha hecho intervenir a los demás en el proceso como un aula de niños adaptada, cada EPEP ha evaluado el trabajo desarrollado por los demás (Giménez y Fortuny, 1996), se han analizado las producciones de unidades de aprendizaje 40 grupos de tres o cuatro estudiantes cada uno, y por último, se han analizado los tests correspondientes a unos 140 estudiantes.

En el esquema siguiente se visualizan los cuatro elementos clave del proceso que se realiza : Bases, Elementos situacionales, Decisiones planificadoras de formación y Expectativas de realización del proceso.



Con ello, se desarrollan las 40 horas de trabajo que siguen el esquema enunciado en nuestra toma de posición teórica distribuidas en las fases que entonces ya se explicaron.

## 5. RESULTADOS: FORMACIÓN Y AUTOFORMACIÓN GEOMÉTRICA

Reflejaremos en nuestra descripción de resultados tres momentos clave: (a) bases previas, (b) elaboración y discusión, (c) memoria elaborada por escrito, (d) controles finales.

### Bases previas de los EPEP. Indicadores de creencias.

Una constatación que se obtiene de las bases de conocimiento de partida es que los FPEP reconocen su dificultad en la identificación de conceptos geométricos. Sus recuerdos son limitados, el vocabulario escaso, y tienen cierta sensación de material muy "estándar", sin novedades, estático, sin movimiento. Con todo, el haber insistido ya en algunas sesiones sobre lo geométrico, hace que este nivel de partida se vea mejorado, por lo menos en un 70% cuanto evocación de resolución de problemas clásicos con medidas y ejercicios simples de identificación de características en figuras usando el geoplano y en forma escrita.

En un porcentaje más alto (un 84%) se identifican formas y movimientos, se saben hacer clasificaciones diversas con dos características diferenciadas, y se sabe asignar una tarea simple para alumnos de primaria frente a un contenido curricular. Recordemos que ese ha sido objetivo prioritario en las 8 horas dadas en un curso anterior.

Sólo un 20% adquiere y reconoce habilidades relacionadas con la visualización y representación en tareas como identificar secciones de un cubo, saber describir un proceso dibujado en una secuencia de imágenes. Se desconoce totalmente una asignación curricular adecuada, y se desconocen temas como la existencia de diversas "visiones" o geometrías. No se sabe qué quiere decir: aproximación a lo topológico, métrico, proyectivo.

Se constata que no se ha obtenido una visión consistente de la naturaleza de la geometría, en general, pero más en particular de la geometría que se puede trabajar de 6 a 12 años. Se puede afirmar, que el primer contacto que comentamos más arriba ha abierto por lo menos interrogantes acerca de los déficits que se tienen en cuanto a lo que los EPEP conocen a nivel intuitivo. En particular, al término de estas sesiones previas se reconoce una funcionalidad operativa de la naturaleza de la Geometría, se reconoce tener ganas de saber más sobre geometría y querer conocer cómo trabajarlo con los niños. Esos interrogantes no eran explícitos antes de esa experiencia. Entre las concepciones previas constatadas se tiene claro que con alumnos de 6 a 12 años no nos interesa trabajar una geometría axiomática (la estructura y la prueba), pero la razón es que *no se sabe hacerlo*. Partir de la base intuitiva del niño - de toda persona- y que pasa por la acción y la representación es algo que se ha contado en las materias de Psicología Evolutiva y Didáctica General, pero ¿cómo partir de nuestro propio entorno, si no veo yo mismo cómo es?

En nuestra experiencia se produce un autocontrol de las bases del conocimiento desde el momento en que obligamos a los estudiantes a tomar un "tema de trabajo". Un 60% hemos constatado que se enfrenta a desafíos novedosos de forma voluntaria, deseosos de aprender "eso que no sé", en un 20% reconocemos que se escogen los temas por pura conveniencia temporal respecto al tiempo de que se dispondrá para prepararlo o el día que tocará exponerlo, y un 20% realmente "escoge lo que queda" de los temas de los compañeros. Con todo, hemos constatado que finalmente el interés por el tema escogido acaba siempre encontrando motivos de autojustificación que - entre otros- se basan en que se han querido aprender nuevos contenidos .

En cuanto a la selección de contenidos, un 90% no son capaces de establecer ideas clave que distribuyan contenidos geométricos en los ciclos educativos, salvo en lo que respecta a los nombres de las formas y las medidas. De los grandes temas geométricos (Espacio, Figuras, Cambios y Medidas ) se reconocen, pues, dos de ellos. El tratamiento que se piensa es el que se recuerda: nombres de figuras con sus definiciones y fórmulas que permiten el desarrollo de áreas y perímetros. Con lo realizado en las horas previas no hemos conseguido modificar ese planteamiento en un 95% de los casos. Sólo 3 o 4 personas en cada grupo de las experiencias, percibe y reconoce las transformaciones como algo importante, pero no sabe dar ejemplos que no sea la ampliación o reducción y, por supuesto, la casi totalidad de los estudiantes identifica erróneamente homotecia con semejanza.

Preguntados sobre el significado geométrico que pueda tener un trabajo sobre sombras, las respuestas más atinadas son: analizar que las figuras cambian, ver lo que pasa, cómo se hacen sombras chinas, ... Es decir, no hay una vinculación conceptual del trabajo, sino tan sólo procedimental en cuanto lo motivacional. Dicen que con el doblado de papel y con las sombras "hacemos las matemáticas agradables" , pero no se reconoce el valor de construcción de contenido. Preguntados también sobre cómo construyen la geometría los niños, los EPEP piensan en que a los alumnos les cuesta reconocer el espacio porque no se sale a la calle, no se aprovecha la TV, y no se usan materiales. Con todo, un grupo pequeño, dice haber tenido buenas experiencias de pequeño/a ya que se manipulaba, usaba materiales... Todos reconocen el error que implica que toda la geometría después de los 14 años

haya sido analítica, con ecuaciones y nada más. Un 100% reconoce que eso no va a servir para nada en su enseñanza.

### Elaboración de simulaciones. Análisis global de casos.

En el trabajo de preparación de las Unidades, se han integrado elementos de diseño e ingeniería didáctica que se han comentado en función de la acción a desarrollar e implementar. Los trabajos observados nos han permitido establecer una serie de constataciones:

- Se busca la **novedad en la presentación** de actividades, y en un 80% de los casos incluso la novedad de las tareas a proponer con respecto a lo que se encuentra en los manuales escolares. Se utilizan diversas tareas de visualización, diseño y conjeturación. Así, en uno de los grupos, por ejemplo, se introduce la presentación de rejas y balcones de la calle para identificar, y posteriormente representar situaciones de traslación y simetría.

- Hay algunos índices de **integración de técnicas metodológicas** utilizadas en otras materias de la formación. Así, por ejemplo, un grupo presenta un trabajo de introducción a las figuras y la visualización mediante un cuento llamado "la estrella perdida". Se presenta en la simulación mediante diaporama. Astrid, dice "Nos ha parecido importante ver que lo que aprendemos técnicamente sirve para algo..." Y se reconoce la diferencia entre la simulación del trabajo con adultos y la realización con niños.

*"Ya veo que con los niños la maestra y tú mismo nos decís que a los niños les encanta que les cuenten el cuento, y además reducido, pero pensábamos que a nuestros compañeros les gustará verlo y les centrará la atención... Además nos divertimos preparándolo y hemos visto las dificultades técnicas de poner la voz, ajustar las imágenes, etc. que nos puede servir para otra cosa. ¡Ah! Y además el cuento hablaba de figuras y pensamos que era bueno que se vieran que las figuras pueden ser personajes "*

En otro trabajo sobre maquetas y representaciones, se da a los niños un rompecabezas como estímulo de premio al trabajo realizado, utilizando para ello técnicas de elaboración de puzzles fotográficos.

- Se ofrecen actividades en **contextos representacionales diferentes**, conscientes de que ello es importante para el quehacer geométrico. Tal es el caso significativo del trabajo sobre "Ángulos en el mesoespacio". Las autoras reconocen los giros en contextos representacionales diversos. Sin hacerlo explícito, se trabaja sobre el esquema siguiente.

Angulo como...	Representación	Tipo de tarea	Tarea Contenido
Característica de objetos	Objetos reales evocados	Reconocer ángulos rectos	Conceptual
Amplitud o "apertura" de 2 lados de polígonos	Dibujo abstracto Cartulinas	Reconocer rectos, llanos, agudos y obtusos	Clasificación
Giro sobre un eje visible	Puertas y ventanas en cartulina	Reconocer realmente ángulos dados sobre el papel	Identificación Cambio representación
Giro sobre un eje perpendicular no explícito	Reloj en cartulina	Identificar ángulos y horas correspondientes	Reconocimiento y relación representaciones diferentes (hora-ángulo)
Amplitud o apertura de partes de un círculo	Platos rotos	Identificar medidas angulares como partes de	Angulo como medida

		"una vuelta o plato entero"	Medidas referenciales
Abertura de los brazos como haciendo señales	Simulada en dibujo	Identificar orden en las medidas	Identificación Ordenación
Expresión de una orientación	Alumnos pasándose una pelota	Identificar posiciones como una brújula	Identificando lateralidad 1/2,1/4,1/8 del círculo
Cambio de dirección	Cochecitos con harina y cartulina	Seguir un recorrido y hablar de él	Identificación de ángulo como cambio (LOGO)
Giro sobre un eje perpendicular no explícito	Volante real con marcas a 30,60,90,120,150,180 grados	Identificar adiciones de ángulos con la ayuda de un papel de embalaje	Reconocer ángulos y adición de ángulos

- Se plantean de forma espontánea, libre, abierta e integradora **actividades de distinto nivel de elaboración geométrica**: construcción, generación, clasificación, etc. como mostraremos en algunos ejemplos. Evidentemente el papel de tutorización en las entrevistas mantenidas antes de la simulación ha hecho incidir en ello, pero en muchos casos ¡han usado la libertad de no hacer caso de los comentarios del formador!

- En los trabajos desarrollados, podemos percibir **algunas actividades originales** tanto en cuanto presentación como el grado de elaboración que reflejan. Por su interés, presentamos una actividad en donde se demuestra que una realización clásica puede ambientarse cambiando su "entorno de aprendizaje". Tal es el caso de presentar una actividad como enigma en una historia encadenada de enigmas.

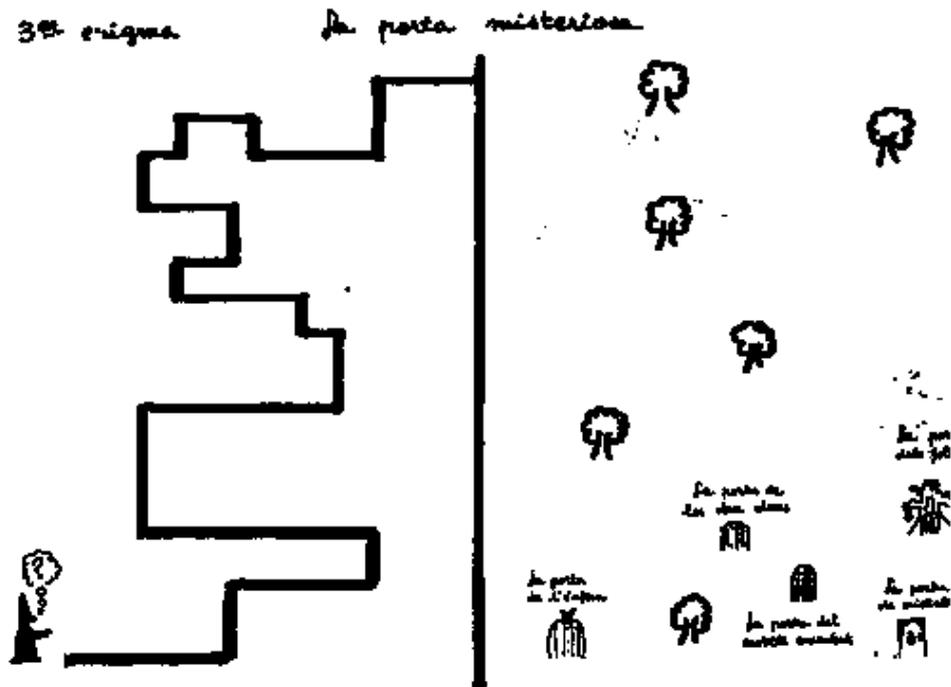
¡¡ Habéis resuelto el enigma !! ¡¡ La historia continua !!

Una vez que ya sabéis que el personaje malvado era el Brujo Asimetrix, hemos de descubrir su escondite. Yo sé que él vive en el Bosque de las Sombras, un bosque que está lleno de fieras y personajes misteriosos.

Muy pocos se han aventurado a ir por el bosque de las sombras, y la gente que se ha atrevido nunca regresó...Deberíais ayudarme a acabar el plano, de forma que quedase totalmente simétrico a la mitad que hemos dibujado.

Debes tener en cuenta que los árboles del dibujo son árboles encantados y, si os descuidáis un poco, se podrían convertir en ranas o saltamontes gigantes.

Una vez acabéis el dibujo, podréis saber cuál es la puerta de la fortaleza del brujo malvado.



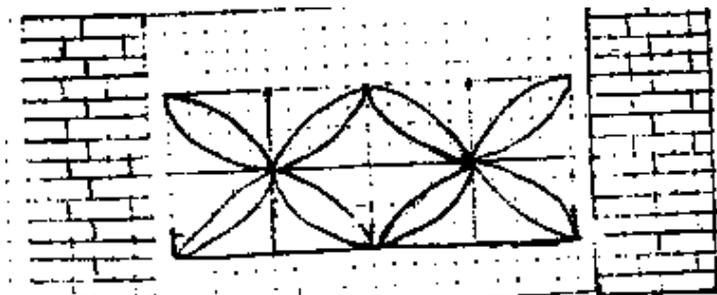
- Por otra parte, se pone de manifiesto que hay estudiantes con un bajo nivel matemático, pero que muestran buenas cualidades como maestras y demuestran reconocer en este tipo de trabajo sus deficiencias. Su nivel de elaboración les permite trabajar en los primeros niveles llevándonos a pensar que se van a comprometer con contenidos más complejos si fuera necesario. Así, Noelia y Angela con una base de contenido matemático muy débil, con la asignatura de Matemáticas pendiente, en la actividad de "La figureta de la Mercè", integran el contenido de forma crucial, de forma que convierten una idea simple en una actividad de alto nivel para niños de 6-7 años. Además el trabajo en grupo juega ahí un papel clave. Miriam, que trabaja con ellas, posee un conocimiento matemático más profundo, pero demuestra su falta de iniciativa en el desarrollo de las actividades. El equipo hace que se consiga un resultado excelente.

La maestra muestra una figura. Los niños se sientan en forma de esa figura. Primero será un círculo. Una vez han dicho cosas de cómo es la figura, la toma un niño o niña que empieza a dar vueltas y deja la figura detrás de alguien. Cuando esta persona se da cuenta, debe levantarse y tratar de perseguir a la persona que se la dejó. Si lo consigue antes de una vuelta, sigue jugando fuera la misma persona, en otro caso, será el niño o niña nuevo quien siga jugando dejando la figura detrás de otro u otra.



Mientras tanto van cantando "la figureta de la Mercè quien la tiene, quien la tiene, quien la tiene (bis) , uno, dos, tres". En ese momento debe dejarse la figura. A continuación se hace lo mismo colocándose en forma de cinco lados, cuadrado, después de triángulo. Al final del juego se pregunta sobre cuál de las formas ha resultado más complicada y por qué.

- La evaluación formativa ha sido claramente observada por los grupos de trabajo y nos ha permitido ver el valor otorgado al conocimiento situado. En un trabajo de Jorge y Rubén sobre "Transformaciones geométricas en la calle", se presenta un valor etnomatemático del trabajo geométrico a partir de la observación de mosaicos, baldosas, rejas y balcones como se muestra en la figura de Alex (10 años) al que se le pidió que observara un balcón y lo dibujara.



En este trabajo, como en otros, se muestra una parrilla de evaluación muy significativa y coherente. En efecto, en un trabajo centrado en el ciclo 10-12 años, se analizan estadios diferentes del conocimiento, que demuestran una buena integración del contenido y la interpretación curricular mostrada en la observación del profesorado.

		<b>Alumnos /as</b>
--	--	--------------------

<b>Objetivos a observar-evaluar</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Localiza formas en el entorno y las relaciona con figuras geométricas																	
Localiza y diseña líneas y superficies planas																	
Observa y manipula modelos realizados																	
Transforma modelos para obtener nuevos																	
Observa experimentalmente y reconoce simetrías, giros en formas del entorno																	
Realiza construcciones elementales mediante mecanismos articulados																	
Usa recursos informáticos para resolver problemas geométricos																	
Tiene claros los conceptos de curva, recta y distancia																	
Construye formas de tres dimensiones a partir de informaciones dadas																	
Representa correctamente figuras planas																	
Muestra interés por el intercambio de informaciones con compañeros y profesor																	
Aprecia en la realidad aspectos definidos mediante la geometría																	
Reconoce un módulo que genera un dibujo por traslación y simetría																	
Acepta la necesidad de argumentar aquello																	

que se ha hecho

## Experiencia y memoria elaborada.

Señalamos ante todo como crucial que se ejerce una autocrítica deseada respecto de las actividades realizadas en lo que respecta a su validez de contenido. En efecto, Sandra asegura que un cambio en la estructura del material podría haber mejorado el resultado.

*"La actividad de construir triángulos está bien en todos los ejemplos a nivel conceptual, es decir, los triángulos que se han dibujado son isósceles cuando tienen dos lados dibujados con el mismo color, representando la misma medida... El error que cometimos está en que la medida real de las tiras de cartulina que les proporcioné en relación con lo que decía la ficha. No se podía hacer un triángulo isósceles con dos tiras rojas y la verde, porque no sale triángulo... Tampoco supe aprovechar eso para decir, ¿Y qué? "*

- Incluso se reflexiona sobre la gestión del trabajo, asumiendo que se tomó un papel directivo y poco constructivo. Sandra añade a lo anterior una autocrítica sobre una gestión dirigista, semejante a la que recibió cuando estudiaba.

*"Los alumnos se fijaron más en hacerlo atendiendo a la explicación que les di, más que con el texto... Otro aspecto a comentar es que muy pocos alumnos han dibujado todas las posibilidades de construir triángulos con las piezas. Eso se puede ver por la explicación que han dado. Pero quizás si les hubiera planteado el problema de otra forma, conseguiría que vieran más posibilidades... Han seguido demasiado lo que yo les dije... Claro así es como me lo hacían a mí, cuando algo no entiendes te lo vuelven a contar y ya está".*

- Se reconoce un papel del profesor como facilitador, quien no sabe todo y no transmite conocimiento, sino que transmite ilusión y abertura a la investigación, aunque las afirmaciones que se hacen no ilustran cambios radicales hacia posiciones muy constructivas. Silvia, por ejemplo, en su revisión, dijo :

*" Creo que he madurado mucho al poner en práctica el trabajo y colocarme frente otras personas y explicar algo o realizar alguna actividad.. pero con todo, nunca podemos decir que lo sabemos todo; más bien al contrario, nuestra profesión no se acaba nunca, se trata de trabajar día a día, buscar información de todas partes, ser conscientes de que somos maestros y que nuestros alumnos aprenderán de nosotros"*

- Se admite la motivación como el elemento clave de la enseñanza geométrica. Eva, que realizó el trabajo con ángulos insistiendo en representaciones diversas, insinúa que sin motivación y multiplicidad de representaciones no hay aprendizaje.

*"Me trasladé unos años atrás para encontrar aquella situación que yo me encontré... He llegado a la conclusión de que los niños si se aburren no aprenden. Hay muchas cosas que se pueden hacer por tal que los estudiantes aprendan lo que se les quiere transmitir. Una de estas cosas es, sin duda, la presentación de materiales variados que los animen y les ayuden a comprender y entender"*

- Se descubre las dificultades en describir los contenidos curriculares usando como base los diseños oficiales que no hacen incidencia en los aspectos geométricos concretos, y sólo indican frases generales. Así, la misma Eva dice

*"...haciendo el trabajo se pone de manifiesto la generalidad de los contenidos curriculares y lo poco que hay escrito sobre lo específico"*

- Debemos reconocer que sólo algunas estudiantes utilizan un vocabulario afinado e integrador de lo teórico explicado, que debemos reconocer que nos ha sorprendido. Tal es el caso de Virginia, Sonia y Mireia que afirman después de su trabajo que *"las actividades destinadas a Ciclo Inicial no representaron ninguna dificultad cognitiva, ya que a partir de dichas actividades asumieron los conceptos (debían decir contenidos) geométricos derivados de los objetivos que nos propusimos "*. Estas estudiantes reconocieron en las acciones manipulativas de doblado de papel para hacer un vaso en niños de 6,5 años, la adquisición y control de contenidos geométricos como triángulo, cuadrado, paralelo a, a la derecha, a la izquierda. Se constata que la verbalización en el razonamiento pedagógico es global y no fruto de una frase. Tal es el caso de las alumnas citadas que establecen conexiones con la teoría, implican contenidos de cariz psicológico, etc usando un nivel de lenguaje muy aceptable tocando al de experto.

*...ha sido interesante ver que nosotras esperábamos que tuvieran un desarrollo psicomotriz más desarrollado y por lo tanto las dificultades se centrasen en la transformación de algunas figuras geométricas como es el caso del trabajo con las pirámides. .. En nuestro trabajo partimos de un nivel 0 de Van Jiele para llegar a ver que algunos niños asumen prácticas de nivel 3 siendo capaces de razonar descifrando figuras a partir de un sólo elemento"*

En suma, aparecen muchas constataciones de un gran interés por el desarrollo, una buena integración de los contenidos profesionales y un desarrollo del contenido matemático aceptable, por lo menos en la búsqueda de asumir claridad sobre lo que se enseña.

## 6. ANÁLISIS GLOBAL. UN TRATAMIENTO INTEGRADOR.

A partir de las experiencias realizadas, reconocemos que hay elementos generales del programa que se ofrece que han sido ampliamente positivos. Entre lo más recordado como interesante por los EPEP está: el uso de materiales diversos, el desarrollo de múltiples metodologías, las marcas de relación con lo psicológico y lo curricular, el diseño de evaluación empleado y el trabajo realizado. Se valora positivamente la incorporación de elementos teóricos, y se critica que "quizás aún podrías habernos dado más referencias en algunos momentos y podíamos haber leído algo que nos ayudara a comprender mejor por qué los niños se equivocaban ..."

### Trazos del conocimiento geométrico de los/las EPEP

¿Qué se identifica en el desarrollo realizado? Ante todo, todos los estudiantes reconocen en sus memorias de trabajo que la implementación en una clase real, con alumnos reales les ha sido no sólo agradable sino provechoso. La casi totalidad de los grupos reconocen haberse quedado sorprendidos por el hecho de que los niños fueran más allá de lo que habían pensado.

Parece evidente que el análisis de lo sucedido en el aula, no sea pormenorizado y reconozcamos que hay elementos que se adquieren con mayor experiencia. Así, se observa un exceso de personalismo, pues trasladan con gran facilidad algunas dificultades propias a dificultades de los niños de forma explícita, por encima de las que se ven directamente. Por ejemplo, un 85% reconoce que "las dificultades de mis compañeros son análogas a las de los niños, por el hecho de que las tareas que hicimos nunca se habían pensado".

Se admite en todos los casos que la manipulación es un elemento clave que hace que *los niños se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas*: "... contribuyó a crear un ambiente en el que se veían ganas de jugar y probar nuevas cosas".

Con todo se establecen lo que podríamos llamar claros *tópicos de principios pedagógicos* como: (a) considerar que es difícil lo que no se ha dado (una alumna cuando habla de lo sucedido dice "tuvieron pocas dificultades...aunque se enfrentaban con hecho de que el volumen no lo habían estudiado" ), (b) no reconocer ciertas dificultades de contenido quizás porque los propios EPEP no las han superado (c) confundir acción con concepto ("vieron que las tiras eran iguales pero no supieron llegar al concepto de diagonal porque no vieron que eran diagonales"), (d) criticar negativamente aspectos pedagógicos a partir de observaciones simples aunque se razona correctamente sobre los hechos ("se notaba la poca asiduidad de trabajar en grupo, puesto que todos querían jugar con todo"),...

Aunque se trate de trabajar constructivamente, *los EPEP reflejan tradiciones escolares geométricas de tipo dirigista que difícilmente cambian*. En efecto: (a) se pretende llegar a los nombres a veces sólo a partir de los dibujos o un ejemplo sin reflexionar sobre características, (b) se reconocen dificultades extraordinarias en establecer clasificaciones cuando lo que se ha presentado realmente es el resultado de la clasificación y no se ha construido ("tuve que explicarles lo de los escalenos, porque los equiláteros e isósceles ya lo tenían claro pero no habían oído nunca hablar de los escalenos"), (c) se identifica una dificultad en el control del tiempo escolar en actividades de grupo que hace que en ocasiones se sienta inseguridad por este método de trabajo ("el tiempo se hizo cortísimo, no nos dio tiempo de casi nada... se lo pasaron bien pero no sé si llegaron a comprender lo que queríamos, pero finalmente parece que sí...")

Pero, lo interesante es que muchos EPEP muestran *indicios de cambio epistemológico* mostrando pequeñas facetas de ese cambio como: (a) hacer frente a posiciones estáticas de la geometría ("la respuesta de los niños fue muy positiva; comprobé que a los niños que les cuesta les gusta ver las cosas de forma manipulativa ... están acostumbrados a trabajar sólo con lápiz y papel" ) ; (b) identificar el valor de descubrir lo geométrico en lo real ("me ha sorprendido ver que los niños eran capaces de descubrir el paso de dos a tres dimensiones a partir de la situación que les pusimos"); (c) reconocer el poder de la visualización. (d) En la casi totalidad de los trabajos hay indicios de la influencia del desarrollo sobre una revisión de la planificación realizada. Se ven frases positivas como " al ver que les resultaba tan fácil ... les pusimos una situación más compleja para que pensarán más". (e) Notamos apuntes reflexivos de control de calidad a la realización práctica pedagógica ("observamos que les llamaba la atención el uso de materiales ... y como quisieron hacerlo, tuvimos que explicarles verbalmente la actividad ya que no teníamos copias para ellos... En otra ocasión, lo haremos de otro modo").(f) Se constata la

necesidad de proponer actividades asequibles y abiertas basadas en la visualización que permiten un tratamiento de la diversidad ("la actividad de contar triángulos se tomó como un juego para ver quién encontraba más, me permitió ver que si bien después no todos eran capaces de sacar conclusiones profundas, todos estaban trabajando a su nivel").

Como ya se ha insinuado, los EPEP tienen muchas dudas en establecer y reconocer realmente las posiciones conceptuales de los niños. Con todo se reconocen globalmente conceptos mal asumidos porque se aplican erróneamente ("con la circunferencia desmontable, vi que confundían radio con diámetro") aunque muy difícilmente se identifica espontáneamente qué niños son los que no lo tienen claro. También se reconocen elementos de dificultad comentados teóricamente ("era verdad aquello de que el cuadrado girado no se ve como cuadrado sino como rombo").

### **Sobre apropiación de la idea de cognición situada**

Notamos pocos cambios explícitos en la necesidad de mejora de la producción propia de contenido, pues sólo se reconocen las deficiencias, pero sólo tres personas por curso manifiestan la necesidad de estudiar más sobre los aspectos geométricos. Coinciden en ser las más abiertas inicialmente a este tipo de cambios. En efecto, las estudiantes que quisieron desarrollar el tema de la producción de razonamientos y demostraciones, manifestaron su deseo por llegar a lo más profundo del quehacer matemático, y se lo plantearon como un desafío personal.

En muchos casos, se reflejan indicios de reflexión pedagógica sobre el contenido, aunque no siempre se explicita. En efecto, en la producción y planificación de las tareas de muchos grupos se proponen situaciones totalmente adaptadas a la realidad de los estudiantes. En algún caso incluso se proponen las situaciones de visualización ligadas totalmente al pueblo donde viven los niños.

### **El aula de geometría como teatro o rincones.**

La toma de posición en una simulación obliga a considerar formas de presentación novedosas y alternativas. Así, Virginia dice un día: " Nos costó ser originales puesto que teníamos que exponer de las primeras". La "lucha por la originalidad" pone de manifiesto resortes pedagógicos que no siempre se tiene facilidad de desarrollar y que hemos potenciado en las entrevistas previas con los estudiantes. Así, el hecho de que Jordi y Germán trabajen en un Centro de Esparcimiento los fines de semana, les hizo acreedores de que debían hacer algo espectacular. Organizaron su sesión como un "juego teatral de pistas" en el que se implicaron disfrazándose e introduciendo elementos de sorpresa constantes, e incluso se "ha escondido la pista siguiente que hay que encontrar" . Incorporaron la estrategia de que si no se resuelve la tarea por uno mismo, no se tiene la satisfacción de seguir del mismo modo. Dos de los grupos plantearon el trabajo como enigmas, introduciendo pistas para ayudar y tratar de resolver la tarea, para tratar de que sea el alumno el que encuentre la solución por sí mismo.

Otra de las características utilizadas es el uso de "rincones de trabajo". Así, el pragmatismo del cumplimiento de un horario permitía resolver un conjunto de tareas, que se relataban y comentaban después con el gran grupo. Por su propia experiencia -saben que así-no-se-aprende- consideran que las lecciones magistrales no son válidas, pero como durante tanto tiempo se han visto obligados a participar en este tipo de metodología, como un ritual, la consideran como más segura. Y a veces reaccionan con cierto desconcierto cuando tienen que plantear problemas, manejar material, hacer colecciones de papeles para reproducir -varias personas en común- en una palabra, trabajar en grupo o trabajar **para** el grupo.

Normalmente, en 3º no se cuestionan la validez del trabajo en grupo. Tienen bastante asumido que, pese a producirse una cierta ralentización respecto al ritmo de lo que quizás se lograría como "tema explicado", se compensa por la dinamización que se logra a nivel de: constatar que hay distintos puntos de vista, diversas maneras de resolver y explicar un problema, muy distintos niveles de representación, etc., todos igualmente válidos. Es, normalmente, una constatación de la diversidad. Diversidad que hace necesario que en un proceso de búsqueda de solución o redefinición de problema o regularidad, cada persona sea consciente de que sólo ella puede expresar cuál es su pregunta, su nivel de dificultad, qué es realmente lo que no comprende, dónde se ha producido su bloqueo, etc. Y es este intercambio, de decir, escuchar, interpretar, comentar, la parte dinámica del trabajo en grupo.

## **7. CONCLUSIONES**

Los EPEP reconocen que se ha seguido un proceso metodológico que les hace cambiar de perspectiva con respecto a lo que aprendieron. En efecto, se pasa de no tener consciencia de haber hecho geometría a otorgar a la geometría un papel de motivación y de juego para desarrollar lo matemático. La propia estructura de simulación de las tareas con los compañeros, hace ver que la valoración principal en cuanto a ingeniería didáctica es aquel trabajo en que se consigue empatía con el auditorio al mismo tiempo que desarrollo eficaz. Es decir se valora más aquello

que muestra originalidad, motivación y una presentación efectista junto con una buena integración temática. Se reproduce un principio de la clase como teatro vivo donde desarrollamos una obra en conjunto.

Se refleja la necesidad de trabajar sobre el razonamiento verbal de los hechos y tareas, a lo cual no se estaba acostumbrado. Se reconoce el valor de lo creativo como base para la incorporación del enseñante a una situación de cambio constante que debe promover. Se incorporan claramente dos de los tres elementos que relatan Simon y Brobeck (1993) como: pérdida de las expectativas tradicionales y participación en la renegociación de las normas sociales del aula. Junto a ello, constatamos diversos cambios positivos relacionados al aprender a enseñar que resumimos en los puntos siguientes:

(a) se reestablece un puente creativo entre el contenido matemático y lo que va a ser enseñado (personalización de los comentarios constantes que relacionan lo hecho con los niños y lo que los EPEP vivieron) ; (b) se incorporan valores pedagógicos sustancialmente diferentes a los tradicionales, convirtiendo al profesor en facilitador (como se demuestra en las tareas propuestas por la gran mayoría); (c) se reconocen componentes cognitivos como la visualización y el tratamiento manipulativo reflexionado así como el uso del conflicto como base de un trabajo geométrico (como se ha mostrado en los comentarios de los EPEP); (d) se integran -aunque débilmente- algunos elementos de los análisis teóricos sobre el razonamiento geométrico (tal es el caso de reconocer indicios de los niveles de Van Hiele en las respuestas de los niños); (e) se reconoce una cierta autoafirmación profesional por parte de estudiantes de bajo conocimiento matemático (que se manifiesta claramente en el caso de Noelia) ; (f) se refleja una valoración explícita de la necesidad del trabajo en grupo en su futuro profesional.

Parece que la apertura al cambio es un signo clave para un autoanálisis crítico sobre las propias capacidades respecto al contenido. Y no notamos mejoras sustanciales en cuanto la necesidad de comprensión geométrica más sólida (en el sentido de Lambdin y Preston 1993). Por otra parte, pensamos que el establecimiento de tareas como los trabajos de simulación comentados contribuye claramente a limar obstáculos para el cambio (en el sentido que enuncian Schifter y Fosnot 1993 ).

## 8. REFERENCIAS

- Alsina, Burgués, Fortuny (1988). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Atkinson, S. (Ed.) (1992). *Mathematics with Reason*. Londres: Hodder and Stoughton.
- Ball, D.L. y Wilson, S. (1990). *Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming a mathematics teacher*. Research report, N.C.R.T.E.
- Blanco, L. (1996). Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento. En J. Giménez ; S. Llinares, y V. Sánchez. (Eds), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.
- Castelnuovo, E. (1981). *La Geometría*. Barcelona: Ketrés.
- Cobb, P. (Ed.) (1994). *Learning Mathematics. Constructivist and Interactionist Theories of Mathematical Development*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fennema, E. y Franke, M.L. (1992). Teachers' Knowledge and its Impact. En D.A. Grows. (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan.
- Fielker, D.S. (1979): Strategies for Teaching Geometry to Younger Children. En *Educational Studies in Mathematics, 10*, 85-133.
- Fiol, M.L. (1996). *Geometría y formación de profesores*. Memoria no publicada. Universitat Autònoma de Barcelona.
- Giménez, J. (1984). Aprender geometría elemental explicándola. *Actas de las IV JJAEM*. Tenerife.
- Giménez, J. y Fortuny, J.M. (1996). Explorado un modelo integrado de evaluación con profesores en formación. En J. Giménez; S. Llinares y V Sánchez. (Eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Granada: Comares.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds). *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge UP, (pp. 70-95).

Huyges, M (1986) *Children and Number*, Oxford: B. Blackwell.

Lambdin, D y Preston, R (1993). Caricatures innovation: Three middle school teachers try teaching an innovative mathematics curriculum. En R. Becker y B.J. Pence (Eds). *Proc. of the 15th Annual Meeting of the NA Chapter PME*, vol. 2, pp. 138-144.

Llinares, S. (1994). El Profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L. Santaló y otros. *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. Madrid: Rialp.

Meer, R. van der y Gardner, B. (1995). *Carpeta de Matemàtiques*. Barcelona: Destino.

Nelsen, R.B. (1993). *Proofs Without Words. Exercises in Visual Thinking*. Classroom resource materials / number 1, The Mathematical Association of America, Washington.

Sawyer, A.E. (1993). *Developments in Primary Mathematics Teaching*. Londres: David Fulton.

Senechal, M. y Fleck, G. (Eds) (1985). *Shaping Space. A Polyhedral Approach*. Boston: Birkhauser.

Simon y Brobeck (1993). Changing views of mathematics learning: a case study of a prospective elementary teacher. En R. Becker y B.J. Pence (Eds) *Proc. of the 15th Annual Meeting of the NA Chapter PME* vol. 2, 175-181.

Treefers, G. (1985). *Three dimensions. Wiskobas Project*. Kluwer: Dordrecht.

Whitebread, G. (1995). Emergent Mathematics or How to Help Young Children Become Confident Mathematicians. En J. Anghileri. (Ed), *Children's Mathematical Thinking in the Primary Years*. Londres: Cassell, (pp.11-40).



[Volver al índice general](#)



[Volver al índice del Vol. 3 N° 2](#)

---