

## En torno al Triángulo Aritmético que algunos llaman de Pascal. La autoría (I)

**S**uele ser la muerte la que marca los tiempos de la historia. Suele ser ella quien da sentido a cada frase, selecciona los hechos y decide sobre su valor de verdad y trascendencia. Ella es la culpable de que dediquemos este artículo a un amigo, Mariano Hormigón, que, después de haber dedicado una gran parte de su vida a la Historia de la Ciencia, este verano pasó a formar parte de ella.

Él nos enseñó a ver la historia como un arma cargada de futuro y nos ilusionó con la posibilidad de esperar algo de ella cuando aún no habíamos acabado la carrera. Él, que tenía el don de la palabra —y era un auténtico cotilla histórico<sup>1</sup>—, nos subyugó con la suya en aquellas brevísimas sesiones de tres horas del Diploma. Él nos enseñó a pensar la historia más allá del positivismo de la mera enumeración de hechos, a ver que ni siquiera esa selección era justa u objetiva. De él bebimos la pasión por escrutar esa parte de la historia que silencian las versiones oficiales. Por delimitar sus intenciones, por inscribir las en su propio marco filosófico, económico, histórico y político. Él nos contagió el placer por trascender las verdades históricas firmemente asentadas y el entusiasmo por desenredar esas mentiras oficiales, hábilmente urdidas, que la repetición acaba convirtiendo en verdades insoslayables.

Por eso, desde la modestia de quienes suscribimos estas líneas, este artículo, los que le precedieron y los que vengan, están dedicados a su memoria. Pretenden ser, un discreto homenaje en medio de ese impenetrable silencio cargado de culpa, que le dedica la Universidad de Zaragoza y que esperamos que sea tan sólo temporal y circunstancial. Porque, más allá de las diferencias personales, profesionales o ideológicas, sólo desde la mezquindad podría negársele el homenaje público que merece quien, gracias a su esfuerzo y a su denodado trabajo contra viento y marea, consiguió que esta Universidad tenga, en Historia de la Ciencia, una presencia y un prestigio nacionales e internacionales que, para los que conocimos en otros momentos la desafección por esta disciplina, nos parece impensable. Nosotros, desde este rincón, desde la confianza con que nos honráis cada número, nos unimos a ese homenaje.



Mariano Hormigón Blázquez

*Y quizás por ese bien aprendido afán de transgredir las normas para intentar ver el sol desde las sombras y porque, desde nuestra modestia, pretendemos que la muerte de Mariano, como todas, sirva para alimentar la vida, comenzaremos esta segunda serie de artículos dedicados a temas elementales y recurrentes de la Secundaria, por escribir la historia al revés, tratando de responder con el trabajo de nuestros alumnos y alumnas, aunque sea implícita y parcialmente, a aquel reto, sobre el que tantas veces reflexionamos en el Diploma de Historia de las Ciencias y de las Técnicas y que, al menos para nosotros, seguía activo desde las III JAEM<sup>2</sup>: ¿Cuál debe ser el papel de la Historia en clase de Matemáticas?*

---

Carlos Usón Villalba  
Ángel Ramírez Martínez  
historia.suma@fespm.org

El ser humano es el único ordenador que guarda la información en formato biológico, de tal manera que desaparece con él en el instante mismo de la desconexión. Los que somos profesores tenemos la suerte de poder guardar ese conocimiento en formato de red, biológica también, pero de red. De tal forma que el receptor, aunque no lo conserve de forma fidedigna, tiene la capacidad de enriquecerlo o donarlo a otros para que lo enriquezcan. Hay formatos mucho menos frágiles y más inequívocos. Hasta el siglo pasado, los libros en sus múltiples variantes a lo largo de los tiempos: pergamino, barro, piedra, papiro, etc. Pero a ellos llega una mínima parte de esa información, pues cuando llega a oleadas (como sucede ahora) es imposible recuperarla eficazmente de forma individualizada.

*Los conceptos científicos han flotado durante siglos estancados en el magma inconexo de la imprecisión a la espera de un desarrollo efectivo que, casi siempre, ha sido fruto de un complejo proceso de asimilación-transmisión.*

En cualquiera de los casos, y a pesar del empeño de la historia por buscar el origen del conocimiento, a pesar de su exaltación de las fuentes escritas, los conceptos científicos han flotado durante siglos estancados en el magma inconexo de la imprecisión a la espera de un desarrollo efectivo que, casi siempre, ha sido fruto de un complejo proceso de asimilación-transmisión en el que ha jugado un papel más importante la posibilidad de transgredir las normas establecidas, la actitud de pensamiento en libertad que han conquistado para sí sus autores<sup>3</sup>, o que han propiciado los maestros, que los propias evidencias en las que se fundamentan. Las geometrías no euclidianas pueden ser el ejemplo paradigmático de esta certeza pero es sólo uno más entre los muchos posibles. Y es por ello por lo que hemos querido simbolizar en el Triángulo Aritmético ese acto colectivo de creación científica. De hecho, sus primeros pasos se pierden en el tiempo sin que sea fácil precisar cuando y dónde surge por primera vez. Un anónimo nacimiento que caracterizará también su desarrollo durante siglos hasta que el salto conceptual que llevará al cálculo infinitesimal sea un hito de tal calibre que el orgullo eurocentrista decida acogerlo como un objeto propio y lo bautice con el apellido de uno de los más renombrados filósofos del cristianismo.

*En este proceso ha jugado un papel más importante la posibilidad de transgredir las normas establecidas, la actitud de pensamiento en libertad que han conquistado para sí sus autores, que los propias evidencias en las que se fundamentan.*

## El Triángulo de Pascal antes de Pascal

En esta puesta en escena de lo que fue y supuso el Triángulo Aritmético, podemos empezar por dar un repaso a lo que nos dictan las versiones oficiales, aquellas que con su predicamento han enraizado en nuestras más firmes convicciones, fruto, en este caso, no tanto de sus asertos como de la visión inducida que dejaron tras ellos.

Dice Nicolas Bourbaki [1972, pág. 72, 73]

Los problemas generales agrupados bajo el nombre de 'Análisis combinatorio' no parecen haber sido considerados antes de los últimos siglos de la Antigüedad Clásica, únicamente la fórmula

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

aparece en el siglo III de nuestra Era. El matemático Bhaskara (siglo XII) conocía la fórmula general para

$$\binom{n}{p}$$

Un estudio más sistemático se halla en la obra de Levi ben Gerson. A principios del siglo XIII: obtiene la fórmula de recurrencia que permite calcular el número de variaciones de  $n$  elementos tomados de  $p$  en  $p$ , y en particular el número de permutaciones de  $n$  objetos, enunciando las reglas equivalentes a las relaciones

$$\binom{n}{p} = \frac{V_n^p}{p!} \quad y \quad \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

Pero este manuscrito no parece haber sido conocido por sus contemporáneos, y los resultados fueron siendo hallados poco a poco por los matemáticos de los siglos siguientes. Entre los progresos posteriores señalamos que Cardano demostró que el número de partes no vacías de un conjunto de  $n$  elementos es  $2^n - 1$ ; Pascal y Fermat fundando el cálculo de probabilidades, vuelven a encontrar la expresión

$$\binom{n}{p},$$

y Pascal es el primero que observa la relación entre estos números y la fórmula del binomio: ésta parece haber sido conocida por los árabes del siglo XII, y por los chinos del XIV, y se había vuelto a encontrar en Occidente a principios del siglo XVI, al igual que el método del cálculo recurrente llamado del 'triángulo aritmético', que se atribuye corrientemente a Pascal. Finalmente Leibniz obtiene hacia 1676, sin publicarla, la fórmula general de los 'coeficientes multinomiales', encontrada independientemente y publicada por Moivre veinte años después.

No hemos encontrado en los manuales al uso de historia de la ciencia ninguna otra referencia a los números combinatorios en la antigüedad clásica, pero sí esa formulación general de  $n(n-1)/2$  para un número triangular. Sin embargo, ya en el siglo VI a. de C. y en la India, la medicina védica afirmaba que se podían conseguir 63 combinaciones a partir de seis sabores distintos<sup>4</sup>. Esa preocupación combinatoria se trasladó también al campo de la métrica poética hacia el 400 a. de C. y generó un concienzudo análisis sobre la combinación de sonidos cortos y largos, que Pingala recogió en un libro titulado *Chandasutra*. El resultado numérico conformaba las diferentes filas de un Triángulo que, en este contexto, llamaremos de Halayudha en lugar de Pascal.

*Las referencias a la aparición del triángulo de los coeficientes del binomio, conocido actualmente como triángulo de Pascal son bastante frecuentes en los textos de historia de las matemáticas aunque, por lo general, se le dé poca importancia y se despache el tema de su presencia fuera de occidente con una frase.*

Es cierto que los resultados de las matemáticas védicas pudieron ser fruto, 'sin más', de un recuento de casos elaborados de forma exhaustiva y que, por tanto seguiríamos sin contradecir la afirmación de Bourbaki. Pero la realidad es demasiado terca y, en las matemáticas jainistas, unos 300 años a. de C., también hubo referencias explícitas a las combinaciones como herramienta aritmética de carácter general aplicable a cual-

quier cuestión que supusiese hacer recuentos de casos. Así, el *Bhagabati Sutra*, propone problemas sencillos de combinatoria aplicados, nada menos, que a la organización en clases de las categorías filosóficas fundamentales, aunque, en otro momento, haga referencia a agrupaciones de los cinco sentidos o de un número determinado de mujeres, hombres y eunucos. Pero, a partir de ese estudio el texto ofrece las fórmulas correspondientes al número de  $C_n^k$  y  $V_n^k$  para cualquier  $n$  y para un  $k$  inferior o igual a 3. Limitación que parece más estética que técnica puesto que alude a la generalización del método para los valores de  $n$  y  $k$  que se deseen<sup>5</sup>.

*Boyer afirma tímidamente que el nombre de Triángulo de Pascal le parece inadecuado. Y no es para menos: Chu Shih Chieh ya había hecho un extenso tratamiento sobre esta herramienta aritmética tres siglos y medio antes de que Pascal se ocupara de él.*

Las referencias a la aparición del *triángulo de los coeficientes del binomio*, conocido actualmente como *triángulo de Pascal* son bastante frecuentes en los textos de historia de las matemáticas aunque, por lo general, se le dé poca importancia y se despache el tema de su presencia fuera de occidente con una frase<sup>6</sup>. La razón de que no se llegue a obviar esa presencia es bien simple, hay una prueba irrefutable que, por su exotismo, se ha popularizado ampliamente. Se trata del *Viejo método del diagrama de los siete cuadrados multiplicativos* del *Szu yuan yii chien* (*El precioso espejo de los cuatro elementos*) de Chu Shih Chieh de 1303.

La misma referencia a la antigüedad del método, a la que alude Chu en el título, nos sitúa ante un sistema ampliamente extendido en China antes de 1303. Ahora bien, si tomamos la India como referencia, ya en el siglo X Halayudha recoge las combinaciones de sonidos en forma de triángulo en un comentario al *Chandasutra* de Pingala. Esa misma disposición triangular que veremos después en China, en la famosa portada del *Szu Yuan Yü Chien* y que, sin embargo, no encontraremos en el mundo árabe ni en Europa, donde los coeficientes del binomio aparecerán dispuestos en forma rectangular.

Carl B. Boyer [1986, pág. 269] sitúa la aparición del Triángulo hacia el 1100, relacionándolo con el cálculo de raíces y no de

potencias. Según este mismo autor, es posible que, por esa misma época<sup>7</sup>, lo conociese Omar Khayyam. La hipótesis parte de una frase de su *Álgebra* en la que hace referencia a una regla que había descubierto para calcular las potencias *cuartas, quintas, sextas y de grado más elevado* de un binomio.

Boyer afirma tímidamente que el nombre de *Triángulo de Pascal* le parece inadecuado. Y no es para menos: al margen de lo dicho anteriormente, Chu Shih Chieh, tanto en *El precioso espejo de los cuatro elementos*, al que nos referimos en el párrafo anterior, como en su *Introducción a los estudios matemáticos (Suan Shu Chi Meng)* de 1299, ya había hecho un extenso tratamiento sobre esta herramienta aritmética tres siglos y medio antes de que Pascal se ocupara de él. Pero es que, a principios del siglo XV, aproximadamente un siglo después de su publicación en China, aparece también en la obra de al-Kashi. Casi un siglo antes de que naciera Blaise Pascal, aparece impreso en la portada de una de las aritméticas comerciales alemanas del XVI, concretamente en el *Rechnung* (1527) de Pedro Apiano. Y, también formó parte, entre otras, de la *Arithmetica integra* de Michael Stifel (1544) famosa por haber sido considerada como la primera en hacer uso de los signos “+” y “-” en lugar de la “*m*” y la “*p*” de los italianos. Y después escribieron sobre él otros autores como Tartaglia en 1556, Stevin en 1625 o Herigone en 1634. Todos ellos anteriores a Pascal, ya que se piensa que debió de desarrollar su *Tratado* poco antes de 1654, año en que lo menciona en una carta dirigida a la Academia de Ciencias de París.

*Es muy probable que Pascal no  
soñase nunca con que se pudiera  
asociar el Triángulo Aritmético  
a su persona. No parece que  
fuera la vanidad quien guiase  
sus actos.*

## El sueño que no fue de Pascal

Es muy probable que Pascal no soñase nunca con que se pudiera asociar el Triángulo Aritmético a su persona. No parece que fuera la vanidad quien guiase sus actos. Sería indigno de su condición de jansenista y del ideal de *honnette homme* al que aspiraba<sup>8</sup>. Como prueba de esa actitud humilde, en su última carta a Fermat escribe:

Advierto vuestro método para los repartos tanto más que lo entiendo muy bien. [...] buscad en otra parte quien os

siga vuestras invenciones numéricas, de las que me hacéis el honor de enviarme los enunciados. Por lo que a mi respecta, os confieso que eso me sobrepasa en mucho; sólo soy capaz de admirarlas.

Y es que Pascal, fundamentalmente, estaba preocupado por la religión<sup>9</sup> y, en el plano científico, por la física y la geometría. El opúsculo que trata acerca de la herramienta matemática que algunos han bautizado con su nombre, fue publicado en 1655. Para entonces, Etienne Pascal, su padre, a la vista de la decadencia de la “nobleza de toga” a causa del empuje del absolutismo real, ya había vendido<sup>10</sup> su cargo de segundo presidente del Tribunal de lo Contencioso sobre impuestos indirectos<sup>11</sup> de Clermont y abandonado esta ciudad para instalarse con sus hijos en el renovado París de mediados de siglo. Blaise, que sería instruido en ciencias y humanismo por su propio padre bajo la perspectiva del perfecto *honnette homme*<sup>12</sup>, a la edad de 11 años había escrito un *Tratado sobre los sonidos* y redescubierto, a los 12, las primeras 32 proposiciones del *Libro Primero* de los *Elementos* de Euclides. A los 17, en ese trascendental año de 1640 en que se editan las obras claves del enfrentamiento religioso que presidió su vida: el *Augustinus* de Jansenio y el *Imago primi soeculi societatis Jesu*, publica su *Ensayo sobre las cónicas*.

Un año más tarde la Inquisición condenaba el jansenismo y otro después, Pascal, con 19 años, inventaba su *Máquina de la aritmética* y el papa Urbano VIII confirmaba la condena a esa opción religiosa que sería abrazada por la familia Pascal cuatro años después. Los Pascal no fueron los únicos, entre los desclasados de aquella *noblesse de robe* que se resistía a convertirse en *noblesse de Cour*, que se adhirieron a esta doctrina en la que quisieron ver un rechazo frontal al despotismo real<sup>13</sup> a partir de su radical oposición al absolutismo religioso de Roma. Este es un hecho absolutamente determinante en lo que se refiere tanto a la actividad intelectual de Pascal como a los procesos de cambio que se desarrollaron en sus convicciones. No en vano, el jansenismo nació, fundamentalmente, como oposición a los principios religiosos que proclama la Compañía de Jesús<sup>14</sup>. Su figura, como pensador, hay que enmarcarla en lo que fue el humanismo francés que le precedió y compartió época con él, y en el que podemos citar, por aquello del renombre, a Montaigne, Descartes o Voltaire. Estos últimos, por ejemplo, fueron educados por los jesuitas.

## Entre el vacío y la teología<sup>15</sup>

En 1647<sup>16</sup> Descartes visita a Pascal y, unos meses más tarde, se publican sus: *Nuevas experiencias relativas al vacío*<sup>17</sup> dando paso a distintos experimentos sobre el vacío que, a partir de aquellos primeros de Clermont, Puy-de-Dôme y Saint Jaques encargados a Florin Périer, configurarían, un año más tarde, su inconcluso *Tratado sobre el vacío*. Todo ello en medio de la

disputa jansenista en la que participa activamente y que parece ocupar la mayor parte de su tiempo y energías intelectuales. Fue en esta convulsa época religiosa en la que Inocencio X declara heréticas primero cinco propuestas atribuidas a los jansenistas (1653) y después condena toda su doctrina (1654); en la que además fallecen su padre (1651) y Descartes (1650), profesa su hermana Jacqueline (1653) y tiene la famosa experiencia mística de ‘la noche de fuego’<sup>18</sup>, en la que escribe: *Tratado del equilibrio y el peso de la masa de aire, De numeris multiplicatibus, Potestatum Numericarum summa, Oración para pedir a Dios el buen uso de las enfermedades, Sobre la conversión del pescador*<sup>19</sup>, el *Tratado sobre el Triángulo aritmético* y las tres *Cartas* a Fermat (1654)<sup>20</sup>. Dos años más tarde, concretamente entre 1656 y 1957, verán la luz, de una forma totalmente clandestina, sus panfletos<sup>21</sup> anti-jesuiticos, popularmente denominados *Cartas Provinciales*. Este lego metido a polemista irónico, sarcástico las más de las veces, cáustico muchas otras, pretendía acercar al lector los principios que, en materia de fe, los teólogos profesionales habían convertido, según su juicio, en meras formulaciones muertas.

*Pascal, lego metido a polemista irónico, sarcástico las más de las veces, cáustico muchas otras, pretendía acercar al lector los principios que, en materia de fe, los teólogos profesionales habían convertido, según su juicio, en meras formulaciones muertas.*

El Pascal de las *Provinciales*<sup>22</sup> fue jansenista en la acepción tradicional y primitiva del término que es, a la postre, la más usual. Como tal, se posiciona frente a la conciencia<sup>23</sup> como realidad humana fundamental, como iluminación que no deja sombra de uno mismo y es capaz de identificar con absoluta claridad el pecado, y frente a la voluntad que, hecha *propósito de enmienda* y, en lo que al pecado se refiere, permite liberarse de él y presenta al ser humano como señor de sí mismo. Pues bien, frente a todo ello, la lectura que el obispo Jansenio hace de San Agustín, postula la miseria del hombre *sin Dios*, como dirá el propio Pascal, quien tampoco perderá la ocasión para ironizar en *Las Provinciales* sobre el embrollo acerca de la *gracia actual, suficiente y eficaz* en el que se enzarzaron los jesuitas y para criticar su posicionamiento en lo moral. O más bien la laxitud con que los ignacianos examinan, valoran y justifican determinadas desviaciones morales dependiendo de quién fuera su autor. Y es que, en Pascal, pese a su radicalismo cristiano y su pesimista

concepción de la naturaleza humana, aflora siempre esa convencida defensa de los derechos de la persona —y especialmente de su pensamiento— frente a todo tipo de absolutismo, ya sea político o eclesiástico.

*Y, como no podía ser de otro modo, esta actitud personal trasciende lo teológico para plantear los mismos posicionamientos que acabarían alejándolo del jansenismo y acercándolo a lo que fue en definitiva la esencia de sus Pensamientos: la originalidad.*

Y, como no podía ser de otro modo, esta actitud personal trasciende lo teológico para plantear, en su tratado sobre el vacío, los mismos posicionamientos que acabarían alejándolo del jansenismo en sus últimas provinciales y acercándolo a lo que fue en definitiva la esencia de sus *Pensamientos*: la originalidad. Una originalidad que afectará a todas sus posturas, razonamientos y convicciones y que lo hace especialmente significativo en la historia de la filosofía por su oposición al cartesianismo. Ese es el Pascal más conocido, el de los *Pensamientos* llamados a ser una inconclusa *Apología del cristianismo*, el Pascal de Inocencio XI y Clemente XI, el que niega el *Método* como razón última del orden moral. Pero, desde el punto de vista del Triángulo Aritmético, del momento preciso en el que se gesta, nos interesa más el Pascal jansenista que ataca a los jesuitas al mismo tiempo que niega a Descartes y defiende esa doble vida de percepción de la verdad: la razón para la ciencia, el espíritu para Dios.

## El posicionamiento científico

El prefacio del *Tratado sobre el vacío*, es muy probable que lo escribiera Pascal hacia 1647. Su actitud nos recuerda en gran medida, aunque con un tono de crítica mucho más tibio, a la que, cuatro siglos antes, adoptara Pedro Alfonso en su *Carta a los sabios franceses*. Comienza así:

El respeto que inspira la antigüedad es hoy día tan grande en las materias en que debe tener menos fuerza, que convertimos en oráculos todos sus pensamientos, y en misterios sus afirmaciones erróneas, sin que sea posible exponer novedades sin peligro y el texto de un autor (de la antigüe-

dad) basta para destruir los más sólidos razonamientos...[...] No pretendo anular su autoridad [...] en las materias en las que se busca solamente saber lo que otros escribieron, como en la historia, en la geografía, en la jurisprudencia, en las lenguas y, sobre todo en la teología, [...] hay que recurrir a sus libros [...] No sucede lo mismo con los asuntos que caen bajo el juicio o el razonamiento: la autoridad es inútil; sólo la razón puede comprenderlos.

Y continúa con un alegato que parece más conectado con lo que expresa en su tratado sobre el Triángulo Aritmético que sobre ninguna otra cosa:

[...], la mente encuentra una libertad total para extenderse sobre ellos; su fecundidad inagotable crea continuamente y sus inventos pueden ser a un tiempo sin fin y sin interrupción...

La crítica que ejerce en este prólogo es extensa y le sirve además para diferenciar con claridad la postura que se debe adoptar ante la teología, su gran preocupación. En esos temas recurre a esa obediencia ciega, que niega en los científicos, para afirmar que

la gran desgracia del siglo es que vemos muchas opiniones en teología, desconocidas en toda la antigüedad, defendidas con firmeza y aceptadas con aplauso mientras que las que se producen en física, [...], parece que deben ser convencidas de falsedad en cuanto se opongan por poco que sea a las opiniones establecidas. ¡Cómo si el respeto que se tiene a los antiguos filósofos fuese un homenaje inexcusable y el que se tiene a los más antiguos de los Santos Padres una mera cortesía!

Ahora bien, esa censura que ejerce sobre *los que aportan la mera autoridad como prueba* no la traslada a la autoridad en sí sino que, por el contrario, nos hace herederos y depositarios de ella, nos constituye en parte indisoluble de la misma:

los primeros conocimientos que (los antiguos) nos han transmitido han servido de peldaños para los nuestros, [...] Desde esa altura es desde dónde podemos descubrir cosas que a ellos les era imposible ver. [...] no sólo cada uno de los hombres avanza día tras día en las ciencias sino que todos los hombres hacen un continuo progreso a medida que el universo envejece [...] y como nosotros hemos unido a sus conocimientos la experiencia de los siglos que les han seguido, es en nosotros donde se puede encontrar esa antigüedad que honramos en ellos.

Aquí Pascal, se posiciona frente al *solipsismo* de Descartes<sup>24</sup> para alinearse con un nuevo concepto de “progreso” que vemos auspiciado por F. Bacon<sup>25</sup> (1561-1626) y más tarde por Leibniz (1646, 1716). Al igual que Bacon separa el desarrollo de la ciencia del de la filosofía entendida como especulación deductiva a partir de primeros principios. Ahí radica la nueva y definitiva orientación del pensamiento científico.

*No se debe hacer nunca un juicio decisivo de la negativa o afirmativa de una proposición hasta que [...] la mente no tenga*

*medio alguno para dudar de su certeza*, le dirá al jesuita Estienne Noël en respuesta a su primera carta. Es evidente que se refiere a la ciencia pero nos queda la duda de qué está hablando Pascal en esta dura, aunque mesurada y políticamente correcta, respuesta en la que dedica un largo trecho a evidenciar lo que debiera ser el método científico para terminar sentenciando:

...y reservamos para los misterios de la fe, que nos ha revelado el Espíritu Santo, esa sumisión de la mente que determina nuestra creencia en unos misterios ocultos a los sentidos y la razón<sup>26</sup>.

Esta actitud general de Pascal, que puede sorprendernos hoy por asumir la contradicción sobre el conocimiento con tal naturalidad, hay que enmarcarla dentro de su particular posición frente al cartesianismo<sup>27</sup> que, en cualquier caso, profundiza un distanciamiento entre razón y fe, entre ciencia y teología que a la larga será fundamental para el desarrollo de la ciencia.

Parecía obligado hacer una glosa de aquel cuyo nombre se ha utilizado como distintivo de una herramienta matemática que desde nuestro punto de vista simboliza la génesis anónima del conocimiento científico a partir sus aplicaciones prácticas. Pero, desde ese punto de vista, no es el de Pascal el peor apellido que se podía haber asociado al Triángulo. Todos los datos de que se dispone nos animan a pensar que este recurso matemático participó, de alguna manera, a través de él, de ese doble simbolismo: primero porque entendía el conocimiento científico como algo acumulativo: *todas las generaciones de hombres<sup>28</sup> se pueden pensar como un solo hombre cuya vida perdura y está siempre aprendiendo* llegaría a escribir. En segundo lugar porque, aunque no explica que el estudio del Triángulo Aritmético fuese sugerido por los problemas que le plantea el caballero de Méré, todo hace pensar que así fue y la correspondencia que sobre el tema mantiene con Fermat lo corrobora. De hecho, Pascal conoce a Antoine Gombaud, caballero de Méré, en el otoño de 1653, el Tratado sobre el Triángulo Aritmético es anterior a 1654 y, por tanto, a la primera carta de Pascal a Fermat que es del 29 de Julio de 1654. No sabemos la fecha exacta en que Gombaud y Mitton proponen a Pascal los dos famosos problemas, pero en *Diversos usos del Triángulo Aritmético cuyo generador es la unidad* ya aparece un subcapítulo (III) titulado: *Uso del Triángulo Aritmético para determinar los repartos que se deben hacer entre dos jugadores que juegan en varias partidas*.

Así pues, hecha esta presentación de algunos de los personajes implicados, nos gustaría hablar en próximas entregas, primero de la importancia que tuvo el Triángulo Aritmético en el desarrollo de la matemática china, hindú y árabe, pero sobre todo, nos interesa comparar el quehacer científico de nuestras alumnas y alumnos con ese devenir histórico. ■

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOURBAKI, N.1972, *Elementos de Historia de las Matemáticas*, Alianza Edit., Madrid
- BOYER, C. B., 1986, *Historia de la matemática*, Alianza Ed., Madrid
- GEORGE GHEVERGHESE, Joseph, 1991. *La cresta del pavo real*, Editorial Pirámide, Madrid
- PASCAL, B., 1983. *Obras*. Alfaguara, Madrid. Traduce Carlos R. de Dampierre, prologa: J. L. Aranguren.
- PASCAL, B., 1995. *Obras Matemáticas* (Selección de textos), Edita Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, UNAM. Méjico. Traduce Santiago Ramirez, prologa: Rafael Martínez.
- PASCAL, B., 1998. *Pensamientos*. Cátedra. Madrid. Traduce y prologa: Mario Parajón.
- RÍBNIKOV, K.1987. *Historia de las Matemáticas*. Editorial Mir. Moscú.

## NOTAS

- <sup>1</sup> Así lo calificábamos de forma cariñosa *el grupo de Calahorra* por aquella costumbre suya de dotar de la importancia que merecía cada detalle conocido y por la abundancia de los mismos que era capaz de retener en su portentosa memoria.
- <sup>2</sup> Elena Ausejo, Eva Cid, Mariano Hormigón, Reyes Mensat, Ana Pola, Julio Sancho y César Torres, 1983. "La historia de las Matemáticas y la enseñanza de la Matemáticas". *Actas III JAEM*. ICE Universidad de Zaragoza. Zaragoza
- <sup>3</sup> Lo que también puede aplicarse el caso de la historia y los historiadores.
- <sup>4</sup> Efectivamente  $63$ , ó  $2^6-1$  si se prefiere, es el resultado de
- $$\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$$
- <sup>5</sup> G. Gheverghese [1991] pág. 345.
- <sup>6</sup> K. Ríbnikov [1987]. Pag. 42 para el caso de China y pág. 49 para el de la India.
- <sup>7</sup> G. Gheverghese, ibidem, fecha los datos de ese conocimiento en 1074 (pág. 417), fecha de publicación de su álgebra.
- <sup>8</sup> Puesto que cuando escribió sobre el Triángulo aún no había escrito acerca de la vanidad, calificando de tontería la búsqueda de la grandeza, podríamos aplicar a estos párrafos la propia ironía pascaliana y presuponer que su recato no iba más allá de la falsa modestia. Su actitud en el tema de la cicloide o en la presentación de la jeringa a Descartes, incluso la dudosa redacción de la Epístola a la Academia de Ciencias, podría llevarnos a ello, pero estos párrafos de la carta a Fermat parecen totalmente sinceros.
- <sup>9</sup> Totalmente expeditiva resulta aquella frase sobre la geometría y sus ocupaciones, en una de sus cartas a Fermat: "Estoy dedicado a estudios tan alejados de esta disciplina que casi ni me acuerdo que existe..."
- <sup>10</sup> Una práctica absolutamente habitual en la época, de hecho lo había comprado en 1626 por 31.600 libras tornesas.
- <sup>11</sup> Tribunal de Cuentas lo denominan algunos traductores y comentaristas.
- <sup>12</sup> El uomo universale renacentista que no se especializa en nada, que se entrega a los demás, que pretende que lo conozcan por su integridad y espiritualidad y que cultiva la mesura y la humildad por encima de todo.
- <sup>13</sup> A finales del XVII y principios del XVIII el poder real se aliaría con los "jansenistas expurgados" de los que Jovellanos y el obispo Tabira serían parte de la representación española.
- <sup>14</sup> A la sazón, los confesores de la Corte.
- <sup>15</sup> Lejos de evitarla, el título evoca esa dualidad entre el Infinito y la Nada que, en nº 418 de los Pensamientos, permite a Pascal usar -o abusar, según se mire- del cálculo de probabilidades para apostar por Dios.
- <sup>16</sup> Ese 23 de Septiembre Roberval enseñó a Descartes el funcionamiento de la jeringa inventada por Pascal y parece ser que ahí cristalizó la decepción de Pascal hacia un "genio" que era incapaz de aceptar sus tesis sobre el vacío. Inútil e incertain escribiría de él en sus Pensées. En realidad ese distanciamiento se había ido gestando desde las primeras participaciones de Pascal en el círculo de sabios que lideraba Mersenne, consciente de que ni la Física ni la Metafísica cartesiana le satisfacían plenamente.
- <sup>17</sup> Primer ensayo sobre el vacío, en realidad un resumen de los experimentos entre Pascal y Petit, y que provocaría las cartas del jesuita Estienne Noël y las consiguientes respuestas de Pascal. Una polémica que se prolongaría durante todo el año 1648.
- <sup>18</sup> Cuyo transcripción escrita, el Memorial, llevó cosido a su chaqueta a partir de ese 23 de Noviembre de 1654 hasta su muerte. Ese día, mientras leía una y otra vez el capítulo 17 del Evangelio de San Juan, parece ser que sufrió un delectatio victrix, una especie de éxtasis místico que Dios reservaba a aquellos que lo daban todo por Él y que en el caso de Pascal duró dos horas.
- <sup>19</sup> Si es que lo escribió él, muy probablemente fuera obra de su hermana Jacqueline quien además de influir decisivamente en la vida religiosa de Blaise, fue actriz y poeta.
- <sup>20</sup> Y, en 1655, un sin fin más de cartas comprometidas con la defensa del jansenismo.
- <sup>21</sup> Condenados por Roma, naturalmente, estas cartas son de tal calidad literaria que para algunos, como Voltaire, constituyen el primer hito de la prosa francesa moderna, a pesar de su oposición filosófica. Para otros suponen el nacimiento de un nuevo género literario: el reportaje periodístico concebido como campaña de prensa -claro antecedente de Montesquieu y Zola, por ejemplo-.
- <sup>22</sup> Aunque se ha popularizado el término "provincial" para designar estas cartas, su uso constituye una transliteración del francés puesto que, como sustantivo, significa jefe religioso pero, como adjetivo, debería traducirse por "provinciano", en el sentido del que vive en provincias, persona a la que van dirigidas al menos las diez primeras, el resto sí las orienta a los jesuitas.
- <sup>23</sup> Esa misma conciencia que inspira a Descartes, del que no podemos olvidar que fue educado en las doctrinas del de Loyola.
- <sup>24</sup> Para él, el aumento progresivo del saber no se sustenta en el sucesivo descubrimiento de nuevas verdades sino en el paso desde unos principios universalmente válidos a las verdades que de estos principios se deducen. Es por tanto independiente del tiempo.
- <sup>25</sup> "El tiempo es el autor de autores y el padre de la verdad" llegaría a afirmar. ¡Qué lejos queda hoy esa concepción purista e incontaminada de la historia del conocimiento!
- <sup>26</sup> Aunque hablaremos en otro momento sobre la opinión de Pascal acerca de la forma en que la razón puede acceder a la verdad este primer acercamiento nos sirve para insinuar el cambio epistemológico que propone.
- <sup>27</sup> Pascal es partidario del método científico, como acabamos de ver, pero no uno único como propone Descartes, sino el que más se adapte a cada situación.
- <sup>28</sup> Y mujeres, añadiríamos nosotros.