

## Una visita a Planilandia

**Juan Núñez Valdés  
Manuel Ponce Escudero**

*La configuración hace al hombre*

(Pantociclo, Círculo jefe de Planilandia, que sofocó la sedición cromática)

*«¿Era simétrica la realidad o la simetría era un ideal provocado por la inteligencia del hombre? ¿Acaso todo lo que se podía dividir por la mitad daba lugar a dos partes armónicas y similares? ¿Dónde está la mitad de mi vida?», se dijo observando a su hija que atendía a los familiares y amigos con una cortesía dolorosa. «¿Deja mi madre un espacio simétrico al que ahora ocupa? ¿Dejan los muertos un reflejo de sí en este mundo de dolor? ¿Qué sensación es simétrica al dolor?»*

(Juan José Millás: *La soledad era esto*)

### Introducción histórica y objetivos

Querido amigo lector: si aún no has tenido la oportunidad de leer el libro titulado *Planilandia*, de Abbott, y como consecuencia de este artículo te decides a hacerlo, te aseguramos que nuestra satisfacción será doble: por una parte, habremos conseguido, modestamente, que te sumes al (¿pequeño aún?) círculo de lectores interesados en este tipo de lectura. Por otra, nos sentiremos también muy contentos al pensar que seguramente, tú mismo te plantearás cuestiones similares a las que nosotros nos hacemos en este artículo, que contribuirán a un mejor conocimiento (y por qué no decir mejor «reconocimiento», en el sentido de constatar, no en el de volver a conocer) de la Geometría como Ciencia y de sus aplicaciones al mundo (¿seguro que tridimensional?) en el que vivimos.

Es ya conocido que desde el principio de los tiempos la humanidad consideraba que el mundo era bidimensional y que estaba formado por las dos dimensiones en que podía caminar. La dirección arriba-abajo parecía ser totalmente distinta. Newton, en la segunda mitad del siglo XVII, fue el primero en descubrir que esta última dirección era también simétrica a las dos primeras, dotando a la

Los autores muestran en este artículo sus impresiones y reflexiones personales sobre Planilandia, el mundo de dos dimensiones que refleja E. A.

Abbott en su novela del mismo título.

Tras comentar cómo es la vida en ese mundo y cómo vería un habitante del mismo la vida en otros de menos y de más dimensiones, respectivamente, que el suyo, aportan sus propias opiniones sobre la naturaleza del mundo en que vivimos y establecen puntos de comparación entre el argumento de esta novela y el de otras también encuadradas en esta temática.

Naturaleza de simetría tridimensional. Einstein, a principios del siglo pasado, dio un paso más allá con su *teoría de la relatividad especial* abriendo la puerta de la cuarta dimensión a la humanidad. Introdujo el tiempo como cuarta dimensión, mostrando que éste muestra muchas simetrías con las otras tres dimensiones espaciales, aunque no llegue a la semejanza.

Pero la cosa no ha quedado aquí. Los físicos, en su afán por unificar las cuatro fuerzas fundamentales que rigen la Naturaleza (fuerzas gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte e interacción débil), han desarrollado la teoría de supercuerdas diezdimensional que da una explicación del origen del Big Bang: en un principio el Universo era perfectamente diezdimensional con nada en él, pero no era estable y se partió en dos; seis de sus dimensiones se enrollaron en una bola infinitesimal mientras que las otras cuatro se expandían a niveles inmensos.

Cuando la novela que nos ocupa fue escrita en 1884, sólo eran conocidas las teorías de Newton. El autor de la misma, un inglés llamado Edwin Abbott Abbott, nació en Londres el 20 de diciembre de 1838 y murió en 1926. De niño acudió a la «City of London School» y más tarde prosiguió sus estudios en Cambridge. Fue ordenado sacerdote, se casó y a la edad de 27 años volvió como presidente a la escuela londinense donde había estudiado. Esta etapa de su vida transcurrió en el momento de mayor esplendor de toda la historia de Gran Bretaña, el periodo que transcurre entre 1850 y la Gran Depresión de 1873. La supremacía inglesa tanto a escala económica como militar era manifiesta. En 1866, el economista Jevons escribía (Cortés, 1994: 28):

Actualmente las cinco partes del mundo son nuestras tributarias [...] Las llanuras de América del Norte y de Rusia, he aquí nuestros campos de trigo; Chicago y Odessa son nuestros graneros; Canadá y los Países Bálticos nuestros bosques. Nuestras ovejas están en Australia, nuestras vacas, en América del Sur. Perú nos envía su plata; California y Australia su oro. Los chinos cultivan té para nosotros y, de las Indias Orientales y Occidentales, nos llega nuestro café, nuestro azúcar, nuestras especias. Nuestro algodón, que antes traíamos de Estados Unidos, nos llega ahora de todas las regiones cálidas del mundo.

En el ámbito social, este periodo se caracteriza por el espectacular crecimiento de la clase media. Se hicieron también una serie de reformas políticas ampliando el censo electoral a la clase media y a la clase superior obrera. La moral victoriana surge de la religión metodista, el sentimiento obsesivo del pecado, de la lucha por la salvación y de la presencia de la tentación llevan la mentalidad social al puritanismo más estrecho. No obstante, no todos los ingleses pensaron de este modo. Muchos, como Oscar Wilde, Bernard Shaw y otros, fueron grandes críticos de la mediocridad y estrechez de la sociedad en que vivieron. Dentro de este grupo también puede incluirse al propio Abbott, pues como veremos más adelante su novela es

*Abbott,  
un simple  
aficionado  
a la Matemática,  
recurrió  
a la analogía  
con la tercera  
dimensión  
para que el lector  
meditase  
sobre la cuarta  
dimensión.*

una dura crítica a la sociedad del momento, revelándose sobre todo como una extraordinaria sátira del conformismo y de la intolerancia cultural.

Edwin A. Abbott dedicó toda su vida a la enseñanza, forjándose una buena reputación como maestro de escuela y como estudioso de Shakespeare. A lo largo de su vida escribió varios libros de filosofía, literatura y teología; pero una de sus obras destacó entre todas las demás pues no guardaba relación ninguna con el resto de su producción literaria. Esta novela fue *Planilandia*. Fue tan distinta que ni siquiera el propio autor se atrevió a firmarla con su nombre (quizás por miedo a arruinar la reputación del resto de sus obras) haciéndolo bajo el seudónimo de A. Square. En realidad no tenía nada de qué avergonzarse, pues fue un pionero en la literatura de ciencia-ficción, siendo uno de los primeros que especuló con la cuarta dimensión mucho antes de que se pusiese de moda. En esa época, los mundos de más de tres dimensiones eran coto reservado para los matemáticos y algunos físicos. Abbott, un simple aficionado a la Matemática, recurrió a la analogía con la tercera dimensión para que el lector meditase sobre la cuarta dimensión. Aunque desde que escribió la novela ha pasado más de un siglo cargado de avances científicos relacionados con las dimensiones del mundo, ésta mantiene al lector actual tan fascinado como al lector contemporáneo de Abbott. Esto precisamente es lo que hace que *Planilandia* sea un verdadero clásico de la ciencia-ficción (como así ha sido considerada, aunque ¿se puede encuadrar en ese tema con rotundidad?).

Para articular nuestro trabajo hemos creído oportuno estructurarlo en cinco secciones. En la primera de ellas hacemos un muy breve resumen de la primera parte de la novela, en la que se narra cómo transcurre la vida en Planilandia, cómo son sus habitantes, cómo se relacionan entre sí, y en definitiva, cómo viven.

En la segunda sección también resumimos cómo el protagonista de la novela,

A. Square realiza diferentes viajes a mundos de menos y de más dimensiones, respectivamente, que las dos en las que él normalmente se desenvuelve. Cómo reacciona, frente a algunas situaciones que ve, tan distintas a las que está habituado, admirándose en algunos casos y mostrándose despreciativo, en otros.

En la tercera sección, hacemos nuestras propias reflexiones y aportaciones al tema de la *dimensionalidad* del mundo en el que nos movemos, quedando implícita en la misma nuestro principal *objetivo* de este artículo (aunque mejor sería llamarlo *deseo*), que no es más que dar a conocer al lector el contenido de la novela de Abbott, facilitándole así, de esta forma, la posibilidad de poder pensar y reflexionar personalmente sobre el tema y de extraer sus propias deducciones sobre el papel de la Geometría en nuestro mundo habitual.

Dedicamos la cuarta sección a hacer unos breves comentarios sobre otros libros de similar temática y contenidos que el que nos ocupa, finalizando este artículo con una quinta sección, en la que se indican algunas curiosidades y anécdotas relativas a este tema, que surgen al relacionarlo con algunos otros, que en principio nada tienen que ver, como puede ser, por ejemplo, el fenómeno OVNI.

## La vida en Planilandia

La novela está escrita en primera persona, siendo su narrador y protagonista un cuadrado, afamado matemático de Planilandia, llamado A. Square (juego de palabras en inglés con las iniciales). Su autor la escribió, como bien dice, para «contribuir al ensanche de la imaginación y al posible desarrollo del rarísimo y excelente don de la modestia entre las razas superiores de la humanidad sólida» (Abbott, 1999: 17). Para ello estructura la trama en dos partes bien diferenciadas:

a) En la primera el autor nos introduce poco a poco en el fascinante mundo de Planilandia, contándo-

nos cómo son su clima, sus habitantes, parte de su historia...

b) En la segunda cuenta una serie de experiencias que le ocurren al protagonista y gracias a las cuales visita extraños mundos de distintas dimensiones.

«Sé paciente, pues el mundo es ancho y extenso» (Abbott, 1999: 19). Con esta frase comienza esta primera parte de la novela el autor, y lo hace con un doble motivo: primero, porque así resalta la idea de que estamos en un mundo con sólo dos dimensiones, ancho y extenso. Segundo, porque no escatima detalles a la hora de describirnos el fascinante mundo en que habita el protagonista de la novela, empleando en ello algo más de la mitad del libro.

El mundo de Planilandia es descrito como

...una vasta hoja de papel en la que las líneas rectas, triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos y otras figuras, en vez de permanecer fijas en sus lugares, se moviesen libremente, en o sobre la superficie. (Abbott, 1999: 21).

Nos habla el protagonista de la existencia de cuatro puntos cardinales determinados por una extraña «atracción constante hacia el sur» (Abbott, 1999: 23); de la lluvia, que consecuentemente cae siempre hacia el sur y de una luz cuyo origen es desconocido y que ilumina por igual todos los puntos de ese mundo, tanto de día como de noche. También explica que las casas son pentagonales para que los ángulos de las esquinas no hieran a peatones incautos. Sin embargo, no explica cómo se propulsan los habitantes, cómo construyen sus casas, cómo son los árboles, minas y colinas de Planilandia, y un sinfín de cosas más.

A pesar de toda la riqueza visual que nos sugiere esta descripción de su mundo, para un habitante de Planilandia su visión se reduce a un simple conjunto de segmentos de mayor o menor intensidad luminosa. Para comprender por qué, basta hacer la prueba de colocar un objeto plano sobre una mesa y descender hasta situar nuestros ojos al nivel de la mesa, entonces el objeto no será más que una línea recta. Además, a esto hay que sumarle que no existe el color, todo en este mundo bidimensional ha sido siempre gris. ¿Cómo es posible entonces que los propios habitantes se reconozcan entre sí? La respuesta la veremos más adelante, antes veamos cómo es la sociedad del mundo del protagonista.

Aunque como confiesa su narrador, el fin principal de este relato es hablar sobre su «iniciación a los misterios del espacio» (Abbott, 1999: 62), Abbott no desaprovecha la oportunidad de idear una estructura social para el mundo del protagonista. Es una sociedad piramidal donde la clase social a la que pertenece un habitante está determinada por el número de lados que éste posee. Así, mientras mayor es el número de lados que tiene, más elevada es su posición social. Las distintas clases en que se distribuyen son:

*La novela  
está escrita  
en primera  
persona,  
siendo  
su narrador  
y protagonista  
un cuadrado,  
afamado  
matemático  
de Planilandia,  
llamado  
A. Square.*

1. *Mujeres*: Las mujeres son líneas rectas. «La mujer siempre será mujer» (Abbott, 1999: 35) es lo que dice un decreto de la Naturaleza en Planilandia. La sociedad alcanza unas cotas machistas tan altas que incluso en su tiempo fueron motivo de crítica para el autor. Las mujeres son consideradas en el libro como los seres más inferiores de la creación, pues existe la creencia generalizada de que el área de una figura es directamente proporcional a su cerebro, por tanto la inteligencia de las mujeres, al igual que su área, es nula. Además, debido a su peligrosa morfología («¿Qué puede significar tropezar con una mujer, salvo destrucción absoluta e inmediata?» (Abbott, 1999: 30)) son sometidas a unas leyes especiales y muy estrictas siendo algunas confinadas en sus hogares de por vida.

A pesar de todo este trato hacia las mujeres, A. Square deja entrever en algunas partes del relato que las mujeres son quizás las únicas en el mundo que tengan la fuerza suficiente como para cambiar un orden social que continúa imperturbable desde los lejanos tiempos de la sedición cromática, más de dos milenios.

2. *Isósceles*: Son la clase más numerosa con mucha diferencia y forman los estratos sociales más bajos. Suelen trabajar como soldados (pues los agudos ángulos son unas armas letales) o como obreros.
3. *Equiláteros*: Trabajan como comerciantes y se corresponden con la clase media
4. *Cuadrados y pentágonos*: Forman la clase media/alta. Son los profesionales especializados (médicos, abogados, estadistas...) y los «gentlemen».
5. *Polígonos*: Los polígonos constituyen la nobleza planilandesa, por lo que no tienen ninguna ocupación conocida.
6. *Círculos*: Son la llamada casta sacerdotal, la clase más alta de todas. Gobiernan por completo Planilandia, siendo a la vez tanto guías políticos como espirituales. En realidad no son verdaderos círculos, pues «ningún círculo es en realidad un círculo, sino sólo un polígono con un número muy grande de lados muy pequeños» (Abbott, 1999: 63). Uno de ellos, el denominado círculo jefe, es el elegido para gobernar Planilandia.

La religión que predicán los círculos se basa en la perfecta regularidad de la configuración geométrica y puede resumirse en una sola frase: «Atiende a tu configuración» (Abbott, 1999: 65). Pantociclo, que fue un antiguo círculo jefe, fue el primero en convencer a la humanidad de que la naturaleza de cada individuo viene determinada por su configuración, es decir, si un habitante nace con una pequeña irregularidad en sus lados le irá mal en la vida con toda seguridad. Atribuyó todos los delitos cometidos a irregularidades en la estructura del delincuente. A causa de esto en cuanto una mujer alumbraba a un hijo irregular

éste es llevado al hospital para irregulares, donde intentan corregir su desviación. Si esto no es posible, o bien el infeliz es emparedado de por vida en una oficina como funcionario de séptima clase y con un salario mínimo, o bien acaba pasando por el ángulo del verdugo oficial (es difícil saber cuál de las dos penas es peor). Toda esta «filosofía de la configuración» está aceptada por la amplia mayoría de los habitantes de Planilandia. Ello queda claro cuando el protagonista confiesa que

«Irregularidad de figura» viene a significar, más o menos, entre nosotros lo que una combinación entre perversidad moral y delincuencia entre vosotros y recibe un tratamiento correspondiente. (Abbott, 1999: 48).

*La religión  
que predicán  
los círculos  
se basa  
en la perfecta  
regularidad de  
la configuración  
geométrica  
y puede resumirse  
en una sola frase:  
«Atiende a tu  
configuración».*

Cada sujeto se encarga de representar el rol social que le corresponde de nacimiento y se preocupa de que su descendencia suba un paso más en la escala social. Esto lo consiguen gracias a que por una ley de la Naturaleza, la descendencia masculina siempre tiene un lado más que el progenitor, aunque hay dos excepciones a esta regla. La primera son los isósceles, sus hijos no tienen un lado más, sino que es el ángulo agudo el que aumenta medio grado cada generación hasta convertirse en un equilátero. La segunda es que el aumento de lados (o de ángulo) de la descendencia no es siempre de uno. Entre las clases superiores cada generación tiene varios lados más que la anterior, mientras que entre los isósceles es muy difícil que la prole experimente un aumento de ángulo. Esto sólo se consigue tras una serie de uniones preparadas por los sacerdotes entre los «miembros más intelectuales de las clases más bajas» (Abbott, 1999: 27).

Aunque parezca mentira son las Matemáticas las que mantienen esta organización social. En un mundo tan «geométrico» es necesario estar constantemente resolviendo problemas matemáticos, tanto como para distinguir si el individuo que se acerca a ti es un isósceles o un pentágono, como para acudir a una fiesta de polígonos y poder danzar en medio de la multitud sin tropezar con

nadie. No resulta difícil imaginar lo turbadora que sería la experiencia de sumergirnos en medio de una multitud caótica de polígonos, de los cuales sólo podemos distinguir líneas más o menos sombreadas. Sin embargo, no todos los planilandeses están preparados para esto. Las clases inferiores, para reconocerse, usan el tacto para identificar a los demás habitantes, mientras que las clases superiores lo hacen por medio de la vista. Para ello han de pasar muchos años de su vida dedicados al estudio de la geometría en las universidades. Éste es el verdadero poder de las clases superiores, pues los trabajadores no pueden permitirse este tipo de estudios para sus hijos, por lo que los aristócratas siempre estarán un paso por delante de ellos, puesto que los que han recibido una sólida formación matemática «saben todo lo que hay que saber de tus movimientos, mientras que tu sabes muy poco o nada de los suyos» (Abbott, 1999: 44).

Sólo hubo un momento en la historia en que casi se alcanzó la igualdad entre las distintas castas geométricas: fue el tiempo de la sedición cromática. Todo empezó cuando un día un ciudadano descubrió el color y decidió colorearse a sí mismo. El resultado fue tan espectacular en un mundo en el que la vida «estética y artísticamente, es muy aburrida, la verdad» (Abbott, 1999: 50) que la moda se extendió rápidamente a lo ancho y largo del mundo. Gracias al color, todos los habitantes pudieron resolver los numerosos problemas que se les presentaban, por muy difíciles que fuesen. Se abandonaron pues los estudios de reconocimiento visual, y pronto empezaron a pedir que se igualasen todos los grupos sociales ante la ley. Sólo los círculos permanecieron ajenos al color, negándose en rotundo a pintar su perímetro. Fueron ellos los únicos que plantaron cara a la revolución debido a las grandes desventajas que tendrían si ésta triunfaba totalmente.

Cuando apareció el proyecto de la Ley Cromática Universal, que obligaba a todos los habitantes sin excepción a colorear sus lados, se desencadenaron multitud de batallas entre las clases

*En la segunda  
parte  
de la novela,  
A. Square  
realiza  
diferentes viajes  
a mundos  
de más y de menos  
dimensiones  
que el suyo.*

bajas y la nobleza. Por razones de configuración geométrica evidentes, las tropas de los isósceles no tuvieron muchos problemas en deshacerse de ejércitos enteros de polígonos. Inesperadamente, el entonces círculo jefe de Planilandia, Pantociclo, convocó a todos los habitantes a una reunión sin precedentes. Allí, por medio de la palabra engaño y traicionó a un ejército de 140.000 isósceles que fueron masacrados. Desde entonces no existe el color y ni siquiera está permitido pronunciar palabra alguna que denote color. Desde entonces, la vida en Planilandia vuelve a ser gris, y el orden social ha permanecido inmutable.

## **Una visita a otros mundos**

En la segunda parte de la novela, A. Square realiza diferentes viajes a mundos de más y de menos dimensiones que el suyo. Pasamos a describir, también brevemente, sus impresiones al respecto.

### **Viaje a Linealandia**

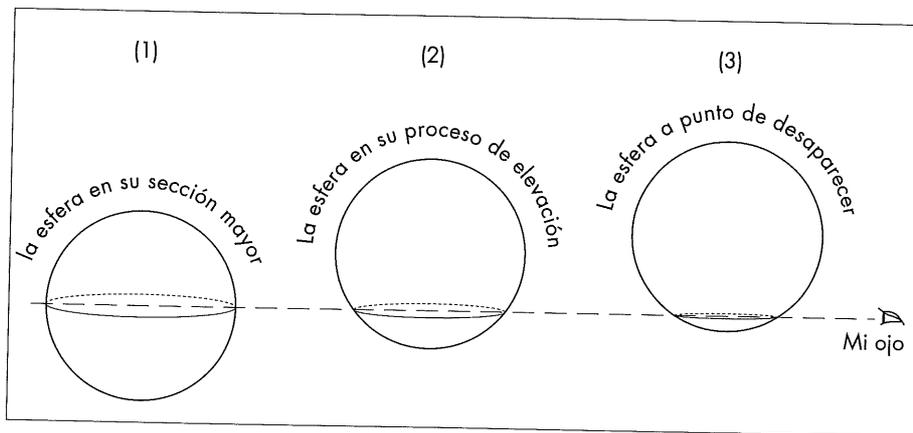
En el ocaso del segundo milenio de su era, dos días antes de que acabase el año, el protagonista de la historia tiene un extraño sueño. En este sueño el cuadrado se ve transportado a un mundo distante que posee sólo una dimensión poblado por líneas, que son los hombres, y por puntos, las mujeres. El cuadrado decide introducir su ojo-boca en este mundo y hablar con la primera «persona» que ve. Esta persona resulta ser el rey, quien le cuenta cómo es la vida en Linealandia, cómo se reproducen sin necesidad de contacto y cómo se comunican entre ellos por medio de la voz (gracias a la cual pueden saber el sexo, tamaño y edad del individuo).

Después de escuchar las enseñanzas del rey, el cuadrado comenta al monarca que la vida en Linealandia debe ser muy aburrida, pues su visión se limita a un punto. Entonces, le explica que él viene de Planilandia, que es el «mundo verdadero» e intenta enseñarle cómo salir de la línea recta en que está confinado moviéndose de izquierda a derecha para entrar en el plano. Pronto encuentra lo difícil que es explicarle cómo moverse hacia el lado a alguien que no tiene consciencia alguna de que exista esa dirección. Tras pasar un largo rato intentando explicar al rey cómo salir de la línea (es evidente que el rey no lo comprende porque va totalmente en contra de su intuición) el cuadrado decide pasar a los hechos y sale poco a poco de Linealandia. Lo que consigue es asustar todavía más al rey, quien en un principio cree que el cuadrado ha muerto y luego, cuando vuelve a aparecer de la nada lo toma por un espíritu. Esto sienta muy mal al cuadrado que empieza a insultar al rey, éste llama al ataque

a todos sus súbditos y en ese momento el cuadrado despierta de su sueño.

### Viaje a Espaciolandia

La noche siguiente, cuando sólo quedan unos segundos para que acabe el año 1999 y comience el nuevo milenio, aparece misteriosamente en casa del protagonista un círculo perfecto. Pero incomprensiblemente éste niega ser un círculo, dice ser un ser venido del verdadero espacio, de las tres dimensiones, y se llama a sí mismo esfera. La esfera dice al cuadrado que por su condición de matemático ha sido elegido para predicar en Planilandia el evangelio de las tres dimensiones, y rápidamente pasa a la acción. Empieza así una larga conversación muy similar a la que tuvo en sueños A. Square con el rey de Linealandia, pero como no podía ser de otra manera, los papeles están cambiados. Es ahora el cuadrado el que es reacio a abandonar sus ideas de que el mundo es bidimensional, mientras que la esfera roza la desesperación en el intento de explicar que el verdadero mundo es tridimensional a través de distintos métodos. Primero le explica que existe una tercera dimensión, que no está hacia el norte, sino hacia arriba, hacia fuera de Planilandia. Recurre a la analogía con dimensiones inferiores para intentar explicar la naturaleza de un cubo. Pasa a la acción y sale de Planilandia para convencer al cuadrado. Como sigue sin convencerlo, decide pasar a la acción y empuja al cuadrado hacia fuera de su mundo.



Así ilustra el cuadrado cómo la esfera salió de Planilandia. Lo que él vio en realidad fue cómo el círculo se contraía cada vez más hasta que se redujo a un punto y desapareció

El cuadrado queda maravillado con el espectáculo que contempla. Es capaz de ver «desde afuera» el mundo entero, y su visión no se limita a una línea recta, puede ver el plano. Por primera vez «ve» los ángulos en lugar

*Ahora es la esfera la que se niega en redondo a aceptar la existencia de dimensiones superiores mientras que el cuadrado insiste, razonando por medio de la analogía, en la existencia de dimensiones superiores.*

de deducirlos, «¡Y qué pobre y sombría era la conjetura deducida en comparación con la realidad que estaba contemplando!» (Abbott, 1999: 102). Una vez que ha entrado en el mundo tridimensional, al cuadrado no le queda más remedio que aceptar la evidencia, y pasa a considerar a la esfera como un dios. La esfera empieza a adiestrar al cuadrado en la diferenciación entre figuras sólidas y planas, entre círculos y esferas. Este es el punto álgido de las aventuras del cuadrado, pues en el preciso instante en que el cuadrado es capaz de distinguir completamente las figuras sólidas se produce en él una transformación, ya no es el ser arrogante que consideraba inferior al rey de Linealandia e intentaba explicarle que el mundo real tenía dos dimensiones, ahora es un ser con la mente completamente desinhibida de prejuicios. Su avidez de conocimientos le hace pedir a la esfera que le lleve a la cuarta dimensión, con la idea de que allí podrá contemplar el interior de la esfera (al igual que en el espacio tridimensional, el interior del cuadrado queda al descubierto).

Como no podía ser de otra manera, los papeles se vuelven a intercambiar. Ahora es la esfera la que se niega en redondo a aceptar la existencia de dimensiones superiores mientras que el cuadrado insiste, razonando por medio de la analogía, en la existencia de dimensiones superiores. Cuando la esfera le confiesa que en Espaciolandia algunos habitantes han recibido la visita de seres que decían venir de una cuarta dimensión, aunque la esfera cree que fue producto de la imaginación, el cuadrado ve confirmadas sus teorías y pide con más fuerza a la esfera que lo lleve a dimensiones superiores. En cambio, ésta lo que hace es enfadarse cada vez más, negándose en rotundo a aceptar la veracidad de las palabras del cuadrado, y en un ataque de furia golpea al cuadrado y lo sumerge de nuevo en Planilandia, en «aquel páramo plano e insulso que iba ya a convertirse otra vez en mi universo» (Abbott, 1999: 112).

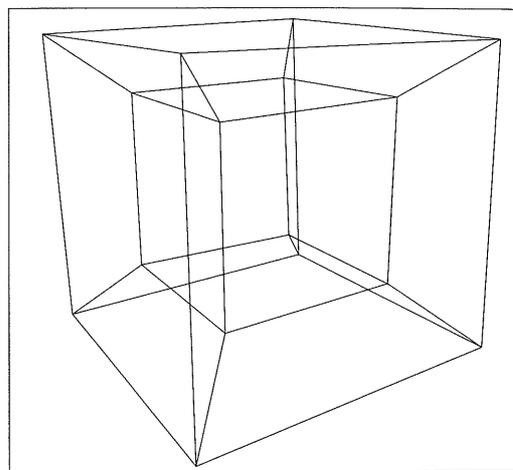
## Viaje a Puntilandia

Tras caer a su mundo, el cuadrado se siente mal y se retira a su aposento a descansar. Allí el sueño le vence y disfruta de otra visión durante el mismo en la cual la esfera se le aparece de nuevo. Junto con ella el cuadrado se dirige hacia un diminuto punto que se divisa en la lejanía, es Puntilandia, el abismo donde no hay dimensiones. La esfera explica magistralmente cómo es este reino:

Contemplad esa mísera criatura. Ese punto es un ser como nosotros, pero encerrado en el abismo no dimensional. Él mismo es su propio mundo, su propio universo; no puede formarse ninguna concepción de nadie más que de él mismo; no conoce ni la longitud, ni la altura, ni la anchura porque no ha tenido ninguna experiencia de ellas; no tiene conocimiento alguno ni siquiera del número dos; ninguna idea de pluralidad; pues él mismo es su uno y su todo, siendo en realidad su nada. Pero apreciad su absoluta autocomplacencia, y aprended de ello esta lección, que estar satisfecho de sí mismo es ser ruin e ignorante, y que aspirar es mejor que ser ciega e impotentemente feliz (Abbott, 1999: 114).

Cuando se acercan, lo encuentran hablando consigo mismo colmándose de todo tipo de alabanzas. Entonces el cuadrado intenta convencerle de que él es un ser totalmente insignificante, pues en realidad no es nada comparado con una línea recta o con un plano. Pero el punto, incapaz de imaginarse la existencia de otro ser aparte de él mismo, continúa sin inmutarse con su discurso plagado de elogios pensando que la voz ha surgido de su interior. Decepcionado, el cuadrado se aleja con la esfera. Regresan a Planilandia, pero aún le queda tiempo a la esfera para adoctrinar más al cuadrado. Le estimula a «aspirar a más y a enseñar a otros a aspirar a más» (Abbott, 1999: 116) y ambos recorren mentalmente los extrasólidos tetradimensionales y dobles extrasólidos pentadimensionales, todo ello «estrictamente de acuerdo con la analogía» (Abbott, 1999: 116). Cuando despierta de su sueño, el cuadrado se siente con fuerzas renovadas para propagar por toda Planilandia el evangelio de la tercera dimensión.

*Y aquí tenemos  
a nuestro  
sin par personaje,  
dispuesto  
a convencer  
al resto  
de planilandeses  
que el mundo  
no tiene sólo  
dos dimensiones,  
sino que podemos  
ascender  
de dimensión  
en dimensión  
a nuestro placer,  
siempre que  
nuestra mente  
esté  
lo suficientemente  
abierta.*



En un espacio cuatridimensional, moviendo un cubo tridimensional a lo largo de una dirección perpendicular a estas tres dimensiones se obtiene un hiper-cubo. Éste tiene 16 vértices, 32 lados, 24 caras y está delimitado por 8 cubos.

## El desenlace

Y aquí tenemos a nuestro sin par personaje, dispuesto a convencer al resto de planilandeses que el mundo no tiene sólo dos dimensiones, sino que podemos ascender de dimensión en dimensión a nuestro placer, siempre que nuestra mente esté lo suficientemente abierta. ¿Será capaz él sólo, usando como única arma la analogía, de vencer a la estructura social que ha perdurado en Planilandia por más de dos milenios? ¿Acabará de golpe y porrazo con toda la moralidad circular e instaurará el culto a las dimensiones superiores? ¿Verá su nombre coreado por las masas alzándose en el héroe multidimensional que todo matemático ha querido ser, o por el contrario, verá cómo su evangelio es ridiculizado ante la filosofía sacerdotal y acabará sus días frustrado ahogando sus penas en una tasca de Planilandia?

Por razones obvias, que esperamos que el lector comprenda, no vamos a desvelar aquí el desenlace de la novela. Reservamos la sorpresa del final para aquél que se acerque a la librería más próxima y una vez adquirido el ejemplar, devore ávidamente todas sus páginas, deleitándose de esta forma con la extravagante narración de la estrella de la novela: A. Square. De seguro que nos lo agradecerá.

## Nuestras propias reflexiones

Sin embargo no vamos a resistir la tentación de comentar la agudeza de este relato. La principal razón para la que fue escrito es la de iniciar a los lectores en los misterios de

la cuarta dimensión, objetivo que cumple claramente. Gracias a las conversaciones del cuadrado con la esfera, el lector se plantea cómo sería la visita a nuestro mundo de un ser de la cuarta dimensión. Al igual que el cuadrado, veríamos cómo de la nada surge un punto que va aumentando su tamaño cada vez más y que se expandiría y se contraería de forma extraña (pues en realidad veríamos las secciones tridimensionales de este ser). Sería una especie de semi-dios, pues tendría el poder de la omnivigencia y sería capaz de entrar sin dificultad en el lugar más profundo y oculto de nuestro mundo (lo cual podría interpretarse como una variante de la omnipresencia). Es por ello que cuando el cuadrado llega a comprender la naturaleza de la esfera lo toma por una divinidad, incluso él mismo llega a decir (Abbott, 1999: 102):

—Me he hecho como Dios. Pues los sabios de mi país dicen que ver todas las cosas [...] es un atributo exclusivo de Dios.

Dejando a un lado esta parte matemática, que además queda muy clara en el libro, pensamos que éste tiene otras dos características algo más ocultas. La primera es la fabulosa crítica a la sociedad victoriana que subyace en la primera parte de la novela. La segunda es, como ya mencionamos en la introducción, el sarcasmo con el que trata en la segunda parte el conformismo intelectual y la intolerancia entre las distintas culturas.

Para crear toda esta estructura social, Abbott se encargó de exagerar hasta el extremo la sociedad de su momento, añadió algunos ingredientes de su imaginación y obtuvo como resultado final la asombrosa sociedad de Planilandia. Parece incluso que tomó como base para escribir esta primera parte del libro unas palabras con las que Palmerston, primer ministro inglés entre 1855 y 1858, definió la sociedad inglesa (Cortés, 1994: 39):

Hemos dado el ejemplo de una nación en la cual cada clase de la sociedad acepta gustosamente la suerte que la providencia le ha asignado, mientras que, al mismo tiempo, cada uno en su clase no deja de esforzarse por elevarse en la escala social, no a golpe de injusticias ni de daños, ni por la violencia o la ilegalidad, sino por la buena conducta, sacando provecho con perseverancia y la energía de las facultades morales e intelectuales de la que ha sido dotado por el Creador.

Esa obsesión por la simetría y la regularidad que existe en Planilandia, no es más que el reflejo de la moral victoriana, que parte de la religión metodista, donde el hombre no sólo debe poseer una impecable fe íntima, sino que debe dar constantemente signos externos de la pureza de su fe. Esa necesidad de no sólo ser sino de parecer está presente en la filosofía moral de Planilandia, donde la cuestión se extrema aún más pues aquí parecer equivale a ser; si uno tiene una configuración totalmente simétrica será una buena persona, y si alguien se comporta bien es debido a la perfecta simetría de sus ángulos.

La parte más negativa de la sociedad se ve reflejada en el trato que hay hacia los isósceles y hacia las mujeres. Los primeros carecen de derechos civiles si su ángulo es menor de diez grados, al igual que las clases más inferiores estaban totalmente marginadas en Inglaterra, no teniendo ni siquiera derecho al voto. Las mujeres de Planilandia, auténticas esclavas de sus maridos guardan mucha analogía con las de la realidad inglesa donde «la mujer es el «ángel de la casa, toda espiritualidad y obediencia» (Cortés, 1994: 38).

En los diálogos de la segunda parte se puede ver esa crítica al conformismo de la que hablamos. En todas las conversaciones que hay entre seres de dimensiones distintas, uno de los dos se negaba en redondo a renunciar a sus creencias. Les pasa a todos los personajes que aparecen en el libro, desde el punto a la esfera. Con ello Abbott critica la resistencia a aceptar nuevas cosas debido a los prejuicios y nos indica que no debemos tener miedo a abandonar nuestras creencias, que debemos estar siempre abiertos a nuevas ideas. Así, podríamos interpretar que la dimensión de cada ser es proporcional a su tendencia a cambiar sus ideas. El punto, de dimensión nula, es el fiel reflejo del narcisismo pues no puede pensar en nada más que él y no se preocupa de la realidad. El rey de Linealandia escucha momentáneamente las enseñanzas del cuadrado, pero las rechaza inmediatamente e incluso finalmente, le ataca. En cambio, es el cuadrado el primero que acepta la evidencia de que hay dimensiones superiores, pero sólo cuando la esfera lo saca de su mundo. La esfera, aunque al principio niega al cuadrado que existan más de tres dimensiones, tras pensarlo un poco se le aparece en sueños al cuadrado asumiendo su error. Finalmente, una vez que la esfera y el cuadrado se han librado de sus ataduras dimensionales físicas (sus prejuicios) son capaces de ir a cualquier dimensión sin ningún problema. Pero aún y así, el ser de dimensión superior siempre trata al de dimensión inferior despectivamente y con un aire de superioridad como el

*Finalmente,  
una vez  
que la esfera  
y el cuadrado  
se han librado  
de sus ataduras  
dimensionales  
físicas  
(sus prejuicios)  
son capaces  
de ir  
a cualquier  
dimensión  
sin ningún  
problema.*

de quien posee la verdad absoluta. Aquí es donde se ve esa intolerancia cultural de que hablamos y que también estuvo patente en la sociedad inglesa de Abbott.

## Otras novelas de parecida temática

Como ya hemos dicho, esta novela es considerada todo un clásico de la ciencia ficción (al menos en el mundo anglosajón, donde incluso fue usada para enseñar geometría en los colegios). Por ello es inevitable que tras Planilandia hayan aparecido muchos libros en los que la trama se desarrolla en un mundo completamente plano.

Uno de los primeros libros de este tipo fue *An episode of Flatland* escrito en 1907 por Charles H. Hinton (Hinton, 1907). El autor introduce un pequeño cambio, en su mundo plano existen planetas (que son discos) y la historia se centra en uno de estos planetas, Atria, donde dos civilizaciones distintas de triángulos luchan entre sí para dominarlo.

Otra novela destacable es *Sphereland: A fantasy about curved spaces and an expanding universe* (Burger, 1968), publicada 80 años después que la novela de Abbott.

En ella se describe una nueva visita al mundo de Planilandia, pero ahora para explicar las modernas teorías de Einstein sobre espacio y tiempo. El autor de la introducción de una de las ediciones de esta novela, Thomas Banchoff, es un matemático que ha estudiado con profundidad la vida de Abbott y planea hacer una biografía de éste llamada "The man who wrote Flatland". Se puede encontrar más información sobre este proyecto en

<http://www.stg.brown.edu/projects/projects.old/abbott/proposal.html>.

El mismo Banchoff ha dispuesto en internet una versión digital de la novela, disponible en la dirección

<http://www.geom.umn.edu/~banchoff/Flatland>.

*...esta novela es considerada todo un clásico de la ciencia ficción (al menos en el mundo anglosajón, donde incluso fue usada para enseñar geometría en los colegios).*

*Por ello es inevitable que tras Planilandia hayan aparecido muchos libros en los que la trama se desarrolla en un mundo completamente plano.*

Esta versión está escrita en inglés y posee las ilustraciones originales que Abbott incluyó en su novela. Otra versión, también en inglés, pero con las ilustraciones en ASCII, se puede encontrar en <http://www.cervantesvirtual.com>.

Más actual es el libro *The shape of Space* (Weeks, 1985), donde el autor nos regala una breve historia que también transcurre en Planilandia. En ella A. Square decide junto con unos amigos intentar encontrar la forma de su mundo. Tras varias expediciones descubren que tiene la forma de un toro (Do Carmo, 1976: 73), pero todavía les queda una parte por explorar, es la temida *reversing region* que torna del revés al incauto habitante que se adentre demasiado en ella. Este libro trata, entre otras cosas, de enseñarnos cómo ver objetos cuatridimensionales, aunque a medida que se avanza en su lectura se observa que, al igual que le sucede a A. Square, los humanos también tenemos dificultades para ver objetos en dimensiones superiores a la nuestra.

## Curiosidades y anécdotas

Como anécdota final, señalar que en una de las conferencias del II ENAM (Encuentro Nacional de Alumnos de Matemáticas) celebrado en la Facultad de Matemáticas de Sevilla, los días 18 al 21 de abril de 2001, el prestigioso meteorólogo D. Julio Marvzón Preney, hombre del tiempo de Canal Sur TV durante una larga época, sugirió que una de las posibles (y plausibles) explicaciones que pueden darse para justificar la existencia de OVNIS es la de su origen ultraterrestre.

Julio, al que desde aquí agradecemos su «indirecta» colaboración en este artículo y al que pedimos disculpas por reseñar en él parte de su conferencia sin habérselo solicitado previamente (aunque estamos seguros, conociéndole, de que no va a tener el menor inconveniente), lleva más de treinta años investigando no sólo los fenómenos OVNI, sino también todo lo relacionado con el fenómeno paranormal. Ha publicado numerosos libros sobre estos temas, estando dedicado el último de ellos, de reciente aparición, a la explicación de su teoría sobre la «Sábana Santa» de Turín.

Para él, la explicación de la aparición de OVNIS puede ser debida a tres tipos de causas:

- De origen terrestre.* Estos «artefactos» estarían creados y tripulados por habitantes de nuestro mundo, pertenecientes a superpotencias que hubiesen desarrollado una elevadísima tecnología, desconocida por el resto de países, y que estuviesen probando con fines no necesariamente bélicos, aunque también pudiera darse este caso.
- De origen extraterrestre.* Estarían creados y tripulados por seres de otras galaxias (la probabilidad de existencia de «vida» en algunas de ellas prácticamente es de una certeza absoluta, según probó matemática y

físicamente Julio en su charla) de diferente «inteligencia» y con una tecnología y medios infinitamente superiores a los nuestros, que estarían simplemente observándonos para conocer nuestras costumbres pero sin entrar en una posible comunicación con nosotros (seguramente por imposibilidad material por nuestra parte para entenderlos), tal como lo hacemos nosotros por ejemplo con los gorilas o los delfines.

- c) *De origen ultraterrestre* (aunque al propio Julio no le gustaba esta palabra): Según esta teoría, los OVNIS podrían ser seres que habitaran en espacios de más de tres dimensiones y que al «visitar» nuestro mundo serían vistos aparecer y desaparecer por nosotros de forma análoga a como los habitantes de un mundo de dos dimensiones nos verían a nosotros cuando intersectásemos con su mundo (recuérdese la experiencia de A. Square en Linealandia).

Finalizamos este artículo exponiendo este resumen personal de esta pequeña parte de la conferencia de Julio porque consideramos que aunque él no citó en ningún momento la novela de Abbott a la que nos referimos (ni ninguna de las otras anteriormente señaladas), casi nos atreveríamos a asegurar, con toda certeza, que no sólo la ha leído, sino que le ha servido para no despreciar esta posible explicación del origen de éstos, como él los llamó en alguna ocasión, «aparatos».

## Bibliografía

- ABBOTT, E.A. (1999): *Planilandia: Una novela de muchas dimensiones*, José J. de Olañeta, Palma de Mallorca. (Ediciones previas: *Flatland: A romance in many dimensions*, 1884, Harper Collins, 1983).
- BURGER, D. (1965): *Sphereland: A fantasy about curved spaces and an expanding universe*, Crowell, New York.
- CORTÉS SALINAS, C. (1994): *La Inglaterra victoriana*, Akal, Torrejón de Ardoz, (Serie Akal Historia del mundo contemporáneo).
- DO CARMO, M. (1976): *Geometría Diferencial de Curvas y Superficies*, Alianza Universal Textos, Prentice-Hall Inc.
- HINTON, C.H. (1907): *An episode of Flatland*, Swan Sonnenschein.  
Nueva edición (1980): *Speculations on the Fourth Dimension: Selected Writings of Charles H. Hinton*, Dover Publications, England
- WEEKS, J. R. (1985): *The shape of space: How to visualize surfaces and threedimensional manifolds*, Marcel Dekker, New York.

**Juan Núñez**

Fcaultad de Matemáticas.  
Universidad de Sevilla.  
Sociedad Andaluza  
de Educación Matemática  
«Thales»

**Manuel Ponce**



Martín Chirino

(Fotos: Pilar Moreno)