

Algunas contradicciones y dificultades de la resolución de problemas en el aula

Joaquín Fernández Gago

Introducción

Para empezar definamos qué entendemos por metodología de resolución de problemas y, más concretamente, qué es un problema (extraído del Grupo Temático 3 del IMEC). Por problema entendemos una situación que da lugar a ciertas cuestiones abiertas, que supone un desafío intelectual a alguien que no dispone de manera inmediata de métodos, procedimientos o algoritmos, etc., para responder a las cuestiones y solucionar los problemas.

Resolución de problemas es el proceso para tratar problemas con intención de resolverlos. En nuestro caso el *proceso* está basado en las ideas de Polya, Guzmán y Mason. Pretendemos que el alumno actúe sobre el problema mediante preguntas divididas en cuatro fases. En la página siguiente se presenta el modelo que pretendíamos que usaran los alumnos.

Queremos dejar claro que nuestro objetivo fundamental era enseñar a resolver problemas (y es por ello por lo que trabajamos con los alumnos el modelo anterior), sin descartar conocimientos matemáticos que puedan tratarse o no con esta metodología.

La forma de llevar a cabo esta metodología ha consistido en :

1. Presentación de problemas en clase durante las 3 o 4 primeras semanas de curso, en las que se enseñaban las cuatro fases antes citadas.
2. Profundización sobre las cuatro fases.
3. Práctica sistemática en clase incitando a los alumnos a través de preguntas a usar el modelo de resolución de problemas.
4. Enseñanza de algunos contenidos a través de problemas (para usar esta metodología).

El presente artículo es una exposición de las dificultades y contradicciones de la aplicación sistemática de la metodología de resolución de problemas con alumnos de 1.º y 3.º de BUP durante el curso 1992-93, y durante el primer y segundo trimestre con alumnos de 2.º de BUP. Además de una descripción de problemas con que nos encontramos, analizamos sus causas y presentamos posibles soluciones. Terminamos enumerando las múltiples ventajas de esta metodología.

ESQUEMA PARA DIVERTIRSE CON PROBLEMAS

A) Familiarízate

- Leer.
- Particularizar al tún-tún.
- Responder ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿cuál es la incógnita?

B) En busca de estrategias

- Hacer tormenta de ideas.
 - B.1. ¿Algo parecido?
 - B.2. ¿Más fácil?
 - B.3. Particularizar, buscar regularidades
- Utilizar estrategias.
 - B.4. ¿Gráficos, dibujos?
 - B.5. ¿Cambiar enunciado?
 - B.6. ¿Escoger notación?
 - B.7. ¿Hay simetría?
 - B.8. Supongamos que no.
 - B.9. ¿Empiezo por el final?
- Intentar escribir ¡Ajá! conjetura o ¡Estoy felizmente atascado! Si es así leer de nuevo, particularizar de nuevo, decidirme por estrategia.

C) Lleva adelante tu estrategia

- Trabaja con empeño
- ¿Salió seguro? particulariza (comprueba) y explica el porqué.

D) Reflexiona y saca jugo al problema

- Examina a fondo el camino que has seguido tu. ¿Cómo has llegado a la solución? ¿O, por qué no has llegado?
- Trata de entender que la cosa efectivamente marcha, si no por qué tiene que marchar así.
- Mira ahora a ver si se te ocurre hacerlo de modo más simple.
- Mira hasta dónde da de sí el método que has seguido para ver si lo puedes usar en otras circunstancias.
- Reflexiona un poco sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro.

5. Coherencia entre la evaluación y la metodología.

Las dificultades las hemos dividido en dos tipos: dificultades propias del currículum actual y de la metodología tradicional y dificultades del propio método.

Dificultades propias del currículum actual y la metodología tradicional

La inercia de los alumnos

Al principio esta metodología no les gusta y desconfían de ella. La razón es bien sencilla: los alumnos han recibido un entrenamiento en sentido contrario al propuesto por nosotros. Creo que lo que realmente determina un aprendizaje es una práctica y metodología sistemática: si llevan diez años pensando que en la matemática no hay que decidir, porque yo en tres meses les diga que hay que decidir no van a cambiar. Se podría resumir diciendo que el problema es la falta de consciencia, falta de consciencia que está en nuestra sociedad y que aumenta en la escuela. En la resolución de problemas es esencial hacer consciente al alumno de los procedimientos mentales que ha seguido para hacer un problema. Así la resolución de problemas, como todo cambio de actitud, es un proceso lento, duro, incluso puede ser desesperante.

Para minimizar este problema proponemos ser sistemáticos, continuamente hablar de estrategias, ser pacientes y no esperar muchos resultados en un año, coger a alumnos que recibieron este método en años anteriores y echarle coraje (puede que haya incluso presiones de padres, tutores y alumnos).

Sin embargo, puede ser útil la fase de «sácale el jugo», ya que con ella se puede conseguir hacer al alumno consciente de lo que ha aprendido. Esto es fundamental, ya que muchos creen que aprender es repetir un algoritmo. Por ejemplo, proponemos que si en un problema se ha usado una estrategia,

La resolución de problemas, como todo cambio de actitud, es un proceso lento, duro, incluso puede ser desesperante.

hacerles conscientes de ello y que refleje cómo y cuándo la volvería a usar.

Hay alumnos que, aunque son constatables sus progresos, afirman que no aprenden

La razón está en que para ellos aprender es aprender contenidos (en el sentido tradicional), algoritmos, y no a pensar matemáticamente. Y es que en la resolución de problemas intervienen los conocimientos matemáticos y conocimientos de orden superior o metacognoscimientos, que guían el control del proceso de resolución.

Para ir resolviendo esto proponemos ser sistemáticos a la hora de hacer consciente al alumno de sus progresos. Es interesante comunicarles frases como: «ves como entiendes mejor el enunciado», «ves como se te ocurren unas ideas», «ves como sabes criticar tu solución», «ves como reflexionas mejor».

También aquí destacamos lo ya comentado referido a hacer consciente al alumno sobre lo que ha aprendido.

La selectividad

Es un problema serio. Expondré aquí las contradicciones que conlleva con nuestra metodología.

Al usar esta metodología el ritmo de clases es lento en cuanto avance de los contenidos, hecho que critican algunos alumnos, en 3.º de BUP, porque «no vamos a saber ciertas cosas para selectividad».

Habría que plantearse la eficacia de este sistema y qué se pretende que el alumno sepa de matemáticas. Si se decide poner problemas en esta prueba, al menos que la corrección de los mismos no se base sólo en la dicotomía problema resuelto-problema no resuelto. Además, todas las pruebas de este tipo tienden, según dicen en pro de la objetividad, a centrarse en conocimientos más que en procesos. Como vemos esto de momento es difícil de conseguir, sólo nos queda hacer ver a nuestros alumnos que este aprendizaje

Si un contenido nos es imposible adaptarlo a un problema, deberemos hacer consciente al alumno de las estrategias que se hayan usado en su definición o evolución histórica.

genera autoconfianza, muy importante para enfrentarse a los exámenes de selectividad.

El currículum actual no se presta a esta metodología

Muchos de los contenidos que llevamos al aula son difícilmente susceptibles de presentarlos como problema. Por ejemplo, las funciones son más difíciles de llevar que la combinatoria, o la definición de límite de una sucesión que las progresiones aritméticas. Sin embargo, podemos hacer algo, mientras se implanta el nuevo sistema educativo que encaja mejor con la resolución de problemas. Podemos adaptar ciertos contenidos, haciéndolos más manejables si los despojamos del rigor de la matemática moderna, lo que podemos hacer con la historia de la matemática. Por ejemplo, si presentamos la idea de límite de una sucesión como la usó Arquímedes para aproximar la longitud de una circunferencia, el alumno probablemente se quede que éste es el número al que se acercan los términos de la sucesión, de forma que si le pregunta por el límite de:

$$a_n = \frac{n^3 + \sqrt{n^4 + 2n}}{n^5 + 7n + 10}$$

seguramente le dé valores a n (B.3 «particulariza, experimenta») y así se aproxime a la solución.

También tendremos que presentar problemas que no incidan directamente en los contenidos, y que puedan ser útiles para fomentar el «metacognoscimiento» de los alumnos. Por último, si un contenido nos es imposible adaptarlo a un problema, deberemos hacer consciente al alumno de las estrategias que se hayan usado en su definición o evolución histórica.

Entrenamiento que ha recibido el profesor

Por lo general el profesor ha llevado a cabo un aprendizaje en el que lo fundamental es la solución del problema, más que el proceso en sí. Esto le hace ser impaciente deseando ver pronto los frutos. De esta forma podemos impedirle a los alumnos que «saboreen» ellos la forma de enfrentarse a los problemas.

Por ejemplo en 3.º de BUP se les puso que buscaran el término general de la sucesión que expresa el número de amebas que se van reproduciendo por bipartición. Tras particularizar afirman que

$$a(n) = 2n$$

y preguntan al profesor «¿está bien?». No debemos decirle sí o no, sino que comprueben. Si se atascan no hagamos el problema, recomendémosle una estrategia o provoquemos que la usen.

Dificultades propias del método

La evaluación

A la vez de explicar las dificultades que presenta, exponemos qué implicaciones tiene nuestra concepción de la evaluación y su coherencia con la metodología.

Asimismo, queremos dejar claro, como veremos más adelante, que no sólo la metodología condiciona la evaluación sino que también ésta influye sobre la metodología.

En primer lugar, el objetivo de la evaluación consiste en analizar el progreso del alumno en cuanto actitud hacia la matemática, conceptos y técnicas de resolución de problemas. Se trata pues de un *proceso*, no de valorar las capacidades en un determinado momento. Estas observaciones se anotarán en unas fichas de observación del alumno. Esto nos permitirá acercarnos más a la evaluación individualizada. En las fichas atenderemos a estos apartados: expresión, concepto, estrategias, juicio crítico (si comprueba o no, si demuestra o no), proceso (idea original, busca un plan, cambia de estrategia si se atasca), actitudes (si trabaja, si tiene miedo, gusto por la certeza, gusto por el reto).

Otras técnicas que pretendemos usar son las pruebas escritas y los problemas en grupo con secretario de procesos por grupos (muy interesantes para alumnos de COU con problemas de selectividad).

El usar la observación sistemática conlleva algunos inconvenientes como son: dedicar menos tiempo al temario, que como veremos más adelante es una dificultad, y prestar menos tiempo a otros alumnos que tienen dificultades resolviendo un problema en clase.

En segundo lugar la evaluación debe ser *cualitativa*. En un problema nos puede interesar una calificación numérica, pero sobre todo si se ha sabido clasificar datos, si se ha identificado la condición y lo que me piden (incógnita), si se han usado estrategias, si se ha tenido una idea original, si se atreve a formular la conjetura, si ha comprobado, justificado o demostrado su solución, si vuelve a buscar otra estrategia. Veamos un ejemplo :

Problema para 1.º de BUP. Un profesor dispone de 20 alumnos y quiere hacer parejas. ¿Cuántas parejas distintas puede hacer?

Respuesta. La alumna comenzó escribiendo datos, condición e incógnita. A continuación, hizo un diagrama de árbol, tras haberlo hecho más fácil con menos alumnos. Nombró con letras a los alumnos. Creía que la pareja AB era distinta de la BA. Comprobó, también con números pequeños, que no funcionaba su solución. Cambió de estrategia, dio otro resultado, volvió a comprobar que no era correcto.

...hay un amplio consenso en la literatura especializada, afirmando que la evaluación determina la forma de trabajo de los alumnos.

Hemos constatado un gran progreso en cuanto a la forma de resolver problemas. Una calificación numérica hubiera resultado nefasta.

Sin embargo, por muy buenos y loables que sean los propósitos el alumno sigue obsesionado por el resultado de un problema más que por el proceso. Al principio no da importancia a la observación en clase. En definitiva no entiende este sistema de evaluación, aunque se les explique a principio de curso. Tenemos que hacer constar también que al cabo de un curso se obtienen resultados satisfactorios, si se explica continuamente y en momentos clave.

Por último, abordamos el que, desde nuestro punto de vista, es el escollo más crítico de la evaluación: ¿qué problemas ponemos en las pruebas escritas?

Los alumnos están acostumbrados a enfrentarse en los exámenes a ejercicios de forma que repiten mecánicamente un esquema ya asimilado. No hay ninguna dificultad, ni nada que decidir. Si hiciéramos lo mismo nuestros alumnos no usarían esta metodología, la olvidarían. En este sentido hay un amplio consenso en la literatura especializada, afirmando que la evaluación determina la forma de trabajo de los alumnos. Ahora bien, si ponemos problemas, al alumno le aumentará considerablemente la ansiedad ante el examen y se defenderá, a veces, con críticas directas o a través de padres y tutores. Les es más fácil, con alguna frecuencia, presionar para que cambie el profesor que trabajar para cambiar ellos.

Ante esta dicotomía nuestra propuesta es clara: hay que poner problemas en los exámenes, que se puedan abordar fácilmente con alguna estrategia ya enseñada. Además es útil facilitarles el trabajo. Veamos un ejemplo :

Problema de un examen de 2.º de BUP. Estamos interesados en hallar los ángulos cuya tangente es mayor que 2. Se proponen las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué te piden y qué te dan?

- b) Elegir un par de estrategias, explicando como se llevaría cada una adelante.
- c) Llevar una adelante y comprobar la solución obtenida.

No saben qué estudiar

Este sistema les descoloca, al principio sobre todo. ¿Cómo estudiar cuando llego a casa? Si hay un problema sabré que hacer, pero ¿y los contenidos? En este sentido proponemos que al terminar cada actividad el alumno escriba los contenidos que ha conocido (escribiendo lo que recuerda, o qué imagen tiene de él), el metaconocimiento que haya asimilado y elabore periódicamente mapas conceptuales. Fuatai (1986) encontró en sus investigaciones que alumnos de escuela secundaria, después de la instrucción con mapas conceptuales, aumentaron su habilidad para la resolución de problemas matemáticos nuevos (González García, 1992). Además sobre los mapas conceptuales es preciso indicar que hay investigaciones que afirman que la elaboración de los mismos incide positivamente en la resolución de problemas. Nosotros, además de esto, hemos observado que es un instrumento muy útil para proponerse problemas. Por ejemplo, en 3.º de BUP han surgido cuestiones como «¿puede ser una progresión geométrica aritmética?», «¿tienen los polinomios asíntotas verticales?», «¿y horizontales?».

Las cuatro fases

Antes de empezar es preciso resaltar que la excesiva rigidez en cuanto a uso de un modelo de resolución por fases, puede llevar a atascos, ya que las fases pueden asimilarse como perfectamente diferenciadas.

Un primer problema relativo a nuestro modelo, que se presenta a los alumnos: las estrategias y reflexiones que se recomiendan no saben cómo emplearlas. Por ejemplo, tras haber hecho varios problemas en los que se usaba la estrategia B.2 «hazlo más fácil», si un

problema se prestaba a resolverlo con esta estrategia los alumnos no sabían cómo. Para resolver esto hicimos, junto con los alumnos, un cuadro que reflejara qué significaba para ellos cada uno de los apartados del modelo de resolución de problemas, y en que consiste para ellos llevar a cabo una de estas técnicas. Por ejemplo, para los alumnos la estrategia hacerlo más fácil les denotaba «no agobiarse», «menos dificultades», y consistía para ellos en «quitar dificultades», «poner números más sencillos» o «descomponer en trozos». Presentamos a continuación algunas reflexiones y problemas que se plantean en cada una de las cuatro fases.

Fase de familiarización. El principal problema que se plantea es determinar la condición. En algunos problemas es realmente difícil para el alumno. Para ello le recomendamos que particularice si puede, que experimente, que juegue, que cambie informaciones del enunciado y seleccione la esencial. En definitiva, que actúe antes de preguntarse por la condición.

Fase de búsqueda de estrategias. Observamos que hay unas estrategias que son más usadas que otras. Estas son B.1, B.2, B.3, B.4 o B.5. Centrémonos en B.3 «particulariza, experimenta, juega con el problema, busca regularidades». Esta rápidamente la asimilan y la usan con asiduidad, dando buenos frutos. Sin embargo encontramos estas dificultades:

- Hay alumnos que no particularizan organizadamente. Por ejemplo, en un problema de combinaciones en el que había que contar el número de tríos; ciertos alumnos hacían esto ABC DBA ACD DAE. También lo pudimos apreciar con las ecuaciones.
- Ciertos alumnos al particularizar son incapaces de buscar regularidades. Por ejemplo, al buscar términos generales de sucesiones y sustituir n por 1, 2, 3, 4 y 5, no pueden observar que tienen en común los términos a_1, a_2, a_3, a_4 y a_5 . Para resolverlo tenemos que insistirles que la particularización debe ser reflexiva, es decir, debe ir acompañada de preguntas como «¿Por qué ha funcionado en unos casos y en otros no?», «¿hay algo en común en estos casos particulares?».
- El particularizar produce cierto estancamiento en cuanto a búsqueda o asimilación de nuevas técnicas o estrategias. Muchas veces es la única estrategia que usan.
- Otra dificultad que puede encontrar el alumno a la hora de particularizar es la poca familiaridad con los objetos que se usan. Por ejemplo en 3.º de BUP propusimos dos problemas equivalentes: uno si era cierto que la suma de sucesiones sin límite podía tener límite, y el otro si la suma de funciones discontinuas podía ser continua. El primero tuvo un mayor nivel de éxitos que el segundo y es que es más fácil particularizar con sucesiones que con funciones. En este sentido los contenidos del BUP no ayudan mucho, pero tampoco los

...la excesiva rigidez en cuanto a uso de un modelo de resolución por fases, puede llevar a atascos, ya que las fases pueden asimilarse como perfectamente diferenciadas.

de 3.º y 4.º de ESO y el nuevo Bachillerato. Y es que los contenidos de estos currículos están muy mediatisados por su aplicación al mundo real o como base para preparar al alumno a las licenciaturas de tipo científico. Esto hace que haya muchos contenidos que dependan en mayor o menor medida del concepto de infinito y del continuo.

Desde la resolución de problemas hubiera sido interesante que aparecieran más contenidos sobre conjuntos finitos o discretos. Como muestra un ejemplo: ¿Por qué no aparece en 3.º y 4.º de ESO la combinatoria?

Fase de llevar adelante la estrategia, comprobación y explicación. En esta fase, clave en la resolución de problemas, se plantean entre otras las siguientes cuestiones:

— En general, no comprueban. El entrenamiento recibido juega en contra. En este punto suelen bloquearse pues preguntan: ¿cómo compruebo? Sería interesante que el alumno recogiera entre su aprendizaje distintas formas de comprobar:

- Con una ley general o fórmula observar si funciona con casos particulares o mas sencillos.
- Ante un resultado o conjetura observar si hay contradicciones (por ejemplo suelen aparecer hipotenusas de triángulos rectángulos menores que catetos).
- Por último, puede ser útil exponer las distintas conjeturas que aparecen y que los propios compañeros se encarguen de rebatirla.

— No buscan el porqué (demostrar). La justificación o explicación del porqué plantea otros problemas. Como dicen Mason, Burton y Stacey (1988) «[...] para explicar el porqué hace falta una estructura en la que basarse. Explicar a los alumnos qué es una estructura es difícil. Esto supone, muchas veces, una descontextualización con todo lo que se ha hecho hasta ahora en el problema».

En este sentido señalamos que la particularización para comprobar juega en contra, ya que el alumno se afianza en su conjetura con lo que carece de sentido mas crítica hacia la solución. Por ejemplo, en un problema en el que se les pedía encontrar el centro de un círculo dado este último, aparecieron construcciones geométricas (algunas muy originales). A renglón seguido se les pidió que demostraran que el punto construido era efectivamente el centro. Las respuestas eran «¡para qué, está bien, lo he comprobado con el compás y en varias circunferencias!». Se les dice que no lo han comprobado en todos los casos sino con unas cuantas circunferencias. Su respuesta es «¡Pero eso es imposible!».

— La circularidad lógica. A veces usan en el transcurso de una demostración una afirmación que es la que precisamente hay que demostrar.

Como recomendaciones para desbloquear las situaciones anteriores destacamos :

Las respuestas eran «¡para qué, está bien, lo he comprobado con el compás y en varias circunferencias!». Se les dice que no lo han comprobado en todos los casos sino con unas cuantas circunferencias. Su respuesta es «¡Pero eso es imposible!».

- Presentar problemas en los que se vea necesaria la demostración, ya que la comprobación no es suficiente.
- Usar el álgebra o la geometría en distintos problemas para demostrar conjeturas.
- Empezar a construir demostraciones con objetos matemáticos sencillos (números enteros, sucesiones como en el problema de genealogía de las abejas).

Reflexión. La reflexión final es importantísima, tanto para mejorar en la resolución de problemas, como asimilar técnicas y conocimientos nuevos.

Las preguntas que propone Guzmán en su obra *Para pensar mejor* son interesantes y certeras, pero difíciles de llegar a nuestros alumnos. Por ello, proponemos adaptarlas y hacer las preguntas en clase y no en casa.

Por ejemplo: ¿Qué has aprendido sobre los conceptos que aparecen en este problema? ¿Y sobre los modelos de resolución? ¿Qué otro problema podrías resolver con el mismo método? ¿Cuál ha sido para ti el punto mas importante de la resolución del problema?

Con este panorama la resolución de problemas es una cuestión compleja y difícil de llevar a la práctica diaria de la clase, sin embargo, también proporciona:

- Confianza en los alumnos.
- Una nueva concepción de las matemáticas. Como muestra una frase que nos comentó un alumno no muy brillante de 2.º BUP tras trabajar dos meses y medio con esta metodología: «yo creía que las Matemáticas eran unas reglas que yo tenía que aplicar, ahora me doy cuenta que las reglas también las pongo yo».
- Fluidéz de ideas a la hora de resolver problemas. Un compañero de Química me ha comentado: «es difícil que a los alumnos que han trabajado Resolución de problemas les ponga un cero en cada problema. Me gusta porque pelean los problemas».

Otro ejemplo que confirma son las soluciones aportadas a este problema de examen:

Problema. Calcular la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 20 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 60° con el suelo.

Soluciones:

- Hacer un dibujo a escala en el papel y medir la altura con la regla.
- Aplicar el coseno, obtener así la hipotenusa y por último obtener la altura con el teorema de Pitágoras.
- Aplicar la tangente y despejar la altura.
- Ampliar por simetría el triángulo rectángulo a un triángulo equilátero. La hipotenusa es así 40 m. La altura se obtiene con el seno de 60° .

En definitiva, con esta metodología se consigue:

- Los alumnos explican y comprueban más sus soluciones, con lo que sin duda mejora su capacidad de expresión.
- Alegría del profesor cuando ve ciertas soluciones.

Joaquín Fernández
IB Licinio de la Fuente
Coín (Málaga)



Bibliografía

- AUSUBEL, D. P. (1978): *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*, Trillas, Mexico.
- BOYER, C. B. (1992): *Historia de las Matemáticas*, Alianza Universidad, Madrid.
- BRIALES, F. J., M. JIMÉNEZ y J. ALBA (1991): «Evaluación Formativa», *Cuadernos de Pedagogía*, n.º 197, 36.
- CALLEJO DE LA VEGA, M. L. (1992): «Currículum de Matemáticas y Resolución de Problemas», *Suma*, n.º 10, 25-35.
- GONZÁLEZ GARCÍA, F. M. (1992): «Los mapas conceptuales de J. D. Novak como instrumentos de las Ciencias Experimentales», *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 10, n.º 2, 148-158.
- GUZMÁN, M. (1987): «Cuestiones fundamentales sobre la enseñanza de la matemática», *Thales*, 13-26.
- GUZMÁN, M. (1987): *Aventuras matemáticas*, Labor, Barcelona.
- GUZMÁN, M. (1991): *Para pensar mejor*, Labor, Barcelona.
- JUNTA DE ANDALUCÍA: *Diseño Curricular Base de Educación Secundaria de Matemáticas*, Consejería de Educación y Ciencia.
- MASON, J., L. BURTON y K. STACEY (1988): *Pensar matemáticamente*, Labor-MEC, Barcelona.
- NOVAK, J. D. y B. GOWIN (1988): *Aprendiendo a aprender*, Martínez Roca, Barcelona.
- POLYA, G. (1965): *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, México.
- SHOENFELD, A.: «Reflections on doing and teaching mathematics», *Eduaction and matematic*, The University of California.
- VILA, A. y M. JUAMPERE (1992): «Evaluación en Matemáticas: ¿Acreditación o análisis del proceso?», *Epsilon*, Thales, n.º 22, 105-110.
- VV.AA. (1989): *Actas de las IV Jornadas Andaluzas de Educación Matemática*, Sociedad Thales, Benalmádena.

Representación gráfica
(VI Olimpiada Matemática Nacional)