Algunos apuntes sobre un enfoque socio-cultural En la enseñanza de las matemáticas

A few notes on a sociocultural approach in teaching mathematics_

César Saénz de Castro

Las teorías socioculturales en educación matemática surgen precisamente del énfasis en una concepción del conocimiento matemático como proceso social y cultural

De acuerdo con Planas (2010), las teorías socioculturales en educación matemática surgen precisamente del énfasis en una concepción del conocimiento matemático como proceso social y cultural. Históricamente estas teorías han ido acompañadas del auge del constructivismo social (Ernest, 1998) por delante de los posicionamientos más psicológicos y cognitivos donde el conocimiento matemático es sobre todo visto como un producto mental e individual. Aunque todas las teorías socioculturales comparten la visión sobre la construcción social del conocimiento matemático, hay diferencias significativas dentro de ellas. Es, por ejemplo, de gran relevancia la corriente de educación matemática crítica liderada por Ole Skovsmose (de Skovsmose, 1994, a Alrø, Ravn y Valero, 2010), basada en la teoría crítica de Habermas (1981). También destaca la corriente etnomatemática liderada por Ubiratan D'Ambrosio (de D'Ambrosio, 1985, a Hoyles, 2010), con una perspectiva histórico-antropológica basada en el trabajo de campo etnográfico y en el estudio de la cultura matemática de grupos específicos. Un tercer enfoque es la denominada corriente discursiva en educación matemática, que a su vez da lugar a otros enfoques como el interaccionista, liderado por autores como Cobb (1994) y Krummheuer (2007). Todavía un cuarto enfoque, de entre muchos otros, es el asociado a la educación matemática realista con Hans Freudhental como fundador y obras de la envergadura del Revisiting Mathematics Education (Freudhental, 1991).

La variedad y proliferación de teorías en educación matemática (de corte cognitivo, semiótico, antropológico, socio-cultural, etc.), puede interpretarse como un requerimiento intrínseco al proceso de desarrollo de esta área de conocimiento. Este desarrollo no se contradice con la coexistencia de aspectos divergentes sobre qué son las matemáticas, qué se requiere para el aprendizaje, cómo se optimiza la enseñanza, etc. En el presente artículo, vamos a reflexionar sobre estos aspectos desde la perspectiva socio-cultural y, más en concreto, desde la educación matemática crítica liderada por Skovsmose.

¿Por qué hay que saber matemáticas?

El desarrollo científico y tecnológico ha contribuido de modo decisivo a la transformación de los modos de vida, la economía, el ejercicio del poder y la experiencia personal. Este hecho, reconocido universalmente, ha ido induciendo a la sociedad a la reflexión y el debate sobre las relaciones de la ciencia y la tecnología con la cultura, la ciudadanía y el poder político. Gerald Holton (1998), profesor e investigador en física e historia de la ciencia de la Universidad de Harvard, llama la atención sobre la tipología de los intelectuales no pertenecientes al campo científico y las consecuencias que su distanciamiento de la ciencia pueden traer en el futuro. Y, aunque reconoce que siempre ha existido un desfase entre los grandes descubrimientos y su más amplia difusión, a su modo de ver el incremento en el grado de abstracción y en el ritmo de la ciencia actual hacen el esfuerzo educativo a todas luces insuficiente; el desfase se ha convertido en discontinuidad, en ocasiones alimentada por movimientos contraculturales, entre los que se pueden englobar ciertas posturas muy propias del relativismo posmodernista. En la actualidad son muy pocos los intelectuales que pueden actuar como mediadores entre sociedad y ciencia. «Restaurar la ciencia en el contacto recíproco con los intereses de la mayoría de las personas —poner la ciencia en órbita alrededor de nosotros en vez de dejarla escapar de nuestra tradición intelectual— es el desafío a que deben enfrentarse ahora los científicos y todos los demás intelectuales», señala Holton (1998). Desde la otra orilla, el crítico e historiador de la literatura Lionel Trilling, en la conferencia titulada «La mente en el mundo moderno» ya daba testimonio de este problema:

> *Esta exclusión de la mayoría de nosotros del modo de pensamiento [científico] que es el logro característico de la Edad Moderna está abocada a ser experimentada como una herida producida en nuestra autoestima intelectual. Todos estamos de acuerdo en permanecer en silencio ante esta humillación, pero ¿podemos dudar de que tiene sus consecuencias, de que introdujo en la vida de la mente un elemento de duda y alienación que se debe tener en cuenta en cualquier estimación que se haga sobre la suerte de las mentes presentes?* (Trilling ápud Holton, 1998)

La desconexión entre los dos mundos no ha hecho más que ir aumentando con el tiempo y, si nos circunscribimos al campo de las matemáticas, podríamos decir que en las sociedades del siglo XXI hay dos tipos de analfabetos: los que no saben matemáticas y los que solo saben matemáticas.

Según Edgar Morin (1997), la inteligencia que fracciona los problemas y unidimensiona lo multidimensional atrofia las posibilidades de comprensión y reflexión y elimina las posibilidades de un juicio correctivo o una visión a largo plazo. El debilitamiento de la percepción global erosiona el sentido de la responsabilidad y la solidaridad, ya que cada uno se hace responsable solo de la pequeña fracción sobre la que actúa, sin conciencia de los vínculos con la sociedad y sus ciudadanos. Desde este punto de vista, el saber parcelado priva al ciudadano del derecho al conocimiento. La competencia técnica está reservada a los expertos, que se ocupan de saberes especializados, pero despojan al ciudadano de un punto de vista global. Cuanto más se tecnifica la política, menos democrático es su ejercicio. Pero el saber especializado también priva al científico de una visión global de los problemas que le permita asumir la responsabilidad por el uso que se pueda hacer de sus conocimientos.

En un artículo titulado «Son las matemáticas, estúpido», publicado en *El País* (13/11/2012), Luis Garicano, catedrático de Economía y Estrategia de la *London School of Economics*. actual dirigente del partido político *Ciudadanos* y responsable de su política educativa y científica, defendía que la economía del conocimiento exige una educación sustentada en tres fundamentos: un nivel avanzado en matemática y estadística, una capacidad elevada para escribir un argumento y un nivel alto de inglés. Como se ve, la educación se pliega a la economía, a la adquisición de estrictas competencias técnicas, sin referencia a otros valores o saberes. El mismo día, en el mismo diario, El Roto se planteaba en su viñeta: «¿De qué sirve aprender matemáticas si luego todo son irregularidades?». La viñeta sobre el inglés la dejamos a la libre ocurrencia de alguno de nuestros jóvenes emigrantes en Alemania, Brasil, México o China.

La prensa escrita y las distintas cadenas de televisión españolas se hacían eco el 8 de octubre de 2013 del estudio de la OCDE que se conoce como el «Informe PISA para Adultos». Incidían en que los resultados sobre los conocimientos de las personas que tienen entre 16 y 65 años eran muy malos, aún peores que los de los estudiantes españoles de 15 años que son los sujetos de evaluación en el conocido PISA trianual. En el PISA para adultos, España aparecía como el último país, de una lista de 23, en comprensión matemática y el penúltimo, solo por delante de Italia, en comprensión lectora. Los comentarios pertinentes e impertinentes sobre culpas, planes de estudio y pasados gloriosos fueron numerosos e indiscriminados, pero el caso es que la competencia matemática de nuestros adultos era inferior a la de sus coetáneos europeos, todavía en mayor grado que lo era la de los vilipendiados alumnos de ESO comparada con la de chicos de su misma edad de otras nacionalidades..

A nuestro juicio, la insistencia de los medios de difusión en la importancia de las matemáticas, en unos tiempos en que las certezas económicas y sociales se tambalean, refleja una cierta visión de lo que la matemática es para mucha gente: una ciencia misteriosa (al alcance de unos pocos) que, además de aportar un discurso racional, también sirve para esgrimir argumentos de autoridad, y no solo referentes a cuestiones económicas o sociales, sino incluso cuando se trata de temas tan pasionales como los futbolísticos. Cuando la liga se acerca a su final, los teóricos del asunto (hinchas y periodistas deportivos) suelen emitir juicios «matemáticos», ora «el Barça aún no ha ganado la liga matemáticamente», ora «el Celta aún no está matemáticamente en segunda». Para ello, se basan en el cálculo de combinaciones que realizan contemplando los enfrentamientos pendientes entre los equipos en liza y sus posibles resultados. La emisión de dichos juicios no deja de ser una muestra del prestigio del que gozan las matemáticas también en estos campos.

Sin lugar a dudas el poder simbólico es un componente importante de la matemática, ya que, al presentarse tan legitimada y al mismo tiempo tan impenetrable para los no iniciados, llega hasta el extremo de hacerle asumir al dominado la legitimidad de su sometimiento. En este sentido se argumenta hasta el hartazgo que la competencia democrática, en una sociedad tan desarrollada tecnológicamente como la nuestra, es algo muy complejo incluso para gestionar los asuntos que van a regir el día a día de nuestra existencia y, en consecuencia, solo podría ser ejercida con eficacia por un grupo muy reducido de personas bien preparadas. Obnubilado a la sombra de ese saber inalcanzable, todo aquel que ignore el lenguaje y los métodos matemáticos mediante los que suelen expresarse los procesos sociales permanece desarmado, sin respuesta, en ocasiones debe aceptar su mala suerte, en tranquila espera hasta que la sapiencia de quien decidió por él dé sus frutos, aunque entre tanto tenga que padecer una cotidianidad insoportable.

Es por eso que coincidimos con Tedesco (2010) cuando afirma que, en el marco de la sociedad de la información, estamos obligados a introducir mucha más información científica en el comportamiento ciudadano y mucha más responsabilidad ética en la formación de los científicos. Esta fragmentación social, que incide en la desigualdad, tiene también su expresión en el plano cognitivo. El concepto de «fractura cognitiva» alude a la posibilidad de una segmentación en el plano de las posibilidades de comprender el mundo que agudice aún más la exclusión que se produce en el plano social y económico. Comprender el mundo actual para poder tomar de forma consciente y reflexiva las decisiones que nos definan como sujetos implica estar científicamente alfabetizado y ser matemáticamente competente. Desde este punto de vista, el conocimiento y la visión científico-matemática son condición necesaria para un desempeño ciudadano reflexivo y consciente. Decimos condición necesaria, pero no suficiente, ya que en las decisiones acerca del futuro de la sociedad entran en juego opciones éticas que superan la potencialidad del saber matemático. Y hoy, más que nunca, es necesario apoyar los valores éticos sobre bases de información y conocimientos que hagan posible la vigencia real de dichos valores. En las sociedades tradicionales, donde la cultura era fundamentalmente oral, el comportamiento de las personas se definía por la tradición, la religión o la confianza en la comunidad. En las sociedades modernas, en cambio, la reflexión está en la base de la evolución del sistema, de tal manera que las prácticas sociales son examinadas constantemente y reformadas a la luz de nueva información sobre esas mismas prácticas. Así, se altera su carácter constituyente. Pero, a diferencia de los factores que actúan en la sociedad tradicional, ni la información ni el conocimiento nos brindan seguridades y certezas. Bajo las condiciones de la modernidad ningún conocimiento lo es en el antiguo sentido del término, cuando «saber» era tener certeza de algo; y esto tanto se puede aplicar a las ciencias de la naturaleza como a las sociales.

Defender la importancia de la formación científico-matemática para el desarrollo de la democracia no significa mantener que para ser un buen demócrata haya que saber mucha física. Simplemente se trata de asumir que la racionalidad y el antidogmatismo —consustanciales al pensamiento científico matemático— están en la propia base del proyecto democrático. No es casual que en la antigua Grecia la democracia y la ciencia —aunque entonces se llamase «filosofía»— nacieran y crecieran a la vez, potenciándose mutuamente. Sustraerse al poder hipnótico de los mitos para buscar las respuestas —y las preguntas— en la propia naturaleza fue el primer paso hacia la libertad, que empieza necesariamente con la libertad de pensamiento. Tampoco es casual que la iluminadora llama de la Ilustración prendiera la mecha de la Revolución francesa y que se ligara a esa marca el comienzo de la Edad Contemporánea ni que Marx y Engels vieran en la construcción de un socialismo que llamaron «científico» la única forma de superar las contradicciones de las propuestas revolucionarias idealistas.

En la actualidad las matemáticas y las ciencias gozan de un gran prestigio, y nadie duda de su enorme poder transformador. Además, las encuestas dicen que los científicos ocupan los primeros lugares en la escala de credibilidad —y, dicho sea de paso, los políticos los últimos—. No es poco, pero no basta; también los militares ocupan a veces lugares destacados en estas clasificaciones. La ciencia, al igual que la honradez, tiene que ser algo más que un referente prestigioso: ha de convertirse en una vocación comunitaria, en una aventura colectiva y, del mismo modo que se le exige a la democracia, también tiene que ser participativa, por lo cual deberá hacerse más accesible, más atractiva. Conseguirlo no es solo responsabilidad de los docentes, sino también de los científicos; todos debemos ser, en alguna medida y en el mejor sentido de la palabra, divulgadores. Solo la cultura nos hace libres, y sin ciencia no hay verdadera cultura. Y esto ya lo decía Leonardo da Vinci, poco sospechoso de parcialidad cientificista.

En nuestras sociedades todavía se observa una barrera demasiado rígida entre las ciencias y las humanidades. En este sentido, ya es tópico referirse a la conferencia de Charles P. Snow en Cambridge («Rede Lecture», mayo de 1959) en la que expuso que el sistema educativo y la vida social se caracterizan por una división entre las dos culturas que ya viene de lejos: las artes y las humanidades por un lado y las ciencias por el otro. La conferencia «Rede» se publica como libro en el mismo año 1959 y suscita un amplio debate, por lo que, teniendo en cuenta lo hablado y escrito en los cuatro años siguientes, Snow publica en 1963 *The Two Cultures: A Second Look*. En él llama la atención sobre la línea divisoria que separa los dos mundos —ciencias, letras—, que incluso atraviesa las distinguidas mesas de los comedores de las encantadoras facultades de Cambridge. Los científicos y los humanistas no hablan entre sí porque no pueden comunicarse; pertenecen a dos culturas separadas y tan solo algunas sonrisas congeladas cruzan en ocasiones la frontera.

En el párrafo final de su reflexión de 1963, Snow (100) reconoce que los cambios en la educación no van a producir milagros, pero que «con algo de suerte podremos educar a una parte importante de nuestras mejores mentes para que no ignoren las experiencias imaginativas, tanto en artes como en ciencias, ni los logros de la ciencia aplicada, ni el sufrimiento remediable de muchos de sus congéneres humanos ni las responsabilidades que, una vez han salido a la luz, no se pueden negar».

La permeabilización de la frontera entre ambos mundos nos parece una tarea urgente. El humanista debe comprender lo que significa la ciencia en nuestra sociedad altamente tecnologizada, y el científico debe aceptar de una vez que no es el poseedor exclusivo de la creatividad y el ingenio. Pero esta integración de culturas, para conseguir ciudadanos ilustrados y críticos del siglo XXI, se debe ir sembrando paso a paso, desde las primeras etapas educativas, y no solo centrándose en las mejores mentes. Como apuntaba Snow, esto ha de ser así, a no ser que nos conformemos con producir simples espectadores del crecimiento tecnológico, incapaces de remediar el sufrimiento propio y ajeno e incluso de identificar sus causas, y sin ningún interés, por desconocimiento, en gozar con todo el abanico de posibilidades que las distintas artes les ofrecen. En esa permeabilización las matemáticas pueden jugar un papel integrador y, en consecuencia, su enseñanza debería ser un asunto de interés para ambos campos culturales, empezando por investigar la manera de llevarla a cabo. La matemática debe ser algo más que una materia de la cual los estudiantes deben tragarse pedazos prefabricados. Debe ampliarse esa perspectiva, y el contenido de la educación habría que concebirlo de tal forma que facilitase la comprensión del papel histórico, social y cada vez más global de las matemáticas en nuestras vidas.

Analfabetismo matemático

El desconocimiento de la más elemental mátemática para desenvolverse en sociedad con cierta soltura y entendimiento, no suele ser motivo de verguenza propia ni de escándalo ajeno. Se puede escribir en la prensa, incluso sobre economía, u ocupar un cargo político de responsabilidad y descontrolar el discurso si las cifras andan de por medio. El asunto aún se complica más si se entrecruzan los porcentajes o el razonamiento probabilístico, y así, según la inspiración del redactor de turno, la estimación de que el 90% de los tumores malignos de pulmón están causados por el tabaco, puede transformarse tranquilamente en que el 90% de los fumadores va a padecer cáncer de pulmón.

Un error frecuente en las informaciones es incluir datos desnudos que no significan nada si no se comparan con otros; por ejemplo, si se informa de que el 68% de los conductores involucrados en accidentes son hombres, es necesario dar el porcentaje de conductores de sexo masculino porque sin ese dato la noticia no dice nada. Este tipo de sesgo en la información contribuye a generar miedo infundado al terrorismo, a los accidentes de aviación y a otros acontecimientos matemáticamente improbables.

Una buena parte de las confusiones numéricas proviene de nuestra dificultad para manejar cifras muy grandes. Por ejemplo, la gente no tiene asimilada la diferencia entre millones y billones. Para tomar conciencia de los órdenes de magnitud, piénsese que un millón de segundos son 11,5 días, y un billón, 32 000 años. En ocasiones se habla de que se van a gastar veinte millones de euros en una investigación y la gente piensa que es mucho dinero, pero no dice nada si se han gastado miles de millones en una guerra. Así que, si no se tiene una percepción de las magnitudes relativas de estos números, es fácil manipular algunas emociones para fomentar ciertas creencias. Otra evidencia de la dificultad de comprender cifras grandes se da al ponderar el número de asistentes a una manifestación, y en la dinámica hiperinflacionista, de acuerdo con los intereses de quien informe, se habla alegremente de millones de asistentes, sin pararse a pensar en que alcanzar, por ejemplo, *solo* 300 000 tiene mucho mérito. Hagamos la prueba de visualizar ese número. Si metemos a todas esas personas en autobuses, a razón de 60 en cada uno, llenarían alrededor de 5 000. Y a 12 metros por vehículo, pegados unos a otros, formarían una hilera de 60 kilómetros que llegaría de Madrid a Guadalajara o desde A Coruña hasta Compostela. ¿Es pequeña una manifestación con 300 000 participantes?

El cerebro humano no está diseñado para imaginar números demasiado grandes ni tampoco espacios u objetos de dimensiones gigantescas (o liliputienses) porque nuestros antepasados nunca tuvieron que preocuparse de cosas así. Les bastaba con poder contar a los miembros del propio clan o del enemigo, pero no tuvieron que enfrentarse nunca al tamaño del universo o el número inabarcable de estrellas. De modo que el único atajo que tenemos para enfrentarnos a conceptos semejantes es el uso de analogías que nos permitan establecer formas de visualizar las cosas de un modo diferente a la experiencia habitual.

Y así, para hacernos una idea de la estructura de un átomo, recurrimos a imaginárnoslo del tamaño de un estadio deportivo. Los electrones se encuentran en la parte alta de las gradas; se ven tan pequeños como la cabeza de un alfiler. El núcleo del átomo está en el centro del campo y tiene el tamaño aproximado de un guisante; el átomo, pues, está casi vacío. Y frente a la catástrofe que significan los incendios forestales de cientos de hectáreas, se suele decir que una hectárea es lo que mide un campo de fútbol, lo que vale para hacer una estimación, pero por defecto. Por ejemplo, el Camp Nou y el Bernabéu miden, respectivamente, 7 704 y 7 350 metros cuadrados, y las dimensiones máximas recomendadas en las competiciones internacionales son de 75 × 110, esto es, de 8 250 metros cuadrados. Por tanto, en un incendio de 1 000 hectáreas habría que pensar en alrededor de 1 300 campos.

Una de las dificultades principales de las matemáticas radica en el carácter anti-intuitivo de su muchas de sus ideas, por ejemplo, las probabilísticas. Las investigaciones de los psicólogos Daniel Kahneman y Amos Tversky (1982) —el primero de ellos premio Nobel de Economía en 2001— ofrecen un buen acopio de datos sobre cómo ciertas decisiones o juicios subjetivos difieren a menudo de las teorías aceptadas. Algunos resultados no parecen nada intuitivos y, de hecho, los mencionados autores comprobaron cómo hasta algún experto en probabilidad aplica incorrectamente razonamientos heurísticos a situaciones que debiera controlar sin problema. Sobre elecciones, anclajes, sesgos, excesos de confianza y estimaciones desacertadas a la hora de tomar decisiones cuando el razonamiento probabilístico se cruza en nuestras vidas existe abundante documentación. A título de ejemplo, el libro de Daniel Kahneman *Pensar rápido, pensar despacio* (2012) nos da bastantes pistas para discernir entre cuándo debemos confiar en nuestras intuiciones y cuándo no.

Lo cierto es que las paradojas —o, más bien, los resultados que molestan a la intuición— en probabilidad vienen de antiguo: desde el *problema de los sombreros* propuesto por Pierre de Montmort (1678-1719) hasta el que expone Edouard Bertrand en 1889, en su libro *Calcul des probabilités*. Este último problema es conocido hoy como *las urnas de Bertrand:* hay tres cajas iguales, pero con distintos contenidos. La primera contiene dos monedas de oro, la segunda dos de plata y la tercera una de oro y otra de plata. El jugador escoge una caja y extrae una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que la que quedó en la caja sea del mismo metal? Según cómo se *razone,* los 2/3 a priori se pueden convertir en solo 1/2, al añadir la información sobre el material de la moneda extraída. Esta aparente paradoja es utilizada por los trileros, sin aparente formación probabilística, para inclinar al cándido jugador hacia la elección menos favorable. Una variación sobre el mismo problema, muy extendida y sobre la que existe gran cantidad de páginas web, es la que se conoce en el mundo anglosajón como *problema de Monty Hall.* En su novela *Operación Dulce* (2012), Ian McEwan hace referencia a él. La protagonista, matemática de formación, le explica el problema a un novelista, que cree haberlo entendido a la perfección, lo utiliza en un experimento narrativo y deja constancia de no haber entendido absolutamente nada; y la matemática desiste de hacérselo comprender…

Pero quizá la referencia más chocante para el no instruido, por sentirla más próxima, sea el *problema del cumpleaños,* que todos los que hemos enseñado probabilidad utilizamos como tratamiento de choque antiintuitivo: ¡Qué raro, dos personas están de cumpleaños el mismo día! ¿Realmente es tan raro este acontecimiento? Veamos:

Si la primera persona que escogemos nació el 1 de enero, entonces la segunda pudo haber nacido cualquiera de los otros 364 días sin coincidir con la primera, la tercera cualquiera de los 363 restantes, sin coincidir ni con la primera ni con la segunda, la cuarta cualquiera de los otros 362, sin coincidir con la primera, la segunda y la tercera, y así sucesivamente.

Entonces el número de posibilidades de nacer en días distintos (suponiendo que la primera persona haya nacido el 1 de enero) será de 364 · 363 · 362 ·… Pero pudo haber nacido cualquier día del año, por lo que la posibilidad de nacer en días distintos será de 365 · 364 · 363 · 362 ·…

Por otra parte, si incluimos las coincidencias, el número total de casos posibles es: 365 · 365 · 365 · 365... Por lo tanto, la probabilidad de haber nacido todos los componentes del grupo en días distintos es de:

$$\frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot \ldots}{365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot \ldots}$$

Y la contraria, la de coincidir por lo menos dos en un día, es de:

$$1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot \ldots}{365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot 365 \cdot \ldots}$$

Si el grupo es de 23 personas, la probabilidad anterior es de 0,50729723, con lo cual, a partir de ese número, es más probable la coincidencia que la no coincidencia: Para 30 personas supera el 70%, y para 70, el 99%.

Los valores de las matemáticas

En el año 1977, Ubiratan D'Ambrosio, en una presentación ante la American Association for the Advancement of Science, introdujo el término «etnomatemática» para expresar que las matemáticas están culturalmente embebidas en la sociedad y que tienen sus raíces en las realizaciones continuas de las actividades cotidianas de sus miembros: contar, ubicar, designar, manejar y explicar. La etnomatemática, al estudiar las relaciones entre matemáticas y cultura, subraya cómo culturas diferentes incorporan ideas matemáticas diferentes y explica cómo la gente las desarrolla buscando contestaciones a preguntas básicas:

— ¿Cuántos individuos hay en un grupo (seres humanos, animales, objetos...)?

— ¿Cuánto tiempo tienes?, ¿cuánto tiempo ha pasado o pasará?

— ¿Dónde me encuentro, en qué dirección?

— ¿Hasta dónde llega o alcanza?

— ¿Cuánto espacio ocupa?, ¿cuánto mide?

Para D'Ambrosio (1985), en la enseñanza de las matemáticas se sigue un camino equivocado: «Los profesores y el público en general no suelen decir que las matemáticas y la cultura están conectadas. Y, cuando ponen de manifiesto una conexión, suelen implicar a sus alumnos en actividades multiculturales como una curiosidad. Estas actividades se suelen referir al pasado de una cultura y a culturas muy alejadas de la de los chicos en la clase. Esto ocurre porque puede que los profesores no entiendan cómo la cultura se relaciona con los niños y su aprendizaje». En el mismo sentido, Bishop (1999) afirma que «no se trata de enseñar las matemáticas a través de las culturas como, por ejemplo, enseñar a operar con números romanos o a trabajar la aritmética maya. Relacionar las matemáticas con la cultura es relacionarla con las pautas culturales de la gente».

Este enfoque, que resalta el anclaje cultural de las matemáticas, es el que nos lleva a preguntarnos si algunos de sus valores intrínsecos ayudan a la gente a entender el sentido de la vida y del mundo, dotándola de herramientas que la aproximen a una mejor comprensión humana. Se construye partiendo del sistema de valores propio de cada cultura —sin considerar que unos sean superiores a otros—, y en el proceso de matematización los valores iniciales se transforman, se universalizan. También es cierto que la vida social no es algo al margen de la superestructura ideológica y, por tanto, de los mandatos del mercado. Y, en consecuencia, el gran poder difusor y encantador de las grandes corporaciones dirigidas al consumo infantil uniformiza las mentes hasta extremos hace poco impensables: las antenas parabólicas florecen en cualquier reducto de la África más remota, y los dinosaurios, coches y aviones parlantes o el último engendro de la factoría Disney se convierten en referencias con muchas más posibilidades constructivas que cualquier juego ancestral. El imaginario de los niños de hoy está cada vez más homogeneizado, y la mayor parte de los intentos de recuperación de lo popular, de lo genuino, suele quedarse en simple interpretación museística. Pero, aun así, la relación con el entorno —incluso contaminado de *antivalores*— debe considerarse para desarrollar una aproximación didáctica encaminada a hacer converger los intereses de los ciudadanos en formación con la cultura, en el sentido más amplio, resaltando la universalidad de los valores que subyacen en la matemática.

Fueron muchos y muy sabios los que a través de la historia trataron de dar una respuesta a la pregunta «¿qué es la matemática?». Entre las respuestas más conocidas está la de Bertrand Russell (1987 [1918]):

> *Las matemáticas puras constan exclusivamente de aserciones en el sentido de que si tal y tal proposición es verdadera con respecto a cualquier cosa, entonces tal y tal proposición distinta es verdadera con respecto a esa cosa. Resulta esencial no discutir si la primera proposición es realmente cierta, y no mencionar qué es esa cosa cualquiera de la que se supone que es verdad. (...) Escogemos entonces cualquier hipótesis que nos parezca divertida y deducimos sus consecuencias. Si nuestra hipótesis trata de cualquier cosa, y no de una o más cosas particulares, entonces nuestras deducciones constituyen las matemáticas. Por consiguiente, estas últimas pueden definirse como la disciplina en la que nunca sabemos de qué estamos hablando ni si lo que estamos diciendo es verdad.*

Para algunos, la matemática es surrealista, para otros poco comprometedora, y para Russell, quizá, una manera de anticiparse a la *esplendorosa certeza* perdida —después de los resultados de Gödel-, que en un principio creía haberla encontrado en la fundamentación de las matemáticas.

El premio Nobel de Física Murray Gell-Mann (1995:126) opta por una definición muy globalizadora:

> *Otra manera de enfocar el asunto consiste en considerar la matemática aplicada como el estudio de todas aquellas estructuras que se dan en las teorías científicas, mientras que la matemática pura cubre no sólo estas, sino todas aquellas que podrían haberse dado (o podrían darse en el futuro). La matemática se convierte así en el estudio riguroso de mundos hipotéticos. Desde este punto de vista, la matemática es una clase de ciencia, la ciencia de lo que es y de lo que podría haber sido.*

Reuben Hersh, licenciado en literatura por Harvard antes de estudiar matemáticas en el Courant Institute of Mathematical Sciences, autor de numerosos artículos sobre ecuaciones en derivadas parciales, probabilidad y ecuaciones de operadores lineales y que ha dedicado gran parte de su vida a la divulgación —ha publicado artículos en *Scientific American* y *The Mathematical Intelligencer*—, es conocido más que nada por sus escritos sobre la naturaleza, la práctica y el impacto social de las matemáticas. Herst (1997) a la hora de contestar a la pregunta «¿qué es la matemática?», a diferencia de Russell y Gell-Mann, trasciende el mundo intrínseco de las matemáticas al concebirlas como un fenómeno sociocultural:

> *No es nada físico ni mental, es social. Es parte de la cultura, es parte de la historia. Es como la justicia, como la religión, como el dinero, como todas esas cosas que son muy reales, pero solo como parte de la conciencia colectiva humana. Esto es la matemática..., existe o es real solo como parte de la cultura humana. A pesar de su aparente intemporalidad e infalibilidad, es un fenómeno sociocultural e histórico.*

En un mundo donde los medios ocultan los fines y la ciencia ya no es la búsqueda desinteresada del saber, sino que está dirigida hacia fines mercantilistas e ideológicos para dominar, controlar y ganar, se hace necesario humanizar la actividad científica, acercándola a las personas para que, además de ampliar sus horizontes de goce, adquieran capacidad de entendimiento y, por tanto, de crítica. Y la matemática en este proceso, como fenómeno cultural y social, no puede arrogarse la pretensión de neutralidad porque, junto a otras disciplinas, está indefectiblemente vinculada a la mejora de las condiciones de vida de los ciudadanos.

Sobre los numerosos aspectos del quehacer matemático que debieran involucrarnos como miembros responsables de una sociedad global, existen abundantes declaraciones de instituciones y las más diversas aportaciones de matemáticos (véanse las *Ethical Guidelines* de la American Mathematical Society en la web *www.ams.org/secreta ry/ethics.html* o una entrevista con Hersh sobre qué es un número, en *www.edge.org/3rd_culture/hersh/hersh_p1.html*). En ellas resaltan determinados principios éticos que consideran consustanciales a la actividad matemática, entre ellos el sometimiento a la realidad, el espíritu crítico, la aceptación de la verdad y la belleza, la integridad profesional, la modestia intelectual en la búsqueda del conocimiento, el interés por ayudar a solucionar los problemas más graves de la sociedad, el sentido de libertad, comunidad y cooperación con otros y el respeto a la dignidad humana y la capacidad matemática dondequiera que se encuentre, sin atender a raza, género, pertenencia étnica, edad, orientación religiosa o política, etc.

Con relación al ámbito educativo, en algunos países se han realizado propuestas de diálogo entre ciencia y ética. Se han editado materiales para aprender matemáticas en niveles de secundaria tomando como marco de referencia las responsabilidades sociales que esta ciencia asume en cada contexto (por ejemplo, véase la web de la Fundación Nuffield: *www.nuffieldfoundation.org/nuffield-citizenship*). Durante las dos últimas décadas han sido numerosos los esfuerzos dirigidos a identificar el conjunto de valores asociados al conocimiento matemático y su enseñanza. Como sugerencia proponemos la categorización de Bishop (1999), que distingue tres componentes culturales: sentimental, ideológico y sociológico. Vinculados a estos componentes, identifica seis valores agrupados en tres binomios: racionalismo-empirismo, control-progreso y apertura-misterio.

El *racionalismo* hace referencia a la argumentación, el razonamiento, el análisis lógico y los procesos de justificación y demostración; es el valor que mejor resume el poder y la autoridad de las matemáticas, ya que una persona solo se comporta racionalmente si podemos encontrar una explicación lógica a su conducta. El *empirismo* se relaciona con los procesos de objetividad, concreción y aplicación de las ideas matemáticas, la modelización mediante diagramas y la recogida y procesamiento de datos experimentales; las ideas se tratan como si fuesen objetos. En este sentido, se dice de los matemáticos que tienen la mente *cuadriculada.* Este valor servirá de base para atomizar el conocimiento y, por tanto, para comprender de forma intuitiva el razonamiento axiomático.

El *control* tiene relación con la potencialidad inherente al conocimiento matemático para el uso de reglas, procedimientos y criterios establecidos, para el análisis de hechos y predicciones. La matemática es el instrumento con el que en un principio se controlaban los fenómenos naturales y, desde hace ya un tiempo, también los sociales. El conocimiento matemático, por tanto, provoca en quien lo posee un sentimiento de control y seguridad («si lo dicen las matemáticas...»), aunque ese mismo control despierta la sensación de que es posible comprender más. Se establece de este modo el valor *progreso,* en el que se encuentran los sentimientos de crecimiento, desarrollo y cambio. El progreso se relaciona con el desarrollo de ideas matemáticas, de la libertad individual y la creatividad («seguramente esto se resuelve con matemáticas»). Los dos valores, control y progreso, son necesarios porque la ciudadanía debe hacer frente a la complejidad e incertidumbre consustanciales a estos tiempos, frente a las tareas rutinarias y repetitivas (producción en serie) propias de tiempos pasados, aunque muchas de ellas se sigan dando en la actualidad.

La *apertura* no es más que la democratización del conocimiento al tratar de acercar las pruebas y demostraciones a individuos concretos. Se admite que las proposiciones e ideas matemáticas están abiertas a cualquier persona, se comparten, son susceptibles de comprobación y, más allá de su uso en ciertas expresiones del lenguaje cotidiano («cada dos por tres», «por esa regla de tres», «dos y dos son cuatro»), incluso se pueden utilizar con fundamento. El valor *misterio* se refiere a la percepción que muchas personas tienen de las matemáticas («no son lo mío»). Para quien está distanciado de ellas, pocas asignaturas parecen más opacas y generan mayor sensación de ignorancia que las matemáticas. Sin embargo, socialmente, las explicaciones aportadas por la ciencia y las matemáticas han desplazado a las basadas en fuerzas sobrenaturales, el esoterismo o las leyendas; dos tipos de misterio entran en conflicto. En lo referente a las matemáticas, el misterio se desvela poco a poco ante la fascinación por las ideas y el sometimiento a la realidad, en una búsqueda incesante de la *verdad*. El otro tipo de misterio parte de la verdad postulada, incontrastable y solo adaptada cuando ya se muestra grotesca ante la evidencia de los avances del conocimiento científico, a veces con siglos de retraso.

En definitiva, si concebimos las matemáticas solo como lenguaje simbólico o como una técnica muy útil, únicamente comprenderemos una pequeña parte de ellas, quizá la menos relevante para la educación y nuestro futuro como especie. Desde esta perspectiva, la matemática, más allá del estatus epistemológico que se le quiera dar, también es portadora, y al mismo tiempo producto, de unos valores determinados que, dejémoslo claro, de ninguna manera agotan todas las posibilidades del conocimiento humano.

Aunque los antedichos valores no suelen ser objeto de análisis en la difusión del pensamiento matemático, desempeñan un papel central en la ciencia por ser inherentes al proceso de comprensión y acomodación al mundo natural que constituye el entorno de nuestra vida. No tiene sentido, en conclusión, concebir la ciencia como algo al margen de una evaluación social ni de los principios éticos asumidos. Al contrario, se impone incluir en el ámbito de la filosofía de la ciencia y la matemática no solo una axiología enfocada hacia los valores epistémicos y metodológicos, sino también hacia los valores sociales, éticos, estéticos e incluso, por qué no decirlo, ecológicos de la ciencia. Esta axiología debe estudiar la ciencia tal como se produce, tanto a escala individual como grupal, y tanto desde el punto de vista institucional como desde el de la sociedad civil. En este cometido deben colaborar, por supuesto, filósofos, historiadores y sociólogos de la ciencia, pero también expertos en la incidencia de la tecnociencia en la sociedad y, cómo no, los científicos y los matemáticos.

Matematización, desmatematización y poder

¿Por qué las matemáticas tienen tanto poder? Ya hemos apuntado anteriormente que el pensamiento matemático tiene toda la potencia del razonamiento hipotético, que no es poco poder: la posibilidad de prever algunas consecuencias a partir de diferentes hipótesis antes de que se ejecuten las acciones correspondientes. Y aunque nadie deba temer por las consecuencias inmediatas del razonamiento matemático, sin embargo, este puede conducir, al aplicarlo, a una práctica irreflexiva y alienante en el sentido de lo que Keitel, Kotzmann y Skovsmose (1993) denominaron «sistema de conocimientos implícitos»:

> *En la mayoría de los casos no tenemos conciencia de las circunstancias bajo las cuales un modelo matemático específico se ha procesado ni de las intenciones que están detrás de su construcción. Los orígenes sociales y la historia de muchas matematizaciones han quedado enterrados. La tecnología, incluyendo la tecnología social, funciona como una caja negra y el usuario ya no necesita reflexionar sobre la matemática constitutiva de esta. La sustitución de procesos de abstracción por cajas negras produce la matemática implícita; dicho de otro modo, las*

matemáticas implícitas son, en principio, matemáticas explícitas que sufren un proceso de cristalización o congelación para incorporarse en objetos de todo tipo (matemáticos y no matemáticos, materiales y no materiales).

Esta confrontación entre lo explícito y lo implícito en las matemáticas genera un proceso de transformación continuo en el que se observa una curiosa paradoja: el potencial del pensamiento matemático es inocuo (los cambios hipotéticos, sostenidos en base a computaciones y abstracciones matemáticas, no resultan amenazadores para el mundo físico), pero al materializarse en forma de tecnología pierde su inocencia. El uso de *matemática congelada* en forma de tecnología puede condicionar y restringir el margen de soluciones imaginables de un determinado problema.

Para enfatizar esta materialización de las matemáticas en forma de tecnología, los ya citados Keitel, Kotzmann y Skovsmose introducen el término «abstracción realizada». El pensamiento matemático se materializa, se convierte en una parte de nuestra realidad, y la mayoría de las veces no preguntamos por sus orígenes ni sus características, no hay necesidad de hacerlo. Afirman que nuestro sistema de tiempo-espacio-dinero es un ejemplo típico de la naturaleza implícita del proceso de abstracción que le sirve de base.

El concepto de «abstracción realizada» nos desvela que la matematización de nuestro mundo es solo una de las caras de la moneda. La existencia de matemáticas materializadas, como si fuesen cajas negras, reduce la importancia de las habilidades y destrezas matemáticas para la vida profesional y social del individuo e incluso las convierte en superfluas. Entonces tiene lugar un proceso de desmatematización que afecta en gran medida al valor que se atribuye a los diferentes tipos de conocimientos y habilidades. Quien utiliza la tecnología solo necesita, en primer lugar, tener confianza en esa caja negra con la que trabaja y, en segundo lugar, saber cuándo y cómo utilizarla, independientemente de la finalidad que persiga.

Pero las matemáticas no solo desempeñan un papel fundamental en el planteamiento tecnológico y la toma de decisiones, también influyen, aparentemente ocultas, en la estructuración social, encapsuladas en argumentos políticos y múltiples rutinas administrativas. Por lo tanto, para conseguir una ciudadanía informada de verdad habría que dotarla de la capacidad de *excavar* en las *matemáticas congeladas,* ya que la desmatematización vendría a ser un aspecto más de la alienación y una amenaza *in crescendo* a la que, como al iceberg, de momento apenas se le ve la punta. En consecuencia, hay que romper el hielo utilizando las herramientas apropiadas para que una efectiva *descongelación* ponga a disposición del *homo sapiens* elementos críticos indispensables para marcar el mejor rumbo de su proceso evolutivo.

Skovsmose (2006) identifica dos grupos sociales bien diferenciados y antagónicos en lo que respecta a su relación con las matemáticas. De un lado están los constructores, que desarrollan y mantienen el aparato de la razón, elaborando tecnologías con base matemática. Del otro, los consumidores de estas tecnologías, sobre los que el grupo anterior ejerce poder y que son sometidos al indescifrable ruido de una multitud de ofertas, anuncios, informes y estudios repletos de números, esquemas y tablas. Eso sí, los consumidores pueden «votar, recibir servicios, cumplir obligaciones, ser habitantes», pero en la confrontación con los *constructores* difícilmente pueden emitir juicios mínimamente críticos sobre decisiones que, de hecho, se basan en complejos modelos matemáticos considerados por el ciudadano cuestión de expertos en los que debe depositar su confianza, sin saber muy bien qué mecanismo *democrático* legitima tal delegación.

La distancia entre los conocimientos matemáticos de los dos grupos, que amenaza la condición democrática, se va incrementando día a día. Estamos ante una auténtica *brecha matemática,* de la que no se habla tanto como de la brecha digital pese a entrañar peligros semejantes. Además, los *constructores* no se limitan a preparar los conocimientos técnicos para la resolución de los problemas (que los distintos poderes nos presentan como los únicos interesantes para el desarrollo de una sociedad), sino que, desprendidos de cualquier legitimación democrática, tienen incluso la capacidad de definir los propios problemas (los que *merecen la pena*), así como de seleccionar las nuevas preguntas. En esta deriva la ciudadanía permanece cada vez más al margen de la formación de opiniones fundamentadas y la toma de decisiones políticas cruciales para su vida. Se limita a confiar su suerte a los designios de los llamados *expertos técnicos.*

Uno de los problemas esenciales que enfrenta la democracia en la sociedad altamente tecnológica es el desarrollo de un pensamiento crítico a la altura del actual desarrollo social y tecnológico. Si la interpretación del concepto de democracia no está restringida al procedimiento de la elección de un cuerpo de diputados, sino que incluye también la participación y elementos de democracia directa, el estatus de los *constructores* parece discutible. El concepto de ciudadanía debe contemplar la posibilidad de *responder a las autoridades*. Por tanto, las decisiones tomadas mediante modelos matemáticos tienen que ser asequibles para los *consumidores* desmatematizados, y para eso se necesita un horizonte más amplio de interpretación y comprensión del conocimiento matemático, más allá del consumo pasivo de ofertas, anuncios e informes. Tampoco es suficiente una competencia técnica muy especializada para el análisis y la previsión de las consecuencias de las matematizaciones. Lo que se precisa es capacidad de reflexión, ya que la competencia en sí no lo es todo; por ejemplo, se puede tener competencia experta para construir o para conducir un coche, pero ninguna de las dos destrezas es suficiente para evaluar las consecuencias sociales, económicas y ecológicas de la producción de automóviles y de la organización del transporte en torno a ellos.

La noción de matematización marca un proceso en el que algo se vuelve más matemático de lo que había sido anteriormente. Existe una antigua tradición didáctica de utilizar una descripción sencilla de una actividad cotidiana o profesional como representación paradigmática de una clase de problemas similares, con la finalidad de introducir un método matemático para resolverlos. Estos problemas no contienen información redundante, no faltan datos en ellos, la respuesta es definida y los resultados del cálculo son un fin en sí mismo para el que no se busca ninguna otra aplicación posterior. En este contexto, el término «matematización» queda restringido a la conversión por parte de los alumnos de textos casi realistas en ecuaciones, algoritmos, etc. Pero el objeto del proceso de matematización no debe ser tan simple como en el caso del problema modelo, sino que también puede llevarse a cabo a partir de una descripción más auténtica de una situación compleja.

Si atendemos a procesos sociales de matematización y desmatematización, los aspectos epistemológicos e ideológicos que están en el fondo de cada discusión curricular emergen a la superficie. De pronto, aquellos conceptos de la matemática escolar enfocados hacia la matematización de actividades cotidianas o profesionales, supuestamente auténticas, están afectados por una crítica aguda. El principio didáctico de la matematización, entendida como una versión simplificada de las matemáticas aplicadas, no logra captar el hecho de que el *mundo* de los estudiantes ya está repleto de construcciones y procesos de base matemática. La matemática es un recurso para la generación de nuevas realidades, no solo mediante la preparación de descripciones de situaciones supuestamente reales, sino también mediante la colonización, penetración y transformación de la realidad, ya que los modelos matemáticos desplazan a la realidad misma que originariamente intentaron explicar. En consecuencia, cualquier discusión didáctica sobre matematización debería tomar en consideración los procesos sociales para los cuales han sido desarrollados, implementados y aprobados los modelos, que permanecen de nuevo ocultos al usuario final.

Skovsmose y Valero (2008) reflexionan sobre los principios de una educación matemática crítica, es decir, sobre los elementos sustantivos de una enseñanza de las matemáticas que tome en consideración los procesos de matematización y desmatematización en relación con el poder. A continuación, resumimos uno de los aspectos de su reflexión.

La dimensión política en la Educación Matemática Crítica (EMC)

En los estudios sobre la enseñanza de las matemáticas se ha dado prioridad a los aspectos de la cognición y comprensión centrados en el individuo, al margen del entorno político social en que se desenvuelve el individuo y la enseñanza. Sin embargo, en los últimos tiempos se ha incrementado el interés hacia lo político, abordándose temas como la equidad y la justicia social, y proponiéndose marcos teóricos que tratan de explicar la influencia sobre la educación matemática de las desiguales relaciones de poder en la sociedad. Los trabajos de Bishop, D'Ambrosio y Skovsmose, a los que ya hemos hecho referencia anteriormente, son pioneros en esta línea.

Si abordamos la educación matemática desde un enfoque político tendríamos, por un lado, la necesidad de caracterizar qué se entendería por competencia democrática en un individuo autodeterminado y, por el otro, convertir el discurso de la política educativa en la realización de una práctica docente acorde con unos principios determinados.

Vithal (2003) se pregunta sobre la posibilidad de la existencia de la propia relación de la educación matemática con la democracia:

> *¿Puede la educación matemática, como parte de la educación general, proporcionar una introducción y preparación para la vida democrática, enseñando a los estudiantes valores democráticos básicos como igualdad, tolerancia, derechos humanos, etc? ¿Puede un enfoque democrático implicar una preocupación por la distribución del conocimiento matemático y las posibilidades educacionales? ¿Proporciona el sistema educativo matemático, dentro del sistema de educación general, las mismas oportunidades a todos los miembros de esa sociedad? ¿Puede la democracia en educación matemática referirse a la vida de una escuela o una clase, esto es, aprender valores democráticos participando en la vida democrática de un aula de matemáticas? ¿Puede la democracia en la educación matemática tener algo que ver con preguntas de la asignatura de contenido matemático?*

Skovsmose y Valero (2008), para abordar la antedicha relación, proponen tres tesis, a saber: *resonancia intrínseca, disonancia y relación crítica*. La primera tesis hace referencia al poder intrínseco de las matemáticas y su enseñanza, a la capacidad que tienen, por su propia naturaleza, de proporcionar al individuo elementos de crítica durante el propio proceso educativo, sin necesidad de tratar aspectos sociales o políticos (neutralidad de las matemáticas). Los conceptos y procesos de pensamiento adquiridos serán después fácilmente transferidos a otros ámbitos de la vida, capacitando así al alumno para su plena y eficaz incorporación a la sociedad. De este modo, se le otorga a la matemática un papel de *apoderadora* por sí misma. En este sentido, hay que recordar la extendida creencia de que estudiar matemáticas mejora el razonamiento lógico-formal y la capacidad de resolución de problemas, y que esta mejora se transfiere a otras situaciones, sean o no matemáticas.

Esta visión requiere alguna puntualización. En primer lugar, la atribución de poder a las matemáticas, como una característica intrínseca a tal conocimiento, genera un discurso platónico sobre la naturaleza de la disciplina: se elevan a la categoría de agente social que existe independientemente de los seres humanos que las crean y las utilizan —nada que objetar para quien tenga una concepción platónica de las matemáticas—. En segundo lugar, aceptar que las matemáticas de por sí encarnan un poder constructivo que se transfiere a quienes logran adquirir competencia en ellas es solo una cara de la realidad: la del optimismo tecnológico. La historia, no obstante, muestra que catástrofes y riesgos —cambio climático, por ejemplo— y la generación de desigualdades y exclusión están asociados muchas veces con el avance tecnológico, científico y matemático y con la manera de diseñar la enseñanza en estas áreas, al margen, por ejemplo, del contexto educativo o el social.

La tesis de la disonancia aborda la otra cara de la realidad, el lado oculto de la visión positiva de su poder, y defiende una idea de las matemáticas asociadas a decisiones y estructuras de riesgo para la humanidad. Hace referencia al papel de las matemáticas y su enseñanza en los procesos de colonización y de transferencia ideológica, al imponer unas determinadas visiones en detrimento de otras —la occidental en detrimento de las culturas autóctonas— o determinados enfoques ideológicos —el régimen del *apartheid* sudafricano se valió de formas de la enseñanza de las matemáticas para mantener la segregación racial e inculcó a las poblaciones negras la idea de su inferioridad con respecto a los blancos también en esta disciplina—. En estas situaciones la matemática actúa como generadora de exclusión, estratificación y segregación. Funciona como un filtro para el ascenso social mediante una serie de prácticas excluyentes, como pueden ser la separación por niveles o materias en un mismo curso, la oposición entre las matemáticas académicas y las matemáticas de la vida cotidiana —o que responden a problemas más próximos a la realidad del alumnado—, el lenguaje del aula —que muchas veces supone una barrera para el alumnado—, la *pedagogía industrial* —con la secuencia libro-profesor-alumno-examen—, cuestiones de género o etnicidad, la escasa participación del alumnado en el proceso educativo, etc.

Skovsmose y Valero defienden una tercera tesis: la relación crítica de la educación matemática con la democracia. Según este enfoque, las matemáticas pueden asociarse con actos constructivos o destructivos de poder. Todo depende de cómo los actores sociales que participan en la red de prácticas educativas se posicionen al construir sus significados. La educación matemática *per se* no contribuirá al desarrollo y fortalecimiento de la democracia si no tiene en cuenta factores tales como: quién está implicado en ella, a qué propósitos sirve y qué objetivos persigue, dónde y cuándo tienen lugar y por qué. A partir del análisis de la educación matemática en el aula, en la escuela, en los sistemas educativos nacionales y dentro de la nueva sociedad global, se replantea la investigación en educación matemática: sus propósitos, las razones de la elección del marco teórico, la conexión con la transformación social, etc.

Podemos mencionar varios aspectos que justifican la elección de esta tercera tesis. En primer lugar, están los derivados de la dialéctica ciudadano-poder que se dan en una sociedad altamente matematizada, con sus procesos de desmatematización a los que ya hemos hecho referencia. En segundo lugar, está la posibilidad de hacer frente a las paradojas que, siguiendo a los autores citados, caracterizan a la sociedad de la información: la *paradoja de la inclusión*, según la cual, si bien aparece una preocupación manifiesta por la inclusión, ciertos sectores sociales están siendo excluidos, y la *paradoja de la ciudadanía*, que evidencia cómo los procesos educativos preparan en principio para el ejercicio de la ciudadanía activa, pero siempre en el marco del orden social establecido. Se trata de superar el marco de la Educación Matemática Realista, iniciada por Freudenthal hace más de treinta años. Aunque cuestiona la enseñanza tradicional y pone el énfasis en el trabajo de modelización en el aula de matemáticas, resulta insuficiente, pues no toma en consideración los procesos sociales a través de los cuales los modelos matemáticos han sido desarrollados, implementados, aprobados y ocultados nuevamente al usuario final. Resulta oportuno recordar que el enfoque realista inspira la noción de competencia matemática, precisamente la que se pretende evaluar en el programa PISA de la OCDE[1]: el propio sistema requiere ciudadanos que sepan hacer uso de las matemáticas en la vida cotidiana, pero siempre sin salirse de los parámetros del sistema —lo que no deja de ser una manifestación de la paradoja de la ciudadanía—. En tercer lugar, la investigación matemática que opta por un enfoque crítico no puede plantearse exclusivamente desde una perspectiva cognitiva, sino que ha de tener en cuenta aspectos socio-políticos del proceso educativo, lo que desde el punto de vista metodológico implica, por ejemplo, no investigar exclusivamente con clases arquetípicas, o tomar como referencia solamente a los alumnos activos. Se trata de abrir el foco de investigación, aun

[1] Es significativo que de las cuestiones mundiales de educación se encargue la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) y no la UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura). ¿Por qué será?

generando un mayor grado de incertidumbre en todo el proceso, por cuanto la educación matemática desde esta perspectiva puede significar muchas cosas, e incluso algunas de ellas aparentemente contradictorias.

Se puede argüir que se corre el peligro de marginar a los alumnos que participan de una propuesta de este tipo, por no ser capaces de superar la evaluación que el propio sistema impone —en el que el alumno realiza exámenes que van marcando su paso a través de los cursos—. Sin embargo, el enfoque crítico no va en menoscabo de la formación *clásica* de los alumnos. Se trata de conseguir desarrollar el conocimiento matemático clásico con visión crítica y contextualizarlo en su dimensión histórica, social y política. De esta manera, el alumno no solo adquiere las matemáticas que el sistema le pide, sino que puede utilizar ese conocimiento clásico en su proceso de autodeterminación. Se le da al estudiante la posibilidad de participar en discusiones políticas y se le dota de la competencia para investigar decisiones con argumentos formulados matemáticamente.

Como ejemplo de esta idea, de que la EMC no descuida el aprendizaje matemático en favor de la reflexión política, sino que insiste en el conocimiento profundo de las matemáticas como elemento esencial de su propuesta crítica, incluimos una actividad tal como se presenta en un libro de texto tradicional de matemáticas y cómo se presenta en forma de material didáctico de una propuesta crítica :

Libro tradicional

Según la encuesta de población activa (EPA) de 1999 la tasa de paro por comunidades autónomas era:

CCAA	TASA DE PARO
Andalucía	26,84
Aragón	9,00
Asturias (Principado de)	17,92
Baleares (Islas)	7,92
Canarias	14,53
Cantabria	15,58
Castilla y León	15,02
Castilla-La Mancha	15,23
Cataluña	10,61
Comunidad Valenciana	13,90
Extremadura	24,95
Galicia	16,21
Madrid (Comunidad de)	13,10
Murcia (Región de)	13,94
Navarra (Comunidad Foral de)	8,18
País Vasco	14,13
Rioja, (La)	8,29
Ceuta y Melilla	24,75

Calcula la tasa media de paro en España durante ese año.

Actividad didáctica bajo el enfoque de la EMC

En EEUU, la tasa de paro se define como el número de personas desempleadas dividido por el número total de personas trabajando. Aquí tienes algunas cifras de diciembre de 1994 (cifras en miles):

1. 100.400 empleados a tiempo completo
2. 19.000 empleados a tiempo parcial, y quieren tiempo parcial
3. 4.000 empleados a tiempo parcial, quieren tiempo completo
4. 5.600 desempleados, buscaron trabajo el mes pasado, no en situación de despido temporal
5. 1.100 desempleados, en situación de despido temporal
6. 400 desempleados, quieren un trabajo ahora, buscaron el año pasado, dejaron de buscar desanimados
7. 1.400 desempleados, quieren trabajo ahora, buscaron el año pasado, dejaron de buscar por otras razones
8. 60.700 desempleados, no quieren un trabajo ahora (adultos)

En tu opinión, ¿cuáles de estos grupos debería ser considerado desempleado? ¿Por qué? ¿Cuáles deberían ser parte de los trabajadores activos? ¿Por qué?

En función de lo que hayas elegido, calcula la tasa de desempleo en 1994.

La definición oficial de EEUU cuenta 4 y 5 como desempleados, y de 1 a 5 como parte de la fuerza de trabajo (población activa), obteniéndose una tasa de desempleo del 5.1%. Si contásemos de 4 a 8 más la mitad de 3 como desempleados, la tasa sería del 9.3%.Más aún, en 1994, la Oficina de Estadísticas de Trabajo dejó de publicar su tasa U-7, una medida que incluía las categorías 2, 3, 6, 7 y 8, y así los investigadores no serán capaces ahora de determinar tasas de desempleo "alternativas"

En definitiva, la propuesta EMC no supone menos matemáticas sino más matemáticas. En el ejemplo, los alumnos tienen que trabajar con la media estadística como medida de centralización, en el ejercicio tradicional como cálculo de un mero algoritmo ya dado, *congelado*; en el ejercicio crítico se trabaja con las entrañas del algoritmo: no hay una definición unívoca del concepto parado; en función de lo que se considere un parado, la tasa de paro será una u otra; el algoritmo no oculta la opción política del constructo social *Parado*.

Bibliografía

ALRØ, H.; RAVN, O.; VALERO, P. (coords.) (2010). *Critical mathematics education: past, present and future. Festschrift for Ole Skovsmose*. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.

BISHOP, A. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Editorial Paidós.

COBB, P. (coord.) (1994). *Learning mathematics: constructivist and interactionist theories of mathematical development*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic.

D'AMBROSIO, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics, 5(1), 44-48.*

ERNEST, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.

FREUDHENTAL, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic.

GELL-MANN, M. (1995 [1994]) *El quark y el jaguar: aventuras en lo simple y lo complejo.* Barcelona. Tusquets.

HABERMAS, J. (1981). *The theory of communicative action*. Cambridge, MA: Polity.

HERSH, R (1997). *What Is Mathematics, Really?* Oxford Univ. Press.

HOLTON, G. (1998). *Einstein, historia y otras pasiones. La rebelión contra la ciencia en el final del siglo XX*. Madrid. Taurus

HOYLES, C. (2010). Creating an inclusive culture in mathematics through subject specific teacher professional development: a case study from England. *Journal of Mathematics and Culture, 5(1), 43-61*.

KAHNEMAN, D. (2012[2011]). *Pensar rápido, pensar despacio*. Barcelona. Ed. Debate.

KAHNEMAN, D. & TVERSKY, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge. Cambridge University Press.

KEITEL, C. KOTZMANN, E. SKOVSMOSE, O. (1993) a b c d e: Beyond the tunnel vision: analysing the relationship between mathematics, society and technology. En C. Keitel, K. Ruthven (eds).: *Learning from computers: mathematics education and technology,* Berlin: Springer, pp. 243-279.

KRUMMHEUER, G. (2007). Argumentation and participation in the mathematics primary classroom: two episodes and related theoretical abductions. *The Journal of Mathematical Behavior, 26(1), 60-82.*

MORIN, E. (1997). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. París: UNESCO.

PLANAS, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 163-195).* Lleida: SEIEM

RUSSELL, B. (1987 [1918]) *Misticismo y lógica y otros ensayos*. Edhasa. Barcelona

SKOVSMOSE, O. (2006): *Travelling through education: uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam: Sense Publishers.

SKOVSMOSE, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education.* Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic [versión castellana de 1999, Una Empresa Docente, Bogotá, Colombia].

SKOVSMOSE, O. Y VALERO, P. (2008). Democratic access to powerful mathematical ideas. En L.D.English (ED)., *Handbook of international research in mathematics education, (pp. 415- 438)*. N.York: Routledge.

TEDESCO, J.C. (2010). “Educación y justicia: El sentido de la educación”. XXV Semana Monográfica de la Educación. Madrid: Fundación Santillana.

VITHAL, E. (2003) *In search of a pedagogy of conflict and dialogue for mathematics education.* Dordrecht, Netherlands: Kluwer academic publishers.

Resumen

Frente a la presentación tradicional de la matemática como una ciencia hipotético-deductiva y de su enseñanza centrada en los factores psicológicos (cognitivos y afectivos) que intervienen en su aprendizaje, en el presente artículo se proporcionan algunos apuntes o reflexiones sobre el tratamiento educativo de las matemáticas como una ciencia socio-cultural. Este enfoque nos permite reflexionar sobre la naturaleza del conocimiento matemático y su papel en la actual sociedad tecno-científica, relacionando los procesos de matematización con el poder, de forma que la persona analfa-beta matemáticamente tiene limitaciones serias para ejercer una ciudadanía ilustrada y crítica. La propuesta de la Educación Matemática Crítica (EMC), que parte de estas reflexiones, supone una alternativa al modelo de matemática escolar que supone el programa PISA auspiciado por la OCDE.

Palabras clave: teorías socio-culturales, enseñanza de las matemáticas, matematización, valores, apoderamiento.

Abstract

Faced with the traditional conception of mathematics as a hypothetical-deductive science and with the approach to teaching focused in psychological (cognitive and affective) factors involved in their learning, in this article some ideas about the educational treatment of mathematics are provided conceived as a sociocultural science. This approach allows us to reflect on the nature of mathematical knowledge and its role in today's techno-scientific society, linking mathematisation processes with power, so that the mathematically illiterate person has serious limitations to exercise an enlightened and critical citizenship. The Critical Mathematics Education (CME), which arises from these reflections, is an alternative to school mathematics model underlying the OECD PISA program.

Keywords: sociocultural theory, teaching mathematics, mathematisation, values, empowerment.

César Sáenz Castro
Universidad Autónoma de Madrid (UAM)
cesar.saenz@uam.es