SUMA 44

Noviembre 2003, pp. 25-34

Efectos del *autismo temático* sobre el estudio de la Geometría en Secundaria*

I. Desaparición escolar de la razón de ser de la Geometría

En este trabajo, que consta de dos partes, se analizan algunas de las consecuencias didácticas provocadas por el "encierro en los temas" al que se ve abocada la enseñanza de las matemáticas en Secundaria. En la primera parte se describe el fenómeno del autismo temático relacionándolo con la separación escolar entre el ámbito de "lo matemático" y el ámbito de "lo pedagógico" entendido como el espacio de actuación del profesor. Se muestra cómo dicho fenómeno provoca la desaparición de las razones de ser (del "por qué" y el "para qué") del estudio escolar de la geometría. La segunda parte será publicada en SUMA 45.

The present work -which is being published in two parts- analyses some didactic consequences of the "confinement into themes" to which mathematics teaching at secondary school level seems to be doomed. This first part describes the phenomenon of "thematic autism" relating it to the school separation between the "mathematical" and the "pedagogical" field, this later being interpreted as the teacher's work space. It is shown how this phenomenon produces the disappearing of the raison d'être (the "why" and "what for") of the study of geometry at school. The second part will be published in SUMA 45.

En un trabajo muy poco difundido Yves Chevallard propone una *jerarquía de niveles de codeterminación* entre las formas de estructurar las cuestiones matemáticas a estudiar y las maneras de organizar el estudio de las mismas en la escuela, esto es, entre las Organizaciones Matemáticas (OM) escolares y las correspondientes Organizaciones Didácticas (OD)[1].

> El principio fundador de las didácticas, al menos en el sentido brousseauniano de la palabra, es que no sólo lo transmitido depende de la herramienta con la que se pretende conseguir su transmisión, sino que también (recíprocamente) las organizaciones "transmisoras", es decir didácticas, se configuran de manera estrechamente vinculada a la estructura dada de lo que hay que transmitir. En otros términos, las organizaciones didácticas, las OD como diré en adelante, dependen fuertemente de las organizaciones por enseñar - las OM, si se trata de organizaciones matemáticas (Chevallard, 2001).

Podemos esquematizar dicha jerarquía mediante una sucesión de niveles de estructuración de las citadas OM y OD, que van desde el más *genérico*, la sociedad, al más *específico*, una cuestión matemática concreta que se propone para ser estudiada.

Sociedad → Escuela → Disciplina → Área → Sector → Tema → Cuestión

Chevallard propone, además, un nivel que llama "pedagógico" entre los niveles "escolar" y "disciplinar". Aquí lo hemos eliminado por razones de simplicidad. Se postula que en cada uno de estos niveles se introducen restricciones particulares que ponen de manifiesto la determinación recíproca entre las OM y las OD: la estructuración de las OM en cada nivel de la jerarquía condiciona las formas posibles de organizar su estudio y, recíprocamente, la naturaleza y las funciones de los dispositivos didácticos existentes en cada nivel determinan, en

> *Yves Chevallard propone una jerarquía de niveles de codeterminación entre las formas de estructurar las cuestiones matemáticas a estudiar y las maneras de organizar el estudio de las mismas en la escuela.*

*Este trabajo ha sido realizado en el marco del proyecto BSO2000-0049 de la DGICYT. Una primera versión del mismo ha sido publicada en Gascón (2003). Agradezco al editor, Emilio Palacián, las facilidades que ha dado para que este texto pueda publicarse en SUMA.

Josep Gascón
Universitat Autònoma de Barcelona
Departament de Matemàtiques
gascon@mat.uab.es

gran parte, el tipo de las OM que será posible reconstruir (estudiar) en dicha institución escolar.

> Por ejemplo, la cuestión "¿Cuáles son las simetrías de un rectángulo no cuadrado?" se considera hoy en día, en la mayoría de los sistemas escolares en los que se estudia esta cuestión, como perteneciendo al tema de las "Simetrías de polígonos", que se incluye en el sector de las "Transformaciones del plano" que se incluye dentro del área de la Geometría, que pertenece a la disciplina Matemáticas.
> Puede ser que la jerarquía observada sea más o menos compleja. Pero lo que importa subrayar es que, si no se construye esta jerarquía, entonces la probabilidad de que se estudie esta cuestión en la escuela y en el aula es casi nula -lo que puede llegar a ser un problema serio de instrucción pública, como sucede por ejemplo con cuestiones como ¿puede el hachís crear dependencia fácilmente?, ¿el uso del preservativo protege bien del SIDA y de embarazos no deseados?, etc. (Chevallard, 2001).

Esta sucesión de niveles de organización es relativa no sólo a la cuestión o grupo de cuestiones consideradas, sino también al periodo histórico y a la institución escolar en la que nos situemos. Así, dada una cuestión matemática particular como, por ejemplo: *"¿Cómo resolver una ecuación polinómica?"*, la cadena de niveles de organización que permite el acceso al estudio de dicha cuestión en la Enseñanza Secundaria actual es muy diferente a la que posibilita su estudio en la Enseñanza Universitaria y ambas difieren profundamente de las que existían en dichas instituciones a mediados del siglo XX. En este trabajo nos situaremos en el ámbito de la Enseñanza Secundaria española actual, aunque algunos de los análisis que llevaremos a cabo puedan tener validez en otras instituciones escolares.

Si partimos de una cuestión matemática concreta que se estudia efectivamente en la Enseñanza Secundaria española actual, podemos asegurar que existe un tema en el que se sitúa dicha cuestión, un sector que contiene dicho tema y un área de las matemáticas de Secundaria de la que forma parte dicho sector. La existencia de dicha cadena constituye una condición mínima para que una cuestión matemática pueda existir en una institución escolar; pero el mero hecho de que una cuestión matemática pueda plantearse no garantiza la calidad de su estudio; ésta depende, entre otras cosas, de que dicha cuestión matemática provenga de ciertas cuestiones primarias planteadas en los niveles superiores de la jerarquía (más allá incluso del nivel disciplinar) y "conduzca a alguna parte", esto es, que no se trate de una cuestión "cerrada en sí misma" y, por tanto, "muerta" (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, p. 118).

¿Sobre qué institución recae la responsabilidad de que las cuestiones (por ejemplo, matemáticas) que se proponen para ser estudiadas en la escuela cumplan estas condiciones? ¿Qué parte de dicha responsabilidad recae sobre el profesor? ¿Hasta qué punto puede el profesor, como tal, asumir dicha responsabilidad? En términos generales podemos afirmar que se trata de un problema que está fuera del alcance del profesor. Según Chevallard se observa un "abandono", por parte del profesor, de los niveles superiores de organización didáctica, desde el de la *sociedad* y la *escuela* hasta incluso el de los *sectores*, lo que provoca un retraimiento de su acción sobre el nivel de los *temas* (ya sea la resolución de problemas con regla y compás, la expresión analítica de rectas y planos en el espacio, el teorema de Pitágoras, los poliedros regulares o las funciones cuadráticas).

Este "encierro en los temas" constituye un fenómeno didáctico, el "autismo temático" del profesor, relacionado con el estatuto del oficio de profesor, considerado culturalmente como un oficio de bajo nivel.

Este "encierro en los temas" constituye un fenómeno didáctico, el "*autismo temático*" del profesor, relacionado con el *estatuto del oficio de profesor*, considerado culturalmente como un oficio de bajo nivel. En este punto es importante subrayar que los fenómenos didácticos, al igual que los fenómenos sociales, económicos o lingüísticos, son independientes de la voluntad, de la formación y de la capacidad de los sujetos de la institución. Por lo tanto, el *autismo temático* como tal fenómeno didáctico, es un fenómeno al que *el profesor está sujeto* y sobre el que sólo puede incidir localmente y en un grado relativamente insignificante.

Si bien el abandono de los niveles superiores no es absoluto, ya que el profesor mantiene ciertas preocupaciones por las cuestiones que se refieren al nivel *disciplinar* e, incluso, a los niveles *escolar* y *social*, resulta que, como tal profesor, sólo puede expresar estas preocupaciones como meras "opiniones" personales o, a lo sumo, como una reivindicación política o sindical. En resumen, el profesor está abocado, *en su oficio de profesor, a no ir mucho más allá del nivel temático*, lo que acarreará importantes consecuencias didácticas.

> La consecuencia más impresionante de este aislamiento del profesor en la jerarquía de los niveles de determinación didáctica se encuentra en la desaparición de las **razones de ser** de las OM enseñadas en el nivel temático. (Chevallard, 2001)

Paralelamente asistimos a un *proceso de desescolarización* relacionado con la pérdida de sentido de las cuestiones que se estudian en la escuela (ya sean cuestiones matemáticas, lingüísticas, históricas o biológicas) porque éstas parecen surgir de *temas aislados* cuya justificación última está, presuntamente pero casi nunca explícitamente, en la disciplina en cuestión (en nuestro caso, las matemáticas):

> La dificultad de plantear el problema de las cuestiones "primarias" que hay que estudiar en la escuela -de las que surgen o deberían surgir las cuestiones "secundarias" y, en particular, las cuestiones disciplinarias- está evidentemente relacionada con la elección escolar, primordial, de una separación rigurosa del estudio entre una multiplicidad de disciplinas, que se presentan como los "transpuestos didácticos" más o menos deformados de los diferentes campos del conocimiento [...]. La evolución de la enseñanza de las matemáticas en Francia durante las últimas tres décadas me parece ser un claro ejemplo de este proceso progresivo de autismo disciplinar. (Chevallard, 2001).

Tenemos así, por una parte, que la inmensa mayoría de las cuestiones matemáticas que se proponen para ser estudiadas en la escuela surgen en el nivel *temático* y sólo están conectadas nominalmente a los niveles superiores de organización (sectores, áreas y disciplina) que son *transparentes e incuestionables*. Dado, además, que los temas matemáticos escolares no se estructuran propiamente como OM *locales*[2] y, por tanto, no llegan nunca a integrarse de manera funcional en OM *regionales* ni *globales*, resulta que muchas de las cuestiones matemáticas escolares no sólo están muy débilmente conectadas a los citados niveles superiores de organización sino que, además, aparecen como cuestiones bastante independientes entre sí.

La inmensa mayoría de las cuestiones matemáticas que se proponen para ser estudiadas en la escuela surgen en el nivel temático y sólo están conectadas nominalmente a los niveles superiores de organización: sectores, áreas y disciplina.

Resulta, en definitiva, que actualmente existen enormes dificultades para que las respectivas disciplinas escolares (en particular, las matemáticas) tomen en consideración (aspectos de) las cuestiones "primarias" que hay que estudiar en la escuela y que surgen en el nivel social. No sólo desaparecen las razones de ser de las cuestiones disciplinares que se estudian en la escuela sino que, en las sociedades occidentales, se está produciendo un *envejecimiento de las "razones de ser" de la propia escuela*. De acuerdo con Neil Postman:

> [...] sin un propósito trascendente y honoroso, la escolarización tocará a su fin y, puestos en ello, cuanto antes mejor. Dotada, en cambio, de un propósito de estas características, la escuela se convierte en la principal institución a través de la cual las generaciones jóvenes puedan encontrar razones para continuar educándose a lo largo de su vida (Postman, 1995, p. 11).

Antes de analizar los efectos de estos fenómenos sobre el estudio de la geometría en Secundaria, es necesario hacer dos precisiones:

(a) Ante todo, propongo hablar de autismo temático de la *institución escolar* en lugar de autismo temático *del profesor*. De hecho, antes de que el profesor se encierre en los temas, puede observarse como el currículo oficial que proponen las sucesivas reformas, los documentos de las administraciones educativas y los libros de texto aprobados por éstas consideran implícitamente que, más allá del nivel de organización de los temas, todo es *transparente e incuestionable*.

(b) En lo que sigue pretendo mostrar que, en Secundaria, no sólo ha desaparecido la razón de ser de las cuestiones que se estudian a nivel temático, sino también la razón de ser de las diversas "áreas" en las que se divide la matemática escolar. Me centraré en el caso de la geometría.

Escisión entre “lo pedagógico” y “lo matemático”

En la última reforma de la Educación Secundaria que ha tenido lugar en el estado español, encontramos que los documentos oficiales imponen como obligatorios en el *primer nivel de concreción*[3], sin ninguna justificación y, por tanto, sin dar pie a ninguna posibilidad de cuestionamiento, los dos niveles de organización que siguen al de la disciplina (y que, por tanto, llamaremos "áreas" y "sectores", respectivamente). Las áreas que marca el Diseño Curricular de matemáticas de la E.S.O. son las siguientes[4]:
(1) Aritmética y álgebra.
(2) Geometría.
(3) Funciones y gráficas.
(4) Estadística y Probabilidad.

En el Bachillerato se mantienen esencialmente las mismas “áreas” (o niveles de organización inmediatamente inferiores al nivel de organización global de todas las matemáticas), si bien aparecen dos nuevas: "Álgebra Lineal" y "Análisis"[5].

La subdivisión en "sectores" (o niveles de organización inmediatamente inferiores al de las "áreas") que se proponen para la Geometría de la ESO en los documentos curriculares depende ligeramente del curso que consideremos. En conjunto, aparecen los siguientes sectores en la Geometría[6]: Elementos y organización del plano; Elementos y organización del espacio; Magnitudes y medida; Traslaciones, giros y simetrías en el plano; La semejanza en el plano; y Relaciones métricas y trigonométricas en los triángulos rectángulos. La "Geometría" del Bachillerato[7] contiene los siguientes sectores: Trigonometría; Geometría analítica del plano; Lugares geométricos; El plano vectorial; Geometría analítica del espacio y El espacio vectorial.

Hay una profunda escisión entre temas y cuestiones por un lado y disciplina, áreas y sectores, por otro.

Dado que el primer nivel de concreción se impone obligatoriamente por ley, queda bien claro que la distribución de las matemáticas en *"áreas"*, y la de éstas en *"sectores"*, es incuestionable en las instituciones escolares. Los Departamentos Didácticos, responsables de diseñar el segundo nivel de concreción y los autores de libros de texto (así como el profesor en el aula) responsables de especificar y gestionar el tercer nivel de concreción, sólo tienen la posibilidad de elegir las *cuestiones matemáticas* que van a ser estudiadas por los alumnos y, de una manera absolutamente irrelevante respecto de los niveles superiores de la jerarquía, agrupar dichas cuestiones en ciertos *temas*.

Aparece así una profunda *escisión* entre temas y cuestiones por un lado y disciplina, áreas y sectores, por otro. Esta escisión está asociada:

(a) A la *transparencia* de la matemática como disciplina que proviene de la aceptación acrítica de un modelo epistemológico de las matemáticas, que es el dominante en las instituciones docentes de nivel universitario, y que reduce la "actividad matemática" a series del tipo *"definición-especulación-teorema-prueba"*. Esta epistemología reduccionista expulsa la "enseñanza de las matemáticas" fuera de las actividades genuinamente "matemáticas" (Gascón, 2002b).

(b) Al *mito pedagógico* dominante en la cultura escolar según el cual existiría un ámbito de lo "pedagógico" (en el sentido de "relativo a la enseñanza") que sería *independiente* de lo "matemático". Dado que los niveles superiores: [Disciplina → Área → Sector], son considerados de naturaleza "matemática", mientras que los inferiores: [Tema → Cuestión], se tienen por "lo relativo a la enseñanza", se sigue (de acuerdo con el citado mito) que la estructura de los primeros no tiene ninguna incidencia sobre la actividad matemática que el profesor y los alumnos llevarán a cabo conjuntamente en el aula. Se supone que la actividad matemática escolar puede describirse por completo en términos de las cuestiones matemáticas concretas que se estudian y de los temas en los que se agrupan dichas cuestiones, sin hacer ninguna mención a los niveles superiores de organización.

Esta escisión constituye la principal manifestación del *autismo temático* en Secundaria. No se trata de un fenómeno coyuntural puesto que hunde sus raíces en la propia estructura de la comunidad matemática que puede ser considerada actualmente como una *comunidad escindida* (Gascón, 1993). No es de extrañar, por tanto, que haya acarreado y siga acarreando importantes consecuencias didácticas.

Pero no hay que olvidar que, como se ha apuntado, existe asimismo una especie de *autismo disciplinar*, que se manifiesta en la dificultad de hacer surgir las *cuestiones matemáticas* de las *cuestiones primarias* que, como resultado del consenso social, se proponen para estudiar en la escuela. Este fenómeno, que no podemos desligar del anterior y que, a su vez, está relacionado con el *proceso de desescolarización* de las sociedades occidentales, provocará la escisión de los dos niveles más genéricos [Sociedad → Escuela] de la jerarquía de niveles de codeterminación didáctica y, posiblemente, reforzará los efectos del autismo temático.

Sociedad → Escuela → Disciplina → Área → Sector → Tema → Cuestión

Aunque estos fenómenos extienden su influencia a todas las áreas de la matemática escolar, en este trabajo nos centraremos en el análisis de su incidencia sobre la enseñanza, el aprendizaje y, en definitiva, el estudio de la geometría en la Enseñanza Secundaria.

Razón de ser de la geometría en la Enseñanza Secundaria actual

En realidad el sustantivo "geometría" (y el adjetivo "geométrico") son ambiguos puesto que no es posible caracterizar epistemológicamente lo "geométrico". Podemos referirnos, a lo sumo, a lo que en una determinada institución "es considerado como *geometría*" (Gascón, 2002a). Esta ambigüedad no es específica de la geometría sino que es compartida por todas las demás "áreas" en que tradicionalmente se ha dividido la "matemática" ("aritmética", "álgebra", "cálculo", "estadística" y "probabilidad").

En trabajos anteriores hemos caracterizado las "modelizaciones algebraicas" así como los indicadores del "grado de algebrización" de una OM cualquiera (Bolea, Bosch y Gascón, 1998a, 1998b, 2001a y 2001b; Gascón, 1999 y 2001b) y hemos mostrado que la existencia de un área de la matemática escolar que englobe los contenidos considerados como "algebraicos" es cuestionable. Dicho estudio pone de manifiesto, asimismo, que otras áreas tradicionales de la matemática escolar como, por ejemplo, la "aritmética" o la "geometría", también deben ser cuestionadas. El que se mantengan dichas áreas en el Diseño Curricular de la Enseñanza Secundaria española debe ser considerado como una prueba más del *carácter transparente e incuestionable de este nivel de estructuración* (las "áreas") de las matemáticas escolares.

Utilizando esta noción relativa de "geometría" analizaré a continuación la incidencia del autismo temático sobre la desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. En un trabajo anterior (Gascón, 2002a) he mostrado que la presunta controversia entre la *geometría sintética* y la *geometría analítica* es, en última instancia, una falsa controversia fruto de un análisis epistemológico superficial. A pesar de la continuidad y hasta complementariedad que existe entre ambas, el hecho es que continúan estudiándose completamente separadas a lo largo de la Enseñanza Secundaria (sintética en la E.S.O. y analítica en el Bachillerato). La "tozudez" de este hecho, que se mantiene inalterable a lo largo de las últimas reformas educativas, parece dar a entender que no se trata de una separación accidental sino que responde a un fenómeno didáctico-matemático más profundo y que, por lo tanto, merece ser indagado.

En el trabajo citado se muestra que son precisamente las limitaciones de las *técnicas sintéticas* las que *dan sentido* (son las *razones de ser*) a las *técnicas analíticas*. En otros términos: las técnicas de la geometría analítica constituyen la *respuesta* a algunas de las limitaciones que presentan las técnicas sintéticas para resolver problemas genuinamente geométricos planteados sin utilizar coordenadas. Se trata de *problemas de construcción o de determinación de figuras geométricas* a partir de elementos (puntos, segmentos, ...) que mantienen entre sí relaciones que pueden describirse y manipularse más eficazmente con las técnicas analíticas.

También puede demostrarse, recíprocamente, que las técnicas analíticas requieren en muchas ocasiones, de manera casi imprescindible, el uso previo de ciertas técnicas sintéticas que son las que sugieren el diseño de la estrategia que se llevará a cabo posteriormente con las técnicas analíticas. Se cierra así el círculo de la complementariedad entre ambos tipos de técnicas.

Un ejemplo de este segundo aspecto de la complementariedad entre técnicas sintéticas y técnicas analíticas puede enunciarse en los siguientes términos: la eficacia para resolver ciertos tipos de problemas de geometría analítica (en términos de porcentaje de problemas correctamente planteados y resueltos) mejora de forma muy significativa si, en lugar de dedicar todo el periodo de entrenamiento al uso de técnicas analíticas, se utiliza una parte del mismo para que los alumnos aprendan a traducir los problemas de geometría analítica (dados en versión *cartesiana*) al ámbito de la geometría sintética (en versión *euclidiana*) y a resolver éstos mediante técnicas "puramente sintéticas" como, por ejemplo, con regla y compás (Gascón, 1989).

La eficacia para resolver ciertos tipos de problemas de geometría analítica mejora de forma muy significativa si se utiliza una parte del tiempo en traducir los problemas al ámbito de la geometría sintética y resolverlos, por ejemplo, con regla y compás.

Así, ante un problema como el siguiente (que puede ser considerado como una versión *cartesiana particular*):

> *Escribir la ecuación de una circunferencia de radio **R** = 3 que pase por el punto **P** = (-3, 4) y sea tangente a la recta **r** de ecuación 2x - 3y = 1.*

Se propone la siguiente estrategia:

1º Enunciar una versión *euclidiana general* de dicho problema:

> *Dibujar con regla y compás una circunferencia de radio dado **R**, que pase por un punto dado **P** y sea tangente a una recta dada **r**.*

2º Resolver esta versión del problema mediante el *patrón de dos lugares geométricos*: para ello se empieza reduciendo el problema a la construcción de un punto que se denomina "punto clave" (en este caso el problema se reduce a construir el centro C de la circunferencia buscada); se continúa buscando dos lugares geométricos que contengan a dicho punto y que sean *construibles con regla y compás a partir de los datos* del problema (en este caso basta dibujar la circunferencia de centro **P** y radio **R** y el par de rectas paralelas a **r** a distancia **R**); se concluye construyendo los puntos comunes a ambos lugares geométricos, que son los posibles centros de la circunferencia buscada (Ver Gráfica 1).

3º Resolver la versión *analítica particular* inicial del problema utilizando un patrón de resolución inspirado en el *patrón de dos lugares geométricos* (Gascón, 1989, p. 74-78).

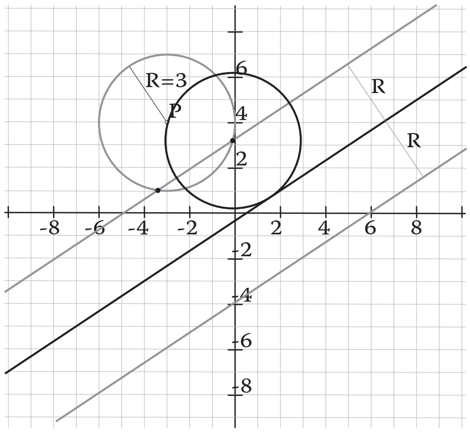

Gráfico 1

4º Esta estrategia puede completarse mediante la formulación de la versión *cartesiana general* de este problema (esto es, con parámetros):

Buscar la ecuación de una circunferencia de radio ***R*** *que pase por el punto* ***P*** *= (a, b) y sea tangente a la recta* ***r*** *de ecuación mx + ny = p.*

5º Y la consiguiente comparación entre los resultados que se obtienen al resolver este último problema y el "estudio sintético de casos" (hay que distinguir tantos "casos" como disposiciones geométricas "distintas" puedan originar las diferentes relaciones entre los datos) que debería realizarse en la resolución de la versión *euclidiana general.*

Para que una estrategia didáctica sea viable se requiere que sea compatible con un amplio conjunto de restricciones de todo tipo.

Por todo lo anterior, no tiene ningún tipo de justificación hacer aparecer las técnicas analíticas como por arte de magia, sin ningún tipo de continuidad con la problemática de la geometría sintética. Parece natural, por lo tanto, proponer una manera completamente diferente de iniciar el estudio de la geometría analítica en la Enseñanza Secundaria (Gascón, 2002a):

> En lugar de "dejar morir" la problemática que se estudia en la E.S.O., y crear una pseudoproblemática geométrica con ejercicios bastante formales para intentar justificar la utilización de las incipientes técnicas analíticas introducidas artificialmente como objetos de enseñanza, deberían retomarse en el Bachillerato algunos tipos de problemas geométricos que se abordaron en la E.S.O. Se podría empezar mostrando, en el Bachillerato, determinadas limitaciones de las técnicas sintéticas clásicas que pueden solventarse mediante el uso de técnicas analíticas. Para que esta práctica docente fuese eficaz sería preciso que se estableciese un nuevo dispositivo didáctico cuya función principal fuese la de *retomar aquellos problemas matemáticos* que habiéndose propuesto en la E.S.O. hubiesen quedado *sin resolver* por limitaciones de las técnicas matemáticas disponibles. Sólo así podría mostrarse la continuidad de la problemática geométrica y la complementariedad entre los diferentes tipos de técnicas geométricas (Ibid., p. 24).

El autismo temático debe ser considerado como un fenómeno que condiciona el conjunto de las cuestiones matemáticas que pueden ser estudiadas en la Enseñanza Secundaria.

Postulo que la existencia de una estrategia didáctica de este tipo constituye una condición imprescindible para hacer pervivir en el Bachillerato (y más allá) la problemática que surge de las *situaciones umbilicales*[8] de la geometría elemental, esto es, de las situaciones *ligadas a la determinación y construcción de figuras geométricas* y, en definitiva, para dar sentido al estudio de la geometría analítica en Secundaria. Pero, a pesar de la potencial necesidad y eficacia de esta estrategia, constatamos su ausencia absoluta en el actual Sistema de Enseñanza de las Matemáticas. ¿Cómo podemos explicar esta ausencia[9]?

Para que una estrategia didáctica (dirigida a reconstruir una OM en una institución docente determinada) sea *viable* se requiere que sea compatible con un amplio conjunto de restricciones de todo tipo: algunas de estas restricciones dependen de los sujetos de la institución (alumnos y profesores), pero otras como, por ejemplo, las que provienen del autismo temático, van más allá de la voluntad y de la formación de dichos sujetos. En el caso que nos ocupa, para explicar la *ausencia institucional de una tal estrategia didáctica* hay que tener en cuenta que:

(1) La "geometría analítica del plano" es considerada por el Diseño Curricular como un sector de la geometría del Bachillerato. Esto significa que la "geometría" es considerada como un "área" (o nivel de organización inmediatamente inferior al de la organización global de las matemáticas) y que el currículum sitúa la "geometría analítica del plano" en el nivel inmediatamente inferior al de las áreas.

(2) Las *razones de ser* de la geometría analítica del plano, esto es, las cuestiones a las que debería responder, surgen en *situaciones ligadas a la determinación y construcción de figuras geométricas* las cuales, a su vez, aparecen en otros sectores (como, por ejemplo: "Elementos y organización del plano") que el Diseño Curricular trata con técnicas sintéticas y que, además, sitúa en otro nivel escolar: la Enseñanza Secundaria Obligatoria.

En estas condiciones el autismo temático hace que sea muy difícil construir en Secundaria una cadena de niveles de organización que, partiendo del nivel disciplinar, desemboque en cuestiones que requieran la integración efectiva de técnicas geométricas analítico-sintéticas[10], por lo que es *altamente improbable que pueda accederse al estudio de este tipo de cuestiones*. Esta desconexión curricular de las respectivas problemáticas ha provocado una separación radical entre la geometría sintética y la geometría analítica y, en definitiva, la *desaparición escolar de las razones de ser de la geometría analítica*. Esta desaparición se materializa en que el Sistema de Enseñanza ignora por qué y para qué se estudia la geometría analítica en Secundaria, lo que constituye un efecto catastrófico del *autismo temático*.

La estructura y la dinámica interna de la matemática escolar están condicionadas por la escisión entre: por un lado las cuestiones matemáticas y los temas en que se agrupan y, por otro, los niveles superiores, las áreas, los sectores y la matemática como disciplina.

El autismo temático y el problema del currículo

Los análisis anteriores han mostrado bien a las claras hasta qué punto la estructura y la dinámica interna de la matemática escolar están condicionadas por la escisión entre: por un lado las *cuestiones* matemáticas que se estudian en la escuela y los *temas* en que se agrupan dichas cuestiones y, por otro, los niveles superiores de la organización matemática, las *áreas*, los *sectores* y la *matemática* como disciplina.

Aunque el análisis propuesto se refiere al caso de la geometría, es obvio que dicha escisión afecta a la matemática escolar en su conjunto. El *autismo temático* debe ser considerado, por tanto, como un fenómeno que condiciona el conjunto de las cuestiones matemáticas que pueden ser estudiadas en la Enseñanza Secundaria y, correlativamente, las posibles formas de estudiar dichas cuestiones. La consecuencia más importante del autismo temático es, como ya se ha dicho, la desaparición de las razones de ser de las Organizaciones Matemáticas (OM) que se proponen para ser estudiadas en la escuela.

Pero, además, dado que la mayoría de los trabajos de Didáctica de las Matemáticas asumen implícitamente el encierro en los temas, sus propuestas para modificar el currículo de matemáticas de la Enseñanza Secundaria no llegan a cuestionar la estructura de los sectores en que se divide cada una de las áreas ni, mucho menos, las áreas ("aritmética", "álgebra", "cálculo", "estadística" y "probabilidad") en que tradicionalmente se ha estructurado la matemática escolar. De esta manera el "sentido" que tiene el estudio escolar de las matemáticas en general y de cada una de sus áreas en particular (como, por ejemplo, el "por qué y para qué" estudiar geometría en la escuela) se da por supuesto cuando, en realidad, ha desaparecido.

Así pues, si denominamos *"problema del currículum de matemáticas"* al problema de diseñar con fundamentación didáctica, el currículo de matemáticas para cierta etapa educativa, entonces podemos decir que el autismo temático, al disminuir las posibilidades de cuestionar los niveles superiores de la organización matemático-didáctica, dificulta objetivamente la resolución de dicho problema porque impide recuperar las "razones de ser" de las OM que se acabarán enseñando.

> El punto de vista de la didáctica [de las matemáticas] propone que el *problema de la elaboración del currículo*, que tradicionalmente había sido considerado como un problema esencialmente psicopedagógico, tiene un *componente matemático esencial*. No se trata únicamente de un problema de secuenciar y temporalizar los contenidos del currículo, sino de realizar un trabajo matemático de reorganización de los elementos técnicos, tecnológicos y teóricos que componen cada obra [u organización matemática] en base a las cuestiones a las que ésta responde. Se trata, en definitiva, de una verdadera *reconstrucción creativa* de las obras que forman el currículo. (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, p. 127).

Podemos proponer cambios o reformas del currículo más o menos radicales, incluso cambios muy bien justificados epistemológicamente, pero si únicamente pretendemos reformar el nivel de los temas, entonces será imposible *recuperar el sentido escolar del estudio de las matemáticas*. Esta recuperación requiere, al menos:

(1) Cuestionar y tener la posibilidad de modificar la estructura de toda la jerarquía de niveles de codeterminación, incluso más allá de la propia disciplina. En este punto queda claro que el diseño de un currículo de matemáticas es una responsabilidad que no puede ser asumida, en exclusiva, por la comuni-

dad científica; tiene que ser compartida por el consenso social a través de un acuerdo político.

(2) Tomar en cuenta las *transformaciones adaptativas* que sufren las Organizaciones Matemáticas en el seno de las instituciones escolares. Ésta si que debe ser considerada una responsabilidad exclusiva de la comunidad científica y, más concretamente, de la comunidad de investigadores en Didáctica de las Matemáticas.

> [...] aunque el hecho de que en la escuela se enseñe el Teorema de Pitágoras y no la elasticidad es el resultado de decisiones humanas; la forma concreta como aparece el Teorema de Pitágoras en el currículo actual es, a su vez, una consecuencia de las *leyes que rigen el desarrollo interno del currículo de matemáticas*. Resulta así que el currículo de matemáticas *no es arbitrario*, como tampoco lo es la manera en que se transforma la matemática en el seno de una institución escolar. (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, p. 117).

Se trata, en general, de las restricciones transpositivas que rigen la difusión institucional de las Organizaciones Matemáticas, a fin de que éstas puedan ser estudiadas en la escuela.

¿Cuál es la naturaleza de esas "leyes" o, mejor, de esas "restricciones" y cuáles son las transformaciones que provocan en la matemática escolar? ¿Cómo se pueden tener en cuenta a la hora de diseñar el currículo de matemáticas? ¿Qué grado de conocimiento sobre las mismas tenemos en el estado actual de la didáctica de las matemáticas?

Podemos decir que, en general, se trata de las *restricciones transpositivas* que rigen la difusión institucional de las Organizaciones Matemáticas (OM), a fin de que éstas puedan ser estudiadas en la escuela (Chevallard, 1985). Estudiar una cuestión matemática en una institución escolar consiste en *estudiar una respuesta* (que tomará la forma de una OM) a dicha cuestión *que ha sido dada en otra institución* y que se tiene por válida. Para ello, dicha respuesta, debe ser *reconstruida*, esto es, *transportada* a la institución escolar desde la institución en la que se dio la respuesta original. En este proceso transpositivo la respuesta sufre transformaciones adaptativas más o menos importantes. De lo anterior se desprende que el *estudio escolar* también posee características específicas: el paso del estudio de una *cuestión matemática* al estudio de una *respuesta dada a dicha cuestión* en otra institución, provoca modificaciones en la noción misma de "estudio" (Chevallard, 1999). Por tanto, las "razones de ser" originarias que dieron sentido al estudio de una OM en determinada institución, no pueden transportarse mecánicamente a la escuela.

Describiré, a modo de ejemplo, una restricción institucional que pesa sobre el *estudio escolar de las cuestiones matemáticas* que está relacionada directamente con el *autismo temático* y que explica, en parte, las dificultades para dar sentido al estudio de la geometría analítica en secundaria:

Si para acceder al estudio de una cuestión matemática concreta se requiere que la cadena de niveles que debe desembocar en esa cuestión cruce varios *sectores* diferentes de un *área*, entonces el autismo temático provocará que dicha cadena sea muy difícil de establecer y esto impedirá (o hará muy poco probable) que dicha cuestión pueda ser estudiada efectivamente. El hecho de que la *separación radical* entre la geometría sintética y la geometría analítica, que comporta la *ausencia de cuestiones mixtas analítico-sintéticas*, se haya mantenido a lo largo de las últimas reformas curriculares, a pesar de que, objetivamente, dificulta la posibilidad de dar sentido al estudio de la geometría analítica en la Enseñanza Secundaria, muestra la fuerza de esta restricción.

Pero las restricciones que pesan sobre el *estudio escolar de las cuestiones matemáticas* no surgen únicamente en el nivel disciplinar. La cadena de niveles de codeterminación, que debe construirse necesariamente para permitir el acceso al estudio de una cuestión matemática concreta, se inicia en los niveles más genéricos de la jerarquía (Escuela y Sociedad). Aparecen, por tanto, nuevas restricciones relacionadas con el *autismo disciplinar*, esto es, con la dificultad de hacer surgir las cuestiones matemáticas escolares de las cuestiones que el consenso social ha propuesto para estudiar en la escuela. Esta dificultad, a su vez, no es independiente del *proceso de desescolarización* de las sociedades occidentales que se manifiesta por un envejecimiento de las "razones de ser" de la propia escuela y que también podríamos denominar *"autismo escolar"*.

Sociedad → Escuela → Disciplina → Área → Sector → Tema → Cuestión

Es muy difícil que el *estudio escolar de una cuestión disciplinar* (por ejemplo, matemática) mantenga su sentido en una sociedad en la que la escuela como tal está falta de propósito porque no existe una "razón" compartida y elevada que sea capaz de construir un futuro basado en ideales socialmente compartidos, prescribir reglas de conducta, proporcionar una fuente de autoridad y, sobre todo, conferir a la escuela un sentido de continuidad y propósito (Postman, 1995, pp. 17-18).

> Una razón, en el sentido en que empleo aquí el término, es algo distinto de una motivación. Dentro del contexto de la

> escolarización, la motivación se refiere a un acontecimiento físico temporal, en el que se despierta la curiosidad y se enfoca la atención. Sin embargo no hay que confundirla con la razón para asistir a una clase, escuchar a un profesor, pasar un examen, hacer los deberes y soportar la escuela aún sin estar motivado para todo ello (Ibid., p. 16).

Tenemos, en resumen, que el *autismo temático* es un fenómeno que afecta a la institución escolar en su conjunto y no sólo a los sujetos de la misma. En los Sistemas Escolares occidentales el autismo temático está actualmente muy reforzado por el *autismo disciplinar* y el *autismo escolar*. Su creciente y negativa incidencia sobre el *problema del currículo* se materializa en la desaparición no sólo de las razones de ser de las OM enseñadas en el nivel temático, sino incluso del sentido del estudio de las matemáticas y hasta del *"estudio"* como actividad humana. Mientras que el autismo temático está ligado a la representación institucional del saber matemático que se enseña y, en consecuencia, a lo que se entiende en la institución escolar por "enseñar y aprender matemáticas"[11], el autismo disciplinar y, sobre todo el escolar, tienen que ver con el papel que la sociedad adjudica a la escuela como institución. Por tanto, la solución del problema del currículo no sólo requiere cambiar el *modelo epistemológico* ingenuo que, como dice Brousseau (1987), está en la base de los *modelos docentes habituales*, sino también *reformular el contrato* que une a la escuela y a la sociedad respecto a una cuestión tan antigua como nuestra civilización: la *educación matemática*[12]. ■

NOTAS

1 Las nociones de OM y OD son centrales en el estado actual de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) en la que se sitúa este trabajo. Una introducción a la TAD se encuentra en Chevallard, Bosch y Gascón (1997) y en Chevallard (1999 y 2000).

2 Las nociones de OM *puntual, local, regional y global* se describen en Chevallard (1999). Aquí sólo añadiremos que éstas se sitúan, respectivamente, en los niveles de la *cuestión*, del *tema*, del *sector*, y del *área*. Así, aunque en Primaria y en Secundaria se estudian "temas", no puede decirse que en dichas instituciones se reconstruyan (estudien) efectivamente OM "locales" relativamente completas. En Fonseca y Gascón (2000) y en Bosch, Fonseca y Gascón (en prensa) se analizan los fenómenos ligados a la "incompletitud" de las organizaciones matemáticas locales que viven en las instituciones escolares.

3 "El primer nivel de concreción del Diseño Curricular incluye el enunciado de los Objetivos Generales del Ciclo, el establecimiento de las áreas curriculares y de los Objetivos Generales de cada una de ellas, así como la formulación de los Objetivos Terminales, de los Bloques de Contenidos y de las Orientaciones Didácticas, referido todo ello a las diferentes áreas curriculares consideradas" (Coll, 1986, p. 73) [La traducción del catalán es nuestra].

4 Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, (2001a).

5 Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, (2001b).

6 Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, (2001a).

7 Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, (2001b).

8 Las llamamos situaciones "umbilicales" por analogía a una de las acepciones de "ombligo": "raíz central y más larga de un árbol" (Institut d'Estudis Catalans, 1995). Ver Chevallard (1999, p. 251).

9 La Didáctica de las Matemáticas, como el resto de las disciplinas teórico-experimentales (cada cual en su ámbito), no puede renunciar a la ambición de *explicar porqué existe lo que existe y porqué no existe lo que no existe* en el ámbito de las instituciones didácticas. Sin esto, la didáctica sólo sería un catálogo perfectamente inútil de descripciones a posteriori.

10 Como, por ejemplo: "Dados tres segmentos, ¿en qué casos puede construirse un triángulo que los tenga como medianas? Y, en el caso en que sea posible, ¿cómo puede construirse el triángulo (o los triángulos) en cuestión con regla y compás? (Gascón, 2002a, pp. 22-24).

11 La relación entre el *modelo epistemológico de las matemáticas* dominante en una institución escolar y la manera de organizar las *prácticas docentes* en dicha institución, ha sido estudiada en Gascón (2001a).

12 Agradezco a Marianna Bosch los comentarios, críticas y sugerencias relativos a las primeras versiones de este trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOLEA, P., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (1998a): Le caractère problématique du processus d'algébrisation. Proporcionnalité et grandeurs dans l'enseignement obligatoire, *Actes de la IXème école d'été de didactique des mathématiques, ARDM*, 153-159.

BOLEA, P., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (1998b): The role of algebraization in the study of a mathematical organization, *Proceedings of the CERME 1*.

BOLEA, P., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2001a): La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización. El caso de la proporcionalidad. Re*cherches en Didactique des Mathématiques* 20(1) 7-40.

BOLEA, P., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (2001b): Cómo se construyen los problemas en Didáctica de las Matemáticas. *Educación Matemática* 13(3) 22-63.

BOSCH, M., COMPTA, A., GASCÓN, J., LAMARCA, J.M. y URBANEJA, P.M.G. (1996): *Matemáticas. 3º ESO,* Ed. Almadraba, Madrid.

BOSCH, M., FONSECA, C. y GASCÓN, J. (en prensa): Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las Instituciones Escolares, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, (pendiente de publicación).

BROUSSEAU, G. (1987): Représentation et didactique du sens de la division, in G. Vergnaud, G. Brousseau et M Hulin (ed.), *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque du Sèvres*, pp. 47-64, La pensée sauvage, Grenoble.

COLL, C. (1986): *Marc Curricular per a l'Ensenyament Obligatori*, Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament, Barcelona.

CHEVALLARD, Y. (1985): *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble (2e éd. de 1991).

CHEVALLARD, Y. (1999): L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/2, 221-266.

CHEVALLARD, Y. (2000): La recherche en Didactique et la formation des professeurs: problematiques, concepts, problemes, *Actes de la Xème École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Tome I, pp. 98-112, ARDM, Caen. (Houlgate, 18-25 août 1999).

CHEVALLARD, Y. (2001): Aspectos problemáticos de la formación docente, *XVI Jornadas del SI-IDM*, Huesca. Recuperable en http://www.ugr.es/local/jgodino/siidm.htm

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. y GASCÓN, J. (1997): *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, ICE/Horsori, Barcelona.

DE LA HAZA, C., MARQUÉS, M. y NORTES, A. (2002): *Matemàtiques (1r d'ESO)*, Grup Promotor Santillana, Madrid.

FONSECA, C. y GASCÓN, J. (2000): Reconstrucción de las organizaciones matemáticas en las organizaciones didácticas, *XIV Jornadas del SIIDM*, Cangas do Morrazo, abril del 2000. Recuperable en http://www.ugr.es/local/jgodino.htm

GASCÓN, J. (1989): *El aprendizaje de métodos de resolución de problemas de matemáticas*, Tesis doctoral, Departamento de Matemáticas, Universitat Autònoma de Barcelona.

GASCÓN, J. (1993): Una comunitat matemàtica escindida, *Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*, 8, 111-117.

GASCÓN, J. (1997): Cambios en el contrato didáctico. El paso de estudiar matemática en secundaria a estudiar matemática en la universidad, *SUMA*, 26, 11-21.

GASCÓN, J. (1999): La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar, *Educación matemática*, 11/1, 77-88.

GASCÓN, J. (2001a): Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, 4/2, 129-159.

GASCÓN, J. (2001b): Reconstrucción de la divisibilidad en la Enseñanza Secundaria. *Quadrante*, 10/2, 33-66.

GASCÓN, J. (2002a): Geometría sintética en la ESO y analítica en el Bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados?, *Suma*, 39; 13-25.

GASCÓN, J. (2002b): El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la Didáctica de las Matemáticas, *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 5/3, 673-698.

GASCÓN J. (2003): Efectos del "autismo temático" sobre el estudio de la Geometría en Secundaria. En Palacián, E. (ed.) *Aspectos didácticos de matemáticas*, Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza (en prensa), Zaragoza.

INSTITUT D'ESTUDIS CATALANS (1995): *Diccionari de la llengua catalana*, Edicions, 62, Barcelona, Palma, Valencia.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE, (2001a): *Enseñanza Secundaria Obligatoria. Enseñanzas mínimas*, Edita: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones, Madrid. (Real Decreto 3473/2000 de 29 de diciembre).

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA Y DEPORTE, (2001b): *Bachillerato. Enseñanzas mínimas*, Edita: Secretaría General Técnica, Subdirección General de Información y Publicaciones, Madrid. (Real Decreto 3474/2000 de 29 de diciembre).

POSTMAN, N. (1999): *El fin de la educación,* EUMO-Octaedro, Barcelona.

Fe de erratas

En el número 43, el título del ártículo que firmaban Ismael Roldán Castro y José Muñoz Santonja apareció mal. Debería haber aparecido con la palabra **menos** tachada y encima la palabra **más**, tal como reproducimos ahora.