SUMA 37

junio 2001, pp. 55-62

La reformulación de los enunciados del problema: un estudio sobre las variables que inciden en el éxito infantil en los problemas de comparación

M. O. Lago, P. Rodríguez, C. Dopico, M. J. Lozano

Un dato ampliamente constatado se refiere a que los problemas verbales de comparación resultan más difíciles para los niños que las restantes categorías de problemas de adición y sustracción. En nuestro estudio, partiendo del trabajo pionero de Hudson, nos hemos centrado en la reformulación de los enunciados correspondientes a estos problemas. Nuestro objetivo era mostrar que los efectos beneficiosos de la reformulación no se debían solamente al hecho de facilitar la puesta en marcha de la estrategia de emparejamiento, sino que podrían manifestarse también otros procesos de cuantificación. Para ello, cuarenta niños de 2.° de EI y 1.° de EP resolvieron problemas reformulados y tradicionales, con y sin dibujos y con cantidades no perceptivas. Los resultados demostraron que los problemas reformulados mejoraban la comprensión de las relaciones entre las cantidades del problema, permitiendo la aplicación de los procesos de cuantificación ya conocidos por los niños.

ARTÍCULOS

A PESAR DE QUE LOS PROBLEMAS verbales juegan un papel determinante en el aprendizaje de las matemáticas y en particular en la adquisición de la adición y sustracción, los niños topan con numerosas dificultades a la hora de traducir el enunciado verbal en formas de cómputo efectivas. Comprender un problema implica la capacidad de construir a partir del texto verbal una representación conceptual apropiada o modelo del problema, que a su vez permita seleccionar la operación matemática correspondiente. A este respecto, las investigaciones (por ejemplo, Bermejo y Rodríguez, 1990; Carpenter, 1981; Carpenter y Moser, 1982; De Corte, Verschaffel y Pauwels, 1990) han puesto de manifiesto que la estructura semántica, entendida como el tipo de relaciones entre las cantidades, resulta responsable del comportamiento diferencial de los niños en las distintas situaciones de adición y sustracción. De ahí, que se hayan elaborado clasificaciones de los problemas atendiendo a esta dimensión (Heller y Greeno, 1978; Vergnaud, 1982; Carpenter y Moser, 1982; Fuson, 1992; Bermejo, Lago, Rodríguez, Dopico, Lozano y Pintos, 1995-1997), que se concreta en tres tipos: cambio, combinación y comparación. Estos problemas difieren, en términos generales, en que describen situaciones dinámicas (es decir, cambio) o estáticas (es decir, combinación y comparación). En esta ocasión, nos ocuparemos únicamente de los problemas de comparación, ya que son los más difíciles de resolver por parte de los niños (por ejemplo, Bermejo, Lago y Rodríguez, 1998; Fuson, Carroll y Landis, 1996; Mwangi y Sweller, 1998) y constituyen el eje central de nuestro trabajo empírico.

Los problemas de comparación presentan dos cantidades que se comparan entre sí para determinar la diferencia entre ellas, o bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra y la diferencia entre ellas (por ejemplo, «Ana tiene 3 muñecas y Eva tiene 2 más que ella. ¿Cuántas muñecas tiene Eva?»).

Se han considerado varios factores para explicar el fracaso en este tipo de problema. Uno de ellos alude a la complejidad para interpretar los términos más que y menos que. En segundo lugar, también se ha sugerido que los problemas de comparación representan situaciones estáticas, relacionales (es decir, un conjunto se define en función de otro) en las que la tercera cantidad no figura en la situación, sino que ha de derivarse de la comparación. En este sentido, afirman Nunes y Bryant (1996) que la conexión entre la situación del problema y la operación sobre los objetos simbólicos que permiten la solución no parece evidente por no haberse producido ninguna acción.

Finalmente, también puede ocurrir que la operación aritmética resulte inconsistente con la sentencia relacional, teniendo los niños que reorganizar la información y resolver el problema según un esquema de lenguaje consistente (por ejemplo, Lewis y Mayer, 1987; Verschaffel, 1994).

A fin de superar las dificultades inherentes a estos problemas, se han desarrollado diversas líneas de investigación, que podemos agrupar en cuatro perspectivas:

1. el entrenamiento en las habilidades de representación (por ejemplo, Willis y Fuson, 1988; Lewis, 1989);
2. el registro del movimiento de los ojos para examinar la influencia de la estructura semántica en los patrones de tiempo de fijación visual (De Corte, Verschaffel y Pauwels, 1990; Verschaffel, De Corte y Pauwels, 1992);
3. el análisis de las habilidades componentes necesarias para operar sobre la información numérica contenida en las sentencias relacionales (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1994)
4. la reformulación de los enunciados de los problemas (por ejemplo, De Corte, Verscheffel y De Win, 1985; Hudson, 1983).

Destacaremos especialmente esta última porque resulta más próxima a nuestros objetivos de investigación. A este respecto, un trabajo temprano de Hudson (1983) demostró que los problemas de comparación reformulados (es decir, «Imagina que todos los pájaros corrieran y cada uno intentara coger un gusano, ¿cogerá cada pájaro un gusano?… ¿cuántos pájaros se quedarán sin gusano?») resultaban más sencillos para los niños que los problemas sin reformular (es decir, «¿cuántos pájaros hay más que gusanos?»).

Una de las críticas que frecuentemente se hace al trabajo de Hudson es que la propia formulación de la pregunta (es decir, «¿cuántos pájaros se quedarán sin gusano?») sugiere la estrategia de resolución, es decir, el emparejamiento. En efecto, Nunes y Bryant (1996) indican que los niños utilizan la correspondencia uno-a-uno para construir conjuntos equivalentes, bien a través de la correspondencia directa (es decir, a través de parejas de objetos), bien mediante el procedimiento de contar cada conjunto hasta obtener el mismo número en ambos. Por su parte, Okamoto (1996) señala que las diversas formas lingüísticas que pueden adoptar los problemas de comparación suponen diferentes situaciones para los niños, propiciando la construcción de representaciones distintas, que demandan conocimientos matemáticos diferentes. Así, atribuye el éxito de los sujetos de Hudson en los problemas reformulados a la comprensión conceptual de la correspondencia uno-a-uno y explica el fracaso en los problemas tradicionales por la carencia de conocimientos matemáticos más elevados.

…introducimos algunas modificaciones en el trabajo de Hudson para esclarecer el posible efecto de diversos tipos de representación de las cantidades del problema y del tamaño de las mismas.

Por nuestra parte, confluimos con Hudson en que la formulación de la pregunta producirá efectos beneficiosos en los procesos de comprensión de los niños, pero no simplemente porque facilite la puesta en marcha de una estrategia de emparejamiento. Entendemos que en los problemas reformulados también se manifestarán estrategias de conteo, que van más allá de la propuesta por Nunes y Bryant. Nuestro planteamiento se encuentra más cercano a los de Bermejo y Lago (1991, 1993, 1994), Cowan, Foster y Al-Zubaidi (1993), Fuson (1988, 1992), entre otros, ya que establecen diferentes procedimientos de conteo como contar todo, contar a partir de uno de los sumandos, etc. Por ello, introducimos algunas modificaciones en el trabajo de Hudson para esclarecer el posible efecto de diversos tipos de representación de las cantidades del problema y del tamaño de las mismas. En este punto, conviene recordar que en la experiencia de Hudson las cantidades mencionadas en el problema se representaban por medio de dibujos, con correspondencias provocadas o espontáneas, y que el tamaño de los conjuntos se refería siempre a cantidades perceptivas (es decir, no superaban en ningún caso la cifra 5). Desde nuestro punto de vista, la presencia/ausencia de materiales, así como el orden y tipo de materiales, permitirá determinar con más precisión si es la mera formulación o el material que la acompaña la responsable del mejor rendimiento de los niños. En este sentido, intentaremos probar, en primer lugar, que el rendimiento de los niños resultará claramente superior en los problemas en los que se utilice material frente a los que carezcan de él. En segundo lugar, la propia reformulación del problema influirá positivamente en el rendimiento de los sujetos en comparación con la formulación tradicional, a lo largo de las diferentes situaciones experimentales, siendo este efecto más notable a medida que disminuye la edad de los sujetos. No obstante, esperamos que el éxito en las tareas reformuladas sea mayor cuando los objetos están presentes, principalmente en la condición en la que se presentan ordenados en correspondencia uno-a-uno y sean desiguales. Finalmente, creemos que la propuesta de cantidades no perceptivas permitirá delimitar si el éxito de los sujetos en el estudio de Hudson se debía al tamaño de las cantidades, del mismo modo que favorecerá la presencia de diversas estrategias de conteo que vayan más allá del emparejamiento.

Método

Sujetos

Participaron en la investigación un total de 40 niños, alumnos de un colegio de enseñanza pública de la zona sur de Madrid. Las edades de los niños estaban comprendidas entre los 5-7 años de edad, distribuidos en dos grupos: 5-6 años (M = 5 años y 7 meses) y de 6-7 años (M = 6 años y 6 meses). El nivel socioeconómico era medio-bajo.

Participaron en la investigación un total de 40 niños, alumnos de un colegio de enseñanza pública de la zona sur de Madrid. Las edades de los niños estaban comprendidas entre los 5-7 años de edad, distribuidos en dos grupos…

Material y Procedimiento

El material estaba compuesto por 16 láminas con objetos dibujados. En ocho de ellas se presentaban dos conjuntos de objetos en correspondencia uno-a-uno. Dentro de esta forma, los objetos podían ser desiguales (es decir, correspondencias provocadas: por ejemplo, conejos-zanahorias) o iguales (es decir, correspondencias espontáneas: por ejemplo, globos-globos). En las ocho láminas restantes se incluían dos conjuntos de objetos distribuidos de manera desordenada. Asimismo, como en las láminas anteriores, los objetos podían ser desiguales o iguales. En síntesis y dado que también se mostraban variaciones en la formulación de los problemas (es decir, reformulados y tradicionales), se presentan a los niños, en el caso de los reformulados, 2 pares de conjuntos con objetos iguales (es decir, 6-9 plátanos y 5-8 muñecos) y 2 pares de conjuntos con objetos desiguales (es decir, 7 zanahorias-10 conejos y 6 balones-10 niños). Los conjuntos asignados a la formulación tradicional comprendieron igualmente 2 pares de conjuntos con objetos idénticos (es decir, 5-9 bombones y 8-10 libretas) y 2 pares de conjuntos con objetos distintos (es decir, 6 lápices-8 libretas y 7 palas-9 rastrillos). Además, se incluyeron 4 problemas caracterizados por la ausencia de material: dos correspondientes a la formulación tradicional y con referentes desiguales/iguales y otros dos reformulados también con referentes desiguales/iguales.

Respecto al tamaño de los conjuntos, seleccionamos cantidades intermedias que estaban comprendidas entre el 5 y el 10, siendo la diferencia entre los conjuntos de 2, 3 o 4.

En cuanto al orden de resolución de las tareas, se presentaron en primer lugar aquellas en las que no había objetos y a continuación las tareas con objetos, a fin de evitar un eventual aprendizaje derivado de estas últimas. Además, en uno y otro caso se extrajo un orden al azar, que se mantuvo constante para todos los sujetos.

Análisis y discusión de resultados

El ANOVA mixto 2 (Grupo: 2.° E.I vs. 1.° E.P) x 2 (Material: Ausencia vs. Presencia) x 2 (Problema: Reformulado vs. Tradicional) con medidas repetidas en los dos últimos factores, llevado a cabo con el programa SPSS, indicó que eran significativos los efectos principales de los factores: *Material* (Ausencia/Presencia) [$F_{1,38} = 62,29$, $p < 0,05$] y *Problema* (Reformulado/Tradicional) [$F_{1,38} = 34,76$, $p < 0,05$]. Además, en este análisis se pudo observar que alcanzaba la significatividad la interacción Material x Problema [$F_{1,38} = 55,98$, $p < 0,05$].

Como se desprende de la tabla 1, conforme a nuestra hipótesis hemos constatado que el rendimiento resultó superior en los problemas en los que se utilizaba material frente a los que carecían de él. La presencia del material facilitaba el proceso de representación de la tarea conduciendo a una mejora del éxito infantil (por ejemplo, Bermejo y Lago, 1988; Bermejo, Lago y Rodríguez, 1994; Carpenter y Moser, 1982). Del mismo modo, los problemas reformulados influyeron positivamente sobre el rendimiento de los sujetos, resultando superior el número de respuestas correctas frente a los tradicionales.

No obstante, la interacción *Material* x *Problema* permitió matizar estos datos, en el sentido de que la presencia de

	Con Dibujo		Sin Dibujo	
	Reformulado	*Tradicional*	*Reformulado*	*Tradicional*
2.° Educación Infantil	1,14 (0,73)	0,31 (0,65)	0,15 (0,49)	0,15 (0,49)
1.° Educación Primaria	1,04 (0,63)	0,15 (0,46)	0,30 (0,47)	0,15 (0,49)

Puntuación máxima posible = 2

Tabla 1. Medias y desviaciones típicas, entre paréntesis, de las respuestas correctas

material sólo parece mejorar el rendimiento de los sujetos en los problemas reformulados. Desde nuestro punto de vista y de acuerdo con otros autores (por ejemplo, De Corte, Verschaffel y De Win, 1985; Nunes y Bryant, 1996), para cuantificar la diferencia entre los conjuntos en los problemas de comparación es necesario vincular una acción sobre los objetos con la situación que se describe en la pregunta. Esto es precisamente lo que ocurre en los problemas reformulados, ya que la pregunta se reformula en términos dinámicos (por ejemplo, ¿cuántas abejas se quedarán sin flor?).

Por último, cabe destacar que no se encontraron diferencias significativas entre los grupos a lo largo de las diferentes situaciones experimentales.

Un segundo análisis de varianza mixto 2 (Grupo: 2.° E.I. vs 1.° E.P) x 2 (Problema: Reformulado vs. Tradicional) x 2 (Orden: Correspondencia uno-a-uno vs. Desordenados) x 2 (Objetos: Objetos Iguales vs. Objetos Desiguales) con medidas repetidas en los tres últimos factores, realizado mediante el programa SPSS, indicó que eran significativos los efectos principales de los factores *Problema* [$F_{1,38}$ = 66,74, $p < 0,05$] y *Orden* [$F_{1,38}$ = 24,54, $p < 0,05$]. Asimismo, dos interacciones dobles resultaron significativas. Por un lado, la interacción *Problema* x *Orden* [$F_{1,38}$ = 12,88, $p < 0,05$] , y por otro *Problema* x *Objetos* [$F_{1,38}$ = 15,56, $p < 0,05$].

…los problemas reformulados alcanzaban mejores puntuaciones que los tradicionales.

Los resultados de este segundo análisis también pusieron de manifiesto que los problemas reformulados alcanzaban mejores puntuaciones que los tradicionales. Igualmente evidenció que la disposición de los conjuntos en correspondencia uno-a-uno repercutía favorablemente en los niveles de ejecución, en ambas categorías de problemas.

El análisis de las interacciones permitió concluir, en primer lugar, que tanto en los problemas reformulados como en los tradicionales se elevó el rendimiento cuando los conjuntos de objetos eran presentados en correspondencia uno-a-uno, aunque la mejora afectó sustancialmente a los primeros. En segundo lugar, cuando los objetos fueron desiguales el número de respuestas correctas en los problemas reformulados fue mayor que cuando eran idénticos, dándose la situación contraria en los problemas tradicionales. Desde nuestro punto de vista, este dato podría guardar relación con la diferencia entre la correspondencia pro-

	Tradicional		Reformulados	
	Correspondencia 1-a-1	*Desordenados*	*Correspondencia 1-a-1*	*Desordenados*
Objetos idénticos				
2.° Educación Infantil	0,45 (0,83)	0,25 (0,64)	1,30 (0,98)	0,75 (0,97)
1.° Educación Primaria	0,25 (0,64)	0.10 (0.45)	1.05 (0.94)	0,65 (0,81)
Objetos desiguales				
2.° Educación Infantil	0,25 (0,64)	0,30 (0,73)	1,50 (0,76)	1,00 (0,97)
1.° Educación Primaria	0,15 (0,49)	0,10 (0,45)	1,55 (0,69)	0,90 (0,91)

Puntuación máxima = 2

Tabla 2. Medias y desviaciones típicas, entre paréntesis, de las respuestas correctas en la situación con Material vocada en el caso de los objetos desiguales y la correspondencia espontánea cuando se trata de objetos iguales. A partir de los trabajos de Piaget y Szeminska (1941), un dato sobradamente comprobado, es que la correspondencia provocada es más precoz que la espontánea. Sin embargo, el hecho de que en los problemas tradicionales observemos el fenómeno inverso se puede atribuir a un conflicto entre el modo espontáneo de abordar la resolución del problema (es decir, estrategias de conteo) y la estrategia sugerida por la presencia de los conjuntos desiguales (es decir, el emparejamiento), como quedará patente en el análisis de los procedimientos de resolución.

En conclusión, no parece ser únicamente el material *per se* el que influyó sobre las respuestas de los sujetos, sino también el tipo de problema. En este mismo sentido, la ausencia de interacción significativa *Orden* x *Objetos* la interpretamos como una evidencia más de la preponderancia del tipo de problema sobre cualquier otro factor. En efecto, en ambos grupos de edad no se observó una mejora sustancial en los problemas tradicionales cuando el material se hallaba presente. Además, la mejora en los problemas reformulados con objetos tuvo lugar no sólo cuando se disponían en orden, sino también cuando aparecían desordenados y la estrategia de emparejamiento no resultaba tan evidente.

…no parece ser únicamente el material per se *el que influyó sobre las respuestas de los sujetos, sino también el tipo de problema.*

Los procedimientos de resolución

En cuanto a los procedimientos de resolución en los problemas *tradicionales sin dibujos*, los niños de 2.° de EI y 1.° de EP utilizaron mayoritariamente la estrategia correcta consistente en contar desde el término menor hasta alcanzar el mayor (es decir, CMM). Cuando estos mismos problemas se presentaron *con material*, el procedimiento CMM también fue predominante en las pruebas donde los objetos no estaban en orden, tanto con objetos iguales como desiguales. En las situaciones de correspondencia uno-a-uno, los alumnos optaron por una estrategia de emparejamiento, de modo que la respuesta resulta de contar los objetos que no tienen su elemento correspondiente en el otro conjunto.

En los *reformulados sin dibujos*, ambos grupos de edad recurrieron a estrategias de conteo, bien sea contando desde el término mayor al menor (es decir, CMM), bien contando el conjunto menor dentro del mayor para determinar «los que sobran» (es decir, CIM). Además, en el grupo de los mayores también se manifestaron algunas respuestas memorísticas y de descomposición (es decir, Otros). En *presencia de los dibujos*, las estrategias basadas en el emparejamiento predominaron, en ambos grupos de edad, en las situaciones de correspondencia uno-a-uno, principalmente cuando los objetos eran desiguales. Sin embargo, cuando los objetos no estaban dispuestos en orden los niños recurrieron a las de conteo (es decir, CIM y CMM).

		Sin dibujos		Con dibujos							
				C_{1-1}-IG		C_{1-1}-DG		D-IG		D-DG	
		Ref.	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*
Emparejamiento	2.° EI	—	—	40	12,5	52,5	7,5	2,5	2,5	12,5	—
	1.° EP	—	—	35	12,5	70	5	10	—	20	—
CIM	2.° EI	2,5	—	15	—	17,5	—	20	—	27,5	5
	1.° EP	10	—	12,5	—	5	—	17,5	—	15	—
CMM	2.° EI	5	7,5	10	7,5	5	2,5	12,5	7,5	10	7,5
	1.° EP	2,5	2,5	—	—	—	2,5	2,5	5	5	5
Otros	2.° EI	—	—	—	2,5	—	2,5	2,5	2,5	—	2,5
	1.° EP	5	5	5	—	2,5	—	2,5	—	5	—

Ref.: Problemas reformulados; *Trad.*: Problemas tradicionales; *C1-1*: Objetos dispuestos en correspondencia uno-a-uno; *D*: Objetos dispuestos sin orden; *IG*: Objetos iguales; *DG*: Objetos desiguales

Tabla 3. Porcentajes de ensayos correctos en las diferentes tareas

En general, teniendo en cuenta los datos obtenidos en el presente trabajo, no parece sostenerse la crítica que habitualmente se realiza al trabajo de Hudson (1983) respecto a que la propia reformulación de la pregunta sugiera al niño la estrategia de resolución, es decir, el emparejamiento. En efecto, como hemos podido comprobar, en los problemas reformulados sin dibujos la presencia de estrategias de emparejamiento fue nula. Por tanto, no es posible afirmar que la reformulación en sí misma implique necesariamente el emparejamiento, siendo, además, que las estrategias basadas en el conteo fueron mayoritarias en los problemas reformulados con dibujos, que no se presentaban en correspondencia uno-a-uno.

Ahora bien, las estrategias de conteo dependen del modelado de los conjuntos del problema y de ahí, su proliferación y elevados niveles de éxito en las situaciones con dibujos. De hecho, la presencia de estas estrategias de conteo denota, a nuestro juicio, una elevada comprensión matemática, ya que reiteradamente se ha encontrado que niños de edades semejantes a nuestros sujetos las usan espontáneamente para comparar dos conjuntos (por ejemplo, Bermejo y Lago, 1991; Fuson, 1988). Opinamos, en contra de lo mantenido por Nunes y Bryant (1996), que no constituyen procedimientos de resolución específicos de este tipo de problemas, ni en su vertiente tradicional ni en su vertiente reformulada, sino procesos con potencial para ser empleados en un amplio rango de situaciones. Por ejemplo, en las distintas categorías de problemas verbales (es decir, cambio, combinación, comparación e igualación), tal como se ha podido observar en numerosas investigaciones (por ejemplo, Bermejo y Rodríguez, 1990; Carpenter y Moser, 1984; De Corte, Verschaffel y Pauwels, 1990; Fuson y Willis, 1996; Verschaffel y De Corte, 1997).

…no parece sostenerse la crítica que habitualmente se realiza al trabajo de Hudson (1983) respecto a que la propia reformulación de la pregunta sugiera al niño la estrategia de resolución, es decir, el emparejamiento.

Con respecto a los errores, cuando se formularon los problemas *tradicionales sin dibujos*, los más comunes, en ambos grupos de edad, consistieron en responder con una de las cantidades del enunciado o los derivados de no cuantificar numéricamente la diferencia. En este último caso respondían: «no todas las abejas tienen flor... pero no sé cuantas abejas no tiene flor». *Con dibujos*, el error más frecuente, en ambos grupos de edad y tanto con objetos ordenados como desordenados, ha consistido en repetir una de las cantidades del problema. Igualmente, destacaron los errores perceptivos en el grupo de los pequeños cuando los objetos son iguales y no están en orden. En este caso respondían: «hay más niños... porque son más niños en el dibujo».

		Sin dibujos		*Con dibujos*							
				$C_{1\text{-}1}$-IG		*$C_{1\text{-}1}$-DG*		*D-IG*		*D-DG*	
		Ref.	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*	*Ref.*	*Trad.*
Cantidad del enunciado	2.° EI	—	70	7,5	72,5	—	70	10	50	—	67,5
	1.° EP	5	57,5	5	77,5	—	75	—	80	—	82,5
Correspondencia uno-a-uno	2.° EI	—	—	—	—	5	—	—	2,5	10	—
	1.° EP	—	—	2,5	—	7,5	—	—	—	22,5	—
Perceptivos	2.° EI	—	—	—	—	10	5	10	30	—	10
	1.° EP	12,5	—	—	5	7,5	5	15	12,5	10	10
No responde	2.° EI	55	17,5	10	5	10	12,5	20	5	27,5	7,5
	1.° EP	25	20	5	5	—	7,5	12,5	2,5	5	—
Respuesta al azar	2.° EI	20	2,5	12,5	—	—	—	12,5	—	7,5	—
	1.° EP	17,5	15	30	—	5	5	27,5	—	12,5	—
Otros	2.° EI	17,5	2,5	5	—	—	—	10	—	5	—
	1.° EP	22,5	—	5	—	2,5	—	12,5	—	5	2, 5

Ref,: Problemas reformulados; *Trad,:* Problemas tradicionales; *C1-1*: Objetos dispuestos en correspondencia uno-a-uno; *D*: Objetos dispuestos sin orden; *IG*: Objetos iguales; *DG*: Objetos desiguales

Tabla 4. Porcentajes de errores en las diferentes tareas

En los problemas *reformulados sin dibujos*, las respuestas incorrectas fueron debidas, en el grupo de EI a que no cuantificaban numéricamente la diferencia, mientras que los de EP cometieron este mismo error, así como «otros» en los que, por ejemplo, afirmaban que ambos conjuntos resultaban equivalentes. Con dibujos, en correspondencia uno-a-uno, los errores resultaron poco relevantes. Fueron debidos a la no cuantificación del resultado o al azar con objetos iguales, y perceptivos con objetos desiguales. En las situaciones de no correspondencia, se mantuvo una pauta similar de resultados. Así, con objetos iguales sobresalieron los errores en los que no se cuantificó numéricamente la diferencia, los perceptivos y las respuestas al azar. Con objetos desiguales, destacaremos el error que se produce en los niños de EP cuando recurren al emparejamiento.

En suma, el error más sobresaliente en los problemas tradicionales a lo largo de las distintas situaciones experimentales, consistió en responder con una de las cantidades del enunciado, que se corresponde con el que normalmente se menciona en los problemas de comparación (por ejemplo, Bermejo y Rodríguez, 1990; Cummins, 1991). Por tanto, la mera presencia del material no resulta suficiente para evitar este tipo de error en los problemas tradicionales, sino que parece necesaria su reformulación.

Esta clase de respuesta incorrecta ha sido objeto de múltiples interpretaciones, por ejemplo, Okamoto (1996) consideró que los niños pequeños (en torno a los 6 años) construían redes semánticas en los problemas de comparación sólo parcialmente, de manera que las construcciones «más que» y «menos que» se reducían a meros enunciados declarativos. En una línea muy semejante, Nunes y Bryant (1996) apuntaron que los niños comprendían el significado de «más» y «menos», es decir, podían establecer estas comparaciones, pero carecían de estrategias que les permitiesen cuantificar las diferencias.

En definitiva, hemos constatado que si las condiciones son favorables, es decir, si se reformulan los problemas mediante la dinamización de la pregunta y se emplean materiales para representar las cantidades de los enunciados, mejora notablemente el rendimiento de los niños.

Conclusiones

Desde los modelos recientes relacionados con la instrucción en matemáticas, se insiste en la importancia de fomentar los procesos de comprensión, vinculando la enseñanza a las situaciones de la vida cotidiana. Una de las posibles maneras de abordar este objetivo consiste en fomentar el aprendizaje de las operaciones básicas a partir de los problemas verbales. No obstante, una de las dificultades de este planteamiento es que para los niños no todas las categorías de problemas son igual de asequibles. En la presente investigación hemos analizado el comportamiento de los niños de corta edad en la categoría de problemas que les resulta más compleja, esto es, los problemas de comparación. Los resultados demostraron que la reformulación de este tipo de problemas influyó positivamente sobre el rendimiento de los niños. Los problemas reformulados mejoran la comprensión de las relaciones entre las cantidades del problema, permitiendo la aplicación de los procesos de cuantificación ya conocidos por los niños. Asimismo, en contra de lo habitualmente defendido por algunos autores, respecto a que la presencia del material y la propia reformulación de los problemas estándar lleven aparejadas estrategias primitivas, nuestros datos mostraron que estas condiciones promovían la aparición de procedimientos de cuantificación más complejos, aunque todavía dependientes del modelado directo de las cantidades.

En definitiva, hemos constatado que si las condiciones son favorables, es decir, si se reformulan los problemas mediante la dinamización de la pregunta y se emplean materiales para representar las cantidades de los enunciados, mejora notablemente el rendimiento de los niños. Además, en estas condiciones explicitan procedimientos de cuantificación que apenas muestran de modo espontáneo.

Por consiguiente y desde la óptica instruccional, desde muy temprana edad los niños pueden, bajo determinadas condiciones, llegar a comprender los problemas de comparación, permitiendo así su aprendizaje simultáneo con las restantes categorías de problemas.

Referencias bibliográficas

BERMEJO, V. y P. RODRÍGUEZ (1990): «La operación de sumar», en V. BERMEJO: *El niño y la aritmética*, Paidós, Barcelona, 107-140.

BERMEJO, V., M. O. LAGO y P. RODRÍGUEZ (1994): «Problemas verbales de comparación y comprensión de la relación comparativa», *Cognitiva*, n.° 2 (6), 159-174.

BERMEJO, V., M. O. LAGO, P. RODRÍGUEZ, C. DOPICO, M.ª J. LOZANO y Mª T. PINTOS (1995-1997): *Intervención psicope-*

dagógica en el aula de matemáticas: Un programa instruccional para Primer Ciclo de Educación Primaria, Enviado al C.I.D.E.

CARPENTER, T. y J. MOSER (1984): «The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one trough three», *Journal for Research in Mathematics Education*, n.° 15, 179-202.

COWAN, R., C. FOSTER y A. AL-ZUBAIDI (1993): «Encouraging children to count», *British Journal of Developmental Psychology*, n.° 11, 411-420.

CUMMINS, D. (1991): «Children´s interpretations of arithmetic word problems», *Cognition and Instruction*, n.° 8, 261-289.

DE CORTE, E., L. VERSCHAFFEL y A. PAUWELS (1990): «Influence of the semantic structure of word problems on second grades' eye movements», *Journal of Educational Psychology*, n.° 82, 359-365.

FUSON, K., W. M. CARROLL, y J. LANDIS (1996): «Levels in conceptualizing and solving addition and subtraction compare word problems», *Cognition and Instruction*, n.° 14(3), 345-371.

HUDSON, T. (1983): «Correspondences and numerical differences between disjoint sets», *Child Development*, n.° 54, 84-90.

LEWIS, A. (1989): «Training students to represent arithmetic word problems», *Journal of Educational Psychology*, n.° 81, 521-531.

LEWIS, A. y R. MAYER (1987): «Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems», *Journal of Educational Psychology*, n.° 79, 363-371.

MWANGI, W. y J. SWELLER (1998): «Learning to solve compare word problems: The effect of example format and generating self-explanations», *Cognition and instruction*, n.° 16 (2), 173-199.

NUNES, T. y P. BRYANT (1996): «Giving meaning to addition and subtraction», en T. NUNES y P. BRYANT (eds): *Childrens doing mathematics,* Blackwell, 129-140.

NUNES, T. y BRYANT, p. (1996): «Begining with counting», en T. NUNES y P. BRYANT (eds.): *Childrens doing mathematics* (pp. 35-41): Blackwell.

OKAMOTO, Y. (1996): «Modeling children's understanding of quantitative relations in text: A developmental perspective», *Cognition and Instruction*, n.° 14(4), 409-440.

PIAGET, J. y A. SZEMINSKA (1941): *La genese du nombre chez l'enfant*, Edition Delachaux et Niestlé, Neuchatel.

VERGNAUD, G. (1982): «A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problems», en T. CARPENTER, J. MOSER y T. ROMBERG (eds.): *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, Erlbaum, Hillsdale, 35-59.

VERSCHAFFEL, L. y E. DE CORTE (1997): «Word problems: A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?», en T. NUNES y P. BRYANT (eds.): *Learning and teaching mathematics. An International Perspective*, Psychology Press Publishers, Hove, 69-97

M. O. Lago
P. Rodríguez
M. J. Lozano
Facultad de Psicología,
Universidad Complutense
C. Dopico
Facultad de Psicología,
Universidad San Pablo CEU