SUMA 32
noviembre 1999, pp. 61-68

Procedimientos utilizados en la resolución de problemas de teoría de números: una experiencia con alumnos de escuela media

Cristina Ferraris
Virginia Montoro

ARTÍCULOS

En este trabajo se analizan los procedimientos utilizados por los alumnos en la resolución de algunos problemas propuestos en el marco de un taller sobre teoría de números, planificado por las autoras para introducir el método matemático con adolescentes de 13 a 18 años. La experiencia se realizó en San Carlos de Bariloche, provincia de Río Negro (Argentina).

EN LA ÚLTIMA década se ha producido un consenso generalizado entre investigadores y educadores en cuanto a que la educación matemática debe tender a que se desarrollen capacidades que permitan resolver situaciones problemáticas, realizar conjeturas, probar hipótesis y plantear nuevos problemas. Así, son objetivos deseables que los estudiantes valoren su propia capacidad de hacer matemática, lleguen a resolver problemas, puedan comunicar sus resultados en lenguaje adecuado y aprendan a razonar matemáticamente.

Teniendo en cuenta estos objetivos, realizamos una experiencia en modalidad de taller con alumnos de escuela media, sobre la base de un tema tan rico en posibilidades como lo es la teoría de números, que permite tratar la temática elegida utilizando el método matemático, mediante la resolución de problemas. Como expresa el Dr. Enzo Gentile (1985) «la teoría, los ejemplos y la resolución de problemas forman el triángulo de equilibrio de toda enseñanza eficaz», y la aritmética representa una excelente opción para tener en cuenta en la enseñanza de la matemática ya que permite plantear problemas de todo tipo de complejidad y el resolverlos implica un ejercicio específico del aprendizaje.

La propuesta consistió en acercar al estudiante a la metodología matemática, utilizando los contenidos conceptuales como materia de base; rescatando estrategias heurísticas más que reglas particulares, intentando generar en los estudiantes una actitud positiva respecto de la construcción del saber matemático, dando a éste un sentido dinámico en el uso de procedimientos. Las actividades del taller se planificaron desde un punto de vista constructivista, teniendo en cuenta que el alumno es activo en su aprendizaje, construyéndolo en un todo organizado, de acuerdo a sus conocimientos previos y con los instrumentos adecuados. Particularmente, *en el proceso de construir el conocimiento matemático*, dichas actividades fueron pensadas para que el estudiante buscara soluciones, explorara modelos, formulara conjeturas, utilizando la memoria y la mecanización de destrezas sólo como instrumentos necesarios para «dejar más tiempo» a la creatividad, tendiendo a la exploración de alternativas.

Con cierta frecuencia, popularmenter, se ve a la Matemática como una ciencia acabada y su conocimiento reservado a unos pocos. Esto último es muchas veces compartido por los alumnos y, nos atreveríamos a decir, por algunos profesionales. Por el contrario, nuestra intención fue presentar el trabajo matemático como un proceso dinámico de descubrimiento permanente, que bien describe Schoenfeld (1985) cuando expresa:

> Primero dominamos una parte; según avanzamos, la intuición se desarrolla, comenzamos a creer que vamos por buen camino. Lo verificamos con ejemplos, buscamos contraejemplos, intentamos enjuiciar el por qué vamos por buen camino. Cuando creemos saber que funciona, intentamos demostrarlo. Este ensayo puede tener o no tener éxito. Podemos comenzar por un camino equivocado; sufrir algún revés, tener que batirnos en retiradas, hacer modificaciones. Con perseverancia y suerte el resultado termina por poner cada cosa en su sitio. Pocas experiencias son tan gratificantes o emocionantes; hemos explorado terrenos desconocidos y nos hemos enriquecido al hacerlo.

En la hipótesis de que es posible el tratamiento de los contenidos procedimentales utilizados en Matemática con alumnos de entre 13 y 18 años, realizamos esta experiencia que pasó por tres instancias:

i) elaboración y edición de las guías de trabajos para los alumnos (Ferraris y Montoro, 1997);

ii) implementación del taller con dos grupos distintos de alumnos;

iii) análisis de los procedimientos.

Comentaremos brevemente las dos primeras, siendo la última el motivo del presente trabajo.

Los temas desarrollados corresponden a la teoría de números, utilizando guías dispuestas en ocho unidades: Introducción histórica; Números enteros; Divisibilidad de enteros; Números primos; Números de Fermat; Conjetura de Golbach; Algoritmo de la división; Propiedad fundamental de la Aritmética.

Las tareas propuestas contemplaron que los alumnos trabajen en: organización de un conteo; comprensión de una definición; utilización del resultado anterior para obtener el actual (recurrencia); utilización de letras como símbolos algebraicos; comprensión de consignas (para esto se agregaron también textos con fines a que se leyeran y se comentaran en el grupo); realización de algunas demostraciones; valoración del ejemplo para demostrar que una propiedad no se cumple; enunciado de conjeturas en base al estudio de varios resultados particulares; distinción entre $A \Rightarrow B$ y $A \Leftrightarrow B$; utilización de un algoritmo (con o sin calculadora); optimización del uso de la calculadora; adecuación de conceptos a la resolución de problemas.

...nuestra intención fue presentar el trabajo matemático como un proceso dinámico de descubrimiento permanente...

En las consignas se tuvo en cuenta no sólo que deben ser claras para su rápida comprensión, sino que puedan ser motivadoras de una investigación mayor acerca del tema o disparadoras hacia la obtención de distintos procedimientos.

Al implementar el taller y facilitada su actividad por esta modalidad, las coordinadoras pusieron particular atención en mostrar la diferencia entre una demostración y la validez de un resultado a través de la observación de varios ejemplos; verdad *a priori* (axioma), de propiedades demostrables (aun cuando el contexto del taller no permitiera su demostración); así como guiar hacia una notación adecuada. El papel del docente fue el de un coordinador de la tarea, presentando las guías de actividades y acompañando durante las clases el trabajo del alumno a fin de responder preguntas, ayudar a encontrar y usar las herramientas adecuadas y completar cada unidad organizando el intercambio de las producciones individuales o grupales, la formulación oral o escrita de los distintos procedimientos utilizados, la validación de las producciones y la institucionalización de los saberes.

...las coordinadoras pusieron particular atención en mostrar la diferencia entre una demostración y la validez de un resultado a través de la observación de varios ejemplos...

En este trabajo realizamos la descripción de los procedimientos utilizados por los estudiantes en la resolución de cuatro de los problemas presentados en las guías, en el marco de la experiencia realizada con dos grupos de alumnos de la escuela media en S. C. de Bariloche.

Encuadre y método

El taller fue implementado con dos grupos de alumnos, coordinados por las autoras sin ser nuestra intención compararlos.

Grupo 1: Participaron doce alumnos de 13 a 18 años de edad, de distintas escuelas tanto de gestión privada como estatal, interesados en participar en las Olimpíadas Matemáticas. Se acordó con los participantes que el trabajo consistiría en un tema propuesto por las cordinadoras (teoría de números) mediante la modalidad de resolución de problemas según la guía presentada. Se realizaron encuentros semanales de noventa minutos en horario extraescolar.

Grupo 2: Participaron 22 alumnos de 15 años de un colegio de gestión privada. Se implementó el taller, como materia extracurricular y como parte de la escolaridad obligatoria. Se realizaron encuentros semanales de 80 minutos, dentro del horario escolar, en el aula correspondiente al curso que realizó el taller.

Registros y análisis

Se realizaron dos tipos de registros: por una parte las docentes anotaron, después de cada clase, los procedimientos más notables, principalmente después de la puesta en común al finalizar cada unidad y, por otra, se solicitó a los alumnos la entrega de las notas que realizaron al resolver las distintas actividades.

En el análisis de los registros se hizo una primera lectura de todos ellos, tomando nota de los aspectos más relevantes, para luego describir los distintos procedimientos encontrados.

Nos hemos centrado en cuatro problemas que, por sus características, fueron fructíferos en cuanto al uso de distintos procedimientos y en los que se pusieron de manifiesto distintas estrategias utilizadas frente a la tarea propuesta.

Problema 1 *(Actividad 1)*

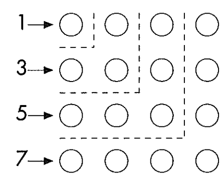
La actividad propuesta (figura 1) atiende a los siguientes ítems previstos en la planificación: organización de un conteo, utilización del resultado anterior para obtener el actual (recurrencia), realización de algunas demostraciones, realización de conjeturas de acuerdo con el estudio de varios resultados particulares.

Resolución 1

Se agregan puntos al cuadrado inicial, completando un nuevo cuadrado y verificando que los puntos agregados corresponden a un número impar. Algunos alumnos concluyen con este resultado (procedimiento geométrico) y los que continúan, lo hacen según los siguientes procedimientos:

Actividad 1

Se disponen los número impares 1, 3, 5 y 7 de la siguiente manera:



Observamos que los puntos llenan siempre un cuadrado, de tal manera que con la primera línea punteada encerramos 1 punto, entre ésta y la segunda agregamos 3 puntos, entre la segunda y la tercera agregamos 5 y así sucesivamente. Además, el primer cuadrado es de lado uno, el segundo de lado dos, el tercero de lado tres y el cuarto de lado cuatro.

Se puede afirmar que:

$$1 = 1 \cdot 1 = 1^2 = 1$$

$$1 + 3 = 2 \cdot 2 = 2^2 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4 = 4^2 = 16$$

Seguid agregando un número impar de puntos de esta forma y verificad que:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5 \cdot 5 = 5^2 = 25$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

¿Cuanto suma $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$?

Figura 1

1.1 verificando que la suma es un número cuadrado, contando la totalidad de los puntos dibujados;

1.2 sumando al número cuadrado anterior, el número (impar) de puntos agregados y verificar que el resultado es un cuadrado.

Resolución 2

Se aprovecha la organización propuesta para realizar una prueba para un caso particular ($n = 15$). En este caso la suma da 8 x 8=64. Teniendo en cuenta que los últimos puntos agregados son 15, de los cuales corresponden 8 a cada lado del cuadrado compartiendo 1, se anota lo siguiente:

$$15 + 1 = 2 \textit{ lados}$$

$$\frac{15+1}{2} = \textit{lado}$$

$$\frac{16}{2} = \textit{lado}$$

$$8 = \textit{lado}$$

$$Sup\square = \textit{lado}^2$$

$$Sup\square = 8^2$$

$$Sup\square = 64$$

Se realiza el dibujo de la figura 2:

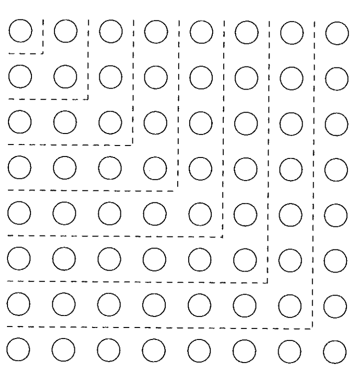


Figura 2

Escribiendo:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8{\cdot}8 = 8^2 = 64$$

Resolución 3

Desentendiéndose de la organización propuesta, se considera la parábola ($f(x) = x^2$) explicando: «corriendo de a uno en sentido horizontal, primero se sube uno, llegando en la parábola a 1 (1 al cuadrado); después se suben tres más, llegando a 4 (2 al cuadrado); después se suben cinco más, llegando a 9 (3 al cuadrado); y así siguiendo...» (mientras se señala en un gráfico dibujado en la pizarra como se indica en la figura 3).

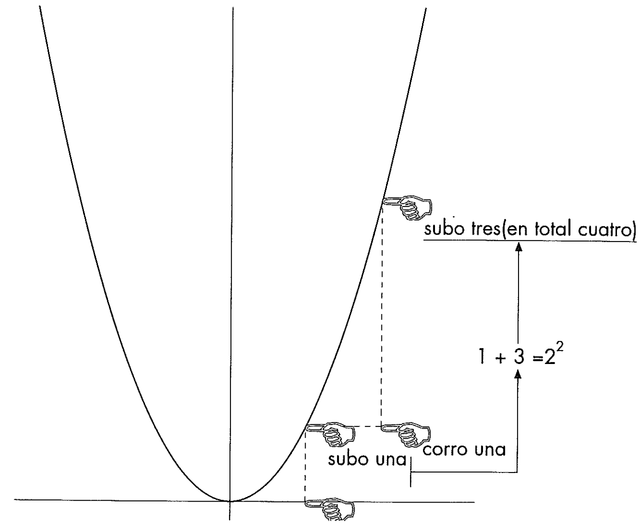


Figura 3

Se observaron dos maneras distintas de afrontar la tarea: adecuarse a la manera propuesta de tratar el problema o, una vez visualizado el mismo, abordarlo sin tener en cuenta la sugerencia de la consigna.

Conclusiones del Problema 1

El procedimiento seguido por los alumnos que tomaron la organización propuesta en la consigna, fue en un comienzo de *orden geométrico* (llenar un cuadrado), lo cual es considerado por algunos estudiantes como definitivo; otros continúan y realizan un procedimiento de *orden aritmético* (la suma de impares consecutivos es un número al cuadrado). De estos últimos algunos sólo cuentan los puntos (*procedimiento aritmético de conteo*) y otros utilizan cada cuadrado obtenido, para sumar el número impar siguiente y observar que es otro cuadrado (*procedimiento aritmético inductivo*).

Se observaron dos maneras distintas de afrontar la tarea: adecuarse a la manera propuesta de tratar el problema o, una vez visualizado el mismo, abordarlo sin tener en cuenta la sugerencia de la consigna.

En algunos casos, el hecho de que los puntos «llenen» un cuadrado, es tomado como una prueba y en otro caso, la misma se realiza para una situación particular.

En las Resoluciones 2 y 3 observamos que se utilizan algunos aspectos del método matemático, como la realización de una prueba (aunque se trate de un número particular pero mayor a los pedidos) y la generalización del resultado por medio de una conjetura.

Problema 2 *(Actividad 2)*

La actividad propuesta (figura 4, actividad 2) atiende a los siguientes ítems previstos en la planificación: comprensión de una definición, utilización del resultado anterior para obtener el actual (recurrencia), utilización de un algoritmo (con o sin calculadora) y optimización del uso de la calculadora.

Actividad 2

Se define *m!* (*m* factorial), como el producto de los *m* primeros números naturales, esto es:

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (m-1) \cdot m$$

Calcular el factorial de 5, de 6, de 7, y así hasta 20
Nota: por supuesto, puedes usar la calculadora, pero cuidado después de 13! (se pide el resultado exacto).

Actividad 3

¿Qué día viniste al mundo?
Nota: en general los años tiene 365 días, pero la Tierra tarda 365 días y algo más de un cuarto de día en dar una vuelta en su órbita alrededor del Sol, para que el clima siga coincidiendo con el calendario, cada cuatro años se agrega un día, el 29 de febrero (a los años a los que se les agrega un día se les denomina bisiestos). Pero con esta corrección no es suficiente y se van acumulando algunos minutos de más, por ello los años seculares (principio de siglo) son bisiestos sólo si son divisibles por 400 (1700 no lo es y 2000 sí); y un año no secular es bisiesto si es divisible por 4 (por ejemplo 1992).

Actividad 4

¿Qué día de la semana fue el 25 de mayo de 1810?

Figura 4

Resolución 1

Se realiza lo pedido (con calculadora) de la siguiente manera: en una distribución en columna, se anota el factorial de 5 como resultado de hacer el producto $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$, anotando luego el factorial de 6 como el producto del resultado anterior por 6 y así sucesivamente, guardando el resultado anterior para el cálculo siguiente (procedimiento inductivo).

Resolución 2

Se realiza el cálculo directamente con la tecla correspondiente de la calculadora.

Resolución 3

Se calculan los factoriales pedidos, repitiendo en cada caso todas las multiplicaciones (procedimiento no inductivo). Este tipo de resolución fue realizada en algunos casos con calculadora y en otros haciendo las cuentas con lápiz y papel.

En el momento de la puesta en común la coordinadora anota, en la pizarra, los resultados correspondientes a cada factorial, según van dictando los alumnos. A partir de cierto número los resultados dejan de coincidir, frente a lo que se concluye que la dificultad comienza cuando el resultado aparece en la calculadora en notación científica (a partir del factorial de 12, 13, 14 o 15, según la calculadora).

Al tratar esta dificultad observamos distintas maneras de afrontar la tarea: algunos alumnos se quedan con los resultados de la calculadora como definitivos, mientras que otros buscan una estrategia que les permita obtener los resultados exactos. Entre éstos se diferencian los que abandonan el uso de la calculadora para realizar las multiplicaciones sin ella y los que aceptan la «dificultad» buscando un modo de resolverla con calculadora.

Describimos el procedimiento que da continuidad a las resoluciones realizadas por los alumnos que deciden continuar con el cálculo exacto:

Resolución 4

Por ejemplo, para el caso 13!, se divide el factorial de 12 (cuyas dos últimas cifras son 0) por 100, se multiplica por 13 y luego por 100. En 15! aparece una segunda dificultad (donde un nuevo redondeo no puede ser salvado con el método anterior); aquí se divide el factorial anterior (calculado exactamente) por una potencia de 10 adecuada (en este caso 100000), multiplicando luego por 15 la parte entera por un lado y la decimal por otro; ambas se multiplican por la misma potencia de 10 utilizada anteriormente y se suman. Es decir:

$$14! = 87178291200$$

dividiendo por 100000 y separando parte entera y decimal:

$$871782 \text{ y } 0{,}91200$$

multiplicando cada número por 15 obtenemos:

$$13076730 \text{ y } 13{,}68$$

multiplicando cada uno por 100000:

$$1307673000000 \text{ y } 1368000$$

sumando estos últimos:

$$15! = 1307674368000$$

Conclusiones del Problema 2

En un comienzo aparecen dos tipos de procedimientos: inductivo y de reiteración de operaciones desde el comienzo (no inductivo). En algunos casos fueron realizados con calculadora y en otros haciendo las cuentas con lápiz y papel.

En la puesta en común se genera una instancia grupal que genera la necesidad de completar los cálculos de manera exacta.

En varios alumnos observamos un fuerte rechazo a realizar cálculos que impliquen grandes cifras, dejando en muchos casos los resultados como aparecían en la calculadora (a pesar de saber que no son exactos).

Entre los estudiantes que optaron por realizar los cálculos con lápiz y papel se valoró la economía de esfuerzo que representa utilizar el resultado anterior para calcular el nuevo factorial (recurrencia).

Por último un grupo de alumnos se centró en la búsqueda de una estrategia que permitiera utilizar la calculadora con fines a realizar el cálculo exacto cuando el problema lo requirió.

En todos los casos la definición fue comprendida y aceptada como tal.

Problema 3 *(Actividad 3)*

La actividad (figura 4, actividad 3)atiende principalmente a los ítems: organización de un conteo y adecuación de conceptos a la resolución de problemas (división y congruencias).

Resolución 1

Se calculan los días transcurridos desde el nacimiento de la siguiente manera: a la edad multiplicada por 365 se suma el número de bisiestos (que se cuentan mencionándolos uno por uno, desde el último cumpleaños hacia atrás), para luego contar los días desde el último cumpleaños hasta el presente. El número obtenido se divide por 7, poniendo a consideración el resto. En los casos en que éste resultó distinto de cero, se generó la incertidumbre de qué debía hacerse: avanzar o retroceder en los días de la semana a partir del día en que se realizó el cálculo. Para resolverla, se decide realizar el cálculo con una fecha cercana, observando entonces que se debe retroceder.

En varios alumnos observamos un fuerte rechazo a realizar cálculos que impliquen grandes cifras, dejando en muchos casos los resultados como aparecían en la calculadora (a pesar de saber que no son exactos).

Resolución 2

Se averigua qué día de la semana fue el primero de enero del año en cuestión, realizándose el conteo de días de manera similar a la descripta en la Resolución 1 (teniendo en cuenta que el primero de enero del año en curso fue lunes), con la diferencia de que el número de bisiestos se obtiene dividiendo por cuatro el total de años transcurridos y quedándose con la parte entera. Al dividir el total de días por 7, se descarta la parte entera y se multiplica por 7 la parte decimal obteniendo el número de días de la semana que debe ¿retroceder?, ¿avanzar? (se pone de manifiesto esta duda) para llegar al resultado, la que se resuelve en forma similar que en la Resolución 1.

Vale aclarar que en uno de los casos el resto fue cero (!), con lo que el estudiante concluyó facilmente que nació un día de la semana coincidente con el día en que se realizó el cálculo.

Resolución 3

Se cuentan los bisiestos mencionándolos uno por uno. Luego, dividiendo 365 por 7, se observa que el resto es uno y entonces cada año corre el cumpleaños un día de la semana, salvo en el caso de los bisiestos en que el corrimiento es de dos días de la semana. Entonces se suma el número de bisiestos a la edad y se divide por 7. Teniendo en cuenta el día de la semana del último cumpleaños, se retrocede tantos días de la semana como el resto obtenido.

Resolución 4

Se usa, sin ningún tipo de cuestionamiento, el hecho conocido de que generalmente las fechas se corren (avanzan) 1 día por año. A partir de esto se concluye que los años bisiestos corren las fechas posteriores al mes de febrero, 2 días de la semana por año.

4.1 A partir del día del cumpleaños del año en curso, se retrocede uno por año normal y cuando se encuentra un bisiesto se retrocede dos, de esta manera hasta llegar al año de nacimiento. Este procedimiento es realizado por algunos estudiantes en forma mental y por otros apoyándose en un gráfico en el que se anotan los años ordenados sobre una recta, marcando con color los bisiestos, y comenzando por el que se corresponde con el año en curso, se menciona sobre cada año el día de la semana correspondiente (jueves, miércoles, martes,...).

4.2 Se tiene conocimiento del día de la semana en que nació y se avanza uno por año común y dos por año bisiesto hasta llegar al actual, comprobando que coincide con el calendario. Esto es tomado como una confirmación del dato que ya se poseía.

4.3 Se suma a los años que se cumplen en el año en curso el número de bisiestos transcurridos desde el nacimiento. A dicha suma se le restan los días correspondientes al total de semanas enteras que «entran» en ella (catorce o veintiún días). Por último se retrocede mencionando «jueves, miércoles, martes,...», tantos días de la semana como lo indica la diferencia obtenida.

Frente a este problema observamos dos modos de encuadrarlo: uno en un contexto aritmético (la congruencia módulo siete y la congruencia módulo cuatro) y el otro, utilizando directamente conocimientos de experiencia cotidiana (los años «corren» un día o dos a la semana).

Conclusiones del Problema 3

En general la actividad provocó mucho interés.

Los procedimientos utilizados descritos en forma global, se dividieron en dos:

- Utilizar el hecho de que los días de la semana se cuentan según una congruencia módulo siete, algunos lo aplican al total de días transcurridos y otros primero a los 365 días que tiene el año ($365 \equiv_7 1$) y luego a la cantidad total de días «excedentes» (uno por año de vida = edad, más uno por cada bisiesto).
- Sabiendo que los días de la semana se corren dos días o un día según que el año sea o no bisiesto, se consideran los años para realizar una mención regresiva de los días de la semana recorriendo los años correspondientes. De los que eligieron este procedimiento, algunos realizaron la cuenta regresiva con el total de días y otros quitaron un múltiplo de siete adecuado para realizarla luego con un número de días menor que siete.

Frente a este problema observamos dos modos de encuadrarlo: uno en un contexto aritmético (la congruencia módulo siete y la congruencia módulo cuatro) y el otro, utilizando directamente conocimientos de experiencia cotidiana (los años «corren» un día o dos a la semana).

En este problema (probablemente por tratarse de algo muy personalizado), se evidenció la influencia de la experiencia individual en la elaboración de estrategias para resolverlo.

Problema 4 *(Actividad 4)*

Como en el problema 3, éste que ahora nos ocupa (figura 4, actividad 4), atiende a los ítems organización de un conteo y adecuación de conceptos a la resolución de problemas, pero con el fin de generar la necesidad de elaborar una estrategia más general, se agrega una nueva dificultad con respecto al anterior: realizar el cálculo para una fecha mas lejana.

Resolución 1

Como en la Resolución 4 del problema descrito anteriormente se usa, sin ningún tipo de cuestionamiento, el hecho de que las fechas se corren (avanzan) dos días o un día por año según éste sea o no bisiesto. En este punto se continúa de la siguiente manera:

1.1 Se escriben los años en forma de columna, desde el actual hasta 1810, luego se coloca al costado de cada uno el día de la semana en que «cayó» la fecha patria ese año, comenzando por el presente y retocediendo uno si el año no es bisiesto y dos si lo es, teniendo en cuenta que 1900 no fue bisiesto, se llega a que el 25 de mayo de 1810 fue viernes. En algunos casos, hay un intento de buscar alguna regularidad cada 10 años pero es abandonada.

1.2 Se cuentan, uno por uno, los años bisiestos; a este número se suman los años trascurridos desde 1810 hasta el actual, se resta 1 por 1900 y luego, a partir del día de la semana en que cayó el 25 de mayo del año en curso, se retrocede la cantidad de días encontrada.

Resolución 2

Dividiendo 365 por 7, se observa que el resto es uno y entonces cada año corre las fechas un día de la semana, salvo en el caso de los bisiestos en que el corrimiento es de dos días de la semana. Se busca el bisiesto más cercano al 1810 (1812), se calcula cuántos años han trascurrido desde 1812 al presente (restando), se lo divide por cuatro (aclarando que así se está contando uno menos, pero que se compensa con 1900 que fue contado pero no es bisiesto). Luego al número de años transcurridos desde 1810 se le suma el número de bisiestos, se divide por 7 y se retrocede un número de días de la semana igual al resto obtenido.

Conclusiones del Problema 4

Como en el caso anterior y a pesar de la dificultad introducida, volvemos a encontrar esencialmente dos procedimientos análogos a los realizados en el mismo, salvo en un caso que comienza a contar del primer bisiesto (1812) y tienen en cuenta (para restarlo) que 1900 no lo es.

Sólo algunos alumnos que en la búsqueda del día de su nacimiento realizaron un conteo exhaustivo, modificaron su estrategia usando esta vez el concepto de congruencia.

Conclusiones

Del análisis de todos los registros (de los que sólo hemos dado 4 ejemplos) surge que, si bien los alumnos la mayoría de las veces resolvieron las actividades aprovechando los recursos propuestos, en otras, sirvieron de disparadores para la utilización y discusión de estrategias distintas a las propuestas, incluyendo algunas de índole netamente geométrica.

La modalidad de taller dio lugar a que los estudiantes consensuaran distintos procedimientos, apareciendo algunos muy creativos y permitiendo el intercambio y adecuación no sólo de conocimientos sino también de la propia experiencia.

Cristina Ferraris
Virginia Montoro
Departamento de Matemática
Centro Regional Universitario
Bariloche
Universidad Nacional
del Comahue
Argentina

La modalidad de taller dio lugar a que los estudiantes consensuaran distintos procedimientos, apareciendo algunos muy creativos y permitiendo el intercambio y adecuación no sólo de conocimientos sino también de la propia experiencia. Asimismo este intercambio mostró la necesidad de manejar un lenguaje adecuado o códigos própios de la Matemática, dándole significado a procedimientos del método matemático.

Durante la realización de los talleres se puso en evidencia que la teoría de números es realmente un tema muy rico en posibilidades para introducir a los estudiantes en la metodología de trabajo matemático.

Bibliografía

ASIMOV, I (1973): *Cien preguntas básicas sobre la ciencia*, Ediciones Tiempo, Madrid.

FERRARIS, C. y V. MONTORO, (1997): *Los Primos de Fermat y otros parientes Aritméticos. (Taller)*, Cuaderno Universitario, n.° 26. Editor responsable: Secretaría de Investigación y Extensión del Centro Regional Universitario Bariloche, (Universidad Nacional del Comahue, Argentina).

GARDNER, M. (1973): *Carnaval Matemático*, Alianza Editorial, Madrid

GENTILE, E. (1985): *Aritmética Elemental*, Monografía, n.° 25, OEA, Washington.

GENTILE, E. (1984): *Notas de álgebra I*, Eudeba, Buenos Aires.

GENTILE, E. (1985): *Inducción y Combinatoria*, Universidad Nacional de Entre Ríos.

GENTILE, E. (1991): *Aritmética Elemental, en la Formación Matemática*, Olimpiada Matemática Argentina, Buenos Aires.

PISA, L. de (Fibonacci) (1973): *El Libro de los Números cuadrados*, Eudeba, Buenos Aires.

SCHOENFELD, A. H. (1985): *La Enseñanza de la Matemática a debate*, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid

TAHAN M. (1978): *El Hombre que Calculaba*, Club de Lectores de Puerto Rico.