

**SUMA<sup>23</sup>**

noviembre 1996, pp. 33-38

## **La medida del tiempo a través del tiempo**

**Luis Balbuena Castellano  
Dolores de la Coba García  
Luis M. Cutillas Fernández**

**IDEAS  
Y  
RECURSOS**

**L**o que vamos a relatar es una experiencia didáctica llevada a cabo en el Instituto de Bachillerato Viera y Clavijo de La Laguna (Tenerife) durante los cursos 1994/95 y 1995/96. En ella hemos participado, además de nosotros tres, profesores del Seminario de Matemáticas, ocho alumnos que cursaban por entonces 3.º de BUP y cuyos nombres son: Yurena Álvarez Pérez, Nayra Ferrera Noda, David Ignacio Gaspar Pérez, Silvia González Galván, Susana González López, Nayra Dácil Herrera Martín, Enrique Fernando Pérez Estévez y Francisco J. Vaquero Perea.

Hemos de confesar que, cuando iniciamos el trabajo, no sospechábamos que el trayecto educativo que íbamos a seguir iba a ser tan amplio y profundo como ha resultado al final. Tuvimos que tomar decisiones restrictivas para limitar y centrar el trabajo, pues permanentemente surgían sugerentes vías de exploración que nos atraían y que debíamos de relegar por el momento para poder concluir lo que nos habíamos propuesto.

Aunque las conclusiones suelen expresarse al final, creemos importante en este momento transmitir a quienes puedan interesarse por este tipo de experiencias que la valoración global del proyecto, ya concluido, es altamente positiva tanto por los aspectos educativos que hemos desarrollado, como por la repercusión que el esfuerzo realizado ha tenido en el desarrollo de una formación más integral de nuestros alumnos, incluyendo a aquellos que no han participado directamente en el proyecto.

Es una experiencia llevada a cabo por alumnos y profesores del IB Viera y Clavijo de La Laguna consistente en el diseño y construcción de un reloj de sol de tipo analemático.

### **Surge la idea**

Como en todas estas experiencias, hay un punto de partida. En este caso la idea era bien sencilla: construir un

reloj de sol en algún rincón del instituto que permitiera, por una parte, dotar al centro de un educativo elemento decorativo y, por otro lado, realizar los estudios necesarios para poderlo construir.

Se planteó en una reunión del seminario y se acordó desarrollarla con un grupo de alumnos. Todos teníamos alguna intuición sobre cómo debía de hacerse, pero lo cierto es que ninguno había estudiado el tema en profundidad. Nos pareció, por tanto, que el primer paso que había que dar tenía que ser el dotarnos de una bibliografía que nos acercara al tema antes de tomar ninguna otra decisión. Este acopio de bibliografía se inició con una visita al Instituto Astrofísico de Canarias en el que el catedrático D. Teodoro Roca nos suministró una amplia e interesante reseña y fotocopias de varios artículos. Este material se distribuyó a los componentes del equipo en junio de 1994. Por tanto, tuvimos aquel verano para conocer más a fondo algo de lo que, como se ha dicho, sólo teníamos intuiciones e ideas vagas.

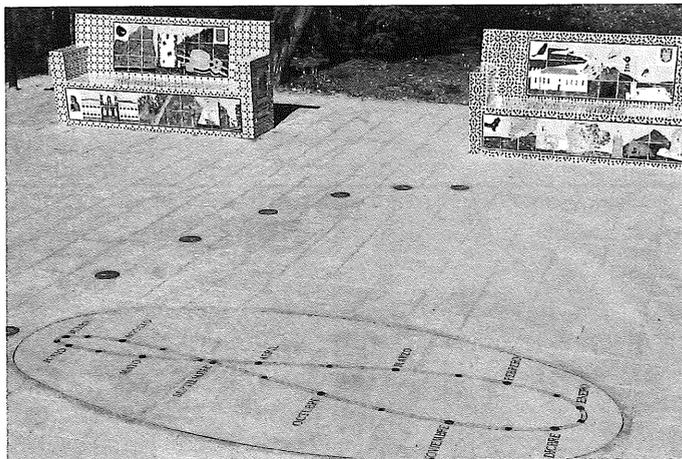
La lectura de aquellos artículos y otros libros sobre el tema que fuimos adquiriendo nos fue abriendo las puertas de algo tan familiar como es el tiempo y su medida a lo largo de la historia. En esa etapa inicial, los alumnos del equipo manifestaron también su desorientación y el trabajo que les costaba dominar los conceptos que allí aparecían.

Una vez concluido el trabajo en equipo, y con la perspectiva que nos da la visión global del proceso, vemos con claridad que el trabajo que desarrollamos tuvo dos etapas claramente diferenciadas:

- a) De estudio.
- b) De diseño y construcción del reloj propuesto.

La primera etapa nos condujo a la conclusión de que el modelo de reloj de sol que mejor se ajustaba a nuestros intereses es el llamado de tipo «analemático».

*La primera etapa  
nos condujo  
a la conclusión  
de que el modelo  
de reloj de sol que  
mejor se ajustaba  
a nuestros  
intereses  
es el llamado  
de tipo  
«analemático».*



El reloj con su analema y marcas horarias  
(Foto: L. Balbuena)

Más adelante explicaremos en qué consiste y cómo diseñamos la placita que hicimos, con el correspondiente permiso y apoyo del consejo escolar del centro.

Nuestra fascinación ante el tema en el que íbamos penetrando era tal que vimos necesario llevar nuestros trabajos a algún tipo de material que permitiera transmitir a los demás, aunque fuera de forma resumida, pero clara, lo que para nosotros había sido un auténtico descubrimiento. Ese deseo justificó la realización de los carteles que forman parte de una exposición que empezó a itinerar por otros centros de Canarias una vez que fue visitada por todos los alumnos del «Viera». Pero además de los carteles, se exponen relojes que son explicados en ellos. En algunos casos (reloj de sol de Tutmosis III, 1.500 años A.C. o el reloj *cañón*) se han reproducido, otros se han conseguido en comercios o por préstamos de familiares, amigos, compañeros, etc.

## Objetivos

Para los amantes de estos interesantes aspectos, vamos a exponer ahora los objetivos que creemos más destacables y que pueden ser tenidos en cuenta y ampliados por cuantos se decidan a llevar adelante una experiencia como la nuestra o alguna parecida. Siguiendo la nomenclatura al uso, tenemos objetivos:

- a) Conceptuales:
  - Conocer más profundamente la variable *tiempo*.
  - Investigar la medida del tiempo a lo largo de la historia.
  - Averiguar las limitaciones que tienen los distintos modos de medir el tiempo.
  - Aplicar, a una actividad no estrictamente curricular, conceptos estudiados en los desarrollos de las asignaturas.
  - Proporcionar otras formas y métodos de estudiar y aprender nuevos conceptos.
  - Aprender un método de investigación que puede ser aplicado al estudio y profundización de otras cuestiones del entorno.

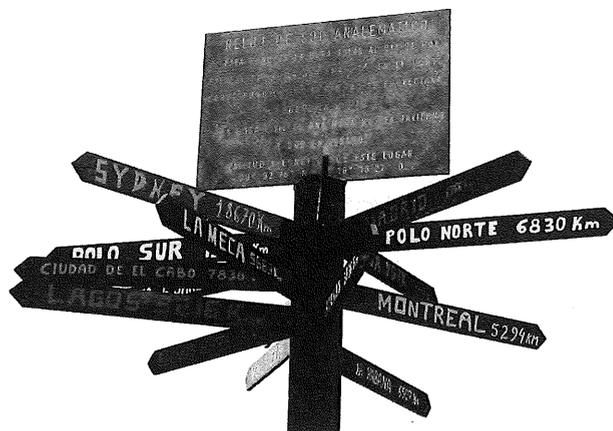
- Ampliar la cultura científica y tecnológica más allá de lo aprendido estrictamente en las aulas.
- Mostrar cómo detrás de algo tan cotidiano y aparentemente simple, como es la hora, existe una larga historia de conquistas intelectuales que llenan y marcan muchas etapas.

b) Procedimentales:

- Aprender a planificar y a distribuir el trabajo entre los miembros de un equipo.
- Utilizar los elementos informáticos para mejorar los trabajos de grafismos, acumulación de información y obtención de resultados.
- Aprender a exponer estudios realizados, a confrontar opiniones y a expresar y resolver las dudas surgidas.
- Acometer la resolución de problemas utilizando métodos no enseñados en libros.
- Aprender a buscar bibliografía, a obtener lo que sea útil para los objetivos propuestos y a almacenar y organizar con sentido crítico las diversas informaciones.

c) Actitudinales:

- Tomar conciencia de la importancia de la responsabilidad individual cuando se trabaja en equipo.
- Captar la importancia de la formación científica para comprender lo que nos rodea.
- Obtener una visión del dinamismo de la ciencia y de la cultura a través de los tiempos.
- Fomentar la curiosidad científica.
- Aprender a apreciar la necesidad del rigor y la honradez intelectual cuando se realiza una investigación.
- Aprender a apreciar los componentes estéticos y la necesidad de tenerlos en cuenta a la hora de realizar la tarea encomendada.
- Fomentar la creatividad.
- Valorar la utilidad de la ciencia en la vida cotidiana.
- Valorar en su medida todo el legado histórico y científico que se resume en una mirada a nuestro reloj de pulsera.



Poste de direcciones  
(Foto: L. Balbuena)

*También prestamos atención a la Luna como «medidor» de tiempo y cómo ha habido culturas que le han sido, y aún algunas siguen siendo, fieles a nuestro satélite.*

## Contenidos

En este apartado haremos un esquema de los contenidos que fuimos aprendiendo a lo largo de la etapa de estudio. Quien esté interesado en ampliar datos sobre ellos puede acudir a la bibliografía que se expone o, si es algo más específico entrar en contacto con nosotros que procuraremos atenderle.

Tras el lógico trabajo de recopilar información y datos, al final pudimos ordenar las ideas y organizar lo aprendido de la siguiente forma:

a) Los primeros pasos dados por la humanidad y por las primeras culturas para medir y controlar el tiempo. En esas épocas lo que más preocupaba –por la utilidad que tenía para ellos– era la elaboración de calendarios que les permitiesen saber cuándo debían de realizar las labores agrícolas. En ese sentido, probablemente, el firmamento constituyó el primer laboratorio científico de la humanidad.

En este capítulo, hicimos un estudio de los dos calendarios que han regido en occidente: el juliano y el gregoriano. También prestamos atención a la Luna como «medidor» de tiempo y cómo ha habido culturas que le han sido, y aún algunas siguen siendo, fieles a nuestro satélite.

b) Tras definir el reloj como cualquier máquina o artificio que sirve para medir el tiempo, fuimos estudiando los diversos tipos utilizados a lo largo de la historia.

- Reloj de sol de Tutmosis III (año 1500 A.C. aprox.).
- Clepsidras.
- Reloj de arena.
- Reloj de vela.
- Reloj de aceite.
- Reloj de fuego.
- Reloj de especies

Otros modelos de reloj de sol:

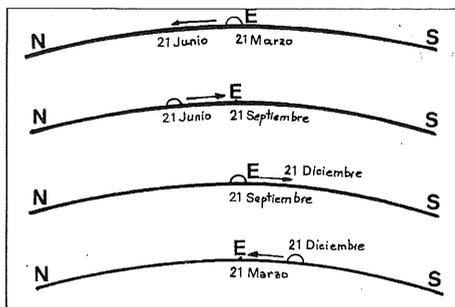
- Reloj de cañón.
- Reloj de pastor.
- Reloj benedictino.
- Reloj ecuatorial.
- Reloj analemático.

c) Aparición del reloj mecánico y la larga carrera para ir perfeccionando y haciendo cada vez más pequeños aquellos aparatos que figuraron en las torres de las iglesias y ayuntamientos. En este apartado está la historia del péndulo, la solución de Huygens, el problema de la medida de la longitud, imprescindible para conseguir desarrollar y dar seguridad a los viajes transoceánicos, etc. Y así, ir avanzando hasta llegar a los relojes que hoy manejamos de manera habitual.

## Reloj de sol analemático

Vamos a dedicar la última parte a explicar cómo se construye el reloj de sol que adoptamos hacer y cómo lo construimos.

A medida que el Sol, en su movimiento aparente, va desplazándose sobre la esfera celeste, si observamos la sombra de un gnomon estratégicamente colocado podemos saber exactamente en qué momento del día nos encontramos. Y decimos estratégicamente colocados porque el Sol, a causa de la inclinación del eje de la Tierra, no sigue siempre el mismo camino. En realidad, el Sol sale sólo dos veces al año justo por el Este y se oculta justo por el Oeste; son los días que se corresponden con los equinoccios, mientras que durante la primavera y el verano va desde el Noreste hasta el Noroeste y en otoño e invierno va desde el Sureste al Suroeste, alcanzando las trayectorias extremas en los solsticios.



Movimiento aparente del Sol al amanecer

Por todo ello a la misma hora pero en diferentes días la sombra no sólo será de distinto tamaño, sino que además tendrá distintas orientaciones.

*Este modelo es el que nos parece más interesante desde el punto de vista de la exactitud. Pero también desde el punto de vista didáctico porque su construcción requiere la aplicación de cuestiones matemáticas que el alumno ha estudiado.*

Sin embargo, conviene saber que siempre en el momento del mediodía solar, la sombra se orienta justo al Norte. Esto ocurre todos los días y es un dato de mucho interés. Se trata del momento en el que el Sol está en el punto más alto de su trayectoria aparente.

Una vez constatado este hecho, en principio, caben tres soluciones para construir un reloj de sol:

1. Señalar en el suelo cada hora para cada día del año.
2. Inclinar el gnomon en la misma medida que esté inclinado el ecuador celeste respecto a nuestro horizonte (el ángulo definido por la latitud geográfica) y obtendremos el modelo más conocido.
3. La solución analemática en la cual el gnomon –que puede ser el propio observador– tendrá que colocarse en distintos lugares en función de la fecha.

Este modelo es el que nos parece más interesante desde el punto de vista de la exactitud. Pero también desde el punto de vista didáctico porque su construcción requiere la aplicación de cuestiones matemáticas que el alumno ha estudiado. Aparte de eso, la presencia del analema en su trazado obligará al curioso a interesarse por averiguar su utilidad y mecanismo de construcción.

Pero ¿qué es la analema?

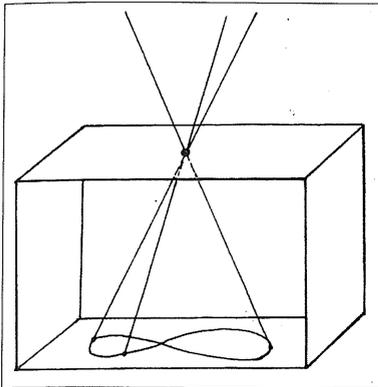
El siguiente procedimiento casero sirve para realizar una analema.

Se construye una caja, preferiblemente de madera. En el centro de la cara superior se abre un agujero de 3 o 4 mm de diámetro. Interesa que esa cara sea de un material fino (chapilla, cartón piedra, plástico, etc.) para que permita que un rayo de Sol pase limpiamente a través del agujero.

Una cara lateral se deja sin tapa a fin de ver el punto de luz reflejado en el fondo de la caja, en el que se ha fijado una cartulina blanca. Con la ayuda de una brújula, todos los días a las doce, hora solar, se orienta la caja siempre de la misma forma y se marca con un lápiz

la situación del punto de luz, datándose el mismo.

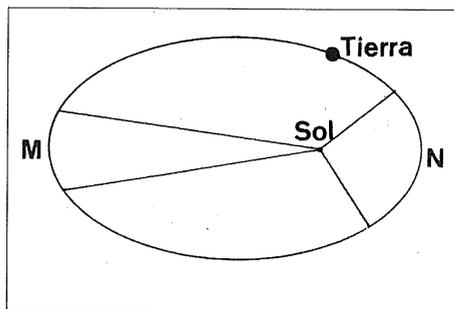
El movimiento del Sol, hace que ese punto luminoso se desplace cada día. Al mes empieza a notarse ya la formación de una curva que una vez completado el ciclo es similar a un ocho panzudo.



Procedimiento artesanal para construir la analema

No obstante si el procedimiento anterior resulta complicado, por lo lento que es, se puede construir matemáticamente la analema.

Pero, previamente, debemos ser conscientes de que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol, como es sabido no es circular sino elíptica. Como, por otra parte, la ley (debida a Kepler) que indica que las áreas M y N, barridas por dos radios que marcan tiempos iguales también son iguales, entonces la velocidad de la Tierra a lo largo del arco de la elipse N será superior a la velocidad con la que recorre el arco en M.



Segunda Ley de Kepler

*Una vez decidido el modelo que queríamos, procedimos a diseñar lo que ya es una realidad: una plaza de ciento veinte metros cuadrados en cuyo centro situamos el reloj...*

Por esta razón, el mediodía solar raramente coincide con el mediodía de un reloj mecánico.

Las diferencias anuales entre el mediodía solar verdadero y el mediodía solar medio se representan en una curva, denominada Ecuación del Tiempo.

Esta ecuación se suele dar en tablas referidas a cada lugar en función de su latitud y de la fecha.

Análogamente, con la Declinación del Sol.

Con ambas tablas, podremos calcular las coordenadas de cada punto de la analema gracias a las ecuaciones:

$$X=A \cdot \text{sen}(\text{Ecuación del Tiempo})$$

$$Y=A \cdot \text{cos}(\text{Latitud}) \cdot \text{tag}(\text{Declinación})$$

(Tanto la Ecuación del Tiempo como la Declinación pueden ser consultadas -conseguidas- en cualquier observatorio meteorológico).

Antes de terminar esta sección, creemos conveniente clarificar algunos detalles:

- a) La hora que marcan nuestros relojes no coincide con la hora solar. La hora oficial se rige por el meridiano central del huso horario correspondiente. Es decir, la hora tanto en la parte más a la izquierda del huso como en la parte más a la derecha, coincide con la correspondiente al meridiano central del huso. Cuando se hace un reloj de sol hay que tener presente este detalle por si fuera necesario realizar una corrección en las marcas horarias.
- b) No debe olvidarse tampoco que nuestros relojes llevan una hora de adelanto en invierno y dos durante el verano. Esta adaptación podría contemplarse también en los relojes de sol. En general no se hace. Quizás sea porque la hora solar es la natural, la de siempre, y lo otro son arreglos que ha hecho el hombre en función de sus intereses.

Hemos informatizado todo el proceso de tal forma que si alguien quiere construir un reloj de sol analemático sólo tiene que comunicárnoslo.

## La plaza del reloj

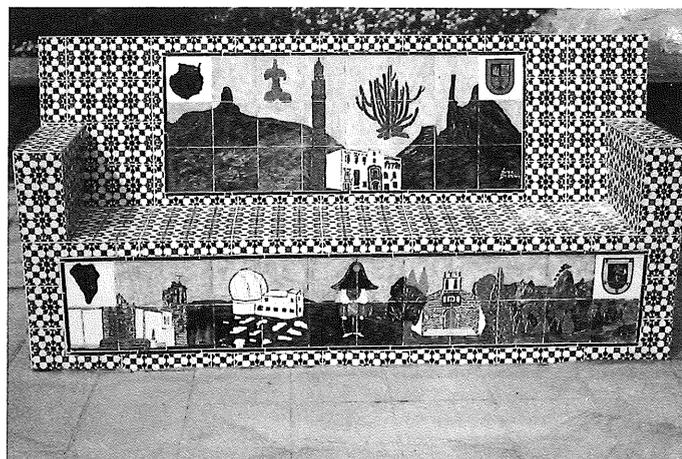
Una vez decidido el modelo que queríamos, procedimos a diseñar lo que ya es una realidad: una plaza de ciento veinte metros cuadrados en cuyo centro situamos el reloj y adornada con bancos de mampostería recubiertos de azulejos. En uno de los rincones hay un poste de direcciones. Se señalan las direcciones y las distancias de dieciséis puntos del planeta (Polo Norte, Polo Sur, Madrid, Buenos Aires, La Habana, La Meca, Atenas,...). Encima del poste, una placa de bronce le indica al visitante qué debe hacer para saber la hora: se colocará sobre la analema en

el día que corresponda a la fecha. Su sombra se proyectará sobre la elipse horaria. Se le recuerda que la hora solar corresponde a una hora menos que la civil en otoño-invierno y dos horas menos en primavera-verano.

Cada uno de los bancos está decorado con dos murales a todo color. Fueron dibujados en tamaño 1:1 por los alumnos participantes y pasados luego a cerámica por Cristina Siverio, una ceramista de La Laguna.

## Bibliografía

- WANGH, A. (1973): *Sundials*, Dover.  
 STRAHLER, A. N. (1982): *Geografía Física*, Omega.  
 HUTCHINSON, B. (1986): *Guía de relojes antiguos*, Grijalbo.  
 MONTAÑÉS, L. (1986): *Relojes*, Cipsa.  
 DERRY, T. K. y T. I. WILLIAMS (1986): *Historia de la tecnología, vol-1*, Siglo XXI.  
 LÓPEZ PIÑERO, J. M. (1986): *La ciencia en la historia hispánica*, Salvat.  
 SOLER GAYÁ, R. (1989): *Diseño y construcción de relojes de sol*, Colegio Ingenieros Baleares.  
 DOMÉNECH ROMÁ, J. (1990): *Cartas solares, teoría de sombras y soleamiento*, Llorens Libros.  
 DOMÉNECH ROMÁ, J. (1991): *Trazado y construcción de relojes de sol* Aguaclara.



Banco de Gran Canaria y La Palma  
(Foto: L. Balbuena)

**Luis Balbuena**  
**Dolores de la Caba**  
**Luis M. Cutillas**  
 IB Viera y Clavijo  
 La Laguna  
 Sociedad Canaria de  
 Profesores de Matemáticas  
 Isaac Newton

- EMBACHER, F. (1992): *Relojes de sol*, Progenisa.  
 ARRIBAS, A. y V. RIVIÉRE (1993): *Taller de Astronomía*, Sirius.  
 Enciclopedia "Espasa Calpe".  
 Artículos de revistas.

**T A B L E**  
*Des matieres de la*  
**G E O M E T R I E.**  
*Liure Premier.*

**DES PROBLEMES QU'ON PEUT**  
 construire sans y employer que des cercles &  
 des lignes droites.

<b>C</b> OMMENT le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.	297
Comment se fait Geometriquement la Multiplication, la Division, & l'extraction de la racine quarrée.	298
Comment on peut viser de chiffres en Geometrie.	299
Comment il faut venir aux Equations qui seruent a résoudre les problemes.	300
Quels sont les problemes plans; Et comment ils se résoluent.	302
Exemple tiré de Pappus.	304
Reponse a la question de Pappus.	307
Comment on doit poser les termes pour venir a l'Equation en cet exēple.	310
K k k	Com

Índice de *La Géometrie* de Descartes