

# revista de **e**EDUCACIÓN

Nº 375 ENERO-MARZO 2017



Sistema instruccional de apoyo a la enseñanza del sentido numérico

Instructional support system for teaching number sense

Estíbaliz Aragón Mendizábal  
Manuel Aguilar Villagrán  
José Ignacio Navarro Guzmán



# Sistema instruccional de apoyo a la enseñanza del sentido numérico<sup>1</sup>

## Instructional support system for teaching number sense

DOI: 10.4438/1988-592X-RE-2016-375-333

Estíbaliz Aragón Mendizábal  
Manuel Aguilar Villagrán  
José Ignacio Navarro Guzmán  
*Universidad de Cádiz*

### Resumen

El sentido numérico es considerado como un fuerte predictor del rendimiento matemático en la escuela formal. El presente trabajo plantea el perfeccionamiento de las habilidades matemáticas tempranas mediante el uso de la enseñanza asistida por ordenador. Se utilizó un diseño experimental, con grupo control y medidas pre- y pos-intervención para estudiar la eficacia de la intervención en una muestra de 48 alumnos de educación infantil, y las diferencias existentes en las habilidades relacionales y numéricas tras la implementación del programa computerizado. Del total de la muestra 21 alumnos fueron niños y 27 niñas, cuyas edades oscilaban entre los 4.91 y los 5.91 años. Se emplearon análisis descriptivo, discriminante y contrastes de hipótesis como técnicas de análisis de los datos. Los alumnos pertenecían a cuatro centros educativos, dos de ellos públicos y dos concertados. Los centros estaban situados en zonas urbanas de clase media en poblaciones de unos 100.000 habitantes. Se rechazó la hipótesis de igualdad entre los grupos ( $\Lambda$  de Wilks = 0.468;  $X^2 = 31.46$ ;  $p < 0.001$ ), pudiendo concluir que la diferencia entre el grupo experimental y control era estadísticamente significativa. Asimismo, el análisis discriminante confirmó que el 83.3% de los alumnos fueron clasificados correctamente en su grupo. Se muestran diferencias

---

<sup>1</sup> Trabajo financiado con los proyectos EDU2011-22747 y PSI2015-63856-P (MINECO/FEDER), y P09-HUM7918 del PAIDI.

significativas en los resultados de clasificación ( $p < .001$ ), correspondencia ( $p < .001$ ), conteo estructurado ( $p < .001$ ) y resultante ( $p < .001$ ) entre los grupos experimental y control, avaladas por el tamaño del efecto. Los resultados obtenidos apoyan la eficacia de la intervención e indican las habilidades que se ven favorecidas en mayor medida por el entrenamiento: clasificaciones y correspondencia en el ámbito relacional, y conteo estructurado y resultante en el ámbito numérico. Se discuten las implicaciones educativas y las futuras líneas de actuación.

*Palabras clave:* habilidades matemáticas, programa de recuperación, educación infantil, aritmética, enseñanza asistida por ordenador, logro matemático.

#### **Abstract**

Number sense is regarded as a strong predictor of mathematics achievement at formal school. This paper describes the improvement of early math skills using computer-assisted instruction and the effectiveness of an intervention program. An experimental design with control and experimental groups, and pre- and post-intervention measurement was used. Participants were 48 preschool students (aged from 4.91 to 5.91; 21 were males and 27 were female), whose relational and numeracy skills were assessed before and after training. Differences between groups were analyzed. Participants were students from four schools (two public and two private). Schools were in middle-class neighborhood, in 100.000 inhabitants towns. Descriptive analysis, discriminant analysis and hypothesis test were calculated. Null hypothesis of equality between groups was rejected (Wilks'  $\Lambda = .468$ ;  $X^2 = 31.46$ ;  $p < .001$ ). Therefore, the difference between the experimental and control groups was statistically significant. Also, discriminant analysis indicated that 83.3% of students were classified correctly in their group. Significant differences between control and experimental group in classifications ( $p < .001$ ), correspondence ( $p < .001$ ), counting structured ( $p < .001$ ) and resulting ( $p < .001$ ) skills, were found. Results supported the effectiveness of the intervention program, and indicated math skills that were significantly improved by training: classifications and correspondence as relational skills, and counting structured and resulting as numerical skills. Educational implications and future lines of action are discussed.

*Keywords:* mathematics skills, remedial programs, preschool education, numeracy, computer-assisted instruction, mathematical achievement.

## Introducción

Las habilidades matemáticas tempranas, generalmente agrupadas bajo el constructo “sentido numérico” (Berch, 1998; Hannula, Lepola y Lehtinen, 2010), se desarrollan de manera previa a las destrezas matemáticas formales, constituyendo un pilar sobre el que se asienta el conocimiento matemático más complejo. Un ejemplo de ello es la existencia de un sentido numérico preverbal que hace referencia a aspectos como la subitización (Le Corre, Van de Walle, Brannon y Carey, 2006) y que precede al conteo, o el desarrollo de una representación aproximada de la magnitud, que surge antes que las representaciones numéricas (Lipton y Spelke, 2005). Desde edades tempranas, el sentido numérico permite a los pequeños reconocer diferencias entre cantidades y hacer juicios de cantidad, permitiéndoles no sólo afrontar exitosamente las demandas escolares, sino también resolver situaciones de la vida cotidiana.

A pesar de la importancia de este concepto y su trascendencia, en la actualidad no existe un acuerdo generalizado sobre la conceptualización y operacionalización del sentido numérico (Gersten, Jordan y Flojo, 2005). Los investigadores coinciden en que implica un conjunto de habilidades relacionadas con el conocimiento de los números y las operaciones en el periodo de 3 a 6 años. Este período de desarrollo se alza, por tanto, como una etapa clave en la adquisición de aquellas destrezas que se identifican como predictoras del rendimiento escolar. Estos predictores del rendimiento escolar se pueden diferenciar en dos categorías: generales y específicos (Passolunghi y Lanfranchi, 2012). Por un lado, los predictores de dominio general aluden a las habilidades cognitivas generales que predicen el rendimiento en diversas materias escolares, no en un sólo campo concreto. Como ejemplos se pueden mencionar la memoria a corto plazo, la memoria de trabajo o la inteligencia general (Aragón, Navarro, Aguilar y Cerda, 2015).

Por otro lado, se emplea el término de predictores específicos para referirse a aquellas habilidades que son capaces de pronosticar el desempeño posterior en un área particular del conocimiento escolar. Ejemplos de este tipo de predictores son la conciencia fonológica como predictor de la competencia lectora, y aquellas destrezas relacionadas con la adquisición del sentido numérico y el conteo, que son determinantes en el desarrollo de las habilidades matemáticas (De Smedt, Verschaffel y Ghesquiere, 2009).

La adquisición de este sentido del número se realiza a través de un proceso gradual, pudiéndose distinguir cuatro etapas claramente diferenciadas (Von Aster y Shalev 2007): en primer lugar, el niño alcanza la representación no simbólica. En segundo lugar, la representación no simbólica da paso a la representación simbólica de la cantidad. En tercer lugar, se adquiere la representación simbólica verbal a través del código arábigo y, finalmente, se integran los tres componentes previos en una línea numérica mental. Es decir, cuando se asume que los números que aparecen más tarde en una secuencia de conteo tienen mayor cantidad que aquellos que aparecen antes. Por tanto, a los 6 años de edad, una vez alcanzada la cuarta etapa de desarrollo del sentido numérico, la mayoría de los niños incorporan nociones de cantidad y esquemas de conteo dentro de la mencionada línea numérica mental (Siegler y Booth, 2004).

Esta representación lineal de la magnitud numérica es clave en el desarrollo de las destrezas, ya que favorece el aprendizaje del valor posicional de los números y la elaboración de cálculos mentales. En consecuencia, el sentido numérico se alza como un fuerte predictor de logros en matemáticas en los primeros años escolares (Duncan et al. 2007; Jordan, Kaplan, Locuniak, y Ramineni, 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni y Locuniak, 2009).

Por el contrario, los problemas surgidos en las distintas etapas del desarrollo del sentido numérico identificadas por Von Aster y Shalev (2007), pueden explicar la aparición de dificultades de aprendizaje en las matemáticas (Mazzocco, Feigenson y Halberda, 2011; Van Viersen, Slot, Kroesbergen, Van't Noordende y Leseman, 2013). El déficit en el sentido numérico obstaculizaría la instrucción formal en matemáticas (Baroody y Rosu, 2006), pudiendo considerarse como un factor determinante en la aparición de la discalculia (Butterworth, 2010; Piazza et al, 2010) y explicar la variación del rendimiento en la disciplina en los primeros cursos de educación primaria (Xenidou-Dervou, De Smedt, Van der Schoot, y Van Lieshout, 2013). Es, por tanto, crucial prestar atención a los aspectos de tipo numérico, objeto de interés en los primeros años escolares, así como a los procesos previos, que siguiendo los postulados de Piaget y Szeminska (1941), contribuyen a la construcción del concepto de número. En consecuencia, para afrontar exitosamente las exigencias de la escuela formal es necesario adquirir y coordinar, de manera previa, las habilidades lógicas relacionales.

Prevenir la aparición de dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM), insistiendo en la enseñanza de las habilidades matemáticas tempranas es un objetivo a seguir. Esta meta se puede alcanzar a través de programas de entrenamiento que contribuyan al progreso del alumno, y adquirir no sólo logros de tipo académico, sino también estrategias para hacer frente a las demandas del mundo social en que el estudiante se encuentra inmerso. Existen una amplia gama de herramientas y métodos de enseñanza que pueden servir de utilidad para alcanzar los fines propuestos, entre ellos la enseñanza asistida por ordenador (EAO). La investigación avala el papel de la EAO como instrumento mediador en el perfeccionamiento de las capacidades de orden superior (Ayvaci y Devocioglu, 2010; Döst, Saglam y Altay, 2011; Halpern, et al., 2012), esenciales para alcanzar una competencia eficaz en las distintas materias escolares. Asimismo, encontramos numerosos trabajos que desde hace más de una década avalan la utilidad de este método de enseñanza en habilidades escolares específicas, como son las matemáticas (Clements y Sarama, 2007, 2008, 2011; Griffin, 2004; Sarama, Clements, Starkey, Klein y Wakeley, 2008).

Con la finalidad de estudiar la eficacia de la intervención, se plantearon los siguientes objetivos: En primer lugar, analizar las diferencias existentes entre las puntuaciones del grupo control y experimental tras el proceso de intervención, tanto en las tareas matemáticas de tipo relacional y numérico, como en la totalidad del test que evalúa las habilidades matemáticas tempranas. Asimismo, se planteó el estudio pormenorizado de los distintos grupos de tareas que componen los subtests de actividades matemáticas. Por un lado, se analizaron las diferencias encontradas en las tareas de tipo relacional: comparaciones, clasificaciones, correspondencia y seriación. Por otro, se estudiaron las diferencias halladas en los distintos grupos de tareas de carácter numérico: conteo verbal, estructurado, resultante, conocimiento general de los números y estimación.

## Método

Se utilizó un diseño experimental, con grupo control y medidas pre- y pos-intervención. Se empleó el paquete estadístico SPSS versión 22 para el análisis de los datos. Con dicho software se calcularon los estadísticos

descriptivos de la muestra, y se llevó a cabo un análisis inferencial mediante la prueba *U* Mann Whitney para dos muestras independientes, así como un análisis de tipo discriminante. El diseño de la investigación contempló los permisos y las recomendaciones éticas que requiere dicho tipo de estudios, se contó con el permiso de padres, madres y tutores, así como del profesorado y equipo directivo de los colegios participantes. Una vez finalizada la intervención se asesoró a los profesionales encargados de todos los grupos participantes en el estudio, para la mejora del rendimiento de los alumnos, facilitándoles el material empleado en el trabajo con el fin de mejorar las habilidades del alumnado una vez finalizada la investigación.

## Muestra

La muestra de estudiantes pertenecía a cuatro centros escolares situados en la provincia de Cádiz. Dos de los centros eran de carácter concertado y dos públicos, con un nivel socio-económico correspondientes a los estándares de la clase media. Los participantes fueron un total de 48 alumnos pertenecientes a último curso de Educación Infantil, cuyas edades oscilaban entre los 4.91 y los 5.91 años, contando con una media de 5,4 años y una desviación típica de .29 . Del total de la muestra, 27 participantes fueron niñas, cuyas edades oscilaron entre los 4.91 y los 5.83 años ( $M = 5.37$  ;  $DT = .27$ ). Los participantes varones fueron 21, cuyas edades oscilaron entre 4.91 y 5.91 años ( $M = 5.43$ ;  $DT = .32$ ). De la muestra se excluyeron aquellos alumnos que con base a los informes del equipo de orientación presentaban necesidades educativas especiales asociadas a déficit intelectual y/o problemas sensoriales, con el fin de evitar sesgos que afectasen a los resultados de la investigación

## Instrumentos

Para evaluar las habilidades matemáticas del alumnado participante en la investigación se administró el Early Numeracy Test-R (Van Luit y Van de Rijt, 2009) en su versión computerizada y estandarizada al castellano (Van Luit et al., 2015). Con base en los resultados obtenidos se seleccionó la muestra de alumnos que participó en las sesiones de entrenamiento para el

desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas denominado “Jugando con Números 2” (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar, y Marchena, 2007).

## **Jugando con Números 2**

El software “Jugando con Números 2” (Navarro et al., 2007) es un programa de entrenamiento destinado al aprendizaje, desarrollo y refuerzo de las habilidades de pensamiento matemático. Su objetivo es contribuir al desarrollo lógico-matemático del estudiante, de forma atractiva y motivadora, mediante el uso del ordenador como mediador de aprendizaje. Específicamente, las aplicaciones informáticas que constituyen el programa “Jugando con Números 2” se llevaron a cabo mediante el software de autor Flash Professional de Adobe, que emplea archivos estándares de internet (SWF) y gráficos vectoriales dejando abierta la posibilidad de poder reproducir las distintas aplicaciones a diversa escala sin pérdida de calidad gráfica.

El software está constituido por distintos tipos de actividades que contribuyen al desarrollo del sentido numérico. Este programa de entrenamiento computarizado ofrece al alumno tareas que contribuyen al aprendizaje de conceptos relacionados con determinadas destrezas básicas como son: seriación, comparación, clasificación, problemas aritméticos simples, reparto, discriminación del tamaño, y una serie de actividades dirigidas al dominio de la línea numérica. “Jugando con números 2” está destinado a alumnos del primer ciclo de Primaria, aunque al presentar distintos niveles de dificultad presenta la posibilidad de emplearse con estudiantes de menor edad, o alumnos que presenten necesidades educativas especiales.

## **Early Numeracy Test (ENT-R)**

Una versión computarizada del Early Numeracy Test Revisado (ENT-R) fue empleada en la presente investigación, estandarizada con población española (Van Luit et al., 2015). La herramienta original fue desarrollada por Van Luit y Van de Rijt, (2009) con la finalidad de evaluar el conocimiento numérico temprano, y detectar el alumnado con riesgo de DAM. Este instrumento es especialmente útil en la transición de



Educación Infantil a Primaria, con el fin de determinar qué alumnos requieren de apoyo para hacer frente a los nuevos aprendizajes matemáticos, propiciando la aplicación de una intervención temprana que subsane estos déficits.

La prueba evalúa conceptos de comparación, clasificación, correspondencia uno a uno, seriación, conteo verbal, conteo estructurado, conteo (sin señalar), conocimiento general de los números y estimación. Está dirigida a estudiantes entre 4 y 7 años, y dispone de tres versiones paralelas de 45 ítems cada una. El tiempo promedio de aplicación se sitúa alrededor de 30 minutos y el modo de administración es individual. Como índice de fiabilidad, su alfa de Cronbach se sitúa en .92.

## Procedimiento

Una vez seleccionada la muestra de estudiantes y tras la obtención de la autorización por parte de los padres para participar en la investigación, se llevó a cabo una sesión individual de evaluación al inicio del curso escolar. En esta primera fase de evaluación se aplicó la prueba ENT-R (versión A) para valorar las habilidades matemáticas tempranas. Las sesiones oscilaban entre 30 y 35 minutos de duración.

La segunda fase del estudio se centró en la aplicación del programa de intervención computerizado “Jugando con Números 2” durante los meses de febrero, marzo y abril. Se emplearon 30 sesiones de intervención, con una duración de entre 30 y 45 minutos, y supervisadas por dos psicólogos especializados. En cada sesión participaban 6 alumnos que trabajaban individualmente con un ordenador, resolviendo las distintas actividades que se planteaban cada día. Estas sesiones de trabajo se implementaban con una frecuencia de tres veces por semana.

Finalmente, se procedió a realizar la evaluación posttest mediante la versión B del test ENT-R con la finalidad de constatar la eficacia de la intervención.

## Resultados

Se empleó la prueba no paramétrica para muestras independientes antes y después de la intervención U de Mann Whitney, con la finalidad de

comprobar la existencia o no de diferencias significativas entre los grupos control y experimental antes y después de la intervención.

**TABLA I.** Resultados de la prueba de U Mann Whitney para dos muestras independientes en el total del test, subtest relacional, numérico, y grupos de tareas.

	<b>Pretest</b>	<b>Posttest</b>
Total Test	.115	.001*
Subtest Relacional	.607	.001*
<i>Comparaciones</i>	.864	.447
<i>Clasificaciones</i>	.407	.001*
<i>Correspondencia</i>	.623	.001*
<i>Seriación</i>	.039	.073
Subtest Numérico	.423	.003*
<i>Conteo Verbal</i>	.435	.016
<i>Conteo Estructurado</i>	.011	.001*
<i>Conteo Resultante</i>	.016	.001*
<i>Conoc. Gral. de los números</i>	.197	.074
<i>Estimación</i>	.783	.143

\* $p < 0.001$

En la tabla I se recogen los resultados obtenidos en la prueba de contraste U de Mann Whitney. En el pretest no se hallaron diferencias significativas en el total del test, en los subtests ni en los distintos componentes del conocimiento numérico temprano que constituyen los subtests. Es decir, existía equivalencia entre los grupos control y experimental. Tras la intervención, en el posttest aparecieron diferencias significativas en la puntuación total del test ENT-R y de los subtests relacional y numérico. Con respecto a los distintos elementos que componen los subtests se hallaron diferencias significativas entre el grupo control y experimental en algunos de los elementos evaluados. Por un lado, con respecto al subtest relacional, se hallaron diferencias significativas en clasificaciones y correspondencia ( $p = .001$ ), sin ser éstas significativas en comparaciones y seriación. Asimismo, las diferencias fueron estadísticamente significativas en conteo estructurado ( $p = .001$ ) y resultante ( $p = .001$ ). Por el contrario, no se encontraron diferencias

estadísticamente significativas en conteo verbal, conocimiento general de los números y estimación.

Un análisis pormenorizado de los estadísticos descriptivos, arrojó mayor información sobre los resultados presentados previamente. Los resultados descriptivos en relación a la puntuación obtenida en el total del test se muestran en la tabla II). Los obtenidos en los distintos subtests en base a los diferentes componentes del conocimiento numérico temprano se describen en la tabla IV.

**TABLA II.** Resultados obtenidos en el total del test Early Numeracy Test-R.

Resultados en el total del test ENT-R						
	N	Pretest		Posttest		Ganancias
		M	SD	M	SD	
Experimental	24	15.88	1.45	28.04	4.95	12.16
Control	24	16.54	1.50	22.00	3.77	5.46
Total	48	16.21	1.50	25.02	5.32	8.81

Los resultados de la tabla II constatan que el grupo control, a pesar de ser inicialmente superior en el pretest del ENT-R (sin llegar a ser estas diferencias significativas entre ambos grupos), tuvieron un menor desempeño que el grupo experimental en el posttest con la versión B del ENT-R. Asimismo, las ganancias obtenidas por el grupo experimental fueron ostensiblemente superiores a las del grupo control, superando a este último en 6.7 puntos.

**TABLA III.** Resultados obtenidos en el subtest relacional y numérico del test Early Numeracy Test R.

	N	Subtest Relacional					Ganancia	Subtest Numérico				Ganancia
		Pretest		Posttest		Pretest		Posttest				
		M	SD	M	SD	M		SD	M	SD		
Experimental	24	10.13	2.25	14.54	1.95	4.41	5.75	2.15	13.50	3.86	7.75	
Control	24	10.33	1.60	11.38	2.24	1.05	6.21	2.00	10.63	2.49	4.42	
Total	48	10.23	1.93	12.96	2.62	2.73	5.98	2.06	12.06	3.53	6.08	

Por otro lado, no hubo diferencias significativas en el pretest entre el grupo experimental y el control, siendo las puntuaciones obtenidas equiparables y considerando ambos grupos como equivalentes antes de la intervención. En base a los datos expuestos, tras la aplicación del programa, la puntuación del grupo experimental mejoró significativamente respecto al grupo control en el posttest. Con respecto a la ganancia obtenida por ambos grupos, el grupo experimental obtuvo una ventaja mayor de tres puntos en comparación con el grupo control (tabla III). Estos resultados avalaron la eficacia de la intervención al margen de los cambios evolutivos y la instrucción escolar.

En la tabla IV se encuentran los resultados obtenidos en los distintos elementos esenciales del conocimiento numérico que componen el test ENT-R. Como se puede observar, la ganancia fue superior en todas las tareas en el grupo experimental en comparación con el grupo control, apoyando el papel de la intervención computerizada. Como se presentó en la tabla I, las diferencias fueron estadísticamente significativas en las tareas de correspondencia y clasificación del subtest relacional. Del mismo modo, las ganancias fueron superiores en el grupo experimental mostrando, por tanto, un tamaño del efecto superior en este último grupo.

**TABLA IV.** Resultados obtenidos en los distintos grupos de tareas del test ENT-R y tamaño del efecto (*d*).

	Grupo Experimental						Grupo Control					
	Pretest		Posttest		G*	<i>d</i>	Pretest		Posttest		G*	<i>d</i>
	M	SD	M	SD			M	SD	M	SD		
Comparaciones	4.38	.711	4.83	.381	.45	.78	4.33	.917	4.71	.550	.38	.50
Clasificaciones	1.50	.834	2.75	.897	1.25	1.44	1.29	.859	1.75	.847	.46	.53
Correspondencia	2.63	1.13	4.25	.737	1.62	1.69	2.46	1.02	2.71	1.08	.25	.23
Seriación	1.63	1.24	2.71	1.12	1.08	.91	2.25	1.07	2.21	1.06	-.04	-.03
Conteo Verbal	1.17	.963	2.96	.955	1.79	1.86	1.00	1.10	2.29	.955	1.29	1.25
Conteo Estructurado	1.04	.806	3.46	1.06	2.42	2.57	1.63	.824	2.38	1.05	.75	.79
Conteo Resultante	1.50	.659	3.00	1.06	1.50	1.69	.92	.830	2.00	.659	1.08	1.44
Conocimiento Gral de Números	1.21	1.28	3.13	.90	1.92	1.73	1.67	1.239	2.58	1.06	.91	.79
Estimación	.83	.917	1.38	1.27	.55	.49	1.00	1.18	1.38	1.27	.38	.30

\*G=Ganancia

Fue procedente calcular el tamaño del efecto en ambos grupos considerando que el grupo control, al margen de los aspectos madurativos, obtuvo una ganancia derivada de la instrucción escolar tradicional, y el grupo experimental alcanzó una mejora debido a ambos tipos de instrucción combinadas, es decir, la enseñanza curricular y la instrucción computerizada mediante el software “Jugando con números 2”. Según la tabla IV el tamaño del efecto para las habilidades de clasificación fue superior en el grupo experimental ( $d=1.44$ ) en comparación con el grupo control ( $d = .53$ ). Asimismo, en las tareas de correspondencia el tamaño del efecto en el grupo experimental ( $d = 1.69$ ) también fue superior al del grupo control ( $d = .23$ ). Por otro lado, con respecto a los resultados en los elementos de tipo numérico del test, el grupo experimental ( $d=2.57$ ) presentó un mayor tamaño del efecto que el grupo control ( $d=.79$ ) en conteo estructurado. Del mismo modo, el grupo experimental ( $d=1.69$ ) también arrojó un tamaño del efecto superior al del grupo control ( $d=1.44$ ) en las tareas de conteo resultante.

En relación al análisis de las ganancias, cabe destacar que tanto el grupo experimental como el control obtuvieron mayores ganancias en las tareas numéricas que en las relacionales, exceptuando las tareas de estimación, en que los incrementos no fueron tan elevados como en el resto de componentes de tipo numérico.

En último lugar se llevó a cabo un análisis discriminante con el fin de establecer una diferenciación entre los grupos y obtener una función capaz de clasificar a los alumnos en función de los valores obtenidos en las variables discriminadoras. Es decir, esta técnica permite una clasificación supervisada de vectores de datos (numéricos) en dos o más categoría (en este caso, grupo control o experimental) basándose en la obtención de un hiperplano frontera capaz de delimitar el grupo experimental del control. Esta distribución se comparó con los resultados reales dando una matriz de clasificación donde su diagonal representaba los totales o porcentajes de los individuos bien clasificados y donde los elementos extradiagonales representan los falsos positivos y falsos negativos del procedimiento de clasificación (tabla V).

**TABLAV.** Resultado del análisis discriminante para predecir la pertenencia de los alumnos al grupo control y experimental.

		Pertenencia a grupos pronosticada		Total
		Experimental	Control	
Recuento	Experimental	20	4	24
	Control	4	20	24
Porcentaje %	Experimental	83.3	16.7	100
	Control	16.7	83.3	100

Como puede apreciarse en la tabla V, el 83.3% de los alumnos del grupo control fueron clasificados correctamente en su grupo y el mismo porcentaje para el grupo experimental. Como consecuencia de ello se pudo deducir que la intervención producía una diferenciación clara entre ambos grupos.

Adicionalmente, un contraste de igualdad de grupos basado en el estadístico Lambda de Wilks y resuelto por una aproximación Chi-cuadrado determinó que en base a los resultados obtenidos se tuvo que rechazar la hipótesis de igualdad entre los grupos (*Lambda de Wilks* = .468;  $X^2 = 31.46$ ;  $p < .001$ ), pudiendo concluir que la diferencia entre el grupo experimental y control fue estadísticamente significativa.

## Discusión

Con el presente trabajo se pretendía ofrecer una herramienta complementaria a la instrucción tradicional, eficiente para desarrollar las habilidades matemáticas tempranas haciendo uso de las nuevas tecnologías. Asimismo, era necesario conocer qué destrezas se veían potenciadas en mayor medida por la intervención.

A la luz de los resultados obtenidos, conjugar la instrucción tradicional con nuevos medios de enseñanza de las matemáticas a edades tempranas contribuye al desarrollo del sentido numérico, considerando este concepto como el conjunto de habilidades relacionadas con el conocimiento de los números y las operaciones. Estas aptitudes son precursoras de dominio específico del rendimiento matemático en cursos posteriores y constituyen un elemento clave a tener en cuenta en la

aparición de Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (Jordan, Glutting y Ramineni, 2008; Jordan et al., 2009; Passolunghi et al., 2012). Una manera de prevenir esas posibles dificultades y contribuir al perfeccionamiento de las destrezas tempranas, es ofrecer al alumno actividades destinadas a potenciar el sentido numérico como piedra angular del aprendizaje matemático en los primeros años (Aunio, Hautamäki y Van Luit, 2005; Geary, 2004).

Las habilidades matemáticas tempranas de tipo lógico relacional son clave según el modelo piagetiano para el logro de la comprensión del número, por ello insistir en proporcionar tareas basadas en las habilidades de seriación, correspondencia, comparación y clasificación, contribuyen al desarrollo del conocimiento numérico y en última instancia a un pronóstico favorable de las habilidades de los alumnos en cursos posteriores (Aunio y Niemivirta, 2010). Este hecho es especialmente interesante cuando se exploran nuevos métodos de enseñanza optando, como en el presente trabajo, por el uso del ordenador como una ayuda pedagógica, y aportando las ventajas que la investigación deriva de su uso, como la posibilidad de adaptar los contenidos a las necesidades de los alumnos favoreciendo el aprendizaje de manera personalizada e individual (Judge, Puckett y Cabuk, 2004).

Con respecto a los resultados derivados del programa aplicado en el presente estudio, los alumnos tras la intervención mostraron diferencias significativas con respecto al grupo control en las tareas de clasificación y correspondencia. Por el contrario, no lo fueron en comparaciones y seriaciones. Es posible que por la influencia de la maduración, los alumnos dominasen la habilidad de comparación en el momento de la administración del primer test, siendo las ganancias similares e inferiores a medio punto en ambos grupos en el posttest.

Esta justificación se encuentra sustentada por los resultados de un estudio exploratorio para la adaptación del test ENT-R (Araújo, Aragón, Aguilar, Navarro y Ruiz, 2014), en el que las tareas de comparación a los 5 años fueron las que arrojaron resultados más altos en comparación con el resto de componentes del test. Asimismo, los ítems correspondientes al bloque de comparaciones resultaron ser los menos difíciles para los alumnos, lo que se avala también por la presente investigación. Desde un punto de vista teórico y retomando las ideas de Resnick (1989, 1992), el esquema protocuantitativo de comparación permitiría llevar a cabo los primeros juicios de cantidad, sin precisión numérica, basándose en la

asignación de etiquetas lingüísticas sin realizar ningún proceso de medida. Es por tanto, que estas habilidades de comparación se adquieren antes de los 5 años, etapa en la que se encontrarían en proceso de consolidación.

Por otro lado, con respecto a los conceptos de seriación, sabemos que junto con la clasificación se coordinan progresivamente hasta dominar los números como categorías seriadas. La conservación del número está intrínsecamente ligada a la evolución de la integración de estas capacidades lógicas (Piaget y Szeminska, 1941), por lo que su dominio es esencial para el desarrollo de las habilidades matemáticas iniciales. Como señala Fuson (1991) la seriación se alcanzaría en el último nivel de elaboración de la secuencia numérica, cuando esta última se caracteriza por ser bidireccional y escalonada. Es por ello que la mayoría de los alumnos a pesar de haber trabajado más o menos esta habilidad, no son capaces de dominar esta destreza que junto con la inclusión de clases, representan el último escalón madurativo básico para el dominio de la secuencia numérica. Esta idea también se encuentra también sustentada por los resultados de la investigación de Fernández y Ortiz (2008) en la que se defienden distintos grados de conocimiento lógico-ordinal de la secuencia numérica, y cuyo perfeccionamiento se alcanzaría después de los 5 años.

Además del desarrollo del pensamiento lógico-relacional es esencial llevar a cabo el aprendizaje del sistema numérico convencional derivado del aprendizaje significativo y contextualizado propio de la enseñanza escolar (Berch, 2005; Bryant y Nunes, 2002). Este aprendizaje también predice la competencia en el desempeño posterior de los alumnos (Gersten et al., 2005; Aunio y Niemvirta, 2010). Por ello, insistir en complementar el trabajo instruccional de la escuela con tareas que perfeccionen las habilidades adquiridas en el aula, pueden ser beneficiosas para el desempeño del alumno en la materia.

Los resultados de la aplicación del programa de intervención en relación a las tareas numéricas arrojaron diferencias significativas a favor del grupo experimental en conteo estructurado y resultante. Sin embargo, no lo fueron en conteo verbal, conocimiento general de los números y estimación. Es lógico pensar que a los cinco años de edad los niños son capaces de recitar adecuadamente la secuencia numérica, siendo más difícil llevar a cabo tareas de conteo señalando y sin señalar, y considerándose susceptibles de mejora mediante el entrenamiento. Por



otro lado, las tareas de conocimiento general de los números requieren de cierto nivel de generalización de los conocimientos matemáticos básicos a la vida cotidiana, algo más complejo de alcanzar a edades tempranas. Pese a ello el programa de intervención favoreció que los alumnos del grupo experimental con puntuaciones inferiores en el pretest, superasen al grupo control en las tareas de conocimiento general de los números, sin llegar a ser las diferencias significativas.

Finalmente, con respecto a las tareas de estimación, considerar que otorgar sentido a la magnitud de los números en una recta numérica, es como uno de los aspectos más complejos para los alumnos a los cinco años de edad (Araújo et al., 2014). Numerosas investigaciones (véase por ejemplo, Booth y Siegler, 2008; Siegler et al., 2004) se han centrado en el estudio de la estimación en la recta numérica en alumnos de educación infantil y primaria, y sus resultados demuestran que los errores de estimación decrecen ostensiblemente cuando los niños han superado la educación infantil y cursan primaria. Asimismo, son mucho más precisos cuando la recta numérica en la que deben estimar el número corresponde a una centena que a un millar (Siegler y Opfer, 2003). Todo ello conduce a pensar que a pesar del entrenamiento, es necesario que los alumnos desarrollen en mayor medida determinados conceptos básicos como la adquisición de una cadena numérica verbal, que sirvan de base a la posterior adquisición de conocimiento más complejo, como es el caso de la estimación.

Desde una concepción más global, encontramos en mayor medida ganancias en los aspectos numéricos que en los relacionales en el grupo experimental. Asimismo, los alumnos entrenados superaron en más de tres puntos a los que no realizaron la intervención tanto en los aspectos relacionales como en los numéricos. Según el punto de vista teórico de Resnick (1989, 1992) que sirvió de base a la elaboración del software empleado como herramienta de intervención, el conocimiento intuitivo propio de las tareas de tipo lógico constituye un pilar básico en las habilidades matemáticas posteriores. En consecuencia, es necesario que este conocimiento relacional no instruccional y previo, se integre con el conocimiento representacional liderado por el conteo, con el fin de dar respuesta a los conflictos cognitivos que se planteen. Por tanto, es lógico pensar que a los 5 años de edad las ganancias se centren en consolidar estos aspectos intuitivos y, en mayor medida, en incrementar el desarrollo de las habilidades que requieren de instrucción y aprendizaje activo.

Con respecto a las limitaciones metodológicas encontradas en el estudio podemos mencionar que el trabajo presenta aquellas propias de la investigación en educación. En este caso se pueden destacar aquellas relacionadas con aleatoriedad de la muestra y, por tanto, la realización de un tipo de diseño experimental de solo dos grupos. Hay que tener en cuenta las variables ecológicas propias del contexto escolar, tales como la influencia de las características del profesorado en la enseñanza de las matemáticas, junto con el número de participantes en el estudio, que se vio reducido debido a la necesidad de recursos informáticos que requería la intervención.

En definitiva, la aplicación de un programa de entrenamiento de las matemáticas en los primeros años basado en el uso del ordenador, resultó beneficioso para potenciar las habilidades matemáticas de manera complementaria a la instrucción escolar. Los resultados apoyan la utilidad de la herramienta al margen de los cambios evolutivos y la instrucción recibida en la escuela, siendo la utilización del software por el grupo experimental como complementario a la instrucción tradicional, la única variable o condición que diferenció a ambos grupos, y a la que puede atribuirse la diferencia surgida entre ellos.

El seguimiento de estos alumnos y el análisis de su evolución se plantearán como un objetivo primordial para futuras investigaciones en esta línea, así como el estudio del mantenimiento de la ganancia o su respuesta a la intervención en años posteriores. Así mismo, se propone la posibilidad de introducir el instrumento "*Jugando con números 2*" en el aula y lograr integrarlo como herramienta habitual de trabajo, al igual que otros medios tradicionales de enseñanza de la matemática, persiguiendo proveer del beneficio de la intervención computerizada al total del alumnado, sin interrumpir la dinámica de clase. Por otro lado, en relación al software otro aspecto que surge de este estudio, es analizar el mantenimiento o no de tareas que a estas edades manifiestan un efecto techo en las competencias de los alumnos, e introducir o modificar aquellas actividades que por su complejidad no obtienen el beneficio perseguido en el perfeccionamiento de sus habilidades.

## Referencias bibliográficas

- Aragón, E. L., Navarro, J. I., Aguilar, M. y Cerda, G. (2015). Cognitive predictors of 5-year-olds students' early number. *Journal of Psychodidactic*, 20(1), 83-97. doi:10.1387/RevPsicodidact.11088.
- Araújo, A., Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J.I. y Ruiz, G. (2014). Un estudio exploratorio para la adaptación de la versión española revisada del «Early Numeracy Test-R» para evaluar el aprendizaje matemático temprano. *European Journal of Education and Psychology*, 7, 83-93. doi:10.1989/ejep.v7i2.181
- Aunio, P. y Niemvirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20, 427-435. doi: 10.1016/j.lindif.2010.06.003
- Aunio, P., Hautamäki, J. y Van Luit, J. E. H. (2005). Mathematical thinking intervention programmes for preschool children with normal and low number sense. *European Journal of Special Needs Education*, 20(2), 131-146. doi:10.1080/08856250500055578
- Ayvaci, H. S. y Devecioglu, Y. (2010). Computer-assisted instruction to teach concepts in pre-school education. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 2083-2087. doi:10.1016/j.sbspro.2010.03.285
- Baroody, A. J. y Rosu, L. (2006). *Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations – The number sense view*. Paper presented at the Meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Berch, D. B. (1998). *Mathematical cognition: From numerical thinking to mathematics education*. Conferencia presentada al National Institute of Child Health and Human Development. Bethesda, MD.
- Berch, D. B. (2005) Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 333-339.
- Booth, J.L. y Siegler, R.S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, 79, 1016-1031. doi: 10.1111/j.1467-8624.2008.01173.x
- Bryant, P. y Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics (pp. 412-439). In U. Goswami (Ed.). *Blackwell handbook of childhood cognitive development*. Sussex, UK: Blackwell.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 534-541. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.007

- Clements, D. H. y Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136–163. doi: 10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45, 443–494. doi: 10.3102/0002831207312908
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333(6045), 968–970. doi: 10.1126/science.1204537
- De Smedt, B. Verschaffel, L., y Ghesquière, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469–479. doi: 10.1016/j.jecp.2009.01.010
- Döst, S., Saglam, Y. y Ugur Altay, A. (2011). Use of computer algebra systems in mathematics teaching at university: a teaching experiment. *H. U. Journal of Education*, 40, 140-151
- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L., Engel, M., Sexton, H., ...y Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446. doi:10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Fernández, C. y Ortiz, A. (2008). La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años. *Infancia y Aprendizaje*, 31(1), 107-130. doi:10.1174/021037008783487066
- Fuson, K. (1991). Children's early counting: Saying the number word sequence, counting objects and understanding cardinality. In K. Durkin, y B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 27-40). Buckingham: Open University Press.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 4-15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Gersten, R., Jordan, N. C. y Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304. doi: 10.1177/00222194050380040301
- Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 173–180. doi:10.1016/j.ecresq.2004.01.012

- Halpern, D. F., Millis, K., Graesser, A. C., Butler, H., Forsyth, C. y Cai, Z. (2012). Operation ARA: A computerized learning game that teaches critical thinking and scientific reasoning. *Thinking Skills and Creativity*, 7(2), 93-100. doi: 10.1116.j.tsc.2012.03.00
- Hannula, M. M., Lepola, J. y Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107, 394-406. doi:10.1016/j.jecp.2010.06.004
- Jordan, N. C., Glutting, J. y Ramineni, C. (2008). A number sense assessment tool for identifying children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical difficulties: Psychology and intervention* (pp. 45-58). San Diego, CA: Academic Press. doi:10.1016/B978-012373629-1.50005-8
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. y Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research y Practice*, 22(1), 36-46. doi:10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C. y Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867. doi:10.1037/a0014939
- Judge, S., Puckett, K. y Cabuk, B. (2004). Digital equity: New findings from the early childhood longitudinal study. *Journal of Research on Technology in Education*, 36(4), 383-396.
- Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M. y Carey, S. (2006). Revisiting the Competence/Performance Debate in the Acquisition of Counting as a Representation of the Positive Integers. *Cognitive Psychology*, 52(2), 130-169. doi:10.1016/j.cogpsych.2005.07.002
- Lipton, J. S. y Spelke, E. S. (2005). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5, 271-290. doi:10.1207/s15327078in0503\_2
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L. y Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. doi:10.1371/journal.pone.0023749
- Navarro, J. I., Ruiz, G., Alcalde, C., Aguilar, M. y Marchena, E. (2007). *Jugando con los números 2*. Software educativo. Cádiz: Departamento de Psicología.

- Passolunghi, M. C. y Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 42–63. doi:10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x
- Piaget, J. y Szeminska, A. (1941). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A.N., Berletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S. y Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33–41. doi:10.1016/j.cognition.2010.03.012.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist* 44(2), 69–162. doi:10.1037//0003-066X.44.2.162
- Resnick, L. B. (1992). From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam, y R. A. Hattrup (Eds.), *Analyses of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 373–429). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sarama, J., Clements, D. H., Starkey, P., Klein, A. y Wakeley, A. (2008). Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 1, 89–119. doi:10.1080/19345740801941332
- Siegler, R. S. y Booth, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child Development*, 75, 428–444. doi:10.1111/j.1467-8624.2004.00684.x
- Siegler, R. S. y Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, 14, 237–243. doi: 10.1111/1467-9280.02438
- Van Luit, J. E. H. y Van de Rijt, B. A. M. (2009). *The Early Numeracy Test Revised*. Graviant, Doetinchem: The Netherlands.
- Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B.A.M., Araújo, A., Aguilar, M., Aragón, E., Ruiz... y García-Sedeño, M. (2015). TEMT-i. Test de Evaluación Matemática Temprana Informatizado. Madrid: EOS
- Van Viersen, S., Slot, E. M., Kroesbergen, E. H., Van't Noordende, J. E. y Leseman, P. M. (2013). The added value of eye-tracking in diagnosing dyscalculia: a case study. *Frontiers in Psychology*, 4(679). doi: 10.3389/fpsyg.2013.00679

- Von Aster, M. G., y Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 49, 868–873. doi:10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., Van der Schoot, M. y Van Lieshout, E. C. D. M. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129. doi: 10.1016/j.lindif.2013.09.012

**Dirección de contacto:** Estíbaliz Aragón Mendizábal, Universidad de Cádiz, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Psicología. Avenida República Saharaui, s/n. CP. 11.510, Puerto Real- Cádiz. E-mail: estivaliz.aragon@uca.es