

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

#### Sinopsis

En esta SA aprenderemos los conceptos propios de la Divisibilidad de números naturales, múltiplos, divisores, números primos y compuestos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, factorización y resolución de problemas utilizando distintos tipos de materiales como las regletas de cuisenaire, policubos, tapas de plástico, etc. Seguiremos un cuadernillo que incorpora numerosas definiciones, ejemplos y problemas. A través de esta línea argumental iremos evolucionando nuestro pensamiento matemático, secuenciando las actividades en orden de dificultad y siempre bajo el prisma de tres fases de trabajo: manipulativa, gráfica y simbólica. El producto final que mostrará los aprendizajes del alumnado será el propio cuadernillo de trabajo.

#### Datos técnicos

**Autoría:** Pedro Ángel Mederos Cruz

**Centro educativo:** CABO BLANCO

**Tipo de Situación de Aprendizaje:** Tareas

**Estudio:** 1º Educación Secundaria Obligatoria (LOMCE)

**Materias:** Matemáticas (MAT)

#### Identificación

**Justificación:** Con el desarrollo de esta SA pretendemos introducir al alumnado en el hábito de uso de materiales manipulativos que nos van a permitir desarrollar otros criterios en la marcha del curso escolar. Dar color y jugar con las piezas de estos materiales fomenta la inclusividad de todo el alumnado y los induce a producir razonamientos matemáticos. Aunque puede existir la idea de que el uso de material manipulativo es sólo para las etapas de infantil y los primeros cursos de primaria, nada más lejos de la realidad. Introducir estos materiales en el aula, conjuntamente con otros recursos, como las destrezas de pensamiento, el trabajo por rincones y la metodología de aprendizaje cooperativo induce a que el alumnado consiga aprendizajes duraderos e interconectados entre sí, siendo capaces de recordar el modo de calcular el mínimo común múltiplo, máximo común divisor o la factorización de un número natural de forma rápida y sencilla, para posteriormente aplicarlo a la resolución de problemas.

#### Fundamentación curricular

#### Criterios de evaluación para Matemáticas

Código	Descripción
SMAT01C03	<p><b>Identificar y utilizar los números naturales, enteros, decimales, fraccionarios, así como porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, interpretar e intercambiar información cuantitativa y resolver problemas de la vida cotidiana eligiendo para ello la forma de cálculo más apropiada en cada caso (mental, escrita, calculadora...), asimismo, enjuiciar de forma crítica las soluciones obtenidas, analizando su adecuación al contexto y expresarlas según la precisión exigida (aproximación, redondeo...).</b></p> <p>Este criterio tiene el propósito de evaluar si el alumnado ha adquirido las destrezas necesarias para realizar operaciones combinadas sencillas (no más de dos operaciones encadenadas y un paréntesis) entre los distintos tipos de números (naturales, enteros, decimales y fraccionarios) con posible aparición de raíces cuadradas exactas y potencias de exponente natural, eligiendo la forma de cálculo adecuado (mental, escrito, calculadora u otros medios tecnológicos) que le permitan representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa de contextos próximos (en folletos publicitarios, prensa escrita, Internet, etc.), así como resolver problemas relacionados con la vida cotidiana (facturas, extractos bancarios, ofertas publicitarias,...). También se trata de comprobar si el alumnado asocia el opuesto y el valor absoluto de un número entero a contextos reales, realiza operaciones de aproximación y truncamiento de números decimales, obtiene el decimal y el porcentaje equivalente a una fracción y calcula</p>

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

Código	Descripción
	el mcd y mcm a través de sus múltiplos y divisores; todo ello con la finalidad de resolver problemas cotidianos.
Competencias del criterio SMAT01C03	Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología, Competencia digital, Aprender a aprender.

#### Fundamentación metodológica/concreción

**Modelos de Enseñanza:** Enseñanza directiva

**Fundamentos metodológicos:** A partir de las aportaciones del psicólogo y pedagogo estadounidense Jerome Seymour Bruner y sus contribuciones a la psicología cognitiva y a las teorías del aprendizaje seguiremos las siguientes fases:

**FASE MANIPULATIVA:** En esta fase utilizaremos distintos materiales manipulativos como las regletas de cuisenaire, policubos, tapas de plástico, etc. donde formamos los conceptos en nuestra mente a través de la manipulación. Esta fase del aprendizaje es fundamental ya que damos el tiempo necesario para que el alumnado asimile e interiorice mediante los distintos materiales los conceptos.

**FASE GRÁFICA:** Esta fase es el espejo visual de la experiencia que ya el alumnado ha vivenciado en la fase anterior. Por lo tanto afianzamos los conceptos interiorizados inicialmente de forma motriz.

**FASE SIMBÓLICA:** Formalizamos a través del lenguaje matemático los conceptos que ya hemos desarrollado en las dos fases anteriores.

A través de la consecución de estas tres fases pretendemos que el alumnado visualice, domine y sea capaz de explicar a sus compañeros y compañeras los conceptos que se han generado en su mente y ponga en marcha en la resolución de problemas. Llevaremos las ideas que generen las manos a la cabeza. A través de la metodología de aprendizaje cooperativo formaremos grupos de cuatro alumnos/as. Incluiremos también la destreza de pensamiento compara y contrasta y nos ayudaremos para repasar lo visto en un mapa conceptual. Además en el cálculo de los divisores de un número propondremos trabajo por rincones, un rincón para las regletas, otro para los policubos, un tercero para las tapas de botellas y finalmente, un cuarto para el uso de la calculadora. Queremos destacar el novedoso recurso metodológico al factorizar un número natural, utilizando el "Método Cabo Blanco" permitiendo el cálculo de factores de forma mucho más natural. Modificamos el método tradicional y pasamos de una descomposición vertical a una horizontal, donde los factores primos aparecen directamente.

#### Actividades de la situación de aprendizaje

[1]- Conocemos las regletas						
<p>Con esta actividad el profesorado dará a conocer al alumnado el material manipulativo de las regletas. Para ello nos apoyaremos en una pequeña presentación donde mostraremos las distintas regletas atendiendo a su tamaño y color. Con una pequeña ficha las pintarán y escribirán su número. Además para que empiecen a manipularlas propondremos varios retos:</p> <p>Un primer reto donde les pedimos que calculen la suma de los diez primeros números usando sólo las regletas.</p> <p>Un segundo reto donde les pedimos que calculen la suma de los números pares que hay entre uno y diez usando sólo las regletas.</p> <p>Un tercer reto donde les pedimos que calculen la suma de los números pares que hay entre uno y diez usando sólo las regletas.</p> <p>El concepto de número par e impar ya lo conocen de la etapa de primaria y nos ayuda a una primera aproximación a este material. Para poder explicar el uso de este material y cómo se deben realizar los tres pequeños retos, conectaremos la tablet al cañón y esta, la colocaremos en un soporte tipo flexo. Así activando el modo cámara podremos explicar en tiempo real el uso de las regletas al alumnado.</p>						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

[1]- Conocemos las regletas						
	- Retos	- Grupos Heterogéneos	1	Cajas de regletas, creyones de colores, fichas para que pinten las regletas y una pequeña presentación (powerpoint, keynote, etc.) para dar a conocer este material.	Aula	Esta actividad la desarrollará el conjunto del alumnado del grupo incluido el alumnado NEAE.
[2]- Conocemos las tres fases: manipulativa, gráfica y simbólica. Iniciamos el cálculo de múltiplos y mínimo común múltiplo de dos números.						
El profesorado explicará las tres fases que llevaremos a cabo, manipulativa, gráfica y simbólica. El alumnado se apoyará en el cuadernillo que previamente se ha entregado y lo proyectará en la pizarra. Seguidamente calcularán los múltiplos de un número y el mínimo común múltiplo de dos números naturales. Primero colocarán las regletas en la cuadrícula, luego pintarán las cuadrículas con los colores de las regletas que se han puesto previamente y finalmente escribirán los cálculos realizados.						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Cuadernillo	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo de trabajo, regletas y creyones.	Aula	Este material nos permitirá calcular los múltiplos y divisores de un número, números primos y compuestos, mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos números naturales, la relación de divisibilidad y su aplicación a los problemas en contextos reales.
[3]- Es múltiplo de...es divisible por...						
Siguiendo la secuencia que nos propone el cuadernillo "manipulamos la divisibilidad" el profesorado introducirá los conceptos de "un número es múltiplo de" y un "número es divisible por". Para ello se leerán las definiciones dadas, a continuación el alumnado escribirá parejas de números que cumplan estas definiciones. También se darán parejas de números para que el alumnado escriba las propiedades que cumplen.						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Cuadernillo	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad"	Aula	Es importante que el alumnado interiorice estas definiciones escribiendo las parejas de números que cumplen que...y dadas parejas de números que se escriban la definición que cumplen.

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

#### [4]- Resolvemos problemas usando el mínimo común múltiplo

En esta actividad el alumnado aplicará el cálculo del mínimo común múltiplo a la resolución de problemas en un contexto real y cercano. No sólo contestarán a las preguntas que plantea el problema, sino mencionarán los conceptos matemáticos que deben utilizar para su resolución. El profesorado incidirá de esta manera en subrayar la importancia de las matemáticas como herramienta útil en la necesaria resolución de problemas.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Cuadernillo - Coloquio	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad"	Aula	El profesorado fomentará que aquellos alumnos y alumnas que tienen mayor capacidad a la hora de entender los problemas ayuden a otros compañeros y compañeras que presentan mayores dificultades de comprensión. El profesorado resolverá los problemas en la pizarra pidiendo al alumnado que no sólo los escriba sino que verbalice sus razonamientos. De esta manera se fomentará la expresión oral desde las matemáticas.

#### [5]- Cálculo de los divisores de un número y el máximo común divisor de dos números naturales.

Se iniciará el trabajo por rincones. El profesorado dividirá la clase en cuatro rincones: Rincón 1: Regletas.

Rincón 1: Regletas.

Rincón 2: Policubos.

Rincón 3: Tapas de botella.

Rincón 4: Uso de la calculadora.

El profesorado explicará al alumnado la dinámica que desarrollará en el aula. El objetivo es calcular los divisores de un número natural y el máximo común divisor de dos números naturales rotando por cada uno de los cuatro rincones. El profesorado se apoyará en su pareja pedagógica y en el profesorado de apoyo a las NEAE para gestionar este trabajo por rincones. El profesorado incidirá en que se sigan las tres etapas de trabajo ya mencionadas, manipulativa, gráfica y simbólica.

Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
--------------	--------------------	--------------	----------	----------	-------------------	----------------

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

[5]- Cálculo de los divisores de un número y el máximo común divisor de dos números naturales.						
	- Cuadernillo	- Grupos Heterogéneos	2	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad", regletas, policubos, tapas de botella, calculadoras y creyones.	Aula	El profesorado se coordinará con el resto de profesionales que llevarán estas actividades al aula. El uso de distintos recursos manipulativos para desarrollar un mismo concepto matemático permite que el alumnado lo solidifique y comprenda en profundidad. El profesorado hará saber al alumnado que los distintos materiales que usamos son medios para un fin, que es aprender.

[6]- Relación de divisibilidad						
<p>El profesorado definirá en esta actividad la relación de divisibilidad. Con un ejemplo de una pareja de números naturales, el 10 y el 5, definimos 5 es divisor de 10, 5 divide a 10. Seguidamente el alumnado contestará si existe relación de divisibilidad entre otras parejas de números naturales. Para profundizar más en el aprendizaje de estos conceptos, el alumnado contestará una serie de cuestiones sencillas donde se realizan ciertas afirmaciones como la siguiente "Si 20 es divisible por 5, 5 es divisor de 20", y el alumnado tiene que decidir de forma razonada con los conocimientos adquiridos si son ciertas o falsas. Cuando el alumnado deba contestar razonadamente, se incluye un pequeño icono en forma de bombilla. Seguidamente, el alumnado resolverá varios problemas aplicando el concepto de máximo común divisor. De igual manera que en problemas anteriores, se añade una columna paralela a su enunciado en cada problema, para que el alumnado escriba y recuerde los conceptos matemáticos que necesita para resolver el problema.</p>						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Cuadernillo - Coloquio	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillos "manipulamos la divisibilidad"	Aula	El profesorado será en todo momento guía e irá preguntando a cada uno de los grupos cómo están razonando los problemas y por qué. Finalmente se corregirán en la pizarra.

[7]- Compara y contrasta para mínimo común múltiplo y máximo común divisor.						
<p>El alumnado con la guía del profesorado desarrollará la destreza de pensamiento compara y contrasta con los conceptos matemáticos de mínimo común múltiplo y máximo común divisor. Con el organizador gráfico de esta destreza el alumnado de forma autónoma conseguirá distinguir los dos conceptos matemáticos mencionados. Finalmente el profesorado con las aportaciones del grupo clase realizará en la pizarra esta destreza de pensamiento.</p>						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

[7]- Compara y contrasta para mínimo común múltiplo y máximo común divisor.						
	- Coloquio - Organizador gráfico COMPARA Y CONTRASTA	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad" Panle organizador gráfico Compara y Contrasta	Aula	Enseñar a pensar permite al alumnado profundizar en los conceptos matemáticos. En este caso con la destreza de pensamiento de Rober Swart, compara y contrasta el alumnado fijará y distinguirá los conceptos que se han comparado y contrastado. También podríamos haber usado esta destreza de pensamiento para comparar y contrastar los conceptos de múltiplos-divisores y números primos-números compuestos.
[8]- Investigamos los criterios de divisibilidad del 2,3,5,9,10 y 11.						
Siguiendo la secuencia de actividades del cuadernillo el profesorado planteará una pequeña investigación para definir los criterios de divisibilidad de los números 2,3,5,9,10 y 11. Para ello irá dando pistas y planteará preguntas para que el alumnado construya las definiciones. Luego el alumnado aplicará los criterios de divisibilidad a una tabla de números. Finalmente el alumnado deberá decidir acerca de la veracidad o falsedad de una serie de afirmaciones como "todos los múltiplos de 2, lo son también de 10", aplicando los criterios de divisibilidad.						
Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Cuadernillo	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad"	Aula	Con este planteamiento el alumnado construye su propio conocimiento desarrollando su propios aprendizajes.
[9]- Mapa conceptual "Divisibilidad"						
El profesorado guiará la elaboración de un mapa conceptual con todos los conceptos aprendidos hasta el momento. Dará tiempo a que el alumnado lo inicie e irá ayudando paulatinamente al alumnado para que recuerden lo aprendido. Finalmente se realizará en la pizarra con las aportaciones del grupo-clase.						
Crterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

[9]- Mapa conceptual "Divisibilidad"						
	- Mapa conceptual	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad"	Aula	El uso de estos recursos permite visualizar y relacionar de forma globalizada los conceptos aprendidos, y relacionarlos unos con otros. Así el alumnado podrá aprender de forma significativa.
[10]- Resolvemos problemas de divisibilidad						
<p>El profesorado propone varios problemas de divisibilidad para que el alumnado aplique los conceptos de mínimo común múltiplo y máximo común divisor. También en cada enunciado de los problemas se incluye una columna paralela para que el alumnado escriba los conceptos matemáticos necesarios para resolverlos.</p> <p>Al finalizar cada equipo se reunirá a repasar y presentar los cuadernillos realizados para compartir las dificultades y logros y prestar la ayuda necesaria entre el propio equipo para reforzar algunos procedimientos si fuera necesario, con la ayuda del profesorado.</p>						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
- SMAT01C03	- Coloquio - Presentación final del Cuadernillo	- Grupos Heterogéneos	1	Cuadernillo "manipulamos la divisibilidad"	Aula	Tratamos de que el alumnado verbalice entre sus compañeros y compañeras de grupo base sus razonamientos de cómo ha resuelto los problemas.
[11]- Factorizamos un número usando el método de árbol						
<p>El profesorado explicará con ejemplos numéricos el método "factor tree" o "método de árbol" para factorizar un número natural. El alumnado seguirá las fases manipulativa, gráfica y simbólica. Para ello el profesorado se apoyará en una presentación. El alumnado tendrá que ir verbalizando el proceso realizado.</p>						
Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Coloquio	- Grupos Heterogéneos	1	Fichas de factorización en árbol con cuadrícula para usar las regletas y pintar. Fichas de cálculo de factores con el método de árbol. Regletas y creyones.	Aula	Para factorizar números naturales pequeños este método de árbol es ideal. Se complica un poquito para números grandes ya que el alumnado debe conocer qué dos números multiplicados dan un determinado número.
[12]- Factorizamos un número usando el "método Cabo Blanco"						
Usualmente hemos factorizado un número trazando una raya vertical, colocando el número, dividiendo por los números primos y luego escribiendo su descomposición factorial. Con el						

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

### Manipulamos la divisibilidad

#### [12]- Factorizamos un número usando el "método Cabo Blanco"

método Cabo Blanco lo haremos pero de forma horizontal, para que de esta manera y de forma natural aparezcan los factores del número directamente. El profesorado se apoyará en una presentación. El alumnado seguirá las tres fases manipulativa, gráfica y simbólica. El alumnado verbalizará el proceso seguido de forma razonada.

Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
	- Coloquio	- Grupos Heterogéneos	2	Fichas de factorización por el método Cabo Blanco con regletas y sin regletas, regletas y creyones.	Aula	Creemos que con este método de Cabo Blanco simplificamos el proceso de factorización de un número natural. Una vez más no seguimos por inercia lo que habitualmente se suele hacer al factorizar un número. Desde un planteamiento crítico pero constructivo, usamos este "método de Cabo Blanco" alternativo, pero más sencillo para el alumnado.

#### [13]- Resolvemos problemas de divisibilidad en un centro comercial.

El profesorado presentará al alumnado cinco problemas de divisibilidad que se irán resolviendo conforme vayamos recorriendo las plantas de un centro comercial. Se pretende abarcar en un contexto cercano al alumnado todos los tipos de problemas de divisibilidad. Al finalizar cada equipo deberá exponer la resolución de los problemas así como las dificultades y logros del proceso.

Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
- SMAT01C03	- Exposición oral	- Grupos Heterogéneos	1	Ficha problemas de divisibilidad en el centro comercial.	Aula	La inclusión de pequeños dibujos o iconos relacionados con el problema planteado permite al alumnado contextualizarlo y facilita su razonamiento y solución. La presentación de los problemas juega un factor motivacional importante en incentivar al alumnado a su resolución.

#### [14]- Prueba escrita

El alumnado resolverá una prueba individual escrita con distintas cuestiones de divisibilidad y problemas. El profesorado facilitará al alumnado materiales manipulativos para que contesten y resuelvan los problemas.

Criterios Ev.	Productos/Inst.Ev.	Agrupamiento	Sesiones	Recursos	Espacios/context.	Observaciones.
---------------	--------------------	--------------	----------	----------	-------------------	----------------

## SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

## Manipulamos la divisibilidad

[14]- Prueba escrita						
- SMAT01C03	- Prueba escrita	- Trabajo individual	1	Prueba escrita de divisibilidad.	Aula	Podemos utilizar también las pruebas escritas como recursos de aprendizaje. El uso de ejemplos de problemas bien resueltos, y luego incluir 2 ó 3 problemas de un corte parecido para que el alumnado los resuelva, les permitirá aumentar su autoestima y que puedan resolverlos de forma correcta y razonada. El profesorado escribirá en la prueba escrita la palabra "ayuda" si da alguna pista para resolver un problema. De esta manera estamos tomando notas de la autonomía del alumnado, que luego nos va a permitir con el uso de la rúbrica del criterio de evaluación, calificarlos.

**Fuentes, Observaciones, Propuestas**

**Fuentes:** Las fuentes consultadas son las siguientes:

Números en color. Acción y reacción en la enseñanza-aprendizaje de la matemática. Jose Antonio Fernández Bravo. Editorial CCS.

Los dossiers de María Antonia Canals. Las regletas. Asociación de Mestres Rosa Sensat editorial.

Canal de Youtube Antonio Martín 2020.

**Observaciones:** El uso de material manipulativo para generar, entender y poder explicar los conceptos entre compañeros y compañeras provoca un ambiente de trabajo positivo en el aula. Además el incluir el color y el uso de las manos en el aula conecta a determinado alumnado con la materia, que de otra manera no lo hubiésemos logrado. Quiero destacar que el uso de un cuadernillo de trabajo permite desarrollar y facilitar la autonomía al alumnado. Aquellos alumnos y alumnas que vayan realizando las actividades pueden ir avanzando de forma autónoma.

**Propuestas:** La secuencia de las tres fases mencionadas en el apartado de metodología es deseable que tenga continuidad para todo el criterio. Seguiremos desarrollando esta forma de trabajo con otras SA como fracciones, decimales y tantos por ciento, y también al introduciremos el lenguaje algebraico y el inicio en la resolución de ecuaciones de primer grado.