

La programación lineal con la hoja de cálculo Excel: una apuesta por las nuevas tecnologías

Juan José Prieto Martínez

**IDEAS
Y
RECURSOS**

La programación lineal es un tema muy importante dentro del bloque de Álgebra de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y es conveniente dar una idea clara y concisa en el aula de cuál es su campo de aplicación, ya que es posible que el alumnado se enfrente a ella en sus estudios superiores y la aplique en su trabajo futuro.

Los grandes avances en informática pueden hacer que los estudiantes de secundaria tomen mayor interés por determinados temas, en particular en el tema que aquí se está abordando.

Se ha realizado una prueba piloto con cuatro grupos de Segundo de Bachillerato: a dos grupos se les ha explicado programación lineal con materiales tradicionales, y a otros dos con ayuda del programa Solver de la hoja de cálculo Excel. Los resultados obtenidos han sido prometedores para muchos docentes que han seguido la prueba y pueden ser también un camino de esperanza para otros compañeros.

LAS MATEMÁTICAS como herramienta de trabajo en la vida cotidiana y con aplicaciones en problemas reales es un aspecto tratado cada vez más en nuestras aulas. Los docentes debemos intentar, en todos los niveles de la enseñanza secundaria, que los alumnos comprendan que las matemáticas surgen y son aplicadas en la vida real; de esta forma, quizás, podamos obtener como elemento motivador el aprendizaje de los conceptos y procedimientos fijados en la programación inicial de curso. Nosotros, los profesores, tenemos la obligación de enseñar a nuestros alumnos aspectos de actualidad o problemas que tuvo la humanidad y que fueron resueltos justamente mediante conceptos y procedimientos que corresponden con el tema que se imparte en clase. Que comprendan que lo explicado y estudiado en el aula es herramienta fundamental de trabajo para el día de mañana. Posiblemente, la actitud de algunos de nuestros estudiantes cambie.

La *programación lineal* es una técnica de modelado matemático, diseñado para optimizar el empleo de recursos limitados. La programación lineal se aplica con gran éxito en campos como el militar, la agricultura, la industria, la economía, las ciencias sociales, etc. La utilidad de la técnica es mayor a medida que las tecnologías han ido progresando y desarrollándose. De hecho, la programación lineal, debido a su enorme nivel de eficiencia computacional, es la base para el desarrollo de algoritmos de solución de otros tipos de modelos del área de la investigación operativa. Los cálculos son voluminosos y tediosos y, por consiguiente, requieren el empleo de los ordenadores. Los programas como el WinQSB, SPSS, StatGraphics o Solver de la hoja de cálculo Excel, están diseñados para mitigar la carga de los cálculos. No está de más enseñar a nuestros alumnos la existencia de estos programas y su utilización por parte de grandes empresas como herramienta de trabajo.

La práctica de resolución de un problema de programación lineal en un aula de informática de cualquier instituto de enseñanza secundaria tiene como objetivos fundamentales:

- Comprobar si los alumnos recuerdan el concepto y el procedimiento de resolución de inecuaciones aprendido en 4.º de ESO.
- Desarrollar procedimientos: búsqueda de inecuaciones equivalentes a una dada; interpretación gráfica en un sistema de coordenadas; aplicación de distintas técnicas y estrategias para resolver problemas de programación lineal.
- Desarrollar actitudes: reconocimiento y valoración crítica de los programas de ordenadores en la resolución de problemas de programación lineal; interés y curiosidad por la resolución de los citados problemas; confianza en las propias capacidades y perseverancia en la búsqueda de soluciones a problemas susceptibles de ser resueltos.
- Hacer hincapié en el concepto del valor de una función; en este caso de dos variables y con una estrecha relación con funciones económicas-matemáticas aplicadas a las ciencias sociales. Usar la hoja de cálculo como herramienta en el desarrollo matemático es esencial hoy en día en el mundo laboral.
- Comprender el concepto de solución factible y solución óptima en un problema de programación lineal. Saber dibujar la región factible asociada.
- Fijar el concepto de «problema de programación lineal»: Maximizar o minimizar una función de dos variables (en este curso) restringida a un conjunto de inecuaciones también de dos variables, obteniendo al menos una solución o ninguna.

Programación lineal con Excel

Consideremos el siguiente problema (Selectividad en Andalucía, 2000):

La región factible de un problema de programación lineal es la intersección del primer cuadrante con los tres semiplanos definidos por las siguientes inecuaciones:

$$(x/10) + (y/8) \leq 1; (x/5) + (y/8) \geq 1; (x/10) + (y/4) \geq 1$$

Calcula el mínimo de la función objetivo, $F(x, y) = 4x + 5y$, en el recinto anterior.

El citado problema puede formularse en una hoja de cálculo Excel. En la tabla 1 se muestra el modelo planteado asociado a dicho problema.

Se observa en la tabla que:

1. Los valores factibles (posibles de las variables que verifican todas las restricciones) u óptimos de X e Y

	A	B	C	D	E	F	G
1		Variable X	Variable Y				
2	Valores óptimos de las variables	1	1				
3							Valor de F
4	Función Objetivo	4	5				$B2*B4+C2*C4$
5							
6	Restricciones:						
7	Primera	1/10	1/5		$B2*B7+C2*C7$	\leq	1
8	Segunda	1/8	1/8		$B2*B8+C2*C8$	\geq	1
9	Tercera	1/10	1/4		$B2*B9+C2*C9$	\geq	1

Tabla 1

Desarrollar actitudes: reconocimiento y valoración crítica de los programas de ordenadores en la resolución de problemas de programación lineal; interés y curiosidad por la resolución de los citados problemas; confianza en las propias capacidades...

están en las celdas B2 y C2, respectivamente. (Inicialmente toman el valor 1 para que puedan realizarse operaciones posteriores).

2. Los coeficientes de la función objetivo están en las celdas B4 y C4, y el valor de la función objetivo se encuentra en la celda G4.
3. Los coeficientes de las variables X e Y pertenecientes al conjunto de restricciones se hallan en las celdas B7, B8 y B9 para la variable X , y C7, C8 y C9 para la variable Y .

El alumno debe revisar la hoja de cálculo propuesta por tres motivos esenciales:

- a) Para una mayor comprensión del problema de programación lineal.
- b) Para comprobar la existencia de errores en la modelización. Éstos pueden llevar a conclusiones erróneas. Nótese que los procedimientos de corrección y precisión son siempre procedimientos que deben ser evaluados personalmente como positivos.
- c) Para aprender a generalizar el procedimiento a otros contextos.

El primer paso para resolver el problema de programación lineal mediante la hoja de cálculo Excel es introducirse en el programa Solver. Éste se encuentra en el menú Herramientas dentro de la opción Complementos. En la pantalla aparecerá una caja (Solver Parameter) en

la cual debe introducirse la siguiente información:

1. Celdilla donde se debe indicar el valor óptimo de la función objetivo. Dicha información debe registrarse en Set Target Cell (celda F4). Se escribirá o simplemente haciendo clic en la celda correspondiente.
2. Elegir si el problema trata de *maximizar* o *minimizar* una función.
3. Elección de las celdas donde se escribirán los valores óptimos de las variables. La citada información se registrará en By Changing Cells (B1 y C1).
4. Se deben agregar las restricciones. Para ello existe un recuadro en blanco junto a tres celdillas de elección en paralelo: Add..., Change, Delete. Eligiendo la primera, Add Constraint (añadir Restricciones) aparecerá una sub-caja donde se escribe la información de cada una de las restricciones en los siguientes campos:
 - Cell Reference: Valor total utilizado por las variables en cada restricción. Debe cumplirse por tanto la restricción de desigualdad (Celdas E7, E8 y E9).
 - Constraint: Elección del signo de la desigualdad. (<=, >= y >=).
 - «Celda en blanco»: Valor del término independiente (F7, F8 y F9).

Incorporada la información necesaria se debe hacer clic en OK de la citada sub-caja para que aparezca de nuevo la caja inicial de Solver Parameter, mostrando la configuración completa del problema modelizado. Es ahora imprescindible indicar al programa que se trata justamente de un problema de programación lineal. Para ello elegimos la opción Opcion y posteriormente la opción Asume linear Model. Haciendo clic una vez más en OK se vuelve de retorno a la caja inicial de Solver Parameter, estando listo el programa para resolver el problema.

Después que el programa ha realizado una serie de cálculos debe aparecer en

Se ha pretendido evaluar el grado de motivación y autoestima de dos grupos (de 20 y 23 alumnos) de 2.º de Bachillerato al aprender programación lineal con la ayuda de las nuevas tecnologías...

pantalla una caja indicando los resultados del programa Solver (Solver Results). De esta forma se indica que el programa ha resuelto el problema encontrando una solución. Para que la transferencia de los resultados del programa Solver a la hoja de cálculo pueda ser una realidad hay que verificar la opción de mantener la solución del programa (Keep the Solver Solution).

Práctica con ordenador: una motivación para el aprendizaje

Se ha pretendido evaluar el grado de motivación y autoestima de dos grupos (de 20 y 23 alumnos) de 2.º de Bachillerato al aprender programación lineal con la ayuda de las nuevas tecnologías (serán denominados a partir de ahora *grupo B*), frente a otros dos grupos (de 19 y 23 alumnos) del mismo curso (denominados a partir de ahora como *grupo A*), y perteneciente a otro instituto de la misma localidad, que aprenden el citado tema con materiales didácticos tradicionales (libro, pizarra, etc.). La dedicación docente teórica-práctica por parte de los profesores de cada grupo se fijó en 8 horas para el grupo A y (8 + 3) horas para el grupo B, estas últimas 3 horas en dedicación exclusiva para explicarles como tratar la hoja de cálculo Excel en programación lineal. Es importante notar que este último grupo tiene conocimientos de informática, estudiados al menos en una asignatura optativa de informática en la ESO y otra en Bachillerato. A continuación se les planteó a los alumnos que resolvieran dos problemas de programación lineal individualmente en forma de examen, los cuales vienen dados al final de este trabajo en un anexo y con soluciones.

El grupo que no utilizó las nuevas tecnologías, resolvió el problema de manera individual en hojas de examen. El grupo B dispuso de una sala de ordenadores, uno para cada alumno. El problema pudieron resolverlo computacionalmente con la citada hoja de cálculo y manualmente. El tiempo de examen fue para estos alumnos de 60 minutos, mientras que para el otro grupo fue de 50. El motivo de que el grupo B dispusiera de 10 minutos más fue porque los alumnos tenían la posibilidad de entregar, además del examen escrito, explicaciones referentes a los ejercicios resueltos por ordenador en el mismo papel de impresión. Los alumnos que entregaron el ejercicio en estas condiciones serán evaluados satisfactoriamente, siendo muy importante de cara a la clasificación final del curso y la puesta a punto de la Selectividad.

Los resultados generales por parte de ambos grupos vienen graficados en la figura 1.

Se contempla que el grupo A obtuvo significativamente peores resultados que en el grupo B. La media (marcada con +) en el grupo A fue de 4,46 frente a 5,35 del grupo B.

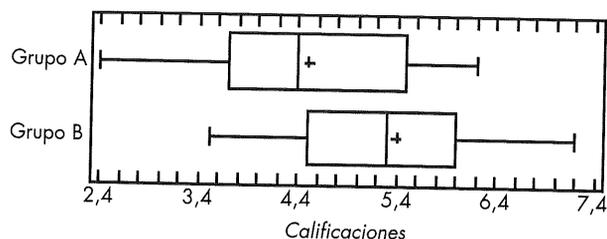


Figura 1. Resumen de las calificaciones en los grupos A y B

La otra medida de posición central (la mediana, representada por el segmento que divide a la caja) corrobora el significado de la media aritmética, dando un peso relevante en la docencia con las nuevas tecnologías. Obsérvese que la mediana en el primer caso está en torno al 4,4 frente al segundo caso que se encuentra próxima al 5,3. Nótese que las desviaciones típicas fueron similares en ambos grupos (1,13 y 1,11, respectivamente). Es significativo indicar que el porcentaje de calificaciones suspensas es más alto en el grupo A. Por el contrario, en el grupo B se obtuvo un 50 % de alumnos con una calificación superior a la mediana. En cambio, esto no puede asegurarse para el grupo A. De hecho, aproximadamente un 65 % del grupo suspendieron. Es también interesante recalcar que las mejores calificaciones también fueron obtenidas por el grupo B; el 25 % obtuvieron una calificación superior o igual al 6; justamente es en torno a esta calificación la máxima obtenida en el grupo A. Por último, debemos notar la poca o ninguna existencia de notables y sobresaliente por parte de ambos grupos.

No solamente se pueden evaluar conceptos y procedimientos en una práctica de estas características, sino también hechos. La evaluación del dominio adquirido adopta dos formas básicas: recordando mediante la enumeración y la selección en la tabla Excel que se dispone en una matriz, e identificando y reconociendo qué tipo de función y qué conjunto de restricciones se está tratando. «Identificar la información global y la específica de textos escritos auténticos sobre problemas reales» es ejemplo esencial de evaluación destinado a valorar el dominio de ciertos hechos. La evaluación de hechos es, sin lugar a dudas, una de las prácticas más frecuentes en la actualidad, y, probablemente, será la que menos problemas plantee en el futuro. Sin embargo, es bueno tener en cuenta algo que puede tener gran importancia: no es lo mismo saber que recordar, y se recuerda la información en el mismo sentido en que ha sido enseñada. Por consiguiente, el aula de informática, el ordenador, la nueva disposición para el aprendizaje, pueden ser esenciales para captar nuevos conceptos poco motivadores de aprendizaje para nuestros estudiantes.

Los criterios de evaluación de conceptos son de distintos tipos: definiciones, comparaciones de ejemplos, aplicacio-

nes de resolución de problemas, reconocimiento de ideas en la realidad, etc. Pero sería de desear en todos los casos que esas actividades fuesen las mismas que los alumnos y alumnas realizan para lograr el aprendizaje de los mismos conceptos. De ahí la gran importancia que suponen las nuevas herramientas de aprendizaje: las nuevas tecnologías.

A modo de conclusión

Prácticas como éstas tienen un cierto sentido curricular. El alumno ha de elaborar su respuesta: la tarea implica organizar los conocimientos que se poseen y expresarlos. Da pie a un estilo personal de respuesta. Permite comprobar directamente la calidad y características de la respuesta e indirectamente el tipo de operaciones y habilidades implicadas en su elaboración: no solo qué responden sino cómo han dado la respuesta y en qué actitud de trabajo individual o colectivo. Aspectos como posesión de vocabulario adecuado en los informes elaborados en el papel de impresión, capacidad para organizar la información, originalidad, creatividad, etc., pueden ser evaluados a través de esta técnica en la modalidad de visitar el laboratorio de informática. El manejo de los instrumentos informáticos, la organización del proceso de elaboración, el estilo personal, etc., son todos aspectos detectables a través de los ejercicios prácticos con ordenador.

Además, estas prácticas cumplen el doble papel de control de conocimientos y habilidades de los alumnos por un lado, y de información adicional sobre el ritmo de aprendizaje y sus incidencias (conceptos no comprendidos o mal asimilados, lagunas comunes o individuales, etc.). Abren la posibilidad de un posterior diálogo abierto en clase sobre la plausibilidad y corrección de cada una de las alternativas: por qué es correcta la correcta e incorrectas las que lo son. Es importante, además, utilizar los propios errores como material de trabajo (saber en qué ideas equivocadas se apoyan, qué matices les faltan o sobran para ser correctos, etc.).

La evaluación de hechos es, sin lugar a dudas, una de las prácticas más frecuentes en la actualidad, y, probablemente, será la que menos problemas plantee en el futuro.

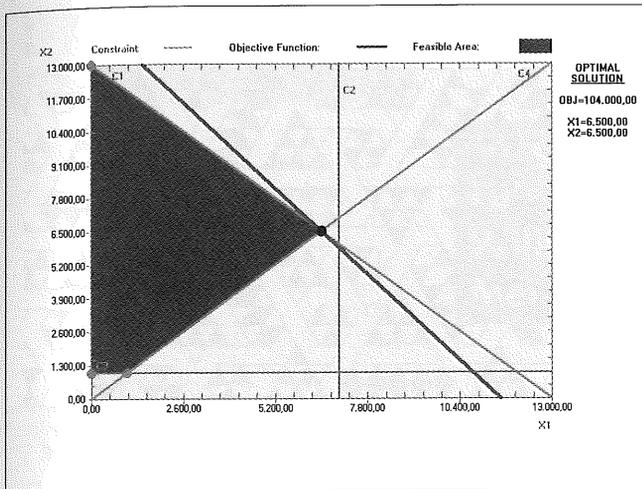


Figura 2

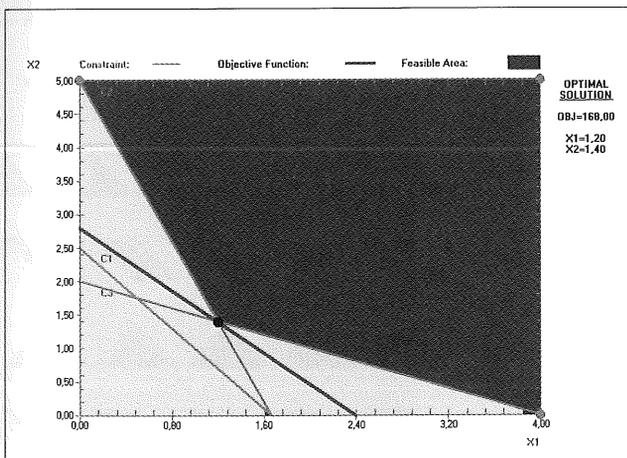


Figura 3

Juan José Prieto
IES Antonio de Nebrija.
Madrid

Anexo

Ejercicio 1

Se dispone de 13.000 euros para invertir en acciones de tipo A y B. Las del tipo A tienen un beneficio del 9 % y las del tipo B del 7 %. Se decide invertir un máximo de 7.000 euros en las de tipo A y como mínimo 1.000 euros en las de tipo B. Además, queremos que la inversión en las del tipo A sea menor o igual que la inversión en B. Se desea saber cómo se deben repartir las citadas inversiones para obtener el máximo interés.

Solución

Sean x e y los euros que invertimos en las acciones de tipo A y de tipo B, respectivamente. De la información del problema se deduce que las restricciones impuestas son:

$$x + y \leq 13.000; x \leq 7.000; y \geq 1.000; x \leq y; x \geq 0; y \geq 0$$

La función objetivo que se quiere maximizar es:
 $I(x, y) = (9/100)x + (7/100)y$

La solución se obtiene, como indica la gráfica de la figura 2, en el punto $(x, y) = (6.500; 6.500)$, cuyo valor de la función objetivo es 104.000. Nótese que los valores de los ejes de la gráfica están simplificados por 10.

Ejercicio 2

Imaginemos que las necesidades semanales mínimas, de una persona que tiene una determinada enfermedad, de unas sustancias químicas A, B y C son 5, 10 y 8 unidades, respectivamente. Una empresa farmacéutica ha realizado dos fármacos que contienen las citadas sustancias en las siguientes cantidades:

Información	Sustancia A	Sustancia B	Sustancia C	Coste (kg)
Fármaco A (kg)	3	6	2	70
Fármaco B (Kg)	2	2	4	60

Si pide el enfermo a su farmacéutico que haga un preparado semanalmente con los dos fármacos para que contengan las sustancias mínimas requeridas, ¿cuántos kilogramos de cada producto debe coger semanalmente el farmacéutico para que el enfermo tenga un coste mínimo?

Solución

Sean x e y los gramos que se requieren de los dos fármacos A y B, respectivamente.

De la información del problema se deduce que las restricciones impuestas son:

$$3x + 2y \geq 5; 6x + 2y \geq 10; 2x + 4y \geq 8; x > 0; y \geq 0$$

La función objetivo que se quiere minimizar es:

$$C(x, y) = 70x + 60y.$$

Como se contempla en la gráfica de la figura 3 adjunta el valor óptimo de la función es 168, la cual se minimiza para los valores $(x, y) = (1, 2; 1, 4)$.